

# KINEMATIKA & DINAMIKA

(BAHAN AJAR CERTIFIKASI GURU TEKNIK)

## SILABUS MATA PELAJARAN:

### I. KONSEP KINEMATIKA DAN KINETIKA PARTIKEL

#### II. KINEMATIKA PARTIKEL:

##### 2.1 Gerak Lurus

- Hubungan antara jarak, kecepatan dan percepatan
- Persamaan Gerakan Partikel

##### 2.2 Gerak melingkar

- Kecepatan dan percepatan
- Komponen percepatan tangensial dan percepatan normal.

#### III. KINETIKA PARTIKEL

##### 3.1 Hukum II Newton

##### 3.2 Persamaan Gerakan dan Keseimbangan Dinamik

#### IV. METODA ENERGI DALAM PENYELESAIAN KINEMATIKA

##### 4.1 Kerja/Usaha dari Suatu Gaya

- Kerja/Usaha dari gaya konstan pada gerak lurus
- Kerja/Usaha dari gaya gravitasi
- Usaha/kerja dari gaya pegas

##### 4.2 Prinsip Kerja dan Energi

##### 4.3 Aplikasi Prinsip Kerja dan Energi

#### V. KINEMATIKA BENDA TEGAR

##### 5.1 Jenis-jenis Gerakan Benda Tegar

- Gerak Translasi
- Gerak putar pada sumbu tetap
- Gerak pada bidang (General Plane Motion)
- Gerakan bertumpu pada satu titik tetap

## I. PENDAHULUAN

Dinamika adalah bagian dari ilmu Mekanika Teknik yang mempelajari keadaan suatu benda/partikel dalam keadaan bergerak.

Dinamika dibagi menjadi dua pembahasan, yaitu:

Kinematika, yang mempelajari parameter gerakan seperti jarak tempuh/posisi benda, kecepatan, percepatan, dan waktu tanpa mempertimbangkan penyebab dari gerakan.

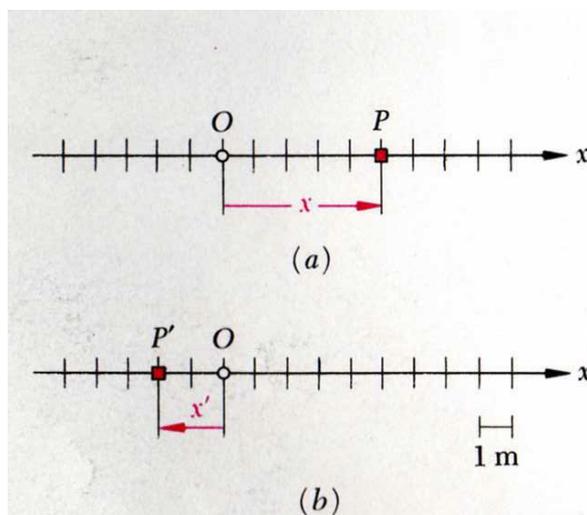
Kinetika, mempelajari hubungan antara gaya yang bekerja pada benda, masa benda dan gerakan benda. Kinetika digunakan untuk memprediksi gerakan suatu benda dengan melihat gaya dan sebaliknya memprediksi gaya dengan melihat parameter gerakannya.

### 1.1 Gerak Lurus Suatu Partikel

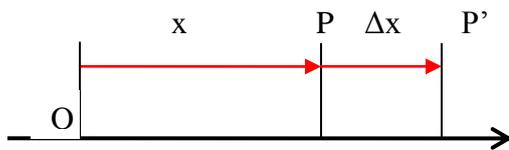
#### a. *Posisi Partikel*

Suatu partikel yang bergerak pada lintasan garis lurus disebut 'Gerak lurus' atau 'Rectilinear Motion'. Pada setiap ukuran waktu,  $t$ , partikel tersebut akan menempati posisi tertentu,  $x$ , yang berbeda-beda pada lintasan lurus yang sama. Pada gambar 1a dibawah posisi partikel,  $P$ , berada sejauh  $x$  dari titik nol setelah bergerak kekanan selama satuan waktu,  $t$ , atau bergerak kekiri sejauh  $x'$ , dari posisi awal, jadi jarak  $x$  atau  $x'$  menunjukkan posisi dari partikel (Gambar 1).

Bila posisi koordinate  $x$  diketahui setiap satuan waktu maka gerakan partikel tersebut dapat diketahui dan persamaan gerakan tersebut biasa ditulis dalam persamaan  $x$  dan  $t$ , misalnya:  $x = 6t^2 - t^3$  dimana  $x$  dalam satuan (m) dan  $t$  dalam (detik).



Gambar-1



Gambar 2

b. *Kecepatan*

Bila posisi partikel pada waktu,  $t$  adalah  $x$  dan posisi setelah  $(t + \Delta t)$  adalah  $(x + \Delta x)$  pada gambar 2, maka kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai:  $\Delta x / \Delta t$ . Sedangkan kecepatan sesaatnya merupakan limit dari kecepatan rata-rata atau biasa ditulis dalam persamaan diferensial, yaitu:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (\text{m/detik})$$

c. *Percepatan*

Percepatan adalah perubahan kecepatan dalam satu satuan waktu. Persamaan percepatan merupakan turunan dari kecepatan atau turunan kedua dari posisi  $x$ , yaitu:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (\text{m/detik}^2)$$

Contoh:

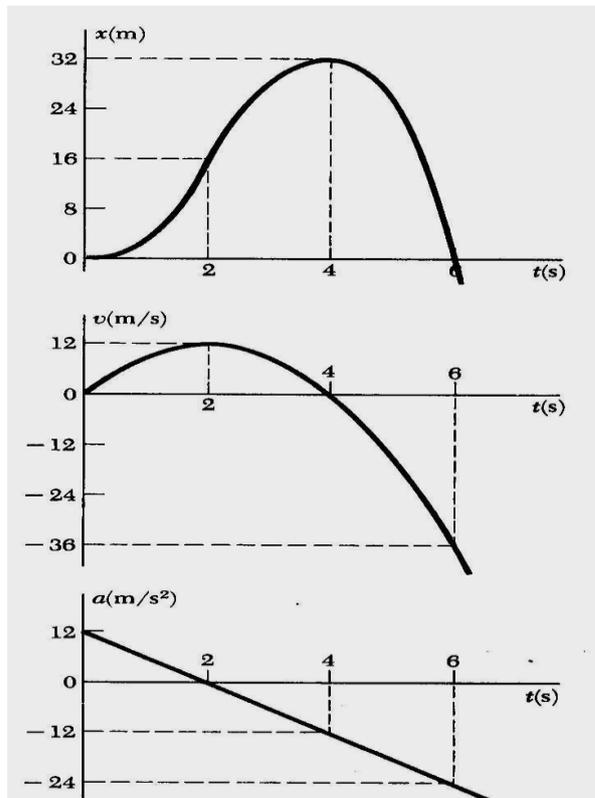
Suatu partikel bergerak pada lintasan lurus dan posisi partikel tersebut ditunjukkan dengan persamaan:

$$x = 6t^2 - t^3 \quad \text{dimana } x \text{ (m) dan } t \text{ (detik), maka kecepataannya adalah:}$$

$$v = dx/dt = 12t - 3t^2 \quad \text{dan percepatannya adalah:}$$

$$a = dv/dt = 12 - 6t$$

Posisi koordinat, kecepatan dan percepatan digambarkan pada sumbu  $t$  seperti pada gambar 3.



Gambar 3

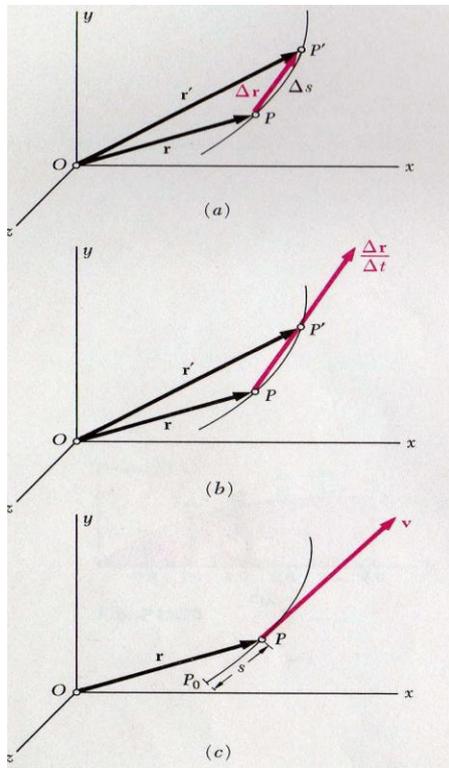
Gerakan partikel tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Partikel bergerak dari titik nol ( $x = 0$ ) dengan kecepatannya nol ( $v = 0$ ), tapi dengan percepatannya sebesar  $12 \text{ m/detik}^2$ . Dari  $t = 0$  sampai  $t = 2$  detik harga  $x$ ,  $v$  dan  $a$  bertanda positif artinya partikel bergerak kekanan dengan kecepatan semakin besar.
2. Pada  $t = 2$  detik percepatannya adalah nol dan kecepatannya berada pada titik maksimum. Dari  $t = 2$  detik sampai  $t = 4$  detik harga  $v$  positif dan  $a$  negatif, artinya partikel masih bergerak pada arah positif (kekanan) dengan kecepatan yang semakin kecil.
3. Pada  $t = 4$  detik percepatannya adalah nol dan posisi koordinat mencapai maksimum (titik balik). Dari titik ini harga  $v$  dan  $a$  adalah negatif dan partikel bergerak kearah kiri (negatif) dengan kecepatan yang terus bertambah.
4. Pada  $t = 6$  detik partikel melewati titik asal (harga  $x = 0$ ) sementara sampai titik asal ini jarak tempuhnya mencapai  $64 \text{ m}$ . Untuk harga  $t$  lebih dari  $6$  detik harga  $x$ ,  $v$  dan  $a$  semuanya negatif artinya partikel terus bergerak ke arah kiri dengan kecepatan yang semakin besar.

## 1.2 Gerakan Melengkung dari Suatu Partikel (Curvilinear Motion)

### a. Posisi, kecepatan, dan percepatan

Gerak melengkung adalah gerakan partikel yang bergerak sepanjang lintasan melengkung. Untuk melihat gerakan partikel dalam garis melengkung dapat dilihat dari gambar 4 berikut.



Gambar 4

Posisi asal partikel ditandai dengan vektor  $r$  dan bergerak pada lintasan melengkung ke titik P' yang posisinya ditandai dengan vektor  $r'$  (gambar 4a). Vektor  $\Delta r$  menunjukkan perubahan posisi dari P ke P'.

Kecepatan rata-rata partikel selama interval  $\Delta t$  adalah  $\Delta r$  dibagi dengan  $\Delta t$ . Oleh karena  $\Delta r$  adalah vektor dan  $\Delta t$  adalah skalar maka  $\Delta r/\Delta t$  adalah suatu vektor dengan titik tangkap di P yang arahnya sama dengan vektor  $\Delta r$  dan besarnya sama dengan besaran  $\Delta r/\Delta t$  (gambar 4b).

Vektor kecepatan merupakan derivatif dari vektor  $r$  terhadap  $t$  yaitu:

$$v = dr/dt$$

Besarnya kecepatan adalah :

$$v = ds/dt$$

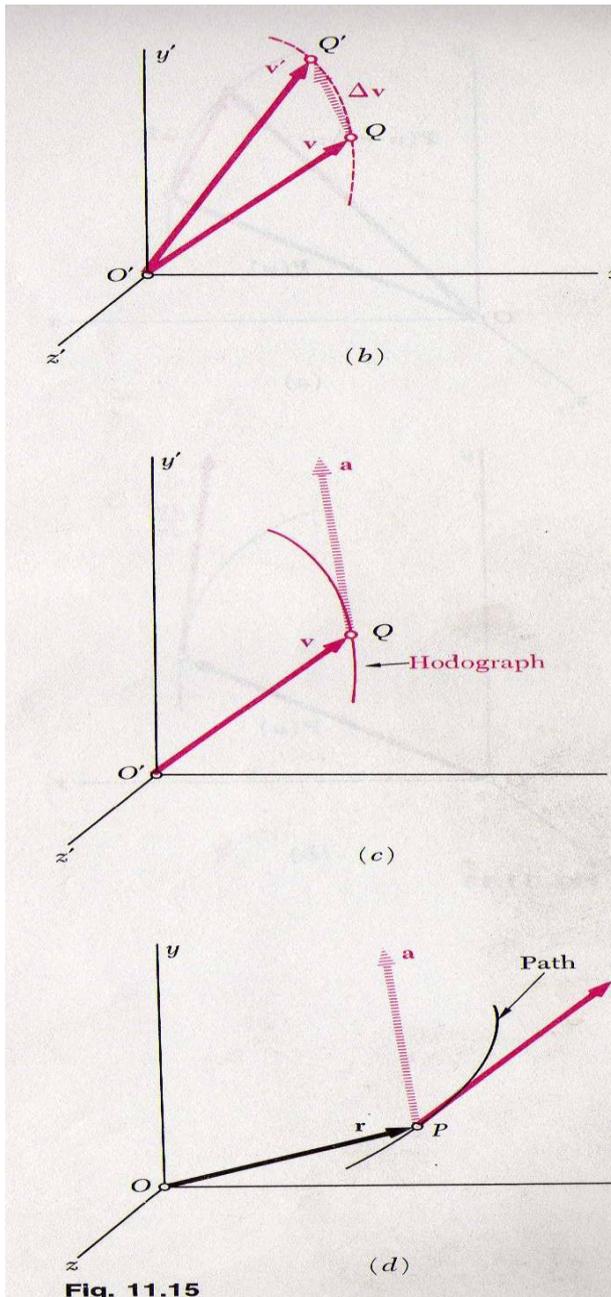
Arah kecepatan dari partikel pada lintasan lengkung merupakan tangen terhadap lintasannya (gambar 4c).

Untuk menentukan percepatan partikel pada lintasan lengkung sekarang kita lihat kecepatan  $v$  pada waktu  $t$  dan kecepatan  $v'$  setelah waktu  $t + \Delta t$  (gambar 5a), kemudian kita gambarkan vektor  $v$  dan  $v'$  dari titik origin O' (gambar 5b). Vektor  $\Delta v$  yang menghubungkan Q dengan Q' menunjukkan perubahan kecepatan selama interval  $\Delta t$  karena vektor  $v'$  bisa diperoleh dengan menjumlahkan vektor  $v$  dengan  $\Delta v$ . Percepatan rata-rata selama interval  $\Delta t$  adalah  $\Delta v/\Delta t$  yang arahnya sama dengan

vektor  $\Delta v$ . Percepatan tersebut dapat juga dituliskan dalam persamaan diferensial yaitu:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Kita bisa lihat bahwa arah percepatan adalah tangen terhadap kurva kecepatan (gambar 5c) tapi secara umum arahnya tidak tangen terhadap lintasan partikel (gambar 5d)

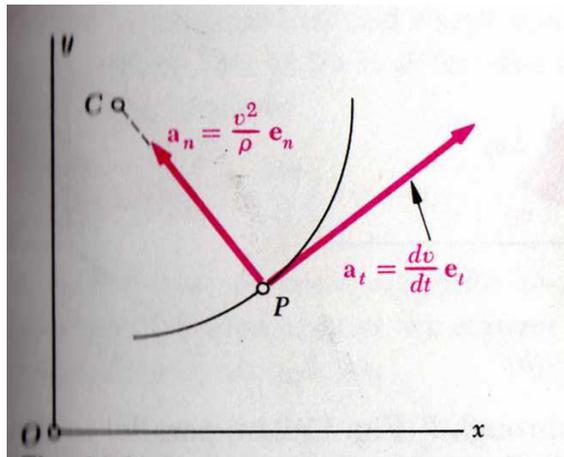


Gambar 5

b. *Komponen percepatan*

Pada gerak melengkung percepatan partikel memiliki komponen percepatan tangensial dan percepatan normal (gambar 6). Besaran skalar untuk kedua komponen tersebut adalah:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{dan} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$



Gambar 6

Komponen percepatan tangensial merupakan perubahan kecepatan dibagi dengan waktu sedangkan komponen normalnya merupakan kuadrat dari kecepatan dibagi dengan jari-jari kelengkungan lintasan pada titik P. Komponen vektor  $a_n$  arahnya selalu menuju ke titik pusat lengungan dari lintasan partikel.

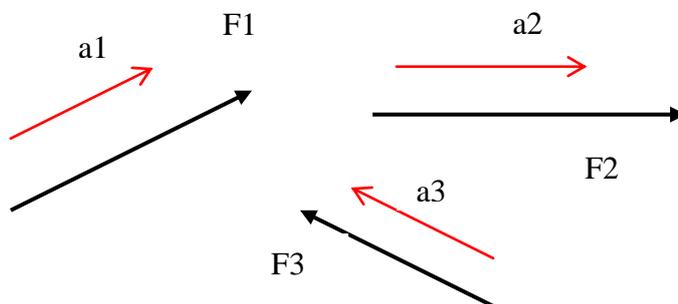
## II. KINETIKA PARTIKEL: HUKUM II NEWTON

### 2.1 Hukum II Newton

Hukum II newton berbunyi sebagai berikut: *Jika resultas gaya-gaya yang bekerja pada suatu partikel harganya tidak sama dengan nol, partikel tersebut akan bergerak dengan percepatan yang besarnya proporsional dengan besarnya resultan dengan arah yang sama dengan resultan tersebut.*

Bila pada suatu partikel tersebut dikenai gaya  $F_1$  maka partikel tersebut akan bergerak dengan percepatan  $a_1$ , dan bila dikenai gaya  $F_2$  maka percepatannya  $a_2$ , dan seterusnya. Perbandingan antara  $F_1$  dengan  $a_1$ ,  $F_2$  dengan  $a_2$ ,  $F_n$  dengan  $a_n$  ternyata menghasilkan suatu besaran yang konstan dan konstanta tersebut disebut *masa*, jadi:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_n}{a_n} = \text{tetap} \quad \text{atau} \quad F = ma$$



Gambar 7

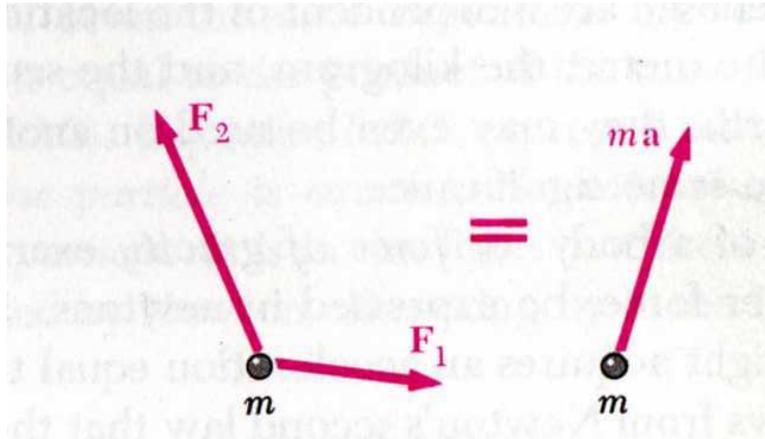
Bila pada partikel tersebut bekerja beberapa gaya maka:

$$\Sigma F = ma$$

Satuan dari gaya adalah Newton (N), dimana  $1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ kg.m/s}^2$

### 2.2 Persamaan Gerakan dan Keseimbangan Dinamik

Berdasarkan hukum II newton :  $\Sigma F = ma$ , dapat dijelaskan bahwa bila partikel sedang bergerak maka gaya-gaya yang menyebabkan gerakan tersebut dapat diprediksi dengan mengetahui percepatannya dengan arah sesuai dengan arah percepatan yang telah diuraikan sebelumnya. Pada gambar 8 terlihat bahwa partikel akan bergerak sesuai dengan arah resultan gaya  $F_1$  dan  $F_2$  dengan resultan gaya sama dengan  $ma$ .



Gambar 8

Komponen gaya pada persamaan Newton dapat diuraikan dalam bentuk rektanguler yaitu:

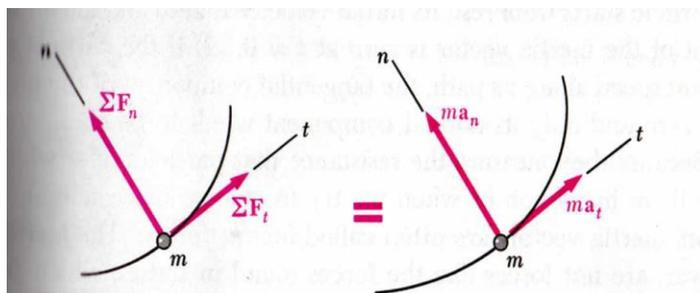
$$\Sigma(F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}) = m(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k})$$

Komponen gaya pada masing-masing koordinat adalah:

$$\Sigma F_x = ma_x \quad \Sigma F_y = ma_y \quad \Sigma F_z = ma_z$$

Untuk partikel yang bergerak melengkung, komponen gaya dan percepatan terdiri dari komponen tangensial dan normal (gambar 9) yaitu:

$$\Sigma F_t = ma_t = m (dv/dt) \text{ dan } \Sigma F_n = ma_n = m(v^2/\rho)$$



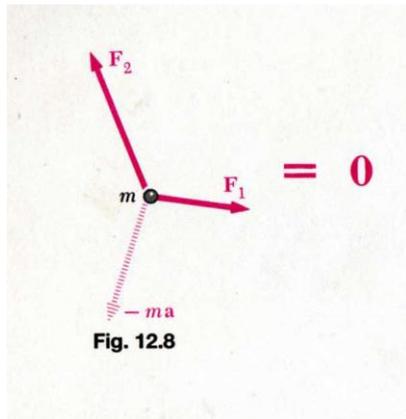
Gambar 9

Keseimbangan dinamis diperoleh dengan memindahkan ruas kanan ke kiri dari persamaan gerakan yaitu:

$$\Sigma F - ma = 0$$

Persamaan diatas menunjukkan bahwa bila kita tambahkan vektor  $-ma$  pada gaya-gaya yang bekerja pada suatu partikel maka akan didapatkan sistem vektor yang

besarnya sama dengan nol. Vektor  $-ma$  yang besarnya sama dengan  $ma$  dan arahnya berlawanan dengan arah percepatan disebut *vektor inersia* (Gambar 10).

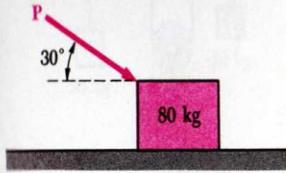


Gambar 10

Contoh soal untuk keseimbangan dinamik dapat dilihat pada halaman berikut.

### SAMPLE PROBLEM 12.1

An 80-kg block rests on a horizontal plane. Find the magnitude of the force  $P$  required to give the block an acceleration of  $2.5 \text{ m/s}^2$  to the right. The coefficient of kinetic friction between the block and the plane is  $\mu_k = 0.25$ .



**Solution.** The weight of the block is

$$W = mg = (80 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 785 \text{ N}$$

We note that  $F = \mu_k N = 0.25N$  and that  $a = 2.5 \text{ m/s}^2$ . Expressing that the forces acting on the block are equivalent to the vector  $ma$ , we write

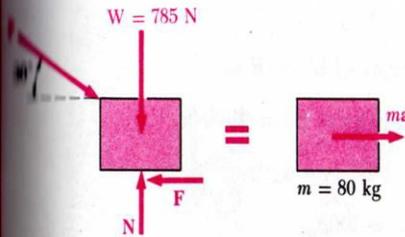
$$\begin{aligned} \pm \Sigma F_x = ma: & \quad P \cos 30^\circ - 0.25N = (80 \text{ kg})(2.5 \text{ m/s}^2) \\ & \quad P \cos 30^\circ - 0.25N = 200 \text{ N} \end{aligned} \quad (1)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad N - P \sin 30^\circ - 785 \text{ N} = 0 \quad (2)$$

Solving (2) for  $N$  and carrying the result into (1), we obtain

$$N = P \sin 30^\circ + 785 \text{ N}$$

$$P \cos 30^\circ - 0.25(P \sin 30^\circ + 785 \text{ N}) = 200 \text{ N} \quad P = 535 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$



### III. KINETIKA PARTIKEL: METODE ENERGI

Metoda energi dan usaha digunakan untuk memecahkan masalah-masalah dinamika teknik tanpa harus mengetahui dulu percepatan dari partikel yang bergerak tapi cukup dengan mengetahui kecepatan dan posisi partikel yang dihubungkan dengan gaya dan masanya.

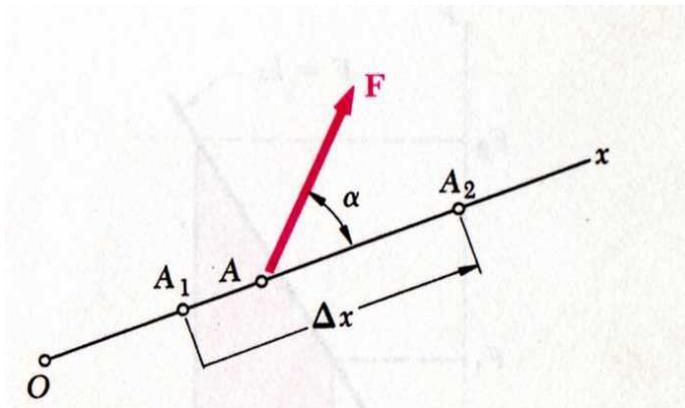
#### 3.1 Kerja/usaha dari gaya konstan pada garis lurus

Ketika partikel bergerak pada garis lurus dan pada partikel tersebut bekerja gaya seperti pada gambar 11 dengan besar dan arah yang konstan, maka usaha yang dilakukan oleh partikel tersebut adalah:

$$U_{1-2} = (F \cos \alpha) \Delta x$$

Dimana:  $\alpha$  = sudut arah gaya dengan lintasan partikel

$\Delta x$  = jarak dari A1 ke A2



Gambar 11

#### 3.2 Kerja/Usaha dari Gaya Gravitasi

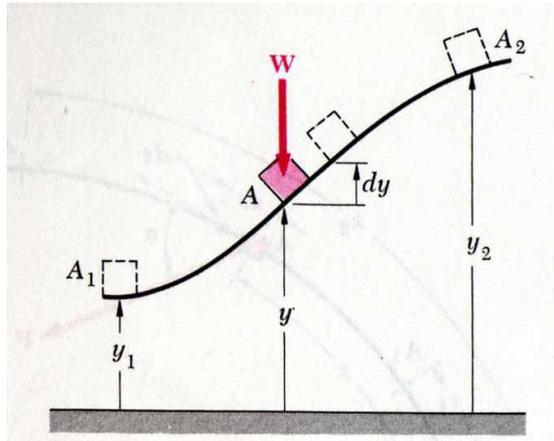
Kerja yang dilakukan oleh berat suatu benda adalah:

$$U_{1-2} = \int_{y_1}^{y_2} W dy = Wy_1 - Wy_2$$

$$U_{1-2} = -W(y_2 - y_1) = -W\Delta y$$

Dimana  $\Delta y$  adalah jarak vertikal antara A1 dan A2 (gambar 12).

Kerja bertanda positif bila  $\Delta y < 0$  yaitu bila benda bergerak kebawah, dan negative untuk pergerakan keatas.



Gambar 12

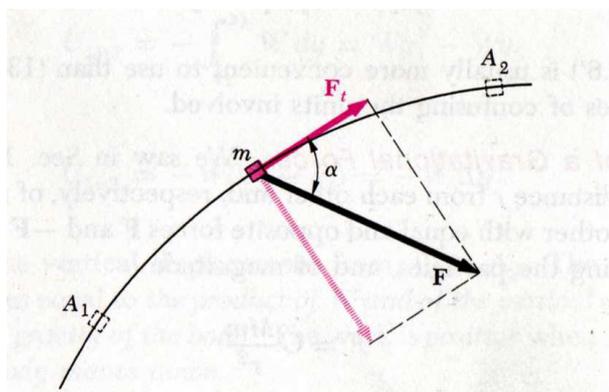
### 3.3 Energi kinetik partikel

Perhatikan gerakan suatu partikel dengan masa  $m$  yang dikenai gaya  $F$  dan bergerak pada lintasan lurus maupun lengkung seperti pada gambar 13. Usaha yang dilakukan oleh partikel tersebut adalah  $U_{1-2}$ , sedangkan perubahan energi kinetik partikel dari  $A_1$  ke  $A_2$  adalah  $T_2 - T_1$ , maka berdasarkan prinsip energi didapat persamaan prinsip energi yaitu:

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$

Dimana :

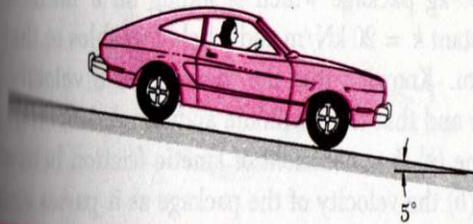
$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \text{dan} \quad T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$



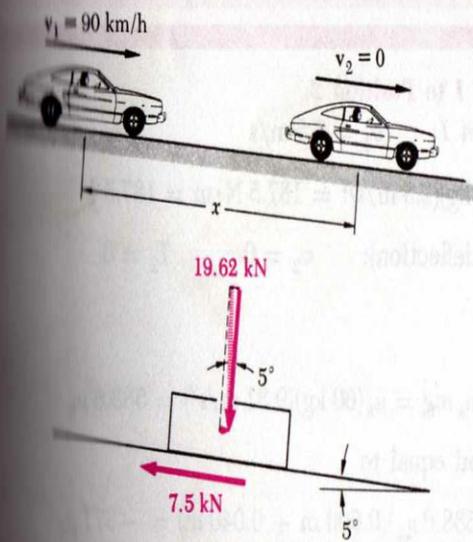
Gambar 13

### 3.4 Aplikasi Prinsip Energi

#### SAMPLE PROBLEM 13.1



A 2000-kg automobile is driven down a  $5^\circ$  incline at a speed of 90 km/h when the brakes are applied, causing a constant total braking force (applied by the road on the tires) of 7.5 kN. Determine the distance traveled by the automobile as it comes to a stop.



#### Solution. Kinetic Energy

Position 1:  $v_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

$$T_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(2000 \text{ kg})(25 \text{ m/s})^2 = 625 \times 10^3 \text{ J}$$

Position 2:  $v_2 = 0 \quad T_2 = 0$

**Work** We note that the weight of the automobile is

$$W = mg = (2000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 19.62 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} U_{1 \rightarrow 2} &= -(7.5 \times 10^3 \text{ N})x + [(19.62 \times 10^3 \text{ N}) \sin 5^\circ]x \\ &= -(5.79 \times 10^3 \text{ N})x \end{aligned}$$

**Principle of Work and Energy**  $T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$

$$625 \times 10^3 \text{ J} - (5.79 \times 10^3 \text{ N})x = 0 \quad x = 107.9 \text{ m} \quad \blacktriangleleft$$

## EVALUASI

- Gerakan suatu partikel dituliskan dalam persamaan  $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 6$ , dimana  $x$  dalam (m) dan  $t$  dalam (detik). Tentukan posisi partikel, kecepatan partikel dan percepatan partikel pada saat  $t = 5$  detik.
  - $x = 4$  m,  $v = 5$  m/s, dan  $a = 10$  m/s<sup>2</sup>
  - $x = 14$  m,  $v = 9$  m/s, dan  $a = 12$  m/s<sup>2</sup>.
  - $x = 24$  m,  $v = 19$  m/s, dan  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>
  - $x = 10$  m,  $v = 7$  m/s, dan  $a = 10$  m/s<sup>2</sup>
- Gerakan suatu partikel dituliskan dalam persamaan  $x = 2t^3 - 6t^2 + 10$ , dimana  $x$  dalam (m) dan  $t$  dalam (detik). Tentukan percepatanya pada saat  $v = 0$ .
  - 12 m/detik<sup>2</sup>
  - 10 m/ detik<sup>2</sup>
  - 11 m/det<sup>2</sup>
  - 8 m/detik<sup>2</sup>
- Tentukan berapa jari-jari lengkungan terkecil yang bisa dibuat untuk jalan raya bila komponen percepatan normal dari kendaraan yang bergerak dengan kecepatan 72 km/jam tidak boleh melebihi 0,72 m/detik<sup>2</sup>.
  - 645 m
  - 745 m
  - 545 m
  - 445 m
- Seorang pengendara motor bergerak pada lintasan lengkung/tikungan dengan jari-jari lengkungan 350 m pada kecepatan 72 km/jam. Pengendara tersebut melakukan pengereman dengan percepatan tetap sebesar 1,25 m/det<sup>2</sup>. Tentukan besarnya percepatan total dari kendaraan sesaat setelah dilakukan pengereman.
  - 2,34 m/det<sup>2</sup>.
  - 4,55 m/det<sup>2</sup>.
  - 1,69 m/det<sup>2</sup>.
  - 3,44 m/det<sup>2</sup>.
- Sebuah balok dengan masa 100 kg diletakan pada bidang datar dan diberikan gaya horizontal sebesar 1000 N. Bila koefisien gesek kinetis antara balok dan bidang datar adalah 0,25. Tentukan besarnya percepatan gerakan balok tersebut.
  - m/det<sup>2</sup>.
  - m/det<sup>2</sup>.
  - m/det<sup>2</sup>.
  - m/det<sup>2</sup>.
- Sebuah mobil dengan berat 2000 kg bergerak pada jalan datar dengan kecepatan 90 km/jam ketika pengereman dilakukan dengan gaya pengereman sebesar 8 kN. Tentukan besarnya jarak pengereman sampai mobil tersebut berhenti.
  - m
  - m
  - m
  - m

## IV. KINEMATIKA BENDA TEGAR

### 4.1 Menentukan Kecepatan Komponen Mesin

bergerak pada lintasan lurus maupun lengkung seperti pada gambar 13. Usaha yang dilakukan oleh partikel tersebut adalah  $U_{1-2}$ , sedangkan perubahan energi kin