

Teori dan Operasi Pada Himpunan

Oleh: Suprih Widodo

Pendahuluan

Pada dasarnya setiap hari manusia berhubungan dengan himpunan, klasifikasi himpunan dalam hidup manusia sangat beragam dan banyak sekali, tergantung pada definisi himpunan. Ketika dihadapkan pada beberapa himpunan maka operasi yang terjadi tidak hanya irisan dan gabungan saja, tetapi akan muncul penjumlahan, pengurangan dan komplemen dan perkalian. Definisi himpunan, sub himpunan serta operasi pada himpunan (Irisan dan gabungan) telah anda pelajari pada modul-modul sebelumnya. Pada bahan belajar kali ini akan Anda pelajari beberapa operasi lain pada himpunan yang telah biasa anda lakukan pada beberapa himpunan bilangan. Akan tetapi dalam hal ini, operasi-operasi yang digunakan tidak dilakukan pada anggota-anggota himpunan, tetapi merupakan operasi pada himpunan itu sendiri.

Sebagai gambaran bagi Anda operasi penjumlahan yang biasa kita gunakan dalam bilangan $3 + 7$ adalah menjumlahkan bilangan 3 dan 7, dimana 3 dan 7 merupakan anggota dari suatu himpunan yang dapat kita definisikan, misalnya 3, 7 adalah anggota himpunan bilangan asli. Pada contoh tersebut dapat kita gambarkan bahwa menjumlahkan 3 dan 7, berarti menggabungkan benda yang berjumlah 3 dan benda yang berjumlah 7 menjadi suatu kumpulan, dan yang dimaksud dengan hasil dari operasi tersebut adalah jumlah anggota kumpulan/himpunan yang baru, hasil penggabungan dua kumpulan yang dimaksud.

Operasi Penjumlahan Pada Himpunan

Dari beberapa operasi pada bilangan yang sudah anda ketahui, beberapa operasi juga dapat diterapkan pada himpunan. Hanya saja operasi-operasi tersebut memiliki perbedaan pengertian dengan definisi operasi yang sudah anda ketahui. Operasi penjumlahan pada himpunan adalah operasi yang akan Anda pelajari pada kali ini.himpunan.

Sebelum masuk pada definisi operasi penjumlahan pada himpunan berikut disajikan deskripsi tentang operasi penjumlahan pada himpunan sebagai berikut: Misalkan terdapat suatu kelas, pada jam pertama kelas tersebut melakukan percobaan di luar kelas sedangkan pada jam berikutnya melakukan percobaan di dalam kelas. Jika kelompok siswa-siswa yang melakukan percobaan di luar kelas adalah kelompok A, sedangkan kelompok B adalah kelompok siswa yang melakukan percobaan di dalam kelas, maka kelompok siswa yang melakukan percobaan di dalam kelas dan di

luarkelas tapi tidak melakukan kegiatan percobaan di dalam dan diluar kelas (kedua-duanya) disebut penjumlahan dari himpunan A dan B.

Definisi 1.1.

Operasi penjumlahan pada himpunan A dan B:

$$A + B = \{ x \mid x \in A, x \in B, x \notin A \cap B \}$$

Definisi di atas dibaca: penjumlahan himpunan A dan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya termasuk ke dalam himpunan itu masing-masing tapi bukan anggota himpunan $A \cap B$ (irisannya).

Contoh 1.1:

Tentukan $A + B$ jika diketahui:

$$A = \{ a, b, d, e, f \}$$

$$B = \{ 1, a, 2, b, 3, c \}$$

Jawab:

Dari dua himpunan yang diketahui kita dapatkan bahwa

$$A \cap B = \{ a, b \}$$

$$\text{Sehingga } A + B = \{ c, d, e, f, 1, 2 \}$$

Pada contoh 1.1 di atas perhatikan bahwa $A \cup B = \{ a, b, c, d, e, f, 1, 2 \}$ sehingga definisi di atas bisa rubah menjadi:

$A + B = \{ x \mid x \in A \cup B, x \notin A \cap B \}$ yang berarti bahwa penjumlahan dua himpunan A dan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota gabungan himpunan A dan B (anggota A atau anggota B) tapi bukan anggota irisan himpunan A dan B.

Contoh 1.2:

Tentukan $A + B$ jika diketahui:

$$A = \{ x \mid 0 < x < 10, x \text{ bilangan genap} \}$$

$$B = \{ x \mid -7 < x < 3, x \text{ bilangan bulat} \}$$

Jawab:

$$A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

$$B = \{ -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

$$A \cup B = \{ -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 8 \}$$

$$A \cap B = \{ 2 \}$$

$$\text{Maka } A + B = \{ -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 4, 6, 8 \}$$

Contoh 1.3:

Tentukan $A + B$ jika diketahui himpunan:

$A =$ Himpunan bilangan kuadrat yang kurang dari 100

$B =$ Himpunan bilangan kubik yang kurang dari 100

Jawab:

$$A = \{ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 \}$$

$$B = \{ 1, 8, 27, 64 \}$$

$$A \cup B = \{ 1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 36, 49, 64, 81 \}$$

$$A \cap B = \{ 1, 64 \}$$

$$\text{Maka } A + B = \{ 4, 8, 9, 16, 25, 27, 36, 49, 81 \}$$

Contoh 1.4:

$$\text{Diketahui } A = \{ a, 1, b, 2, c, 3 \}$$

$$B = \{ x, 4, y, 5, z, 6 \}$$

Tentukan $A + B$!

Jawab :

$$A \cup B = \{ a, b, c, x, y, z, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

$$A \cap B = \{ \}$$

$$\text{Maka } A + B = \{ a, b, c, x, y, z, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

Contoh 1.5:

Tentukan $A + B$ jika diketahui himpunan:

A = Himpunan bilangan prima yang kurang dari 10

B = Himpunan bilangan komposit yang kurang dari 10

Jawab:

$$A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

$$B = \{ 1, 4, 6, 8, 9 \}$$

$$A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$A \cap B = \{ \}$$

$$\text{Maka } A + B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

Untuk kasus tertentu penjumlahan dua himpunan dapat menghasilkan himpunan kosong, hal tersebut terjadi jika himpunan A sama dengan himpunan B yang mengakibatkan $A + B$ adalah himpunan kosong. Secara formal kasus ini kita tulis:

$$A + B = \{ \} \Leftrightarrow A = B \text{ dibaca, himpunan } A \text{ ditambah himpunan } B \text{ sama dengan}$$

Bukti:

Ambil sembarang $x \in A$, karena $A = B$ maka $x \in B$. Oleh karena setiap anggota A merupakan anggota B maka $A \cup B = A \cap B$. sehingga $A + B = \{ \}$

Contoh 1.6:

$$A = \{ s, d, f, g, h \}$$

$$B = \{ h, g, s, d, f \}$$

Tentukan $A + B$!

Jawab:

$$A \cup B = \{ s, d, f, g, h \}$$

$$A \cap B = \{ s, d, f, g, h \}$$

Maka $A + B = \{ \}$

Contoh 1.7:

Jika diketahui:

$$A = \{ s, d, f, g, h \}$$

$$B = \{ h, g, s, d, f \}$$

$$C = \{ h, i \}$$

Tentukan:

a. $A \cup (B + C)$

b. $A \cap (B + C)$

Jawab:

a. $B \cup C = \{ d, f, g, h, i, s \}$

$$B \cap C = \{ h \}$$

Maka $B + C = \{ d, f, g, i, s \}$

Sehingga $A \cup (B + C) = \{ d, f, g, h, i, s \}$

b. $A \cap (B + C) = \{ s, d, f, g, h \}$

Sifat-sifat operasi penjumlahan ada himpunan

Operasi penjumlahan pada bilangan tertentu memiliki sifat-sifat khusus, seperti komutatif dan asosiatif. Penjumlahan pada himpunan pun memiliki sifat-sifat tersebut. Berikut akan disajikan beberapa sifat operasi penjumlahan pada himpunan yaitu sifat ketertutupan, komutatif, asosiatif, dan identitas,

1. Sifat ketertutupan (closed)

Definisi:

Misalkan $H = \{ A, B, C, \dots \} = \{ \text{himpunan} \}$

Untuk setiap A dan B anggota H maka $A + B$ anggota H

Bukti:

Menurut definisi: $A + B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \text{ dan } x \notin A \cap B, x \in S \}$, perhatikan bahwa hasil di ruas kanan membentuk himpunan, ini berarti bahwa $A + B \in H$. jadi terbukti bahwa untuk setiap A dan B anggota H maka $A + B$ anggota H

Contoh-contoh di atas telah menunjukkan bahwa jumlah dua buah himpunan menghasilkan himpunan.

2. Sifat komutatif:

Jika terdapat dua himpunan A dan B maka $A + B = B + A$

Bukti:

Misalkan ambil sembarang $x \in A + B$, maka $x \in A$ atau $x \in B$ ($x \in A \cup B$) dan x bukan anggota A irisan B ($x \notin A \cap B$). Karena $x \in A \cup B$, maka $x \in B$ atau $x \in A$ ($x \in B \cup A$) dan x bukan anggota irisan A dan B ($x \notin A \cap B$). ini berarti bahwa $A + B = B + A$.

Contoh 1.8:

Misalkan terdapat himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ 1, 2, 3 \}$$

$$B = \{ 0, 2, 4, 5 \}$$

Tentukan:

a. $A + B$

b. $B + A$

Jawab:

a. $A \cup B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$

$$A \cap B = \{ 2 \}$$

$$\text{Maka } A + B = \{ 0, 1, 3, 4, 5 \}$$

b. $B \cup A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$

$$B \cap A = \{ 2 \}$$

Maka $A + B = \{ 0, 1, 3, 4, 5 \}$ dari a dan b kita lihat bahwa $A + B = B + A$.

3. Sifat Asosiatif

Jika terdapat tiga himpunan A , B dan C maka $(A + B) + C = A + (B + C) = (A + C) + B$

Contoh 1.9:

Misalkan diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ 0, 2, 4, 6 \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, 5 \}$$

$$C = \{ 3, 5 \}$$

Tentukan:

a. $A + (B + C)$

b. $(A + B) + C$

c. $(A + C) + B$

Jawab:

a. $B + C = \{ 1, 2 \}$

$$A + (B + C) = \{ 0, 1, 4, 6 \}$$

b. $A + B = \{ 0, 1, 3, 4, 5, 6 \}$

$$(A + B) + C = \{ 0, 1, 4, 6 \}$$

c. $A + C = \{ 0, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
 $(A + C) + B = \{ 0, 1, 4, 6 \}$

4. Sifat identitas Operasi Penjumlahan pada himpunan

Definisi:

Jika A adalah himpunan tidak kosong, sehingga $A + I = I + A = A$ maka I disebut sebagai identitas dari operasi penjumlahan pada himpunan.

Dalam hal ini identitas operasi penjumlahan pada himpunan adalah himpunan kosong.

Bukti:

Pertama akan ditunjukkan bahwa $A + I = I + A$

Ambil sembarang $x \in A + I$

Maka $x \in A$ atau $x \in I$, $x \notin A \cap I$ atau

$x \in I$ atau $x \in A$ dan $x \notin I \cap A$

(sifat komutatif)

sehingga dapat ditulis $x \in I$ atau $x \in A$ dan $x \notin I \cap A$

artinya $A + I = I + A$

Kedua akan ditunjukkan bahwa $A + I = A$

Ambil sembarang $x \in A + I$

Maka $x \in A$ atau $x \in I$, $x \notin A \cap I$ atau

Karena I himpunan kosong maka

$$A \cup I = A$$

$$A \cap I = \{ \}$$

Sehingga $A + I = A$

Karena $A + I = I + A$ dan $A + I = A$ maka $A + I = I + A = A$

Latihan 1

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

1. Diketahui himpunan-himpunan tak kosong sebagai berikut:

$$A = \{ m, h, d \}$$

$$B = \{ r, s, l, a, u, h \}$$

$$C = \{ w, a, s \}$$

Tentukan:

a. $A + B!$

b. $B + C!$

c. $A + C!$

d. $A + B + C!$

2. Diketahui himpunan-himpunan yang didefinisikan sebagai berikut:

$$A = \{ x \mid 0 \leq x \leq 20, x \in \text{bilangan Asli yang habis dibagi 3} \}$$

$$B = \{ x \mid 9 \leq x \leq 20, x \in \text{Bilangan Prima} \}$$

$$C = \{ x \mid -10 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{B} \}$$

Tentukan:

- $A + (B \cap C)$
- $B + (A \cap C)$
- $C + (A \cap B)$
- $(A \cap B) + (A \cap C)$
- $A \cap (B + C)$

3. Pada suatu semester diketahui beberapa mahasiswa yang merencanakan studi dengan mengontrak matakuliah sebagai berikut:

Ade, Asih, Dewi akan mengontrak matakuliah Matematika 2

Risa, Fadli, Fajar, Iqbal, dan Dewi akan mengontrak matakuliah Kimia Dasar

Tedi, Arief, Fahri, Risa dan Fajar akan mengontrak matakuliah Biologi Umum I

Jika semua mahasiswa yang mengontrak matakuliah Matematika 2 adalah himpunan A, mahasiswa yang mengontrak matakuliah Kimia Dasar adalah himpunan B dan mahasiswa yang mengontrak matakuliah Biologi umum dan ketiga matakuliah tersebut memiliki jadwal pada hari dan waktu yang sama tentukan:

- Kalimat matematika yang menyatakan mahasiswa yang harus mengontrak ulang mata kuliahnya agar tidak terjadi bentrok jadwal kuliahnya pada semester tersebut?
- Siapa sajakah yang tidak harus mengontrak ulang matakuliahnya pada semester tersebut?

4. Beberapa himpunan didefinisikan sebagai berikut:

$$P = \{ x \mid -1 < x < 8, x \in \mathbb{B} \}$$

$$Q = \{ x \mid -6 \leq x < 6, x \in \mathbb{B}, x \text{ habis dibagi 2} \}$$

$$R = \{ x \mid 0 < x \leq 10, x \in \mathbb{B} \}$$

Tentukan:

- $P \cap (Q + R)$
- $Q \cap (P + R)$
- $R \cap (Q + P)$
- $P \cup (Q + R)$
- $Q \cup (P + R)$
- $R \cup (Q + P)$
- $P + (Q \cap R)$
- $Q + (P \cap R)$
- $R + (Q \cap P)$
- $P + (Q \cup R)$
- $Q + (P \cup R)$

$$1. R + (Q \cup P)$$

5. Buktikan bahwa:

a. $A + B \subseteq A \cup B$!

b. $A + B \subseteq A$ jika dan hanya jika $A \subseteq B$

Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu- rambui Jawaban Latihan

1. Gunakan definisi dan sifat operasi penjumlahan pada himpunan :

Diketahui: $A = \{ m, h, d \}$

$B = \{ r, s, l, a, u, h \}$

$C = \{ w, a, s \}$

Jawab:

a. $A + B$

$$A \cup B = \{ a, d, h, l, m, r, s, u \}$$

$$A \cap B = \{ h \}$$

$$A + B = \{ a, d, l, m, r, s, u \}$$

b. $B + C$

$$B \cup C = \{ a, h, l, r, s, w, u \}$$

$$B \cap C = \{ a \}$$

$$B + C = \{ h, l, r, s, w, u \}$$

c. $A + C$

$$A \cup C = \{ a, d, h, m, s, w \}$$

$$A \cap C = \{ \}$$

$$A + C = \{ a, d, h, m, s, w \}$$

d. $A + B + C = (A + B) + C$

$$= \{ a, d, l, m, r, s, u \} + \{ w, a, s \}$$

$$A + B + C = \{ d, l, m, r, u, w \}$$

2. Gunakan definisi dan sifat operasi penjumlahan dan operasi irisan pada himpunan!

$A = \{ 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$

$B = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \}$

$C = \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

Jawab:

a. $B \cap C = \{ 3, 7 \}$

$$A + (B \cap C) = A + \{ 3, 7 \}$$

$$= \{ 0, 6, 7, 9, 12, 15, 18 \}$$

b. $(A \cap C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$
 $B + (A \cap C) = B + \{ 0, 3, 6, 9 \}$
 $= \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 \}$

c. $(A \cap B) = \{ 3 \}$
 $C + (A \cap B) = C + \{ 3 \}$
 $= \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

d. $(A \cap B) = \{ 3 \}$
 $(A \cap C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$
 $(A \cap B) + (A \cap C) = \{ 0, 6, 9 \}$

e. $B + C = \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10 \}$
 $A \cap (B + C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$

3. Gunakan definisi operasi penjumlahan:

$$A = \{ \text{Ade, Asih, Dewi} \}$$

$$B = \{ \text{Risa, Fadli, Fajar, Iqbal, Dewi} \}$$

$$C = \{ \text{Tedi, Arief, Fahri Risa, Fajar} \}$$

Jawab:

a. $A + B + C$

b. $A + B = \{ \text{Ade, Asih, Risa, Fadli, Fajar, Iqbal} \}$

$$A + B + C = (A + B) + C$$

$$= \{ \text{Ade, Asih, Risa, Fadli, Fajar, Iqbal} \} + C$$

$$= \{ \text{Ade, Arief, Asih, Fahri, Iqbal, Fadli, Tedi} \}$$

4. Gunakan definisi dan sifat operasi penjumlahan gabungan dan irisan!

Diketahui: $P = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

$$Q = \{ -6, -4, -2, 0, 2, 4 \}$$

$$R = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$$

Jawab:

a. $Q + R = \{ -6, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

$$P \cap (Q + R) = P + \{ -6, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$$

$$= \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} \cap \{ -6, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$$

$$= \{ 0, 1, 3, 5, 6, 7 \}$$

b. $(P + R) = \{ 0, 8, 9, 10 \}$

$$Q \cap (P + R) = Q \cap \{ 0, 8, 9, 10 \}$$

$$= \{-6, -4, -2, 0, 2, 4\} \cap \{0, 8, 9, 10\}$$

$$= \{0\}$$

- c. $(P + Q) = \{-6, -4, -2, 1, 3, 5, 6, 7\}$
 $R \cap (P + Q) = R \cap \{-6, -4, -2, 1, 3, 5, 6, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{-6, -4, -2, 1, 3, 5, 6, 7\}$
 $= \{1, 3, 5, 6, 7\}$
- d. Berdasarkan no a kita dapatkan
 $P \cup (Q + R) = \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- e. Berdasarkan no. b kita peroleh:
 $Q \cup (P + R) = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 9, 10\}$
- f. Berdasarkan no. c kita peroleh:
 $R \cup (P + Q) = \{-6, -4, -2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- g. $(Q \cap R) = \{2, 4\}$
 $P + (Q \cap R) = P + \{2, 4\}$
 $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} + \{2, 4\}$
 $= \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 8\}$
- h. $(P \cap R) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $Q + (P \cap R) = Q + \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $= \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\} + \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $= \{-6, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 7\}$
- i. $(P \cap Q) = \{0, 2, 4\}$
 $R + (P \cap Q) = R + \{0, 2, 4\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} + \{0, 2, 4\}$
 $= \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$
- j. $(Q \cup R) = \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $P + (Q \cup R) = P + \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} + \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $= \{-6, -4, -2, 8, 9, 10\}$
- k. $(P \cup R) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $Q + (P \cup R) = Q + \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $= \{-6, -4, -2, 0, 2, 4\} + \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $= \{0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$

$$\begin{aligned}
1. \quad (Q \cup P) &= \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\
R + (Q \cup P) &= R + \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\
&= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} + \{-6, -4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\
&= \{-6, -4, -2, 0, 8, 9, 10\}
\end{aligned}$$

5. gunakan sifat operasi gabungan, sub himpunan definisi dan sifat operasi penjumlahan:

a. $A + B \subseteq A \cup B$!

b. $A + B \subseteq A$ jika dan hanya jika $B \subseteq A$

Bukti:

a. Harus dibuktikan bahwa $A + B \subseteq A \cup B$!

Ambil sembarang $x \in A + B$

Maka $x \in A$ atau $x \in B$ dan $x \notin A \cap B$

Jadi $x \in A \cup B$ (ingat bahwa semua anggota $A \cup B$ adalah $x \in A$ atau $x \in B$ dan $x \in A \cap B$)

Sehingga terbukti bahwa $A + B \subseteq A \cup B$

b. Harus dibuktikan bahwa $A + B \subseteq A$ jika dan hanya jika $B \subseteq A$.

Pembuktian ini akan kita tunjukkan dengan kontradiksi (dengan kebalikannya), sebagai berikut:

Andaikan bahwa $A \subseteq B$ akan dibuktikan $A + B \subseteq A$

Ambil sembarang $x \in A + B$ maka $x \in A$ atau $x \in B$ dan $x \notin A \cap B$

Karena $A \subseteq B$ maka $x \in B$ atau $x \in B$ dan $x \notin A \cap B$

Atau kita bisa tulis atau $x \in B$ dan $x \notin A \cap B$

Sehingga $x \in B$

Jadi $A + B \subseteq B$, hal ini bertentangan dengan $A + B \subseteq A$

Oleh karena itu pemisalan kita salah, yang benar seharusnya

$A + B \subseteq A$ jika dan hanya jika $B \subseteq A$.

Rangkuman

Operasi penjumlahan pada himpunan A dan B:

$$A + B = \{ x \mid x \in A, x \in B, x \notin A \cap B \}$$

Definisi di atas dibaca: penjumlahan himpunan A dan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya termasuk ke dalam himpunan itu masing-masing tapi bukan anggota himpunan $A \cap B$ (irisannya).

Sifat-sifat operasi penjumlahan pada himpunan

1. Sifat tertutupan

Definisi:

Misalkan $H = \{ A, B, C, \dots \} = \{ \text{himpunan} \}$

Untuk setiap A dan B anggota H maka $A + B$ anggota H

2. Sifat komutatif:

Jika terdapat dua himpunan A dan B maka $A + B = B + A$

3. Sifat Asosiatif

Jika terdapat tiga himpunan A, B dan C maka $(A + B) + C = A + (B + C) = (A + C) + B$

4. Sifat identitas Operasi Penjumlahan pada himpunan

Definisi:

Jika A adalah himpunan tidak kosong, sehingga $A + I = I + A = A$ maka I disebut sebagai identitas dari operasi penjumlahan pada himpunan.

Dalam hal ini identitas operasi penjumlahan pada himpunan adalah himpunan kosong.

OPERASI PENGURANGAN DAN PERKALIAN PADA HIMPUNAN

Sebelum masuk pada definisi operasi pengurangan pada dua himpunan berikut disajikan deskripsi kontekstual tentang operasi pengurangan pada dua himpunan

Jika A adalah himpunan semua pekerja dan pegawai pada sebuah perusahaan, dan B adalah himpunan semua pekerja dan pegawai yang diikutkan pada sebuah proyek, maka semua pekerja pada perusahaan yang tidak diikutkan pada proyek tersebut disebut selisih dari himpunan A dengan B.

Definisi 2.1:

Misalkan terdapat dua himpunan A dan himpunan B. selisih antara dua himpunan A dan B adalah himpunan yang semua anggotanya merupakan anggota A tetapi bukan anggota B. selisih dua himpunan A dan B ditulis $A - B$ atau A/B . dan dibaca selisih A dan B atau A dikurangi B.

Secara formal ditulis dalam notasi pembentuk himpunan :

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \}.$$

Jika E adalah sebuah himpunan semesta maka $E - A$ adalah himpunan yang semua anggotanya tidak ada di A. Himpunan $E - A$ disebut disebut komplement A dan akan Anda pelajari pada modul 5.

Contoh 2.1:

Tentukan $A - B$ jika diketahui:

$$A = \{ a, b, d, e, f \}$$

$$B = \{ 1, a, 2, b, 3, c \}$$

Jawab:

$A - B$ = himpunan yang merupakan anggota A tapi tidak ada di B, kita lihat pada contoh di atas a, b, d, e, f adalah anggota-anggota A, tetapi a, dan b anggota B sehingga bukan anggota $A - B$, jadi kita peroleh:

$$A - B = \{ d, e, f \}$$

Pada contoh di atas perhatikan bahwa $A \cap B = \{ a, b \}$, sehingga untuk mempermudah mencari $A - B$ Anda bisa mencari $A \cap B$ kemudian menentukan anggota A yang tidak menjadi anggota $A \cap B$, dan definisi di atas bisa kita rubah sebagai berikut:

$$A - B = \{ x \mid x \in A, x \notin A \cap B \}$$

Contoh 2.2:

Tentukan $A + B$ jika diketahui:

$$P = \{x \mid 0 < x < 10, x \text{ bilangan ganjil}\}$$

$$Q = \{x \mid -7 < x < 3, x \text{ bilangan bulat}\}$$

Jawab:

$$P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$Q = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$P \cap Q = \{1\}$$

$$\text{Maka } P - Q = \{3, 5, 7, 9\}$$

Contoh 2.3:

Tentukan $P - Q$ jika diketahui himpunan:

$P =$ Himpunan bilangan kuadrat yang kurang dari 100

$Q =$ Himpunan bilangan kubik yang kurang dari 100

Jawab:

$$P = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$$

$$Q = \{1, 8, 27, 64\}$$

$$P \cap Q = \{1, 64\}$$

$$\text{Maka } P - Q = \{4, 9, 16, 25, 36, 49, 81\}$$

Contoh 2.4:

$$\text{Diketahui } P = \{a, 1, b, 2, c, 3\}$$

$$Q = \{x, 4, y, 5, z, 6\}$$

Tentukan $P - Q$!

Jawab :

$$P \cap Q = \{ \}$$

$$\text{Maka } P - Q = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$$

Contoh 2.5:

Tentukan $P - Q$ jika diketahui himpunan:

$P =$ Himpunan bilangan prima yang kurang dari 10

$Q =$ Himpunan bilangan komposit yang kurang dari 10

Jawab:

$$P = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$Q = \{1, 4, 6, 8, 9\}$$

$$P \cap Q = \{ \}$$

$$\text{Maka } P - Q = \{2, 3, 5, 7\}$$

Sifat-sifat operasi pengurangan pada himpunan

1. Sifat ketertutupan

Definisi:

Misalkan $H = \{A, B, C, \dots\} = \{\text{himpunan}\}$

Untuk setiap A dan B anggota H maka $A - B$ anggota H

Bukti:

Menurut definisi: $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin A \cap B, x \in S \}$, perhatikan bahwa hasil di ruas kanan membentuk himpunan, ini berarti bahwa $A - B \in H$. jadi terbukti bahwa untuk setiap A dan B anggota H maka $A - B$ anggota H
Contoh-contoh di atas telah menunjukkan bahwa pengurangan pada dua buah himpunan menghasilkan himpunan.

Untuk kasus dimana himpunan A sama dengan himpunan B maka hasil pengurangannya adalah himpunan kosong yang secara formal ditulis dalam notasi pembentuk himpunan $A - B = \{ \} \Leftrightarrow A = B$

Bukti:

Ambil sembarang $x \in A$, karena $A = B$ maka $x \in B$. Oleh karena setiap anggota A merupakan anggota B maka $A = A \cap B$. sehingga $A - B = \{ \}$

Contoh 2.6:

Jika diketahui:

$$A = \{ s, d, f, g, h \}$$

$$B = \{ h, g, s, d, f \}$$

Tentukan:

a. $A - B$

b. $B - A$

Jawab:

a. $A \cap B = \{ h, g, s, d, f \}$

$$A - B = \{ \}$$

b. $B - A = \{ \}$

Pada contoh diatas kita lihat bahwa $A - B = B - A$, tetapi contoh ini tidak menjamin bahwa sifat komutatif berlaku pada operasi pengurangan himpunan. Pada contoh berikut ini akan kita buktikan secara tidak langsung bahwa **operasi pengurangan pada himpunan tidak bersifat komutatif.**

Contoh 2.7:

Jika diketahui:

$$A = \{ a, b, s, d, f, g, h \}$$

$$B = \{ c, h, i, l, d \}$$

Tentukan:

a. $A - B$

b. $B - A$

Jawab:

a. $A \cap B = \{ d, h \}$

$$A - B = \{ a, b, s, f, g \}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } B \cap A &= \{ d, h \} \\ B - A &= \{ c, h, I \} \end{aligned}$$

Sekali lagi perhatikan contoh 2. 6 dan 2. 7!

Pada contoh 2. 6 $A - B = B - A$, ini diakibatkan karena $A = B$ (anggota-anggota A sama dengan anggota-anggota B). Tapi pada contoh 2. 7 $A - B \neq B - A$, hal ini dikarenakan $A \neq B$, atau anggota-anggota A ada yang bukan anggota B atau sebaliknya. Karena pada kasus contoh 2. 7 $A - B \neq B - A$ maka hal ini menunjukkan bahwa pada operasi penjumlahan tidak berlaku sifat komutatif.

Contoh 2. 7 dapat digunakan sebagai *counter example* untuk membuktikan bahwa untuk setiap himpunan A dan B dimana $A \neq B$ maka $A - B \neq B - A$.

Lebih lanjut lagi karena operasi pengurangan pada himpunan tidak bersifat komutatif maka operasi pengurangan pada himpunan juga tidak memiliki sifat asosiatif. Pembuktian sifat ini dapat kita lakukan dengan cara yang sama seperti pembuktian sifat komutatif, yakni dengan memberikan *counter example* untuk sifat tersebut, seperti pada contoh 2.8 berikut!

Contoh 2. 8:

Misalkan diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

$$S = \{ r, n, a, k, m, e, i \}$$

$$T = \{ l, a, s, i, m, n \}$$

$$U = \{ l, i, u \}$$

Tentukan:

$$\text{a. } S - (T - U)$$

$$\text{b. } (S - T) - U$$

$$\text{c. } (S - U) - T$$

Jawab:

$$\text{a. } T - U = \{ a, s, m, n \}$$

$$\begin{aligned} S - (T - U) &= \{ r, n, a, k, m, e, i \} - \{ a, s, m, n \} \\ &= \{ e, i, k, r \} \end{aligned}$$

$$\text{b. } S - T = \{ r, n, k, e \}$$

$$\begin{aligned} (S - T) - U &= \{ r, n, k, e \} - \{ l, i, u \} \\ &= \{ e, n, k, r \} \end{aligned}$$

$$\text{c. } S - U = \{ r, n, a, k, m, e \}$$

$$\begin{aligned} (S - U) - T &= \{ r, n, a, k, m, e \} - \{ l, a, s, i, m, n \} \\ &= \{ e, k, r \} \end{aligned}$$

Pada contoh 2. 8 di atas $S - (T - U) \neq (S - T) - U \neq (S - U) - T$, sehingga jelaslah bahwa **sifat asosiatif tidak berlaku untuk operasi pengurangan pada himpunan**

Operasi pengurangan pada himpunan juga tidak memiliki elemen identitas ini dikarenakan operasi pengurangan pada himpunan tidak bersifat komutatif, bukti sifat ini kami tinggalkan sebagai latihan.

Contoh 2. 9:

Jika diketahui himpunan-himpunan:

$$P = \{ s, w, i, d \}$$

$$Q = \{ h, r, s, w, d, n \}$$

$$R = \{ h, i \}$$

Tentukan:

- a. $P \cup (Q - R)$
- b. $P \cap (R - Q)$
- c. $Q \cup (P - R)$
- d. $Q \cap (R - P)$
- e. $R \cup (Q - P)$
- f. $R \cap (P - Q)$

Jawab:

$$a. \quad Q - R = \{ r, s, w, d, h, n \}$$

$$\begin{aligned} P \cup (Q - R) &= P \cup \{ r, s, w, d, h, n \} \\ &= \{ s, w, i, d \} \cup \{ r, s, w, d, h, n \} \\ &= \{ i, d, h, n, r, s, w \} \end{aligned}$$

$$b. \quad R - Q = \{ i \}$$

$$\begin{aligned} P \cap (R - Q) &= P \cap \{ i \} \\ &= \{ s, w, i, d \} \cap \{ i \} \\ &= \{ i \} \end{aligned}$$

$$c. \quad P - R = \{ d, s, w \}$$

$$\begin{aligned} Q \cup (P - R) &= Q \cup \{ d, s, w \} \\ &= \{ h, r, s, w, d, n \} \cup \{ d, s, w \} \\ &= \{ d, h, n, r, s, w \} \end{aligned}$$

$$d. \quad R - P = \{ h \}$$

$$\begin{aligned} Q \cap (R - P) &= Q \cap \{ h \} \\ &= \{ h, r, s, w, d, n \} \cap \{ h \} \\ &= \{ h \} \end{aligned}$$

$$e. \quad Q - P = \{ h, n, r \}$$

$$R \cup (Q - P) = \{ h, i, n, r \}$$

$$f. \quad P - Q = \{ i \}$$

$$R \cap (P - Q) = \{ i \}$$

Contoh 2. 10:

Diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ a, c, t \}$$

$$B = \{ a, r, t \}$$

$$C = \{ c, r, e, a, t, i, v \}$$

Tentukan:

- $A + (B - C)$
- $(B - A) + C$
- $(B + A) \cap (C - A)$
- $(A + B) \cup (C - B)$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } B - C &= \{ a, r, t \} - \{ c, r, e, a, t, i, v \} \\ &= \{ \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + (B - C) &= \{ a, c, t \} - \{ \} \\ &= \{ a, c, t \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (B - A) &= \{ a, r, t \} - \{ a, c, t \} \\ &= \{ r \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (B - A) + C &= \{ r \} + \{ c, r, e, a, t, i, v \} \\ &= \{ a, c, e, i, t, v \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (B + A) \cap (C - A) &= \{ a, c, r, t \} \cap \{ e, i, r, v \} \\ &= \{ r \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } (A + B) \cup (C - B) &= \{ a, c, r, t \} \cup \{ c, e, i, v \} \\ &= \{ a, c, e, i, r, t, v \} \end{aligned}$$

Operasi perkalian pada himpunan

Sebelum Anda mempelajari operasi perkalian pada himpunan Anda perlu memahami istilah pasangan terurut (*ordered pair*). Misalkan Anda memiliki dua buah unsur yaitu x dan y , kedua unsur tersebut berasal dari dua himpunan yang berlainan. Maka bentuk sebuah pasangan terurut (x, y) dengan x disebut unsur pertama dan y disebut unsur kedua dari pasangan tersebut.

Karena merupakan anggota-anggota dari himpunan yang berlainan urutan pasangan sangat diperhatikan sehingga pasangan terurut (x, y) tidak sama dengan (y, x) . Untuk lebih jelasnya perhatikan ilustrasi berikut:

Jika Anda akan ke Madura dan berangkat dari Bandung maka Anda harus mampir di Surabaya, untuk menenpuh Bandung Surabaya Anda dapat menempuh beberapa pilihan alat transportasi yang dapat digunakan yaitu Kereta Api, Bus, Mobil dan kapal. Sedangkan untuk menempuh jarak Surabaya Madura, Anda juga dapat memilih alat transportasi yang akan Anda gunakan yaitu, Bus dan Pesawat. Jadi beberapa pilihan alat transportasi yang dapat Anda gunakan jika Anda ingin ke Madura dari Bandung dapat dituliskan berturut-turut sebagai berikut:

1. (Kereta Api, Bus)
2. (Kereta Api, Kapal)
3. (Bus, Bus)
4. (Bus, Kapal)
5. (Mobil, Bus)
6. (Mobil, Kapal)
7. (Kapal, Bus)
8. (Kapal, Kapal)

Jadi dari dua himpunan { Kereta Api, Bus, Mobil dan Kapal } dan { Bus dan Kapal } terdapat 8 buah pasangan terurut. Pada contoh di atas kita memiliki pasangan terurut (Kereta Api, Bus) tapi tidak memiliki pasangan terurut (Bus, Kereta Api) ini karena dalam definisi kita tidak memiliki alat transportasi Kereta Api dari Surabaya ke Madura. Jadi pada pasangan terurut, sifat urutan sangatlah penting.

Definisi pasangan terurut (ordered tuple) :

Pasangan terurut x dan y ditulis (x, y) adalah suatu pasangan yang unsur pertamanya x dan unsur keduanya y .

Banyaknya pasangan terurut x dan y dari dua buah himpunan A dan B adalah hasil kali hitung antara jumlah anggota himpunan A dan jumlah anggota himpunan B . Pada contoh di atas jumlah anggota himpunan pertama adalah 4 dan jumlah anggota himpunan kedua adalah 2, sehingga jumlah pasangan terurut yang terjadi sebanyak 8 buah.

Operasi perkalian pada himpunan

$$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in B \}$$

Definisi di atas menunjukkan bahwa hasil perkalian pada dua himpunan akan menghasilkan sebuah himpunan yang anggota-anggotanya adalah pasangan terurut. Seperti telah kita ketahui di atas bahwa pada sebuah pasangan terurut hasilnya akan berbeda jika tempatnya ditukarkan. Unsur pertama dari suatu pasangan terurut adalah anggota himpunan pertama yang dikalikan, sedangkan unsur kedua merupakan anggota dari himpunan kedua. Oleh karena itu perkalian himpunan $A \times B$ tidak akan sama dengan $B \times A$.

Contoh 2. 12:

Diketahui:

$$A = \{ 1, 2, 3 \}, B = \{ a, b \}$$

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}, \text{ sedangkan}$$

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

Karena pada contoh di atas $(x,y) \neq (y, x)$ maka dapat kita simpulkan bahwa $A \times B$ tidak sama dengan $B \times A$. sekaligus kita katakan bahwa **operasi perkalian pada himpunan tidak bersifat komutatif**

Contoh 2. 13:

Misalkan diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

$$P = \{ x \mid -2 < x < 4, x \in \mathbb{R} \}$$

$$Q = \{ x \mid 0 < x < 10, x \in \text{Bilangan prima} \}$$

Tentukan:

- Jumlah kemungkinan pasangan terurut yang mungkin terjadi dari P ke Q
- $P \times Q$
- $Q \times P$

Jawab:

$$P = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$Q = \{2, 3, 5, 7\}$$

- Jumlah anggota $P = n(P) = 5$, jumlah anggota $Q = n(Q) = 4$. jadi jumlah kemungkinan pasangan terurut yang terjadi adalah $5 \times 4 = 20$

- $P \times Q = \{(-1, 2), (-1, 3), (-1, 5), (0, 7), (0, 2), (0, 3), (0, 5), (0, 7), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

- $Q \times P = \{(2, -1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, -1), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, -1), (5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, -1), (7, 0), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$

LATIHAN 2

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

6. Diketahui himpunan-himpunan tak kosong sebagai berikut:
 $A = \{ n, h, u \}$
 $B = \{ r, s, l, a, u, h \}$
 $C = \{ a, s \}$
Tentukan:
e. $A - B$
f. $B - C$
g. $A - C$
h. $A - B - C$
7. Diketahui himpunan-himpunan yang didefinisikan sebagai berikut:
 $A = \{ x \mid 10 \leq x \leq 30, x \in \text{bilangan Asli yang habis dibagi 3} \}$
 $B = \{ x \mid 6 \leq x \leq 30, x \in \text{Bilangan Prima} \}$
 $C = \{ x \mid 22 \leq x \leq 28, x \in B \}$
Tentukan:
f. $A - (B \cap C)$
g. $B - (A \cap C)$
h. $C - (A \cap B)$
i. $(A \cap B) - (A \cap C)$
j. $A \cap (B - C)$
3. Pada suatu hari keluarga Pak Yoga melakukan rekreasi ke Dunia Fantasi, dua anak Pak Yoga, Andi dan Astri dan naik kicir-kicir sedangkan Pak Yoga Bu Yoga dan seorang keponakan laki-laki pak Yoga Heri naik Roller Coaster. Seorang keponakan perempuan Pak Yoga Reni dan dua anak Pak Yoga naik Roller Coaster pada antrian berikutnya setelah Pak Yoga. tentukan
c. Buatlah suatu kalimat matematika yang menyatakan himpunan anggota keluarga Pak Yoga yang hanya naik kicir-kicir. Petunjuk! Buatlah dulu himpunan dan anggota kelompoknya.
d. Siapa sajakah anggota keluarga Pak Yoga yang hanya menaiki salah satu jenis permainan yang ada di tempat tersebut?
- a. Beberapa himpunan didefinisikan sebagai berikut:
 $P = \{ x \mid 1 < x < 12, x \in B \}$
 $Q = \{ x \mid -4 \leq x < 4, x \in B, x \text{ habis dibagi 2} \}$
 $R = \{ x \mid 0 < x \leq 12, x \in \text{Bilangan prima} \}$
Tentukan:
m. $P \cap (Q - R)$
n. $Q \cap (P - R)$
o. $R \cap (Q - P)$
p. $P \cup (Q - R)$
q. $Q \cup (P - R)$
r. $R \cup (Q - P)$

- s. $P - (Q \cap R)$
- t. $Q - (P \cap R)$
- u. $R - (Q \cap P)$
- v. $P - (Q \cup R)$
- w. $Q - (P \cup R)$
- x. $R - (Q \cup P)$

b. Diketahui himpunan-himpunan:

$$A = \{ a, i, u, e, o \}$$

$$B = \{ r, s, t, v, w, x, y, z \}$$

$$C = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

Tentukan:

- a. Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke A, B ke B, C ke C!
 - b. Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke B, B ke C dan A ke C!
 - c. Pasangan terurut dari A ke B dan B ke A
 - d. Pasangan terurut dari A ke C dan C ke A
 - e. Pasangan terurut dari C ke B dan B ke C
- c. Tentukan kevalidan pernyataan berikut!
- $$A - B \subseteq A$$

Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu-rambui Jawaban Latihan 2

6. Gunakan definisi operasi pengurangan

$$\text{Diketahui: } A = \{ n, h, u \}$$

$$B = \{ r, s, l, a, u, h \}$$

$$C = \{ a, s \}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{e. } A - B &= \{ n, h, u \} - \{ r, s, l, a, u, h \} \\ &= \{ n \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } B - C &= \{ r, s, l, a, u, h \} - \{ a, s \} \\ &= \{ h, l, r, u \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } A - C &= \{ n, h, u \} - \{ a, s \} \\ &= \{ h, n, u \} \end{aligned}$$

$$\text{h. } (B - C) - (A - B) = \{ h, l, r, u \} - \{ n \}$$

$$= \{ h, l, r, u \}$$

$$\begin{aligned} \text{i. } (A - C) - (A - B) &= \{ h, n, u \} - \{ n \} \\ &= \{ h, n \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j. } (B - C) - (A - C) &= \{ h, l, r, u \} - \{ h, n, u \} \\ &= \{ l, r \} \end{aligned}$$

7. Gunakan definisi operasi pengurangan dan irisan

$$\text{Diketahui: } A = \{ 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \}$$

$$B = \{ 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 \}$$

$$C = \{ 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 \}$$

Jawab:

$$\text{f. } B \cap C = \{ 23 \}$$

$$\begin{aligned} A - (B \cap C) &= A - \{ 23 \} \\ &= \{ 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \} - \{ 23 \} \\ &= \{ 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \} \end{aligned}$$

$$\text{g. } (A \cap C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$$

$$\begin{aligned} B + (A \cap C) &= B + \{ 0, 3, 6, 9 \} \\ &= \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 \} \end{aligned}$$

$$\text{h. } (A \cap B) = \{ 3 \}$$

$$\begin{aligned} C + (A \cap B) &= C + \{ 3 \} \\ &= \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \} \end{aligned}$$

$$\text{i. } (A \cap B) = \{ 3 \}$$

$$(A \cap C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$$

$$(A \cap B) + (A \cap C) = \{ 0, 6, 9 \}$$

$$\text{j. } B + C = \{ -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10 \}$$

$$A \cap (B + C) = \{ 0, 3, 6, 9 \}$$

3. Petunjuk: Misalkan A himpunan anggota keluarga Pak Yoga yang naik kicir-kicir dan B anggota keluarga Pak Yoga yang naik Roller Coaster. Maka $A = \{ \text{Andi dan Astri} \}$ $B = \{ \text{Pak Yoga, Bu Yoga, Heri, Reni Andi dan Astri} \}$.

Jawab:

a. berdasarkan cerita dalam soal maka kalimat matematika yang tepat adalah $A - B$

b. anggota keluarga Pak Yoga yang hanya menaiki salah satu jenis permainan yang ada di tempat tersebut adalah $\{ \text{Pak Yoga, Bu Yoga, Heri, Reni} \}$

4. Gunakan definisi, sifat operasi penjumlahan, pengurangan, irisan dan gabung!

$$\text{Diketahui: } P = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$$

$$Q = \{ -4, -2, 0, 2, 4 \}$$

$$R = \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

Jawab:

a. $P \cap (Q - R)$

$$\text{Pertama cari } (Q - R) = \{ -4, -2, 0, 4 \}$$

$$\text{Lalu } P \cap (Q - R) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \} \cap \{ -4, -2, 0, 4 \}$$

$$\text{Maka } P \cap (Q - R) = \{ 4 \}$$

b. $Q \cap (P - R)$

$$\text{Pertama cari } (P - R) = \{ 4, 6, 8, 9, 10 \}$$

$$\text{Lalu } Q \cap (P - R) = \{ -4, -2, 0, 2, 4 \} \cap \{ 4, 6, 8, 9, 10 \}$$

$$\text{Maka } Q \cap (P - R) = \{ 4 \}$$

c. $R \cap (Q - P)$

$$\text{Pertama cari } (Q - P) = \{ -4, -2, 0 \}$$

$$\text{Lalu } R \cap (Q - P) = \{ 2, 3, 5, 7, 11 \} \cap \{ -4, -2, 0 \}$$

$$\text{Maka } R \cap (Q - P) = \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

d. $P \cup (Q - R)$

$$\{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \} \cup \{ -4, -2, 0, 4 \}$$

$$P \cup (Q - R) = \{ -4, -2, 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$$

e. $Q \cup (P - R)$

$$\{ -4, -2, 0, 2, 4 \} \cup \{ 4, 6, 8, 9, 10 \}$$

$$Q \cup (P - R) = \{ -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 9, 10 \}$$

f. $R \cup (Q - P)$

$$\{ 2, 3, 5, 7, 11 \} \cup \{ -4, -2, 0 \}$$

$$R \cup (Q - P) = \{ -4, -2, 0, 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

g. $P - (Q \cap R)$

$$\text{Pertama cari } (Q \cap R) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \} \cap \{ -4, -2, 0, 2, 4 \}$$
$$= \{ 2, 4 \}$$

$$\text{Lalu } P - (Q \cap R) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \} - \{ 2, 4 \}$$
$$= \{ 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$$

$$\text{Maka } P - (Q \cap R) = \{ 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$$

h. $Q - (P \cap R)$

$$\text{Pertama cari } (P \cap R) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \} \cap \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$
$$= \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

$$\text{Lalu } Q - (P \cap R) = \{ -4, -2, 0, 2, 4 \} - \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

$$= \{ -4, -2, 0, 4 \}$$

i. $R - (Q \cap P)$

$$\text{Pertama cari } (Q \cap P) = \{4, -2, 0, 2, 4\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$= \{2, 4\}$$

$$\text{Lalu } R - (Q \cap P) = \{2, 3, 5, 7, 11\} - \{2, 4\}$$

$$= \{3, 5, 7, 11\}$$

$$\text{Jadi } R - (Q \cap P) = \{3, 5, 7, 11\}$$

5. Gunakan definisi operasi perkalian pada himpunan

Diketahui: $A = \{a, i, u, e, o\}$

$$B = \{r, s, t, v, w, x, y, z\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Jawab:

a. $n(A) = 5, n(B) = 8, n(C) = 5$

Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke A = $5 \times 5 = 25$

Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari B ke B = $8 \times 8 = 64$

Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke A = $5 \times 5 = 25$

b. Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke B = $5 \times 8 = 40$

Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari B ke C = $8 \times 5 = 40$

Jumlah kemungkinan pasangan terurut dari A ke C = $5 \times 5 = 26$

c. Pasangan terurut dari C ke B dan B ke C

$$\text{Pasangan terurut dari B ke C} = \{(r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (s, 1), (s, 2), (s, 3), (s, 4), (s, 5), (t, 1), (t, 2), (t, 3), (t, 4), (t, 5), (v, 1), (v, 2), (v, 3), (v, 4), (v, 5), (w, 1), (w, 2), (w, 3), (w, 4), (w, 5), (x, 1), (x, 2), (x, 3), (x, 4), (x, 5), (y, 1), (y, 2), (y, 3), (y, 4), (y, 5), (z, 1), (z, 2), (z, 3), (z, 4), (z, 5)\}$$

$$\text{Pasangan terurut dari C ke B} = \{(1, r), (1, s), (1, t), (1, v), (1, w), (1, x), (1, y), (1, z), (2, r), (2, s), (2, t), (2, v), (2, w), (2, x), (2, y), (2, z), (3, r), (3, s), (3, t), (3, v), (3, w), (3, x), (3, y), (3, z), (4, r), (4, s), (4, t), (4, v), (4, w), (4, x), (4, y), (4, z), (5, r), (5, s), (5, t), (5, v), (5, w), (5, x), (5, y), (5, z)\}$$

6. Gunakan sifat, definisi operasi pengurangan dan sub himpunan

Menurut definisi $A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}$

Kita akan lihat kasus per kasus!

a. Jika A himpunan kosong dan B himpunan kosong

A tidak memiliki anggota dan B tidak memiliki anggota

Berarti $\emptyset \subseteq \emptyset$

Maka $A - B \subseteq A$

- b. Jika A himpunan kosong dan B himpunan tak kosong
A tidak memiliki anggota dan B tidak memiliki anggota
Berarti $\phi \subseteq \phi$
Maka $A - B \subseteq A$
- c. Jika A himpunan tak kosong dan B himpunan kosong
Ambil sembarang x anggota himpunan $A - B$, karena B himpunan kosong
maka $x \in A$
Jadi $A \subseteq A$
Sehingga Maka $A - B \subseteq A$
- d. Jika A himpunan tak kosong dan B himpunan tak kosong
Ambil sembarang x anggota himpunan $A - B$, karena B himpunan tak kosong
maka $x \in A$ dan $x \notin B$
Jadi $A \subseteq A$
Sehingga Maka $A - B \subseteq A$

Karena untuk semua kasus $A - B \subseteq A$, maka

$$A - B \subseteq A$$

RANGKUMAN

Operasi pengurangan pada himpunan A dan B:

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \}.$$

Definisi di atas dibaca: pengurangan himpunan A dan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya termasuk ke dalam himpunan A tapi bukan anggota B

Sifat-sifat operasi penjumlahan pada himpunan

1. Sifat ketertutupan (*closed*)

Definisi:

Misalkan $H = \{ A, B, C, \dots \} = \{ \text{himpunan} \}$

Untuk setiap A dan B anggota H maka $A - B$ anggota H

Operasi pengurangan tidak bersifat komutatif, tidak bersifat asosiatif dan tidak memiliki unsur identitas.

Pasangan terurut :

Pasangan terurut x dan y ditulis (x, y) adalah suatu pasangan yang unsur pertamanya x dan unsur keduanya y.

Operasi perkalian pada himpunan

$$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in B \}$$

Perkalian himpunan A dan B adalah suatu pasangan terurut yang unsur pertamanya anggota A dan unsur keduanya anggota B

Pada perkalian himpunan tidak berlaku sifat komutatif, kecuali $A = B$

Seperti telah disebutkan sebelumnya bahwa manusia selalu berhubungan dengan himpunan, bahkan manusia sendiri terdiri dari himpunan-himpunan yang bisa kita definisikan. Apa yang disajikan pada modul berikut adalah kelanjutan dari modul-modul sebelumnya yang telah Anda pelajari, yaitu operasi komplemen pada satu dan atau lebih dari satu himpunan. Jika Anda pernah mengenal kata negasi maka konsep operasi komplemen tidak akan terlalu sulit untuk Anda pelajari.

Pada beberapa operasi yang telah Anda pelajari, operasi penjumlahan misalnya, tidak dihubungkan/dioperasikan secara langsung dengan himpunan semesta, dan bahkan pada operasi-operasi terdahulu, tanpa mengetahui himpunan semesta pun kita tetap bisa melakukan operasi tersebut. Tetapi pada operasi yang akan Anda pelajari pada modul berikut ini, himpunan semesta adalah sesuatu hal penting yang wajib diketahui sebelum Anda melakukan operasi komplemen.

Pada bahan belajar kali ini Anda akan pelajari komplemen dari satu atau lebih himpunan dan operasi yang sebelumnya telah Anda pelajari, yaitu komplemen dari irisan, gabungan, penjumlahan dan pengurangan beberapa himpunan.

Operasi Komplemen Pada Himpunan

Pada bagian terdahulu Anda telah mempelajari operasi-operasi pada himpunan, yaitu irisan, gabungan, penjumlahan dan pengurangan. Operasi selanjutnya yang akan Anda pelajari adalah operasi komplemen. Pada dasarnya operasi komplemen pada himpunan mirip dengan operasi pengurangan pada himpunan, hanya saja operasi pengurangan biasanya diterapkan pada dua himpunan yang merupakan anggota dari himpunan semesta. Sedangkan operasi komplemen biasanya berkaitan dengan himpunan semesta dan salah satu atau lebih anggota dari himpunan semesta tersebut. Selanjutnya operasi komplemen dapat diartikan sebagai anggota himpunan yang bukan merupakan operasi sebelumnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan deskripsi-deskripsi berikut sebagai hasil dari deskripsi pada operasi-operasi yang telah lebih dulu Anda pelajari.

Dalam dunia ini Tuhan menciptakan macam-macam makhluk hidup. Dalam klasifikasi manusia Tuhan menciptakan makhluk hidup yang digolongkan kepada 3 kelompok. Kelompok yang pertama adalah manusia, kelompok kedua adalah hewan dan yang ketiga kelompok tumbuhan. Jika kita ingin mengetahui makhluk-mahluk Tuhan apa saja yang tidak memiliki akal sekaligus pikiran, maka jawaban Anda tentu saja adalah hewan dan tumbuhan.

Berdasarkan deskripsi di atas mari kita telaah dalam simbol matematis! Kita misalkan semesta pembicaraan kita adalah makhluk ciptaan Tuhan yang kita simbolkan dengan $S = \{ \text{mahluk ciptaan Tuhan} \} = \{ \text{manusia, hewan dan tumbuhan} \}$. Kemudian $A = \{ \text{mahluk ciptaan Tuhan yang memiliki akal dan pikiran} \} = \{ \text{manusia} \}$, yang ingin kita ketahui adalah makhluk ciptaan Tuhan yang tidak memiliki akal dan pikiran.

Berdasarkan definisi yang telah Anda pelajari sebelumnya maka simbol untuk menyelesaikan permasalahan ini adalah:

$$S - A = \{ x \mid x \in S, x \notin A \}$$

Yang dibaca bahwa himpunan makhluk ciptaan Tuhan yang tidak memiliki akal dan pikiran adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan merupakan anggota A . sehingga kita menghasilkan himpunan yang anggota selain dari anggota A yaitu hewan dan tumbuhan.

Disini kita mengurangkan dua himpunan yaitu himpunan S (semesta) dengan A yang merupakan anggota himpunan semesta. Operasi pengurangan pada himpunan yang melibatkan semesta pembicaraan disebut komplemen. Pada kasus di atas sebenarnya kita mencari komplemen dari A yang di tulis A^c .

Definisi komplemen suatu himpunan:

$$A^c = \{ x \mid x \in S, x \notin A \}$$

Definisi di atas kita baca komplemen dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan anggota A.

Simbol komplemen yang lain adalah $\sim A$ atau A' keduanya dibaca komplemen dari himpunan A.

Jika beberapa himpunan diberikan definisinya secara jelas dengan notasi yang lengkap, maka hasil gabungan, irisan, penjumlahan dan pengurangan himpunannya tidak bergantung pada himpunan semesta. Dengan kata lain hasil operasi-operasi tersebut tidak akan berubah meskipun himpunan semestanya dirubah atau diganti. Misalkan gabungan himpunan $A = \{ 3, 6, 9, \dots \}$ dan $B = \{ 4, 7, 11, \dots \}$ adalah sama dalam semesta pembicaraan bilangan asli ataupun bilangan bulat, atau bahkan bilangan real. Tapi hal ini tidak berlaku dalam operasi komplemen. Jika kita memiliki himpunan $A = \{ 2, 4, 6, \dots \}$ komplemen dari himpunan A atau A^c adalah $\{ 1, 3, 5, \dots \}$ jika semesta pembicaraan kita adalah bilangan asli. Jika kita rubah himpunan semesta kita dengan bilangan bulat maka komplemen himpunan A adalah $\{ 1, 3, 5, \dots, 0, -1, -2, \dots \}$. Jadi ketika mengoperasikan komplemen suatu himpunan, semesta pembicaraan harus terlebih dahulu didefinisikan.

Contoh-contoh komplemen himpunan:

Contoh 1. 1:

Diketahui semesta pembicaraan adalah bilangan cacah.

A adalah himpunan bilangan genap.

Maka A^c adalah bilangan ganjil.

Contoh 1.2:

Diketahui semesta pembicaraan adalah bilangan asli.

B adalah himpunan bilangan prima.

Maka B^c adalah bilangan komposit.

Contoh 1. 3:

Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan manusia.

Jika C adalah himpunan manusia yang suka merokok

Maka C^c adalah himpunan bukan perokok.

Contoh 1.4:

Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan manusia .

D adalah himpunan manusia yang vegetarian.

Maka D^c adalah himpunan manusia yang memakan daging.

Setelah beberapa contoh operasi komplemen pada himpunan berikut disajikan beberapa contoh operasi komplemen yang berkaitan dengan operasi-operasi sebelumnya yang telah Anda pelajari.

Contoh 1. 5:

Misalkan terdapat himpunan $A = \{ 1, 2, 3 \}$

$B = \{ 2, 4, 6 \}$

$C = \{ 3, 4, 5, 7 \}$ dan

$S = \{ x \mid 1 \leq x \leq 8; x \in \text{Asli} \}$

Tentukan :

- a. A^c
- b. B^c
- c. C^c
- d. $(A \cup B)^c$
- e. $(A \cap B)^c$
- f. $(A \cup C)^c$
- g. $(A \cap C)^c$
- h. $(B \cup C)^c$
- i. $(B \cap C)^c$
- j. $(A + B)^c$
- k. $(A - B)^c$
- l. $(A + C)^c$
- m. $(A - C)^c$
- n. $(B + C)^c$
- o. $(B - C)^c$

Jawab:

Dengan $S = \{ x \mid 1 \leq x \leq 8; x \in \text{Asli} \} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ dan himpunan A, B, dan C yang diketahui akan kita cari:

- a. A^c , adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan semesta tetapi yang bukan anggota A, yaitu:

$$A^c = S - A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 1, 2, 3 \}$$

sehingga kita peroleh $A^c = \{ 4, 5, 6, 7, 8 \}$

- b. B^c adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan semesta tetapi yang bukan anggota B, yaitu:

$$B^c = S - B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 2, 4, 6 \}$$

sehingga kita peroleh $B^c = \{ 1, 3, 5, 7, 8 \}$

- c. C^c adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan semesta tetapi yang bukan anggota C, yaitu:

$$C^c = S - C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 3, 4, 5, 7 \}$$

sehingga kita peroleh $C^c = \{ 1, 2, 6, 8 \}$

- d. $(A \cup B)^c$ adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan semesta tetapi yang bukan anggota $(A \cup B)$, sehingga kita harus mencari terlebih dahulu $(A \cup B)$.

Ingat bahwa $(A \cup B)$ = himpunan yang menjadi anggota A atau anggota B, sehingga kita dapatkan $(A \cup B) = \{ 1, 2, 3, 4, 6 \}$

Maka kita dapatkan $(A \cup B)^c = \{ 5, 7, 8 \}$

- e. $(A \cap B)^c$, adalah himpunan yang terdiri dari anggota himpunan semesta tetapi yang bukan anggota $(A \cap B)$, artinya harus kita cari terlebih dahulu $(A \cap B)$.

$(A \cap B)$ = himpunan yang menjadi anggota A dan juga anggota B, sehingga kita dapatkan $(A \cap B) = \{ 2 \}$

Dengan demikian kita dapatkan $(A \cap B)^c = \{ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

- f. $(A \cup C)^c$.

Sama halnya seperti mencari nomor d kita cari terlebih dahulu $(A \cup C)$.

$(A \cup C)$ adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan C, disini kita peroleh $(A \cup C) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7 \}$

Tentukan $(A \cup C)^c = S - \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7 \} = \{ 6, 8 \}$

Jadi $(A \cup C)^c = \{ 6, 8 \}$

- g. $(A \cap C)^c$

Untuk menyelesaikan soal ini akan kita cari $(A \cap C)$ seperti menyelesaikan soal no e.

Pertama kita cari $(A \cap C) = \{ 3 \}$, tentukan anggota himpunan semesta yang bukan 3, atau kita tulis $(A \cap C)^c = S - (A \cap C) = S - \{ 3 \}$

Dengan demikian kita peroleh $(A \cap C)^c = \{ 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

- h. $(B \cup C)^c$

Cari $(B \cup C) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

Lalu cari anggota semesta yang bukan anggota $(B \cup C)$ atau kita tulis:

$$(B \cup C)^c = S - (B \cup C) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} \\ = \{ 1, 8 \}$$

dengan demikian kita dapatkan $(B \cup C)^c = \{ 1, 8 \}$

- i. $(B \cap C)^c$

Pertama cari $(B \cap C)$, yaitu himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan B yang juga merupakan anggota himpunan C. Dalam hal ini kita peroleh $(B \cap C) = \{ 4, 5 \}$.

Tentukan anggota himpunan semesta yang bukan $\{ 4, 5 \}$ atau ditulis:

$$(B \cap C)^c = S - (B \cap C) = S - \{ 4, 5 \} = \{ 1, 2, 3, 6, 7, 8 \}$$

Jadi kita peroleh $(B \cap C)^c = \{ 1, 2, 3, 6, 7, 8 \}$

j. $(A + B)^c$

Pertama kita tentukan $(A + B)$, ingat bahwa $A + B$ adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan A atau anggota himpunan B, tapi bukan anggota irisannya. Jadi kita tentukan terlebih dahulu $A \cap B$.

Dari no. d kita tahu bahwa $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 6 \}$ sedangkan dari no.e kita peroleh $A \cap B = \{ 2 \}$, kemudian kita tentukan $A + B$.

$$\begin{aligned} A + B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 6 \} - \{ 2 \} \\ &= \{ 1, 3, 4, 6 \} \end{aligned}$$

Kembali pada yang harus kita cari adalah $(A + B)^c$, artinya kita tentukan himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan anggota $(A + B)$.

$$\text{Jadi } (A + B)^c = S - (A + B) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 1, 3, 4, 6 \} = \{ 2, 5, 7, 8, \}$$

$$\text{Dengan demikian } (A + B)^c = \{ 2, 5, 7, 8, \}$$

k. $(A - B)^c$

Pertama kita tentukan $(A - B)$, ingat bahwa $A - B$ adalah himpunan yang anggotanya adalah semua anggota himpunan A yang tidak menjadi anggota himpunan B.

$$(A - B) = \{ 1, 2, 3 \} - \{ 2, 4, 6 \} = \{ 1, 3 \}$$

Kemudian tentukan $(A - B)^c$, yaitu himpunan yang anggotanya adalah semua anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota $(A - B)$, yaitu :

$$\begin{aligned} (A - B)^c &= S - (A - B) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 1, 3 \} \\ &= \{ 2, 4, 5, 6, 7, 8 \} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi } (A - B)^c = \{ 2, 4, 5, 6, 7, 8 \}.$$

l. $(A + C)^c$

Sama seperti halnya no j, pertama kita tentukan $(A + C)$, dimana $A + C$ adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan A atau anggota himpunan C, tapi bukan anggota irisannya A dan C. Jadi kita tentukan terlebih dahulu $A \cap C$.

Dari no. f kita tahu bahwa $A \cup C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7 \}$ sedangkan dari no.g kita peroleh $A \cap C = \{ 3 \}$, kemudian kita tentukan $A + C$.

$$\begin{aligned} A + C &= (A \cup C) - (A \cap C) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7 \} - \{ 3 \} \\ &= \{ 1, 2, 4, 5, 7 \} \end{aligned}$$

Setelah itu kita cari $(A + C)^c$, yang berarti bahwa kita harus menentukan himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan anggota $(A + C)$.

$$\begin{aligned} \text{Jadi } (A + C)^c &= S - (A + C) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 1, 2, 4, 5, 7 \} \\ &= \{ 3, 6, 8 \} \end{aligned}$$

Dengan demikian $(A + C)^c = \{ 3, 6, 8 \}$

m. $(A - C)^c$

Cara mengerjakan soal ini sama dengan no k, pertama kita tentukan $(A - C)$, dimana $A - C$ adalah himpunan yang anggotanya adalah semua anggota himpunan A yang tidak menjadi anggota himpunan C .

$$(A - C) = \{ 1, 2, 3 \} - \{ 3, 4, 5, 7 \} = \{ 1, 2 \}$$

Kemudian tentukan $(A - C)^c$, yaitu himpunan yang anggotanya adalah semua anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota $(A - C)$, yaitu :

$$\begin{aligned}(A - C)^c &= S - (A - C) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 1, 2 \} \\ &= \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}\end{aligned}$$

Jadi $(A - C)^c = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$.

n. $(B + C)^c$

Tentukan $(B + C)$, dari no. h kita tahu $(B \cup C) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$, dan dari no i, kita dapatkan $(B \cap C) = \{ 4, 5 \}$.

$$(B + C) = (B \cup C) - (B \cap C) = 18$$

120

$$\begin{aligned}&= \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} - \{ 4, 5 \} \\ &= \{ 2, 3, 6, 7 \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(B + C)^c &= S - (B + C) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 2, 3, 6, 7 \} \\ &= \{ 1, 4, 5, 8 \}\end{aligned}$$

Jadi $(B + C)^c = \{ 1, 4, 5, 8 \}$

o. $(B - C)^c$

Tentukan $(B - C)$ terlebih dahulu

$$B - C = \{ 2, 4, 6 \} - \{ 3, 4, 5, 7 \}$$

$$= \{ 2, 6 \}$$

$$\begin{aligned}\text{Kemudian } (B - C)^c &= S - (B - C) \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} - \{ 2, 6 \} \\ &= \{ 1, 3, 4, 5, 7, 8 \}\end{aligned}$$

Jadi $(B - C)^c = \{ 1, 3, 4, 5, 7, 8 \}$

Contoh 1. 6:

Misalkan terdapat himpunan nama-nama mahasiswa sebagai berikut:

ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA.

Tentukan:

- a. himpunan A yaitu himpunan nama-nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal 2 buah!
- b. himpunan B yaitu himpunan nama-nama mahasiswa yang memiliki huruf konsonan minimal 3 buah !
- c. himpunan C yaitu himpunan nama-nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal i!
- d. himpunan D yaitu himpunan nama-nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal a!
- e. himpunan E yaitu himpunan nama-nama mahasiswa yang namanya tidak berakhir dengan huruf vokal!.
- f. Komplemen A!
- g. Komplemen B!
- h. Komplemen C!
- i. Komplemen D!
- j. Komplemen E!
- k. $(A \cup B)^c$!
- l. $(A \cap B)^c$!
- m. $(C \cup D)^c$!
- n. $(C \cap D)^c$!
- o. $(E + B)^c$!
- p. $(E - C)^c$!
- q. $(A + B)^c \cap C$!
- r. $(A - E) \cup C^c$!

Jawab:

Dari soal kita ketahui bahwa semesta pembicaraan S adalah { **ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA** }

- a. A adalah himpunan nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal 2 buah maka $A = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, GHAMA} \}$
- b. B adalah himpunan nama mahasiswa yang memiliki konsonan minimal 3 buah maka $B = \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \}$
- c. C adalah himpunan nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal i , maka $C = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \}$
- d. D merupakan himpunan semua nama mahasiswa yang memiliki huruf vokal a, maka $D = \{ \text{ADI, ITA, GITA, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \}$

- e. E adalah himpunan semua nama mahasiswa yang berakhir dengan huruf vokal, sehingga $E = \{ \text{ADI, ITA,, GITA HERI, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \}$
- f. Komplemen A adalah semua anggota semesta pembicaraan yang tidak menjadi anggota R, jadi
 $A^c = S - A$
 $= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, GHAMA} \}$
 $= \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, CHRISTINA} \}$
- g. Komplemen B adalah semua anggota semesta pembicaraan yang tidak menjadi anggota B, maka
 $B^c = S - B$
 $= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, GHAMA} \}$
 $= \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, CHRISTINA} \}$
Jadi $B^c = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI} \}$
- h. Komplemen C adalah semua anggota semesta pembicaraan yang tidak menjadi anggota C, maka
 $C^c = S - C$
 $= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \}$
 $= \{ \text{MELLY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA} \}$
- i. Komplemen D adalah semua anggota semesta pembicaraan yang bukan merupakan anggota D, sehingga
 $D^c = S - D$
 $= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA CHRISTINA} \}$
 $D^c = \{ \text{MELLY, HERI, KIKKY} \}$
- j. Komplemen E adalah semua anggota himpunan semesta yang tidak menjadi anggota E, sehingga
 $E^c = S - E$
 $= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA,, GITA HERI, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \}$
Jadi $E^c = \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN,} \}$

k. $(A \cup B)^c$!

Untuk menyelesaikan soal ini, pertama kita tentukan $(A \cup B)$. Ingat bahwa gabungan dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang menjadi anggota A atau anggota B

$$\begin{aligned}(A \cup B) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, GHAMA} \} \cup \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \}\end{aligned}$$

$(A \cup B)^c$ adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan semesta tapi bukan anggota $(A \cup B)$, jadi

$$\begin{aligned}(A \cup B)^c &= S - (A \cup B)^c \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, GHAMA, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, CHRISTINA} \}\end{aligned}$$

$$\text{Jadi } (A \cup B)^c = \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA CHRISTINA} \}$$

l. $(A \cap B)^c$!

Langkah pertama untuk menyelesaikan soal ini adalah dengan mencari $(A \cap B)$. perhatikan bahwa himpunan $(A \cap B)$ adalah suatu himpunan yang menjadi anggota A dan juga merupakan anggota B. sehingga

$$\begin{aligned}(A \cap B) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, GHAMA} \} \cap \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{GHAMA} \}\end{aligned}$$

$(A \cap B)^c$ merupakan himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan semesta tapi bukan anggota $(A \cap B)$, sehingga,

$$\begin{aligned}(A \cap B)^c &= S - (A \cap B) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{GHAMA} \} \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, dan CHRISTINA} \}\end{aligned}$$

m. $(C \cup D)^c$!

Pertama tentukan $(C \cup D) = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \} \cup \{ \text{ADI, ITA, GITA, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA CHRISTINA} \}$, sehingga

$$(C \cup D) = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA, GUNAWAN, GHAMA} \}$$

Sekarang tentukan $(C \cup D)^c$ yaitu anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota $(C \cup D)$, yaitu:

$$\begin{aligned} (C \cup D)^c &= S - (C \cup D) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA, GUNAWAN, MARTIA} \} \\ &= \{ \text{MELLY} \} \end{aligned}$$

n. $(C \cap D)^c!$

Tentukan $(C \cap D) = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \} \cap \{ \text{ADI, ITA, GITA, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA CHRISTINA} \}$ sehingga

$$\begin{aligned} (C \cap D) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, CHRISTINA} \} \\ (C \cap D)^c &= S - (C \cap D) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{MELLY, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA} \} \end{aligned}$$

o. $(E + B)^c!$

Tentukan $(E + B)$, ingat bahwa penjumlahan dua buah himpunan menghasilkan sebuah himpunan yang merupakan anggota masing-masing himpunan tersebut tapi bukan anggota kedua-duanya (irisannya). Oleh karena itu $E + B = (E \cup B) - (E \cap B)$

Jadi langkah pertama tentukan $(E \cup B)$ dan $(E \cap B)$.

$$\begin{aligned} (E \cup B) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &\quad \cup \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (E \cap B) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &\quad \cap \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga } E + B &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &\quad - \{ \text{MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN} \} \end{aligned}$$

Sekarang kita tentukan $(E + B)^C$, yaitu semua anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota himpunan $(E + B)$. Jadi:

$$\begin{aligned} (E + B)^C &= S - (E + B) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN} \} \\ &= \{ \text{MARTIA, GHAMA GUNAWAN} \} \end{aligned}$$

p. $(E - C)^C$!

Tentukan $E - C$ yaitu himpunan yang semua anggotanya adalah anggota himpunan E tapi bukan anggota himpunan C. jadi

$$\begin{aligned} E - C &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \text{MELLY, GUNAWAN, GHAMA} \} \end{aligned}$$

Kemudian tentukan semua anggota yang merupakan anggota semesta tapi bukan merupakan anggota $E - C$.

$$\begin{aligned} (E - C)^C &= S - (E - C) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} - \{ \text{MELLY, GUNAWAN, GHAMA} \} \\ &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \} \end{aligned}$$

q. $(A + B)^C \cap C$!

Langkah pertama mengerjakan soal ini adalah dengan menoperasikan dua himpunan yang diberi tanda kurung, tentukan $A + B$.

$$\begin{aligned} A + B &= \{ x \mid x \in A, x \in B, x \notin A \cap B \} \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (\{ \text{ADI, ITA, GITA HERI, GHAMA} \} \cup \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \}) - (\{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, GHAMA} \} \cap \{ \text{MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \}) \\ &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GHAMA, GUNAWAN, MARTIA, CHRISTINA} \} - \{ \text{GHAMA} \} \end{aligned}$$

$$A + B = \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, CHRISTINA} \}$$

Tentukan $(A + B)^C = S - (A + B)$

$$(A + B)^C = \{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA, GHAMA dan CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA,} \}$$

**HERI, MELLY, KIKKY, GUNAWAN, MARTIA,
CHRISTINA }
= { GHAMA }**

Selanjutnya tentukan $(A + B)^C \cap C$.

$$\begin{aligned} (A + B)^C \cap C &= \{ \text{GHAMA} \} \cap \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, KIKKY,} \\ &\quad \text{MARTIA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \} \end{aligned}$$

r. $(A - E) \cup C^C$!

Pertama kita cari $(A - E)$. Ingat bahwa $A - E$ adalah sebuah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan E.

$$\begin{aligned} (A - E) &= \{ \text{ADI, ITA, GITA, HERI, GHAMA} \} - \{ \text{ADI, ITA, GITA,} \\ &\quad \text{HERI, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} \\ &= \{ \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A - E) \cup C^C &= \{ \} \cup (S - C) \\ &= \{ \} \cup (\{ \text{ADI, ITA, MELLY, GITA, HERI, KIKKY,} \\ &\quad \text{GUNAWAN, MARTIA, GHAMA, CHRISTINA} \} - \{ \text{ADI,} \\ &\quad \text{ITA, GITA, HERI, KIKKY, MARTIA, CHRISTINA} \}) \\ &= \{ \} \cup \{ \text{GUNAWAN, GAHAMA} \} \\ &= \{ \text{GUNAWAN, GAHAMA} \} \end{aligned}$$

Jadi $(A - E) \cup C^C = \{ \text{GUNAWAN, GAHAMA} \}$

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

Latihan 1

1. Misalkan terdapat himpunan sebagai berikut:

$$A = \{ 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13 \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 16, 17, 18 \}$$

$$C = \{ 2, 4, 6, 12, 14, 16 \}$$

Jika semesta pembicaraan adalah himpunan bilangan cacah yang kurang dari 20, tentukanlah:

- A^C
- B^C
- C^C

2. Misalkan semesta pembicaraan adalah himpunan bilangan ganjil dan prima antara 0 sampai 20 A adalah himpunan bilangan yang merupakan faktor dari 15, sedangkan B adalah bilangan yang merupakan faktor prima dari 2310, tentukan:

- A^C
- B^C

- c. $(A \cup B)^C$
- d. $(A \cap B)^C$
- e. $(A - B)^C$
- f. $(A + B)^C$

3. Misalkan diketahui himpunan-himpunan yang didefinisikan sebagai berikut:

$$A = \{ 1, 3, 4, 6, 7, 9 \}$$

$$B = \{ 2, 3, 4, 7, 8, 9 \}$$

$$C = \{ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10 \}$$

- a. komplemen A, komplemen B, komplemen C
- b. $(A \cup B)^C$
- c. $(B \cup C)^C$
- d. $(A \cup C)^C$
- e. $(A \cap B)^C$
- f. $(B \cap C)^C$
- g. $(A \cap C)^C$
- h. $(A - B)^C$
- i. $(C - B)^C$
- j. $(A - C)^C$
- k. $(A + B)^C$
- l. $(C + B)^C$
- m. $(A + C)^C$

4. Suatu perusahaan membutuhkan karyawan untuk ditempatkan dalam beberapa bidang dengan kualifikasi tertentu, diantaranya 50 orang untuk staf administrasi yang minimal merupakan lulusan S1, 10 orang manager minimal lulusan S1, 20 orang untuk bagian quality control berasal minimal lulusan S1, 25 orang office boy minimal lulusan SMA, 30 orang cleaning service minimal lulusan dari SMP, 3 orang humas minimal lulusan dari S1, 2 orang HRD minimal lulusan dari S2, 15 orang satpam minimal lulusan SMA, 10 orang untuk ditempatkan sebagai laboran yang minimal lulusan S2, serta karyawan pabrik yang berjumlah 500 orang yang minimal berijazah SMA. Berdasarkan hal tersebut buatlah:

- a. himpunan A yang merupakan himpunan pekerjaan yang syaratnya minimal berijazah S1.
- b. Himpunan B yang merupakan himpunan pekerjaan yang ditempatkan sebagai pekerja lapangan
- c. Himpunan C yang merupakan himpunan pekerjaan yang memiliki kapasitas lowongan pekerjaan lebih dari atau sama dengan 15 orang pekerja
- d. Himpunan D yaitu, himpunan yang merupakan himpunan pekerjaan yang calon pekerjanya tidak disarankan memiliki ijazah sarjana!
- e. Jumlah anggota himpunan calon pekerja yang tidak bekerja di lapangan.

- f. Jumlah anggota himpunan yang merupakan himpunan calon pekerja yang memiliki kapasitas lowongan pekerjaan kurang dari 15 orang pekerja
- g. $(A \cup B)^C$
- h. $(A \cap C)^C$
- i. $(C - B)^C$
- j. $(C + B)^C$
- k. $(A + C)^C$
- l. $(A \cup B)^C - C$
- m. $(A \cap C)^C + B$
- n. $(C - B)^C \cup A^C$
- o. $(A + C)^C \cap (C + B)^C$

Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu-rambui Jawaban Latihan 1

1. Gunakan definisi komplemen suatu himpunan!

Diketahui : $A = \{ 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13 \}$

$B = \{ 1, 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13, 16, 17, 18 \}$

$C = \{ 2, 4, 6, 12, 14, 16 \}$

$S = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19 \}$

a. $A^C = S - A$
 $= \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19 \} - \{ 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13 \}$
 $= \{ 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19 \}$

b. $B^C = S - B$
 $= \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19 \} - \{ 1, 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13, 16, 17, 18 \}$
 $= \{ 0, 4, 5, 8, 9, 14, 15, 19 \}$

c. $C^C = S - C$
 $= \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19 \} - \{ 2, 4, 6, 12, 14, 16 \}$
 $= \{ 0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19 \}$

2. Gunakan definisi operasi komplemen!

$A = \{ 1, 3, 5, 15 \}$

$B = \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$

$S = \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \}$

a. $A^C = S - A$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 1, 3, 5, 15 \}$$

$$= \{ 2, 7, 9, 11, 13, 17, 19 \}$$

b. $B^C = S - B$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

$$= \{ 1, 9, 13, 15, 17, 19 \}$$

c. $(A \cup B)^C$

Pertama tentukan $A \cup B = \{ 1, 3, 5, 15 \} \cup \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$

Sehingga $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 5, 7, 11, 15 \}$

Jadi $(A \cup B)^C = S - A \cup B$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 1, 2, 3, 5, 7, 11, 15 \}$$

$$= \{ 9, 13, 17, 19 \}$$

d. $(A \cap B)^C$. Pertama tentukan $A \cap B = \{ 1, 3, 5, 15 \} \cap \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$

sehingga $A \cap B = \{ 3, 5 \}$

$$(A \cap B)^C = S - (A \cap B)$$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 3, 5 \}$$

$$= \{ 1, 2, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \}$$

$$= \{ 3, 5 \}$$

e. $(A - B)^C$

Tentukan $(A - B) = \{ 1, 3, 5, 15 \} - \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$

$$(A - B) = \{ 1, 15 \}$$

$$(A - B)^C = S - (A - B)$$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 1, 15 \}$$

$$= \{ 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19 \}$$

f. $(A + B)^C$.

Tentukan $A + B = \{ 1, 2, 7, 11, 15 \}$

$$(A + B)^C = S - (A + B)$$

$$= \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} - \{ 1, 2, 7, 11, 15 \}$$

$$= \{ 3, 5, 9, 13, 17, 19 \}$$

3. Gunakan definisi komplemen, definisi dan sifat operasi irisan, gabungan, pengurangan dan penjumlahan!

$$A = \{ 1, 3, 4, 6, 7, 9 \}$$

$$B = \{ 2, 3, 4, 7, 8, 9 \}$$

$$C = \{ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10 \}$$

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$$

a. komplemen A, komplemen B, komplemen C

komplemen A = $\{ 2, 5, 8, 10 \}$

komplementen $B = \{ 1, 5, 6, 10 \}$

komplementen $C = \{ 5, 6 \}$

- b. $(A \cup B)^C$
 $(A \cup B) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 \}$
 $(A \cup B)^C = \{ 5, 10 \}$
- c. $(B \cup C)^C$
 $(B \cup C) = \{ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10 \}$
 $(B \cup C)^C = \{ 5, 6 \}$
- d. $(A \cup C)^C$
 $(A \cup C) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10 \}$
 $(A \cup C)^C = \{ 5 \}$
- e. $(A \cap B)^C$
 $(A \cap B) = \{ 3, 4, 7, 9 \}$
 $(A \cap B)^C = \{ 1, 2, 5, 6, 8, 10 \}$
- f. $(B \cap C)^C$
 $(B \cap C) = \{ 2, 3, 4, 7, 8, 9 \}$
 $(B \cap C)^C = \{ 1, 3, 5, 6, 10 \}$
- g. $(A \cap C)^C$
 $(A \cap C) = \{ 1, 3, 4, 9 \}$
 $(A \cap C)^C = \{ 2, 5, 6, 7, 8, 10 \}$
- h. $(A - B)^C$
 $(A - B) = \{ 1, 6 \}$
 $(A - B)^C = \{ 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 \}$
- i. $(C - B)^C$
 $(C - B) = \{ 1, 10 \}$
 $(C - B)^C = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$
- j. $(A - C)^C$
 $(A - C) = \{ 6 \}$
 $(A - C)^C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 \}$
- k. $(A + B)^C$
 $(A + B) = \{ 1, 2, 6, 8 \}$
 $(A + B)^C = \{ 3, 4, 5, 7, 9, 10 \}$

$$\begin{aligned}
 \text{l. } & (C + B)^C \\
 & (C + B) = \{ 1, 10 \} \\
 & (C + B)^C = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{m. } & (A + C)^C \\
 & (A + C) = \{ 2, 6, 8, 10 \} \\
 & (A + C)^C = \{ 1, 3, 4, 5, 7, 9 \}
 \end{aligned}$$

4. Gunakan definisi himpunan, gabungan, irisan, penjumlahan pengurangan dan komplemen. Berdasarkan soal kita dapatkan bahwa $S = \{ \text{Administrasi, Manager, Quality Control, Office Boy, Cleaning Service, Humas, HRD, Satpam, Laboran, Karyawan Pabrik} \}$ sehingga:

a. Himpunan calon pegawai yang minimal berijazah $S_1 = A = \{ \text{Administrasi, Manager, Quality Control, HRD, Humas, Laboran} \}$

b. Himpunan calon pegawai yang akan menjadi pekerja lapangan, $B = \{ \text{Quality Control, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, Laboran, karyawan pabrik} \}$

c. Himpunan lowongan kerja yang memiliki kapasitas lowongan lebih dari atau sama dengan 15 orang, $C = \{ \text{Administrasi, Quality Control, Office Boy, Cleaning Service, Sapam, Karyawan Pabrik} \}$

d. Himpunan yang merupakan himpunan pekerjaan yang calon pekerjanya tidak disarankan memiliki ijazah sarjana, $D = \{ \text{Office Boy, Cleaning Service, Satpam, Karyawan Pabrik} \}$

e. Jumlah anggota himpunan yang tidak bekerja dilapangan adalah $50 + 10 + 2 = 62$ orang

f. Himpunan yang merupakan himpunan calon pekerja yang memiliki kapasitas lowongan pekerjaan kurang dari 15 orang pekerja, adalah $10 + 3 + 2 = 15$ orang

$$\begin{aligned}
 \text{g. } & (A \cup B)^C \\
 & (A \cup B) = \{ \text{Administrasi, Manager, Quality Control, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, karyawan pabrik} \} \\
 & (A \cup B)^C = \{ \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h. } & (A \cap C)^C \\
 & (A \cap C) = \{ \text{Administrasi, Quality Control} \}
 \end{aligned}$$

$$(A \cap C)^c = \{ \text{Manager, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, Karyawan Pabrik} \}$$

i. $(C - D)^c$
 $(C - D) = \{ \text{Administrasi, Quality Control} \}$
 $(C - D)^c = \{ \text{Manager, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, karyawan pabrik} \}$

j. $(C + B)^c$
 $(C + B) = \{ \text{Administrasi} \}$
 $(C + B)^c = \{ \text{Manager, Quality Control, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, karyawan pabrik} \}$

k. $(A + C)^c$
 $(A + C) = \{ \text{Manager, Office Boy, HRD, Humas, Cleaning Service, Laboran, Satpam, Karyawan Pabrik} \}$
 $(A + C)^c = \{ \text{Administrasi, Quality Control} \}$

l. $(A \cup B)^c - C$
 Berdasarkan no. g maka $(A \cup B)^c - C = \{ \}$

m. $(A \cap C)^c + B$
 Berdasar no. h maka $(A \cap C)^c = \{ \text{Manager, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, Karyawan Pabrik} \}$
 $(A \cap C)^c + B = \{ \text{Quality Control, Manager, HRD, Humas, Laboran} \}$

n. $(C - D)^c - A^c$
 Berdasarkan no. i $(C - D)^c = \{ \text{Manager, HRD, Humas, Laboran, Office Boy, Cleaning Service, Satpam, karyawan pabrik} \}$
 $(C - D)^c - A^c = \{ \text{Manager, HRD, Humas, Laboran} \}$

o. $(A + C)^c \cap (C + B)^c$
 berdasarkan no.j dan k maka
 $(A + C)^c \cap (C + B)^c = \{ \text{Quality Control} \}$

Rangkuman

Definisi komplemen suatu himpunan:

$$A^c = \{ x \mid x \in S, x \notin A \}$$

Definisi di atas kita baca komplemen dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan anggota A.

Simbol komplemen yang lain adalah $\sim A$ atau A' keduanya dibaca komplemen dari himpunan A.

