Regresi Non-Linear

- Model regresi parabolik

  Model yang ditaksir adalah

  $$\hat{Y} = a + bX + CX^2 dengan\ a, b, c\ koefisien$$

  a, b, dan c dapat dihitung dengan menyelesaikan sistem persamaan berikut:

  $$\sum Y_i = na + b\sum X_i + c\sum X_i^2$$
  $$\sum X_i Y_i = a\sum X_i + b\sum X_i^2 + c\sum X_i^3$$
  $$\sum X_i^2 Y_i = a\sum X_i^2 + b\sum X_i^3 + c\sum X_i^4$$

- Model Eksponensial

Model yang ditaksir adalah $\hat{Y} = ab^x$

Untuk menghitung a dan b, tuliskan model di atas dalam bentuk

$$\log \hat{Y} = \log a + X \log b$$

misalkan

$$\hat{Y}' = \log \hat{Y}, \quad a' = \log a, \quad dan\ b' = \log b,$$

maka diperoleh model

$$\hat{Y}' = a' + b'X$$

Kemudian gunakan penaksir kuadrat terkecil pada regresi linear sederhana.

- Model Geometrik

Model yang ditaksir adalah

$$\hat{Y} = aX^{b}$$

untuk menghitung a dan b dilakukan seperti pada model eksponensial, yakni mengubah bentuk tersebut menjadi

$$\log \hat{Y} = \log a + b \log X$$

Misalkan

$$\hat{Y}' = \log \hat{Y}, a' = \log a, dan\ X' = \log X$$

Maka diperoleh

$$\hat{Y}' = a' + bX'$$

Kemudian gunakan penaksiran kuadrat terkecil.

- Model Non-Linear lainnya:

1. Model Logistik :

$$\hat{Y} = \frac{1}{ab^X}$$

2. Model Hiperbola :

$$\hat{Y} = \frac{1}{a + bX}$$

Silahkan cari sendiri bagaimana cara menentukan a dan b

Regresi Berganda

- Misalkan diketahui hubungan fungsional antara Y dan X1, X2, X3, ..., dan Xk.
- Akan ditentukan model regresi

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \cdots + a_k X_k$$

- Penaksiran model tersebut digunakan penaksir kuadrat terkecil. Sebagai contoh untuk k = 2, maka koefisiennya dihitung dengan menyelesaikan :

$$\sum Y_i = a_0 n + a_1 \sum X_{1i} + a_2 \sum X_{2i}$$

$$\sum Y_i X_{1i} = a_0 \sum X_{1i} + a_1 \sum X_{1i}^2 + a_2 \sum X_{1i} X_{2i}$$

$$\sum Y_i X_{2i} = a_0 \sum X_{2i} + a_1 \sum X_{1i} X_{2i} + a_2 \sum X_{2i}^2$$

- Perhitungan koefisien untuk model regresi berganda dapat juga menggunakan bantuan matriks, yakni

$$b = \left(X'X\right)^{-1} X'Y, dengan$$

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & \cdots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

- **Uji Regresi Linear Ganda**

  Misalkan

$$x_{1i} = X_{1i} - \bar{X}_1,\ x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_2, \cdots x_{ki} = X_{ki} - \bar{X}_k$$

  dan

$$y_i = Y_i - \bar{Y}$$

  maka dapat dihitung jumlah kuadrat regresinya adalah

$$JK(reg) = a_1 \sum x_{1i} y_i + a_2 \sum x_{2i} y_i + \cdots + a_k \sum x_{ki} y_i$$

  dan Jumlah kuadrat residunya adalah

$$JK(res) = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$$

Statistik F yang diperoleh adalah:

$$F = \frac{SS(reg)/k}{SS(res)/(n-k-1)} \quad \text{atau} \quad F = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(N-k-1)}$$

Kriteria: Tolak Ho jika harga F hitung lebih besar atau sama dengan F tabel pada α yang dipilih dengan dk = (k, (n-k-1))

- Besar pengaruh dari X1, x2, X3, …, Xk terhadap Y dapat dihitung sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{\sum y^2}$$

$$= \frac{b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + \ldots b_k \sum x_k y}{\sum y^2}$$