DIKTAT
MATEMATIKA II

(MATRIK)

Drs. A. NABABAN

PURNAWAN, S.Pd.,M.T

JURUSAN PENDIDIKAN TEKNIK MESIN

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

2004

MATRIKS

I. PENGERTIAN

Susunan bilangan yang diatur menurut baris dan kolom, dan ditulis diantara sepasang tanda kurung kecil / besar. Dinamai matriks.

Contoh :

1	2	5	9	adalah matriks yang mempunyai 2 baris yaitu
3	1	4	11	(1 2 5 9) dan (3 1 4 11).

Dan mempunyai 4 kolom, yaitu :

1	2	5	dan	9
3	1	4		11

Matriks ini dinamai matriks berordo 2 x 4, yaitu matrik yang terdiri dari 2 baris dan 4 kolom.

Tiap bilangan dalam matriks disebut unsur atau elemen matriks. Matriks biasa ditulis dengan huruf besar A , B ……..; sedang unsure (elemen) dinyatakan dengan huruf kecil a_{12}, a a_{25}, a_{41}................a_{ij} menyatakan unsur dari baris ke -i dan kolom ke-j.

Matriks bukanlah sebuah besaran, hanya menyatakan penulisan suatu sistem.

Sebuah matriks yang terdiri atas m baris dan n kolom, dinamai matriks ordo mxn.

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots\ldots a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots \quad \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots \quad \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots \quad a_{mn} \end{matrix}$$

Sebuah matriks yang berordo n x n, disebut matriks bujur sangkar (Baris dan kolom sama banyaknya).

Dua buah matriks yang sama ordonya adalah sama, jika dan hanya jika unsure – unsurnya yang sepadan pada kedua matriks itu sama.

Sebuah matriks yang semua elemennya NOL, disebet matriks NOL.

Determinan terdiri paling sedikit atas 2 baris dan 2 kolom, atau ordo 2 x 2 ; Akan tetapi matriks dapat terdiri atas satu baris saja dan disebut matriks baris atau terdiri hanya atas satu kolom dan di sebut matriks kolom.

Misalnya : Matriks baris : $(2 \quad 5 \quad 7 \quad 11)$

Dan Matriks kolom $\begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ 7 \end{matrix}$

II. OPERASI MATRIKS

2.1.OPERASI PENJUMLAHAN

Dua buah matriks yang sama ordonya dapat dijumlahkan (diperkurangkan) dengan menambah/ mengurangi unsur-unsur yang sepadan, dan ordo matriks baru sama dengan ordo matriks semula.

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} \end{matrix}$$

Dua buah matriks A dan B yang sama ordonya dan memenuhi : A + B = 0, maka A dan B disebut matriks yang berlawanan. Matriks B disebut matriks lawan dari matriks A atau invers additivedari matriks A, dan ditulis B = - A. Silahkanlah hitung A – B.

2.2 PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

Sebuah matriks dikalikan dengan skalar k, maka didapat sebuah matriks yang semua unsurnya adalah k kali unsur matriks semula dengan susunan dan urutan yang sama.

Jika matriks $A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{matrix}$ maka $k \times A = \begin{matrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{32} \end{matrix}$

Perkalian bilangan k dengan matriks A ditulis kA, disebut sebagai perkalian skalar matriks A (perkalian scalar k dengan matriks A).

2.3 SIFAT-SIFAT PENJUMLAHAN DAN PERKALIAN SKALAR :

Jika A, B dan C tiga buah matriks yang sama ordonya, k dan m scalar, maka berlaku :

1) A + B = B + A sifat komutatif

2) (A + B) + C = A + (B + C) sifat asosiatif

3) A + 0 = 0 + A sifat identitas dalam penjumlahan

4) k (A + B) = kA + Kb sifat distributif

5) k (ma) = (k . m) A sifat asosiatif

S O A L :

1. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{matrix} 3 & 4 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \end{matrix} \quad ; \quad B = \begin{matrix} 4 & 3 & -2 & 5 \\ -3 & 5 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & -1 & 3 \end{matrix} \quad ; \quad C = \begin{matrix} 2 & 5 & -4 & 1 \\ 4 & -2 & 5 & 3 \\ -3 & 4 & 1 & 2 \end{matrix}$$

Hitunglah : a) 2A – 3B + C b) 3A + B – 2C

2. Tentukanlah matriks A, sehingga $A + \begin{matrix} 3 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & -5 & 2 \end{matrix} = 0$

3. Hitunglah a, b, c dan d, jika $3\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix} = \begin{matrix} a & b \\ -1 & 2d \end{matrix} + \begin{matrix} 4 & a+b \\ c+d & 3 \end{matrix}$

III . OPERASI PERKALIAN MATRIKS

3.1 SYARAT DAN CARA MENGALIKAN DUA MATRIKS

Dua buah matriks A dan B dapat dikalikan, yaitu A x B jika dan hanya jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matrriks B. Jika matriks A berordo m x p, maka matriks B harus berordo p x n, dan hasil kalinya menjadi matriks A X B = C berordo m x n, dan elemennya (unsurnya) pada baris ke-i dankolomnya ke-j adalah :

$$C_{ij} = a_{11}b_{1j} + a_{12}b_{2j} + a_{13}b_{3j} + \ldots\ldots + a_{1n}b_{nj}$$

Contoh :

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{matrix}$$

(matriks 2 x 3) x (matriks 3 x 2) =

$$\begin{matrix} a_{11}b_{11} + a_{11}b_{21} + a_{13}b_{31} & + & a_{11}\,b_{12} + a_{12}\,b_{22} + a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & + & a_{21}\,b_{22} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} \end{matrix}$$

Matriks 2 x 2

Contoh : Sebuah kantor mempunyai kalkulator : 17 buah dengan 4 baterai, 13 buah dengan 3 baterai dan 21 buah dengan 2 baterai, maka kantor tersebut harus membeli :

$$\begin{pmatrix} 17 & 13 & 21 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{matrix} = 68 + 39 + 42 = 149 \text{ baterai.}$$

CATATAN : Dapat dengan mudah dipahami, bahwa pada perkalian matriks TIDAK BERLAKU SIFAT KOMUTATIF.

Jadi A x B = B x A atau AB = BA

3.2 SIFAT-SIFAT PERKALIAN MATRIKS

Jika syarat-syarat perkalian matriks dipenuhi, yaitu (matriks m x p) x (matriks p x n), maka berlaku sifat-sifat :

1) (AB) C = A (BC)	sifat asosiatif
2) A (B + C) = AB + AC	sifat distributif kiri
3) (B + C) A = BA + CA	sifat distributif kanan
4) k (AB) = (kA) B (k skalar)	sifat asosiatif

S O A L :

Diketahui matrriks-matriks :

$$A = \begin{matrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & 1 \end{matrix} \quad ; \quad B = \begin{matrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{matrix} \quad ; \text{ dan } C = \begin{matrix} 4 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & -5 \end{matrix}$$

1. Hitunglah : a) AB ; b) BA ; c) AC dan d) BC
2. Hitunglah : a) A^2 ; b). B^2 ; c). A^3 dan d). $(2A)^2$
3. Hitunglah : a).A^2B ; b). BA^2 ; c). B^2A ; d). A^3B^2
4. Jika f (x) = $x^2 + 3x – 2$, tentukanlah :

   a) f (A) ; b) f (B) ; c) f (AB) ; d) f $(A)^2$; e) f $(B)^2$

1V. MATRIKS TRANSPOSE

Matriks transpose dari matriks A yang berordo m x n adalah matriks A^T yang berordo n x m, yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A, dengan menulis baris-baris matriks A menjadi kolom-kolom A^T dan kolom-kolom matriks A menjadi baris-baris matriks A^T dalam urutan yang sama.

$$A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{matrix} \qquad \text{maka } A^T = \begin{matrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} \end{matrix}$$

Pada operasi matriks transpose berlaku :

(1) $(A + B)^T = A^T + B^T$

(2) $(A^T)^T = A$

(3) $(kA)^T = kA^T$ (k skalar)

(4) $(AB)^T = B^T A^T$ (untuk matriks yang memenuhi syarat perkalian)

V. MATRIKS BUJUR SANGKAR

Seperti diterangkan pada bagian 1 di atas, sebuah matriks yang sama banyak barisnya dan kolomnya disebut matriks bujur sangkar. Matrtiks di bawah ini adalah matriks bujur sangkar n x n

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots.. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & .... & a_{2n} \\ \ldots & \ldots. & \ldots. & \ldots. & \ldots. \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{matrix}$$

Pada matriks bujur sangkar ini elemen-elemen atau unsur-unsur

Terletak pada diagonal utama, sedang unsur-unsur a_{11} a_{22} a_{33} ……. a_{nn}. terletak pada diagonal samping. Suatu matriks yang unsur-unsurnya pada diagonal utama tidak ada satu pun nol, sedang unsure-unsur lain semuanya nol (0), maka matriks itu dinamai matriks diagonal.

Matriks di bawah ini adalah contoh salah satu matriks diagonal berordo n x n :

$$M_{n \times n} = \begin{matrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & .. & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & .. & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .. & a_{nn} \end{matrix}$$

Suatu matriks diagonal yang semua elemen-elemennya 1 (unsur-unsur lain semuanya 0) disebut MATRIKS KESATUAN (IDENTITY MATRIKS), dan dinyatakan dengan I.

Contoh : $I = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ adalah matriks kesatuan ordo 2 x 2

$I = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$ adalah matriks kesatuan ordo 3 x 3

Sifat matriks kesatuan I pada perkalian matriks sama dengan sifat bilangan 1 (satu) pada perkalian bilangan.

Contoh :

$A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{matrix}$ $\quad I = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$, maka

$$
\begin{matrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix}
$$

$$
AI = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix} \quad x \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}
$$

$$
IA = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad x \quad \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}
$$

Jelaslah bahwa untuk setiap matriks bujur sangkar A berlaku : AI = IA = A

V1. MATRIKS INVERS

Jika A dan B dua matriks bujur sangkar yang berordo sama, sedemikian sehingga AB = BA = I (matriks kesatuan = identity matrix), maka dikatakan bahwa matriks A dan matriks B masing-masing merupakan matriks invers perkalian dari matriks yang lain.

B disebut matriks invers dari A, ditulis $B = A^{-1}$

A disebut matriks invers dari B, ditulis $A = B^{-1}$

Matriks invers dari matriks bujur sangkar berordo 2 x 2, dapat dicari sebagai berikut :

Diketahui matriks $A = \begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$ Carilah matriks $B = A^{-1}$

Jawab : Misalkan matriks $B = \begin{matrix} p & q \\ r & s \end{matrix}$, maka akan dicari p, q, r dan s, dinyatakan dalam a, b, c, dan d.

$$
AB = \begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix} \quad \begin{matrix} p & q \\ r & s \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}
$$

Kedua matriks terakhir sama, karena AB = I, maka didapat 4 buah persamaan linier dengan 4 variabel p, q, r dan s, yang akan dicari, yaitu :

1) $ap + br = 1$
2) $cp + dr = 0$
3) $aq + bs = 0$
4) $cq + ds = 1$

Setelah sistem persamaan linier itu diselesaikan, didapatlah :

$$P = \frac{d}{Ad - bc} \; ; \quad q = \frac{-b}{ad - bc} \; ; \quad r = \frac{-c}{ad - bc} \; ; \quad s = \frac{a}{ad - bc}$$

$$\text{Jadi } B = \begin{pmatrix} \frac{d}{ad - bc} & \frac{-b}{ad - bc} \\ \frac{-c}{ad - bc} & \frac{a}{ad - bc} \end{pmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Jika matriks A dipandang sebagai determinan yang besarnya 'A', maka matriks invers dari A dapat ditulis :

$$B = A^{-1} = \frac{1}{IAI} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dengan mudah dapat dilihat, bahwa jika diketahui matriks berordo dua $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

maka matriks inversnya $A^{-1} = \frac{1}{IAI} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Dimana IAI adalah besarnya / harganya determinan A, yang diperoleh jika matriks A di pandang sebagai determinan ; sedang unsur- unsur pada diagonal utama dipertukarkan , dan unsur- unsur pada diagonal samping dikalikan dengan -1.

Matriks invers dari matriks M yang berordo n x n diperoleh sebagai berikut :

Diketahui matriks M =

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & . & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & . & . & . & a_{2n} \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Carilah matriks inversnya, yaitu M^{-1}

Penyelasaian : pandang M sebagai determinan. A_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij}. Jika besarnya determinan A_{ij} dinyatakan dengan : $| D_{ij} | = (-1)^{i+j} | \ M_{ij} |$, maka matriks invers M^{-1} diperoleh dengan menulis M^T terlebih dahulu, kemudian dimasukan $| D_{11} |$, $| D_{12} |$ dan seterusnya, sesuai dengan tempat unsurnya dalam M^T, sehingga matriks invers M^{-1} adalah :

$$M^{-1} = \frac{1}{IMI} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{31} & \dots & D_{n1} \\ D_{12} & D_{22} & D_{32} & \dots & D_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ D_{1n} & D_{2n} & D_{3n} & \dots & Dnn \end{bmatrix}$$

SOAL :

Diketahui matriks-matrik :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Tentukanlah : a). A^{-1} ; b). B^{-1} ; c). C^{-1} ; d). D^{-1}
2. Tentukanlah : a). $(A+B)^{-1}$; b). $(C+D)^{-1}$
3. Tentukanlah : a). $(AB)^{-1}$; b). $(BA)^{-1}$; c). $(CD)^{-1}$

4. Tentukanlah : a). $(A^2)^{-1}$; b). $(B^2)^{-1}$; c). $(C^2)^{-1}$
5. Jika $f(x) = X^3 - 3X^2 + 2X$, tentukanlah $f(C^{-1})$

VII. SISTEM PERSAMAAN LINIER

Suatu system persamaan linier dengan 2 variabel : $ax + by = c$

$Px + qy = r$

Dapat ditulis sebagai persamaan matriks :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ p & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ r \end{pmatrix} \quad \text{atau disingkat } AX = B$$

dimana $A = \begin{pmatrix} a & b \\ p & q \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} c \\ r \end{pmatrix}$

Sistem persamaan linier ini dapat diselesaikan dengan memakai matriks invers dari A, yaitu A^{-1}

Contoh : Selesaikan system pertidaksamaan linier :

$$4x + 3y = 11$$

$$5x - 2y = 8$$

Jawab : system pertidak samaan ini ditulis dengan matriks $Ax = B$ dimana :

$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$; $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{-B - 15} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

jadi : $-\frac{1}{23} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\frac{1}{23} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix}$

atau : - 1 -8-15 0 x = - 1 -22-24

23 0 -8-15 y 23 -55+32

atau : 1 0 x = 2 atau x = 2 $\rightarrow$ x = 2

0 1 y 1 y 1 y = 1

Secara simbolik Ax = B dapat diselesaikan dengan mengalikan A-1 kepada keddua ruas persamaan itu, menjadi :

$$A^{-1}Ax = A^{-1}B \rightarrow Ix = A^{-1}B \rightarrow x = A^{-1}B$$

Dengan demikian system persamaan linier di atas dapat diselesaikan sebagai berikut :

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = \begin{matrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{matrix} \quad -1 \quad \begin{matrix} 11 \\ 8 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = -\ 1 \begin{matrix} -23 & -24 \\ 23 & -55\ +32 \end{matrix} = \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$$

jadi : X = 2 dan Y = 1.

VIII. OPERASI BARIS

Sistem persamaan linier dapat juga diselesaikan dengan operasi baris, dimana hanya baris dengan (kelipatan) baris yang lain ditambahkan atau dikurangkan, sehingga unsure – unsure si bawah diagonal utama semuanya 0 (nol), atau ruas kii menjadi matriks kesatuan (identity matrix).

Contoh :Selesaikan : 3x + 2y + 3z = 5

2x - y + 4z = 7

4x - 3y + 2z = 3

Jawab : Tulis matriks

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$b_1 - b_2;\ b_3 - 2b_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & -4 \\ 0 & -1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & -7 & -18 \\ 0 & -11 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \\ -11 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$b_2 - 2b_1$ $\qquad$ $7b_3 - b_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & -7 & -18 \\ 0 & 0 & 88 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \\ -88 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$88z = -88 \rightarrow z = -1$ Subtitusi ke baris 2 $\rightarrow -7y + 18 = 11$

$-7y = -7 \rightarrow y = 1$. Substitusi ke baris 1 $\rightarrow x + 3 - 7 = -2$ $\rightarrow x = 2$. Dapat juga dilanjutkan sehingga ruas kiri menjadi matriks kesatuan (identity matrix).

Soal :

Selesaikan soal di bawah dengan matriks invers dan oprasi baris.

1. a. $4x + 3y = 9$
   $2x + y = 7$

   b. $3x + y = 9$
   $2x + 3y = 13$

2. $3x - y + 2z = 9$
   $-2x + 3y + 4z = -3$
   $4x - 2y + z = 11$

3. $4x + 2y + 3z - u = 4$
   $3x - 5y + 4z + 3u = 6$
   $x + 3y - 2z + 4u = 19$
   $2x - 3y + 4z + 2u = 3$