MODUL VIII
FISIKA MEKANIKA
KERJA DAN ENERGI

Tujuan Instruksional Umum:

Agar mahasiswa dapat memahami dan menganalisa materi tentang energi mekanik.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari materi ini di harapkan dapat:

- Mendefinisikan energi
- Menyebutkan jenis-jenis energi mekanik
- Menghitung hubungan antar energi dan gaya dan perpindahan baik gaya konstan ataupun gaya tidak konstan

Buku Rujukkan:

▪ Giancoli	Physics
▪ kane & Sterheim	Physics 3 Edition
▪ Sears & Zemanky	University Phisics
▪ Frederick J Bueche	Seri Buku Schaum
▪ Sutrisno	Seri Fisika Dasar
▪ Johanes Surya	Olimpiade Fisika

Energi adalah sesuatu besaran fisis yang dapat menghasilkan kerja bisa di transformasikan dari satu bentuk ke bentuk yang lain. Pada pembahasan di sini dititik beratkan pada energi mekanik yang terdiri dari energi kinetik dan energi potensial.

8.1 Energi dan Kerja

Energi, atau sering kali disebut tenaga, adalah suatu pengertian yang sering sekali digunakan orang. Akhir-akhir ini kita banyak berita tentang krisis energi, yang tidak lain adalah krisis bahan bakar. Bahan bakar adalah sesuatu yang menyimpan energi; jika dibakar kita memperoleh energi, yang selanjutnya dapat digunakan untuk transfort, atau menjalankan mesin dalam suatu pabrik. Akan tetapi energi adalah suatu pengertian yang tidak mudah didefinisiksn dengan singkat dan tepat. Dalam kehidupan sehari-hari kita menghubungkan arti kata energi dengan gerak. Seorang anak yang banyak bergerak dan berlari-lari kita katakan penuh dengan energi. Energi juga dihubungkan dengan kerja. Seorang yang mampu bekerja keras dikatakan mempunyai energi atau tenaga yang besar, sedang yang kurang energi tampak lesu dan tidak kuat melakukan kerja.

8.2 Transformasi energi dan hukum kekekalan energi

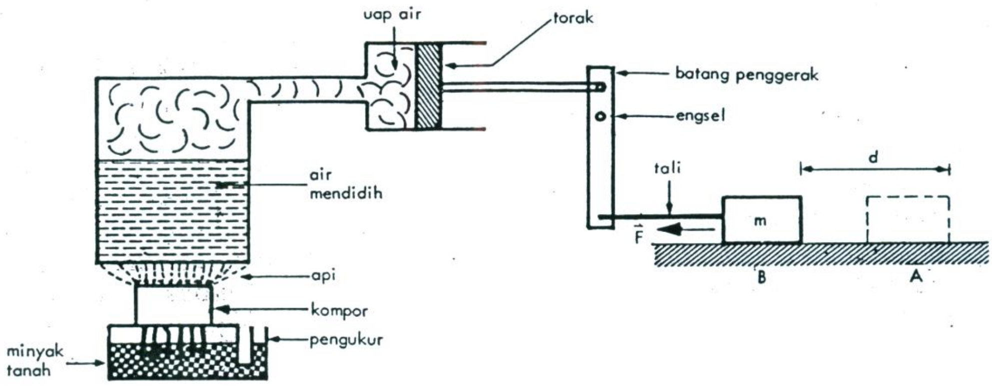
Dalam fisika kita juga artikan energi sebagai kemampuan melakukan kerja. Energi di dalam alam adalah suatu besaran yang kekal. Energi dapat berubah dari suatu bentuk ke bentuk lain, misalnya pada kompor di dapur, energi yang tersimpan dalam minyak tanah diubah menjadi api. Selanjutnya jika api digunakan untuk memanaskan air, energi berubah bentuk lagi menjadi gerak molekul-molekul air. Contoh lain, energi yang didapat dari pembakaran berubah menjadi energi gerak pada mobil. Perubahan bentuk energi ini di sebut *transformasi energi.*

Energi juga dapat di pindahkan dari suatu benda ke benda lain, atau lebih umum, dari suatu sistem ke sistem yang lain. Perpindahan energi ini disebut *transfer* energi. Misalnya dalam contoh kita di dapur, energi pembakaran yang ada dalam api dipindahkan ke air yang ada di dalam panci. Perpindahan energi seperti ini , yang terjadi semata-mata karena perpindahan temperatur, disebut *kalor*. Energi juga dapat dipindahkan dari suatu sistem ke sistem yang lain melalui gaya yang melibatkan pergeseran suatu benda. Perpindahan energi semacam ini adalah yang kita kenal sebagai *kerja mekanik* atau kita katakan sebagai *kerja* saja. Pengertian inilah yang menjadi topik utama bab ini.

***Energi adalah suatu kuantitas yang kekal, dapat berubah bentuk, dan dapat pindah dari suatu sistem ke sistem yang lain, akan tetapi jumlah keseluruhannya adalah tetap. Kita hanya dapat merubah bentuk energi, atau memindahkan energi*.**

8.4 Proses transfer dan transformasi energi

Agar lebih jelas lagi, marilah kita bahas suatu proses perubahan dan perpindahan energi. Untuk itu kita rancang suatu eksperimen sederhana seperti ditunjukan pada gambar 8.1. sebuah kompor minyak tanah dipergunakan untuk memanaskan air dalam suatu ketel air yang diperlengkapi dengan suatu silinder atau torak. Ketel ini tidak lain adalah suatu motor uap sederhana. Torak mendorong batang penggerak, yang selanjutnya menarik tali. Akibatnya balok **m** yang dihubungkan dengan tali bergeser sejauh d.



Gambar 8.1 suatu eksperimen sederhana untuk menunjukan transformasi dan transfer energi

Energi yang tersimpan sebagai ikatan atom dalam molekul minyak dilepaskan waktu terjadi pembakaran dengan oksigen dari udara. Sebagian dari energi pembakaran ini dipergunakan untuk memenaskan air dalam ketel terjadi semata-mata karena perbedaan suhu antara api dan air. Energi yang dipindahkan dengan cara ini disebut *kalor.* Jadi dengan memanaskan air di dalam ketel, kita memasukan kalor kedalam air dan dinding ketel. Kalor yang dimasukan kedalam air berubah menjadi gerak molekul air yang lebih cepat. Disini terjadi transformasi atau perubahan bentuk energi. Dari bentuk api menjadi gerak molekul air. Selanjutnya karena gerak molekul air menjadi lebih cepat, sehingga makin banyak molekul air yang lepas dari permukaan; artinya terjadi penguapan yang lebih besar. Bertambah banyaknya uap air di dalam silinder menaikan tekanan dalam silinder, dan torak mendorong batang penggerak, yang menyebabkan tali menarik benda m dengan gaya F, dan menggerakan benda m. Gerak benda m terjadi karena gaya F bekerja pada benda, sedang gaya F ditimbulkan oleh dorongan, atau dapat dikatakan bahwa gaya F ditimbulkan oleh motor uap air .

Pada posisi B benda bergerak lebih cepat dari pada di A, sehingga energi benda m di B lebih besar daripada di A. jika pada waktu di B tali dilepaskan dari batang penggerak dan dihubungkan dengan benda lain, maka benda m dapat menggerakkan benda lain tersebut. Jadi benda m memperoleh tambahan energi, yaitu karena adanya perpindahan energi dari motor uap kita ke benda ini. Perpindahan energi ini dilakukan melalui gaya F yang menyebabkan benda bergeser dalam arah F. *energi yang dipindahkan dengan cara ini disebut kerja*, atau lebih tepat disebut *kerja mekanik.* Dikatakan bahwa gaya F melakukan kerja pada benda m.kerja yang dilakukan oleh gaya F ini memindahkan energi dari pelaku gaya(disini motor uap), ke benda m. *Akibatnya jika pada sebuah benda dilakukan kerja, maka benda itu akan mendapat energi. Sedang jika sebuah benda melakukan kerja, benda tersebut akan kehilangan energi.*

8.5 Ukuran transfer energi

Kerja yang dilakukan oleh sebuah gaya dapat diukur dari banyaknya bahan bakar yang diperlukan untuk melakukan kerja tersebut.

Jika dalam eksperimen kita usahakan agar tidak ada energi yang hilang sebagai kalor, maka energi dari bahan bakar seluruhnya dipergunakan untuk melakukan kerja. Untuk suatu gaya F tertetu yang bekerja pada benda tertentu, perpindahan benda sebesar 2 d memerlukan bahan bakar 2 kali perpindahan d. sedangkan untuk suatu perpindahan tertentu, gaya 2 F memerlukan bahan bakar dua kali gaya F. jadi kerja yang dilakukan oleh gaya F yang menyebabkan pergeseran benda sebesar Δx dalam arah F dapat dituliskan sebagai

$\Delta w = F\,\Delta x$

Definisi di atas menyatakan bahwa jika pergeseran $\Delta x = 0$ maka tidak ada kerja yang dilakukan. Jika misalnya dalam eksperimen kita benda m ditahan agar tidak bergeser, maka gaya F tidak menaikan energi benda tersebut; jika tali dilepas di C dan dihubungkan pada benda lain tersebut. Jadi energi yang dipindahkan ke benda m adalah nol, atau tidak ada kerja yang dilakukan oleh gaya F. dalam keadaan seperti ini energi dari bahan bakar yang dipergunakan akan hilang sebagai kalor, akan tetapi kerja yang dilakukan oleh motor uap adalah sama dengan nol.

8.6 Satuan

Mungkin anda bertanya apakah satuan untuk kerja. Dari persamaan kita dapat melihat bahwa satuan untuk kerja adalah satuan untuk gaya dikalikan dengan satuan untuk panjang. Dalam system satuan MKS, satuan untuk gaya adalah *newton* (N) dan satuan untuk panjang dalah *meter* (m), sehingga satuan untuk kerja haruslah *newton- meter,* (Nm); satuan ini kita sebut *joule*.

Jadi 1 joule = 1 Nm

Dalam sistem satuan cgs, gaya dinyatakan dalam *dyne-cm*; satuan ini kita sebut *erg*.

Jadi 1 *erg = dyne-cm*

Dalam sistem satuan statika fps (Inggris), kerja dinyatakan dalam *foot-pound* (ft-1b).

Hubungan antara ketiga satuan kerja di atas adalah sebagai berikut

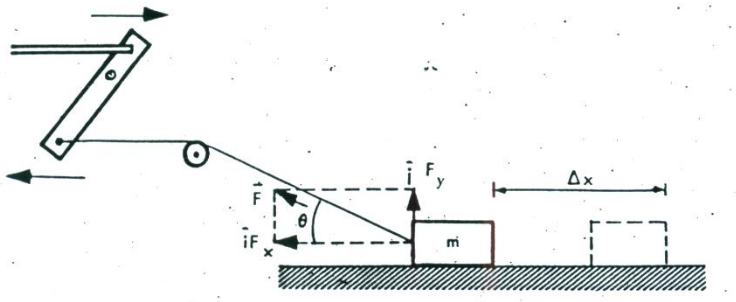
1 joule = 10^7 erg = 0,7376 ft-1b

1 ft-1b = 1,356 joule = 1,356 x 10^7 erg

Karena kerja adalah energi yang dipindahkan, maka satuan untuk energi adalah sama dengan satuan untuk kerja.

8.7 Gaya tak sejajar gerak

Sekarang misalkan perpindahan Δx tidak sejajar dengan arah $\vec{F}$ berapakah besar kerja yang dilakukan pada benda. Perhatikan Gambar 8.2



Gambar 8.2 gaya F menbuat sudut θ terhadap arah perpindahan Δx.

Gaya $\vec{F}$ membuat sudut θ terhadaf arah perpindahan Δx. misalkan Δx cukup kecil sehingga sudut θ dapat dianggap tetap. Untuk membahas apa yang terjadi, kita uraikan gaya $\vec{F}$ atas komponen-komponen pada arah sumbu X dan Y, yaitu

$\vec{F}$ = ax F_x + ay F_y

Dengan ax vektor satuan pada arah X, dan ay vektor satuan pada arah Y. kita lihat bahwa benda hanya berpindah tempat pada arah X, dan tidak berpindah tempat dalam arah Y. jadi komponen gaya ay F_y tidak melakukan kerja, sehingga kerja yang dilakukan oleh gaya $\vec{F}$ hanyalah

Δw = F Δx = F $\cos\theta \; \Delta x$ (8-1)

Perhatikan bahwa gaya F dan perpindahan Δx keduanya adalah vektor. Persamaan (8-1) dapat dituliskan dengan notasi vektor, yaitu dengan *perkalian titik* atau *perkalian scalar* antara dua vektor.

Jika anda mengangkat balok ini vertikal tanpa mempergunakan bidang miring, kerja kita dapat mempergunakan gaya yang lebih kecil (P = 58,8 N), dari pada jika kita mengangkat langsung vertiakal (gaya = 98 N). akan tetapi pada bidang miring kita harus mendorongnya lebih jauh (5 m) sedangkan dalam arah vertikal kita hanya perlu mengangkat sejauh 3 m. pad proses perpindahan energi oleh kerja ini, dari manakah energi diambil?

Komponen vertikal dari tarikan P oleh orang tidak melakukan kerja pada kotak. Akan tetapi perhatikan bahwa tarikan ini mengurangi gaya normal antara kotak dan permukaan jalan (N = W – P $\sin\theta$) dan dengan demikian mengurangi besar gaya gesekan (f = μ_k N). Apakah orang itu akan melakukan kerja lebih sedikit, sama atau lebih banyak, jika tadi ditarik dengan tali pada horizontal?

8.8 Usaha oleh gaya yang tidak konstan

a. Usaha oleh gaya tekan normal N, arah N selalu tegak lurus lintasan sedang nilai N boleh tetap/berubah-ubah maka usaha oleh N selalu = 0
b. Usaha oleh gaya gesekan yang nilainya konstan pada lintasan lurus/tidak lurus. Arah fr selalu berlawanan arah gesek, jadi selalu negative.
   Usaha oleh gaya gesekan fr = fr . ds (ds = panjang lintasan)

Energi/tenaga Mekanik

Ketentuan : suatu benda (oleh sesuatu sebab gaya) dikatakan memiliki suatu tenaga, bila benda itu mempunyai kemampua/kesanggupan untuk melakukan suatu usaha.

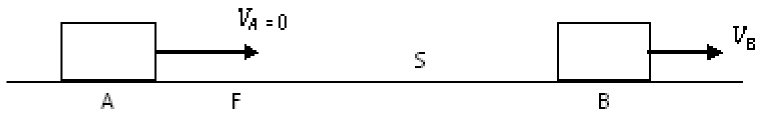
Dibedakan dua macam tenaga : yaitu tenaga gerak atau kinetis dan tenaga tempat atau potensial.

8.9 Energi Kinetik

Suatu benda dengan massa m sedang bergerak dengan kecepatan V_1 memiliki tenaga gerak karena benda itu mempunyai kemampuan untuk melakukan usaha. Peluru yang ditembakan memiliki tenaga gerak, karena itu dapat menembus/masuk kedalam sasarannya yang dikenal, makin besar/berat peluru makin dalam menembusnya, juga makin besar kecepatannya makin dalam pula menembusnya.

Kesimpulan : tenaga gerak bergantung kepada massa dan kecepatan.

Untuk menurunkan rumusnya perhatikanlah gambar 8.3 di bawah ini



Gambar 8.3

Tenaga gerak di B U_{AB} = F . S

$V_t = V_B$ = a . t atau t = $\frac{V_B}{a}$

$S_t = \frac{1}{2}$ a . $t^2 = \frac{1}{2}$ a $\left(\frac{V_B}{a}\right)^2 = \frac{V_B^2}{2\,a}$

Energi kinetik di B = F . S = m a $\left(\frac{V_B^2}{2\,a}\right) = \frac{1}{2}$ m V_B^2

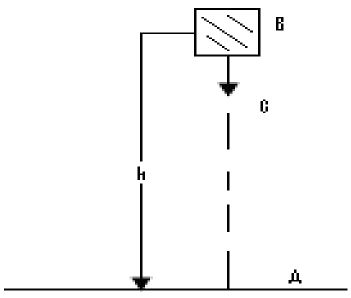
Bila kecepatan mula – mula $V_A \neq 0$ maka $U_{AB} = \frac{1}{2}$ m $(V_B^2 - V_A^2)$

8.10 Energi potensial

Suatu benda yang beratnya W berada disuatu tempat, memiliki tenaga tempat terhadap suatu tempat lain yang kita pilih. Karena benda itu mempunyai kemampuan melakukan usaha dari tempat tersebut ketempat yang lain (yang kita pilih). Tempat yang dipilih kita tentukan, sebagai bidang potensial nol, perhatikan Gb

Tenaga tempat benda di B terhadap A U_{AB} oleh W ialah w . h

Energi potensial di B = w . h = mg . h



Gambar 8.4

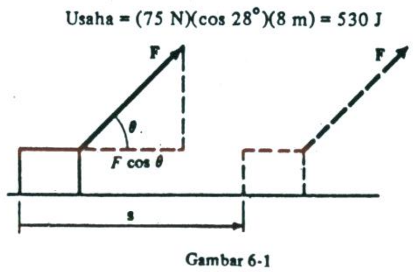
Bila titik A mempunyai ketinggian terhadap tempat lain, maka energi potensial adalah : E_{pot} = m g $(h_B - h_A)$

Untuk jelasnya marilah kita lihat contoh di bawah ini.

Contoh soal-soal yang dipecahkan

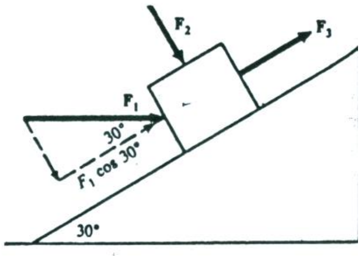
1) Pada gambar 8.10, kita anggap bahwa ditarik sepanjang jalan oleh sebuah gaya 75 N dengan arah 28^0 dari garis horizontal.berapakah kerja atau usaha yang dilakukan gaya untuk menrik benda sepanjang 8 m?
   Usaha yang dilakukan adalah hasil kali perpindahan, yaitu 8 m, dengan komponen gaya sejajar perpindahan, (75 N) $(\cos 28^0)$. Jadi

   W = F . S
   = F . S $\cos\theta$
   = 75 . 8 $\cos 28^0$
   = 530 J



Gambar 8.5

2) Sebuah benda dengan gerakan 30^0 diatas bidang miring (lihat gambar 8.11) bergerak ke atas karena padanya bekerja beberapa gaya, tiga di antaranya tergambar di sebelah: F_1 sebesar 40 N arah datar; F_2 tegak lurus bidang miring sebesar 20 N. F_3sebesar 30 N sejajar bidang miring.hitunglah usaha yang dilakukan masing – masing gaya kalau benda berpindah 80 cm ke atas.
   Komponen F_1sejajar arah perpindahan adalah
   $F_1 \cos 30^0$ = (40 N) (0,866) = 34,6 N



Gambar 8.6

Maka usaha yang dilakukan F_1 adalah (34,6 N) (0,80 m) = 28 J (perhatikan bahwa perpindahan harus dinyatakan dalam meter)

F_2 ternyata tiadak melakukan usaha apapun, karena gaya ini tidak mempunyai komponen dalam arah perpindahan

Komponen gaya F_3 dalam arah perpindahan adalah 30 N, maka usaha yang dilakukannya adalah (30 N) (0,80 m) = 24 J

3) Sebuah benda 300 gr meluncur sepanjang 80 cm diatas meja horizontal. Berapakah besar usaha yang dilakukan pada benda tersebut oleh gaya gesekan yang diperoleh dari meja bila koefisien gesekan adalah 0,207

Kita pertama mencari gaya gesekan. Berhubung gaya normalonya sama dengan berat benda,

$$f = \mu F_N = (0,20)\ (0,300\ kg)\ (9,8\ m/s^2) = 0,588\ N$$

usaha yang dilakukan pada benda oleh f adalah fs $\cos\theta$. Karena gaya gesekan berlawanan arah dengan pergeseran $\theta = 180^0$, maka

$$usaha = fs \cos 180 = (0,588\ N)\ (0,80\ m)\ (-\ 1) = -\ 0.470\ J$$

usaha adalah negative karena gesekan mengurangi kecepatan benda; dengan demikian energi kinetik (tenaga gerak) dari benda menjadi lebih kecil.

4) Kalau sebuah benda kita angkat, kita melakukan usaha melawan gaya tarik bumi. Berapakah usaha itu kalau sebuah benda 3 kg kita angkat 40 cm?

Agar benda 3 kg dapat diangkat dengan kecepatan tetap, kita harus mengadakan gaya ke atas yang sama besarnya dengan berat benda. Usaha gaya inilah yang di maksud dengan istilahusaha melawan grafitasi. Karena gaya gesek adalah mg, dengan m adalah massa benda, kita peroleh

Usaha = (m g) (h) ($\cos\theta$) = (3 x 9,8) (0,40 m) (1) = 11,8 J

Jelasnya, usaha melawan gaya tarik bumi (gravitasi) dalam pergeseran benda bermassa *m* yang melalui jarak vertikal *h* adalah *mgh.*

5) Sebuah benda 0,20 kg terletak diatas lantai licin. Pada benda itu bekerja gaya sebesar 1,50 N dalam arah datar. Setelah benda itu menempuh 30 cm berapakah lajunya?

Usaha yang dilakukan = $(EK)_{akhir} - (EK)_{awal}$ atau Fs $\cos 0^0$ = $\frac{1}{2}$ mvf^2 - 0

Setelah disubstitusikan harga – harga yang diketahui : (1,50 N) (0,30 m) = $\frac{1}{2}$ (0,20 kg) v^2f atau vf = 2,1 m/s.

6) Sebuah peluru ditembakan dengan keceapatan awal 20 m/s ke atas. Berapa ketinggian yang dicapai kalu kecepatannya tinggal 8 m/s? gerakan udara boleh diabaikan.

Perubahan KE + perubahan EPG = 0

$\frac{1}{2}$ m$v_f^2 - \frac{1}{2}$ m$v_o^2 +$ (mg) ($h_f - h_o$) = 0

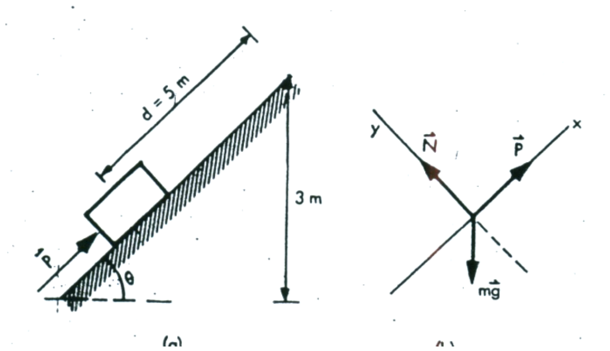
Kita ingin mencari $h_f - h_o$. Dengan mengerjakan sedikit secara aljabar, kita peroleh

$$h_f - h_o = -\frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,g} = -\frac{(8\,m/s)^2 - (20\,m/s)^2}{2(9{,}8\,m/s^2)} = 17{,}1\text{ m}$$

7) Sebuah balok bermassa 10 kg harus dinaikan dari dasar ke puncak suatu bidang miring sejauh 5 m. puncak bidang miring yang mendorng balok ke atas dengan kecepatan tetap?

Situasi persoalanya ditunjukan pada Gb.13.7(a). sedang gaya-gaya yang bekerja pada balok ditunjukan dalan Gb.13.7(b).

Pertama-tama kita harus menentukan gaya $\vec{P}$ lebih dahulu. Karena geraknya adalah dengan kecepatan tetap, maka resultan gaya sepanjang bidang miring haruslah sama dengan nol.



Gambar 8.7 sebuah gaya $\vec{P}$ memindahkan sebuah balok sejauh d sepanjang bidang miring yang membuat sudut θdengan horizontal dan diagram gaya benda bebas untuk balok.

Jadi

P – mg $\sin\theta$ $=$ 0 atau

P = mg $\sin\theta$

= (10 kg) (9,8 m/det^2) $\left(\frac{3}{5}\right)$

= 58,8 nemton

Maka kerja yang dilakukan oleh P adalah

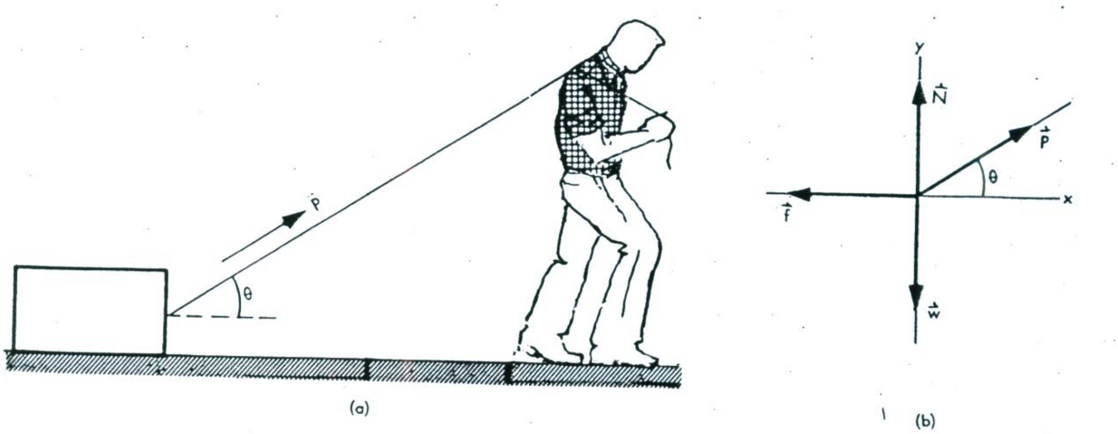
W = P d $\cos\theta$ = P d $\cos 0^0$

= (58,8 N) (5 m)

= 294 joule

8) Seorang menarik sebuah kotak dengan berat 10 lbs sejauh 30 ft sepanjang suatu permukaan horizontal dengan *kecepatan tetap*.

Berapa besar kerja yang dilakukan pada kotak jika koefisien gesekan kinetik adalah 0,20, dan tarikannya membuat sudut 45^0 dengan horizontal.



Gambar 8.8 gambar untuk contoh 8

(a) Seorang menarik sebuah kotak dengan gaya p pada sebuah tali yang membuat sudut sebesar θ dengan horizontal

(b) Diagram gaya benda bebas pada kotak

Pada Gb.8-8a, ditunjukan persoalannya, dan gaya-gaya yang bekerja pada kotak (dianggap sebagai benda titik) dilukiskan pada Gb. 8-8b Gaya $\vec{P}$ adalah tarikan orang terhadap kotak,$\vec{w}$ adalah berat kotak, $\vec{F}$ gaya gesekan, dan $\vec{N}$ adalah gaya normal pada kotak. Kerja yang dilakukan oleh orang pada kotak adalah

W = P d $\cos\theta$

Untuk menentukan ini, kita harus menghitung P lebih dahulu. Untuk ini lihat diagram gaya pada Gb. 8-8b. kotak bergerak dengan kecepatan tetap, sehingga tidak ada percepatan. Hukum II Newton menyatakan bahwa

P $\cos\theta$ - f = 0

P $\sin\theta$ = N – W = 0

Sedang

F = μ_k N

Untuk menentukan P kita harus menghilangkan (mengeliminir) f dan N, dan dicari nilai P diperoleh

P = μ_kw/ ($\cos\theta$+ $\mu_k \sin\theta$)

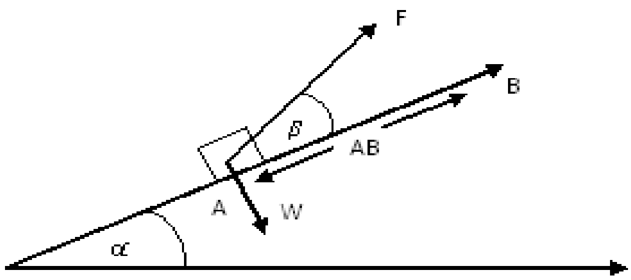
Dengan μ_k = 0,20, w = 10 lb. dan θ = 45^0, kita peroleh

P = (0,20) (10 lb) / (0,707 + 0,141) = 2,4 lb

Dengan d = 30 ft, kerja yang dilakukan orang adalah sebesar

W = P d $\cos\theta$ = (2,4 lb) (30 ft) (0,707) = 51 ft-lb

9) Bila diketahui $\tan\alpha$ = $\frac{5}{12}$, $\tan\beta$ = $\frac{1}{2}$, F = $\sqrt[2]{5}$ kg, pajang AB = 8 m dan koefisien gesekan μ = $\frac{1}{4}$

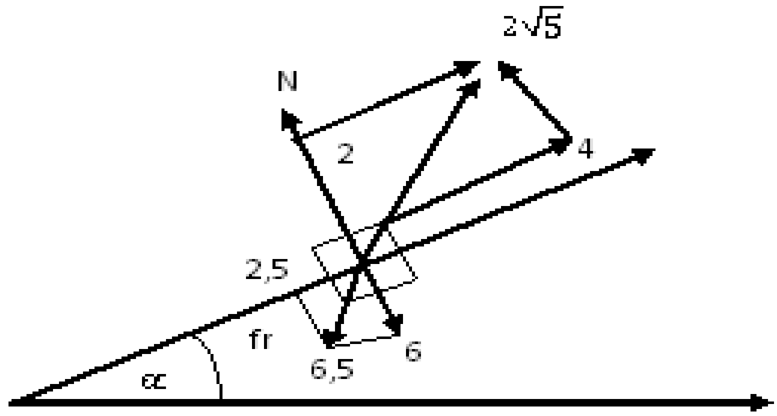


Gambar 8.9

Carilah :

a. Usaha oleh w dari A ke B
b. Usaha oleh F dari A ke B
c. Usaha oleh N dari A ke B
d. Usaha oleh fr dari A ke B

Jawab : gambar dahulu gaya – gaya yang bekerja pada titik materi W tersebut dengan lengkap, barulah kita menghitungnya berdasar gaya – gaya yang telah disusun menurut sumbu – sumbu.



Gambar 8.10

Benda bergerak dalam bidang.

$\sum F$ = 0 = N + 2 – 6 N = 4

Gaya gesekan fr = μ N = $\frac{1}{4}$. 4 = 1 kg

a) Usaha oleh W = - 2,5 . 8 = - 20 kg

b) Usaha oleh F = 4 . 8 = 32 kg

c) Usaha oleh N = 0

d) Usaha oleh fr = - 1 . 8 = -8 kg

LATIHAN SOAL

1. Sebuah benda 0,30 kg terletak diatas lantai licin. Pada benda itu bekerja gaya sebesar 3 N dalam arah datar. Setelah benda itu menempuh 60 cm berapakah lajunya?
2. Sebuah peluru ditembakan dengan keceapatan awal 40 m/s ke atas. Berapa ketinggian yang dicapai kalu kecepatannya tinggal 12 m/s? gerakan udara boleh diabaikan.
3. Sebuah benda p beratnya 20 kg terletak dari titik A pada bidang miring yang kasar (sudut miring 30^0) koefisien gesekan = 1/2$\sqrt{3}$ pada p bekerja gaya F = 12$\sqrt{3}$ kg arah miring keatas bersudut 30^2 terhadap bidang miring, p di beri kecepatan awal 4 m/dt searah komponen F pada bidang miring keatas. Bila p menempuh jarak AB = 24 meter sepanjang bidang miring.

   Ditanyakan : Kecepatan p di B

   a. Usaha sepanjang AB oleh F dan fr

   b. Selisih tenaga mekanik di A dan B

MODUL XI DAN X
FISIKA MEKANIKA
GERAK LURUS

Tujuan intruksional umum

Agar mahasiswa dapat mengetahui Fisika mekanika tentang garis lurus

Tinjauan Instruksional khusus

- Dapat memahami dan menganalisa tentang kecepatan rata-rata dan perpindahan
- Dapat memahami dan menganalisa tentang kecepatan sesaat
- Dapat memahami dan menganalisa tentang percepatan
- Dapat memahami dan menganalisa tentang gerak lurus dipercepat beraturan
- Dapat memahami dan menganalisa tentang benda jatuh
- Dapat memahami dan menganalisa tentang benda dilempar vertikal
- Dapat memahami dan menganalisa penerapannya.

]

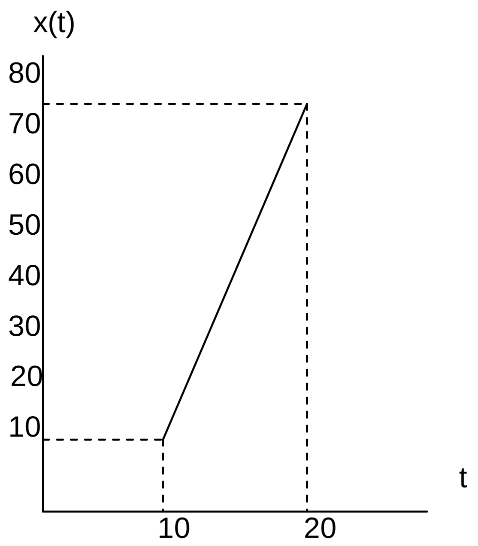
Buku Rujukan:

▪ Giancoli	Physics
▪ kane & Sterheim	Physics 3 Edition
▪ Sears & Zemanky	University Phisics
▪ Frederick J Bueche	Seri Buku Schaum
▪ Sutrisno	Seri Fisika Dasar
▪ Johanes Surya	Olimpiade Fisika

9.1 Kecepatan rata-rata dan perpindahan

Perpindahan sebuah benda didefinisikan sebagai perpindahan posisinya, benda yang mengalami perubahan posisi dikatakan berpindah, misalnya seseorang memperhatikan stop watch sebuah benda berubah pada posisi pada t_1 = 10s berada pada jarak 15 meter dari titik acuan dan pada t2 = 20s benda berada pada jarak 75 meter dari titik acuan dan berpindah mengikuti garis lurus pada sumbu x ditulis dalam bentuk koordinat waktu dan posisi (t, x) adalah sebagai berikut (10, 15) dan (20, 75).

Dalam bentuk grafik



Gambar 9.1

Perubahan posisi perpindahan pada contoh diatas:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Sedang perubahan waktu untuk memindahkan benda dari posisi awal x_1 ke posisi akhir x_2 adalah sebesar

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Jika hanya memperhatikan posisi awal dan akhir saja dalam selang waktu tertentu maka dapat dicari kecepatan rata-rata dari benda tersebut. Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Kecepatan rata-rata} = \frac{Perpindahan}{waktutempuh}$$

Dalam bentuk simbol matematik ditulis sebagai berikut:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x2 - x1}{t1 - 12}$$

$\bar{v}$ = melambangkan kecepatan rata-rata (m/s)

x_1 = posisi akhir (m)

x_2 = posisi awal (m)

t_2 = waktu akhir

t_1 = waktu awal

9.2 Kecepatan Sesaat

Jika seseorang mengendarai mobil bergerak lurus selama 2 jam dan menempuh jarak 150 Km maka mobil tersebut bergerak rata-rata sebesar

$$\bar{v} = \frac{150}{2} = 75 \text{ Km / jam}$$

tetapi mustahil mobil tersebut setiap saat bergerak dengan kecepatan 75 Km/jam misalnya pada waktu mulai bergerak dan waktu mau berhenti tidak mungkin seketika berubah, kecepatan yang dilihat pada saat tertentu disebut kecepatan sesaat atau dengan ungkapan matematika keecepatan sesaat didefinisikan sebagai berikut:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Misalnya pada t_1 = t posisi benda x(t); dan pada t_2 = t + Δt pada posisi benda x (t + Δt) dimana Δt adalah waktu yang sangat pendek maka kecepatan sesaat adalah

$$V = \lim_{\Delta t \to o} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

secara matemati definisi di atas sama dengan definisi turunan atau diferensial

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

dengan perkataan lain kecepatan sesaat adalah perubahan posisi terhadap waktu pada perubahan waktu yang singkat atau turunan posisi terhadap waktu.

Contoh:

Sebuah benda bergerak posisinya mengikuti persamaan sebagai berikut

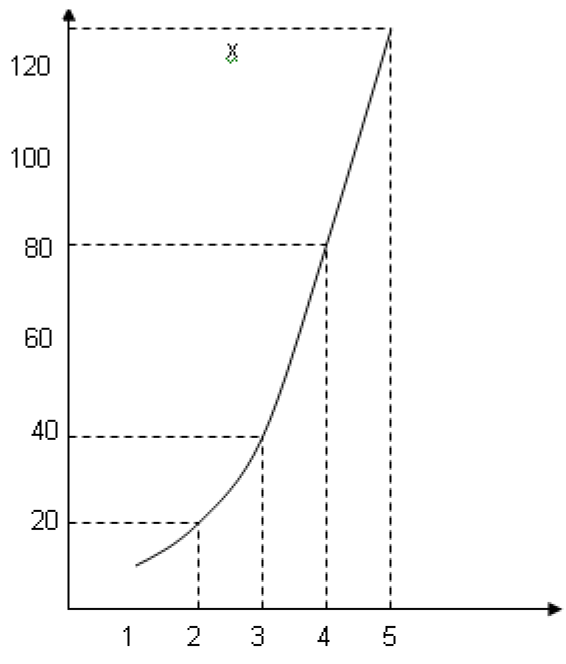
$X(t) = 5t^2$ meter, t dalam detik atau s.

a. Ingin digambarkan grafik waktu (t) thp posisi x untuk interval $1 \leq t \leq 5$
b. Ingin dicari kecepatan rata-rata dari t = 1s s/d t = 5s
c. Ingin diketahui kecepatan sesaat t = 1s; t = 2s; t = 4s; t = 5s; s = second.

Penyelesaian

Tabel 9.1

t	$x = 5t^2$
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125



Gambar 9.2

b. $\bar{v} = \frac{x(5) - x(1)}{t2 - t1} = \frac{125 - 5}{5 - 1} = \frac{120}{4}$ = 30 m/s

c. v = $\frac{dx}{dt}$

v = $\frac{d}{dt}$ ($5t^2$) = 10 t

v(1) = 10.1 = 10 m/s

v(2) = 10.2 = 20 m/s

v(3) = 10.3 = 30 m/s

v(4) = 10.4 = 40 m/s

9.3 Percepatan

Pada umumnya kecepatan benda juga berubah terus dengan waktu. Sebuah benda yang kecepatannya berubah disebut mengalami percepatan, jika dalam selang waktu kecil mengalami perrubahan kecepatan yang besar maka benda tersebut memiliki percepatan yang besar, seperti halnya kecepatan dikenal ada kecepatan rata-rata dan kecepatan sesaat maka percepatan pun sama, dengan mengambil analoginya dengan kecepatan maka:

Percepatan rata-rata = $\frac{perubahan kecepatan}{waktu tempuh}$

$$\bar{a} = \frac{v2 - v1}{t2 - t1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

v_1 = kecepatan awal (m/s)

v_2 = kecepatan akhir (m/s)

t_1 = waktu yang dicatat awal (s)

t_2 = waktu yang dicatat akhir (s)

$\bar{a}$ = percepatan rata-rata (m/s)

Percepatan sesaat a:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

dari persamaan

$$a = \frac{dv}{dt}$$

dan $v = \frac{dx}{dt}$

maka

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

$$a = \frac{d2x}{dt2}$$

dibaca $\frac{d2x}{dt2}$ = turunan kedua dari x terhadap t.

contoh:

1. Sebuah benda mempunyai perubahan posisi mengikuti persamaan

$$x = 5t^3 \text{ m}$$

t dalam satuan detik atau second.

a. Ingin diketahui percepatan rata-rata dari t = 1s s/d t = 5s.
b. Ingin diketahui percepatan pada t = 1s; 2s dan t = 3s.

Penyelesaian:

a. percepatan sesaat dari persamaan posisi diatas

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} = (5t^3) = 15\ t^2$$

sehingga pada saat

$$t = 1s \rightarrow v = 15.12 = 15 \text{ m/s}$$

$$t = 5s \rightarrow v = 15.52 = 375 \text{ m/s}$$

$$\bar{a} = \frac{v2 - v1}{t2 - t1} = \frac{375 - 15}{5 - 1} = \frac{360}{4} = 90 m/s$$

b. Percepatan sesaat didefinisikan

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} = (15\ t^2) = 15t = 30t$$

atau

$$a = \frac{d2x}{dt2} = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}) = \frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}(\ 15t^3\ ))$$

$$a = \frac{d}{dt}(\ 15t^2)\ \backslash = 30t$$

sehingga

pada t = 1s → a = 30.1 = 30 m/s^2

pada t = 2s → a = 30.2 = 60 m/s^2

pada t = 3s → a = 30.3 = 90 m/s^2

2. Persamaan gerak suatu partikel dinyatakan oleh fungsi

$$X = \frac{1}{10t} t^3$$

dalam m dan t dalam detik.

Hitunglah :

a. Kecepatan rata-rata dalam selang waktu t = 3 s sampai t = 4 s
b. Kecepatan sesaat pada t = 5 s.
c. Percepatan rata-rata dalam selang waktu t = 3 s sampai t = 4 s
d. Percepatan sesaat pada t = 5 s

Penyelesaian

a. Kecepatan rata-rata dalam selang waktu t = 3 s sampai t = 4 s

$$t = 3 \text{ s , maka } X = \frac{1}{10.3} 3^3 = \frac{1}{30} 27 = 0{,}9 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ s , maka } X = \frac{1}{10.4} 4^3 = \frac{1}{40} 64 = 1{,}6 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{x(4) - x(3)}{t2 - t1} = \frac{1{,}6 - 0{,}9}{4 - 3} = \frac{0{,}7}{1} = 0{,}7 \text{ m/s}$$

b. Kecepatan sesaat pada t = 5 s.

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{10t} t^3\right)$$

$$v = \frac{d}{dt} \frac{t^2}{10} = \frac{1}{5} t = \frac{1}{5} 5 \text{ s} = 1 \text{ m/s.}$$

c. Percepatan rata-rata dalam selang waktu t = 3 s sampai t = 4 s

$t = 3$ s , maka $v = \frac{1}{5}3 = 0{,}6$ m/s

$t = 4$ s , maka $v = \frac{1}{5}4 = 0{,}8$ m/s

$$\bar{a} = \frac{v4 - v3}{t2 - t1} = \frac{0{,}8 - 0{,}6}{4 - 3} = \frac{0{,}2}{1} = 0{,}2 m/s^2$$

d. Percepatan sesaat pada t = 5 s

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{5}t = \frac{1}{5} \text{ m/s}^2$$

9.4 Gerak lurus dipercepat beraturan

Sebuah gerak yang lintasannya lurus dan dipercepat dengan percepatan tetap dinamakan gerak lurus beraturan (glbb). A = tetap (konstan).

Persamaan kecepatan pada setiap saat yang didapat dari percepatan tersebut dapat dicari dengan cara mengintegralkan percepatan (sebab integral adalah kebalikan dari diferensial).

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$dv = adt$

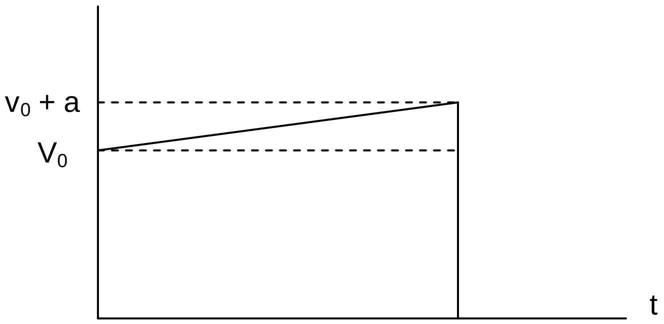
$v = \int adt = at + \text{konstanta}$

konstanta = kecepatan pada t = 0 yang diberi istilah V_0; sehingga persamaan kecepatan

$$v = at + V_0$$

$$\boxed{V = V_0 + at}$$

dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 9.3

Luas yang diarsir adalah jarak yang ditempuh selama t (s).

$X = V_0t + ½ at^2$

Jika pada t = 0 sudah mempunyai posisi dari titik acuan sebesar xo maka

$X = xo + V_0t + 1/2 at^2$

Persamaan diatas dapat diturunkan dengan cara mengintdralkan v terhadap waktu

$V = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = vdt$

$x = \int\int vdt$

dimana $v = v_0 + at$

maka $x = \int(v_0 + at)\, dt$

$x = v_0t + ½ at^2 + \text{konstanta}$

konstanta = posisi pada t = 0 atau dikenal sebutan x_0 sehingga

$$\boxed{X = x_0 + v_0t + ½ at^2}$$

dari persamaan

I. v = V_0 + at $\rightarrow$ t = $\frac{v - vo}{a}$

II. x = V_0t + ½ at^2

dengan mensubtitusikan t kepersamaan II didapat

x = Vo ($\frac{v - v0}{a} + \frac{1}{2}(\frac{v - v0}{a})2$

x = $\frac{v0v - v0}{a} + \frac{v2 - 2v0 + v02}{2a}$

x = $\frac{2v0v - 2v02}{2a} + \frac{v2 - 2v0v + v02}{2a}$

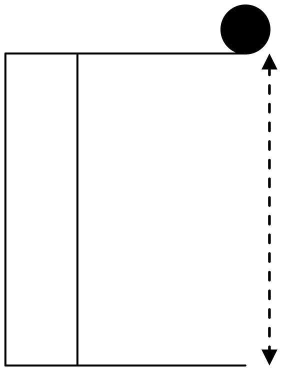
x = $\frac{v2 - v02}{2a}$

v^2-v_0^2 =2ax

atau

$$\boxed{V^2 = v_0^2 + 2ax}$$

9.5 Benda jatuh



Gambar 8.4

Benda yang dijatuhkan secara bebas dan dianggap mempunyai percepatan tetap sebesar percepatan gravitasi (g m/s) dan kecepatan awalnya nol maka kecepatan benda mencapai tanah dapat diturunkan dari persamaan:

$V^2 = V_0^2 + 2ax$

$v_0 = 0$

$x = h$

$a = g$ m/s

sehingga $v^2 = 2\,gh$

$$\boxed{V = \sqrt{2gh}}$$

sedang waktu tempuh dapat diperoleh dari persamaan

$x = v_0\,t + ½\,at^2$

$h = 0 + ½\,gt^2$

$$t^2 = \frac{h}{\frac{1}{2}g} = \frac{2h}{g}$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

9.6 Benda dilempar vertikal

Benda ditembakkan ke atas dengan kecepatan V_0 dan diperlambat dengan perlambatab tetap g m/s^2 mengikuti persamaan.

$V = v_0 + at$

$a = -g$

$$\boxed{v = v_0 - gt}$$

$x = v_0\, t + ½\, at^2$

$$\boxed{x = v_0\, t - ½\, gt^2}$$

Mencapai titik tertinggi adalah

$x_{max} = h_{max} = v_0\, t - ½\, gt^2$

$$h_{max} = v0\left(\frac{v0}{g}\right) - \frac{1}{2} g\left(\frac{v0}{g}\right)^2$$

$$= \frac{v0^2}{g} - \frac{v0^2}{2g} = \frac{v0^2}{2g}$$

$$\boxed{h_{max} = \frac{v0^2}{2g}}$$

Contoh :

1. Sebuah batu dilemparkan keatas dari suatu titik O, dan ketinggian batu diatas O setelah t sekon dinyatakan oleh $h = 20t - 5t^2$, h dalam m.

   Hitunglah :

   a. kecepatan awal

   b. kecepatan pada t = 1 s

   c. ketinggian maksimum yang diukur dari titik O

Penyelesaian

a. kecepatan awal

v = $\dfrac{dh}{dt} = \dfrac{d}{dt} 20t - 5t^2 = 20 - 10t$

maka V_{awal} = 20 – 10.0 = 20 m/s

b. kecepatan pada t = 1 s

v (t = 2 s) = 20 – 10.1 = 10 m/s

c. ketinggian maksimum yang diukur dari titik O

syarat mencapai ketinggian maksimum adalah $\dfrac{dh}{dt} = 0$

v = 20 – 10 t = 0

10 t = 20

t = 2 s

maka h maks = 20t - 5t^2 = 20.2 – 5.2^2 = 40 -20 = 20 m

2. Sebuah bola dilemparkan ke atas dengan kecepatan 19,6 m/s.
   a) Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mencapai titik tertinggi yang dapat mencapai benda tersebut ?
   b) Berapa tinggi bola terlempar keatas ?
   c) Pada saat mana benda berada pada jarak 9,8 m di atas tanah?

Penyelesaian

a) Pada titik tertinggi benda berhenti, sehingga kecepatan sama dengan nol.

Jadi v = vo + at

0 = vo – gt

t = $\dfrac{vo}{g} = \dfrac{19{,}6}{9{,}8} = 2$ sekon

b) Tinggi bola yang terlempar ke atas

y = vo t + ½ a t^2

= vo t – ½ g t^2

= 19,6 . 2 – ½ . 9,8 . 2^2

= 19,6 m

c) Letak benda saat berada pada jarak 9,8 m diatas tanah

$y = vo\ t – ½\ g\ t^2$

$9,8 = 19,6\ t – ½ .9,8\ t^2$

$t^2 - 4t + 2 = 0$

akar persamaan kuadrat ini adalah :

$t_1 = 0,6$ s dan $t_2 = 3,4$ s

pada saat $t_1 = 0,6$ s benda berada pada ketinggian 9,8 m waktu naik, dan pada saat t = 3,4 s berada pada ketinggian tersebut waktu sedang turun.

MODUL XI & XII

FISIKA MEKANIKA

GERAK PELURU DAN GERAK MELINGKAR

Tujuan intruksional umum

Agar mahasiswa dapat mengetahui Fisika mekanika tentang gerak peluru dan gerak melingkar

Tinjauan Instruksional khusus

- Dapat memahami dan menganalisa tentang gerak peluru
- Dapat memahami dan menganalisa tentang gerak melingkar

Buku Rujukkan:

Giancoli	Physics
Kane & Sterheim	Physics 3 Edition
Sears & Zemanky	University Phisics
Frederick J Bueche	Seri Buku Schaum
Sutrisno	Seri Fisika Dasar
Johanes Surya	Olimpiade Fisika

11.1 Gerak Peluru

Gerak sebuah peluru dipengaruhi oleh suatu percepeten gravitasi g dengan arah vertikal ke bawah. Pada arah horizontal percepetan sama dengan nol. Kita pilih titik asal sistem koordinat pada titik dimana peluru mulai terbang. Kita mulai menghitung waktu pada saat peluru mulai terbang. Pada gambar 10.1; jadi kita ambil pada waktu t = 0 peluru pada (0,0).

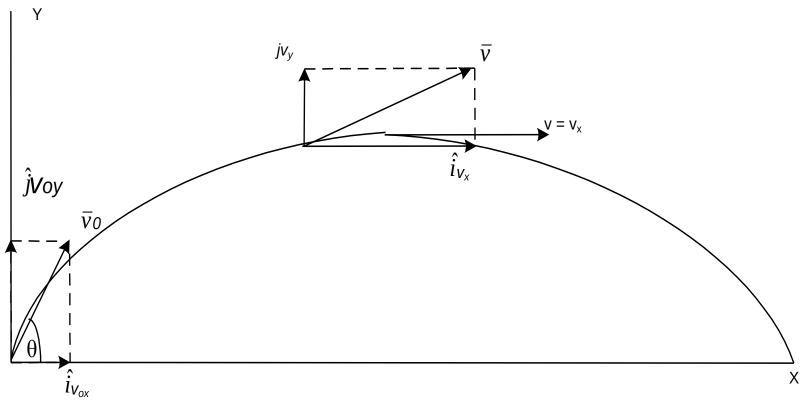
Misalkan kecepatan awal peluru adalah V_o dan sudut

θ_o dengan sumbu x,.Komponen vektor kecepatan awal ada arah sumbu Y yaitu

$v_{oy} = v_o \sin \theta_o$.

Karena tidak ada percepatan ada arah horizontal, maka v_x adalah tetap Jadi dapat kita tuliskan $a_x = 0$ dan dari persamaan sebelumnya kita peroleh

$v_x = v_o \cos \theta_o$ ………………………………………1



Gambar 11.1. Sebuah partikel yang melakukan gerak peluru.

Komponen y dari vektor kecepatan v_y, akan berubah waktu sesuai dengan gerak lurus vertikal dengan percepatan tetap. Dalam kita masukkan $a_{y'} = -g$ dan $v_{oy} = v_o \sin \theta_o$,

maka $v_y = v_o \sin \theta_o - gt$.

Besar kecepatan resultan pada setiap saat diberikan oleh :

$$v = \sqrt{v^2{}_x + v^2{}_y}$$

Sedang sudut θ yang dibuat oleh $\bar{v}$ dengan sumbu X diberikan oleh tg θ = v_y/v_x arah vektor keceatan adalah menyinggung lintasan partikel pada setiap titik; sedang percepatan mempunyai arah vertikal ke bawah pada setiap titik absis dari partikel pada setap saat adalah :

$x = (v_o \cos \theta_o)t$ …………………………………………2

sedang ordinatnya adalah :

$y = (v_o \sin \theta_o)t - \frac{1}{2} gt^2$…………………………………3

dengan eliminasi waktu dari kedua persamaan diatas, kita peroleh persamaan lintasan

$$y = (\text{tg }\theta_o)x - \frac{g}{2(v_o \cos\theta_o)^2}x^2$$

karena v_o, θ_o dan g masing-masing adalah tetapan, maka persamaan diatas dapat ditulis sebagai :

$$y = bx - cx^2$$

Jadi lintasan y(x) dari gerak peluru adalah suatu parabola.

Contoh 1 :

Sebuah bomber terbang horizontal dengan kecepatan tetap sebesar 240 mil/jam pada ketinggian 10000 ft menuju pada suatu titik tepat diatas sasaran. Berapa sudut penglihatan Ø agar bom yang dilepaskan mengenai sasaran, sedang percepatan gravitasi

g = 32 ft/det² adalah sama dengan gerak pesawat terbang. Jadi kecepatan awal bom adalah 240 mil/jam arah horizontal. Jadi v_{ox} = 240 mil/jam = 352 ft/det² dan v_{oy} = 0.

Waktu yang diperlukan bom untuk dapat sampai di tanah dapat dihitung dari gerak vertikal

$$y = v_{oy}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$y = 10.000 \text{ ft},$$

v_{oy} = 0, sehingga :

$$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{2(-10.000)}{32}} = 25 \text{ detik}$$

gerak horizontal yang ditempuh bom adalah :

$$x = vot = (352 \text{ ft/det})(25 \text{ det}) = 8800 \text{ ft}$$

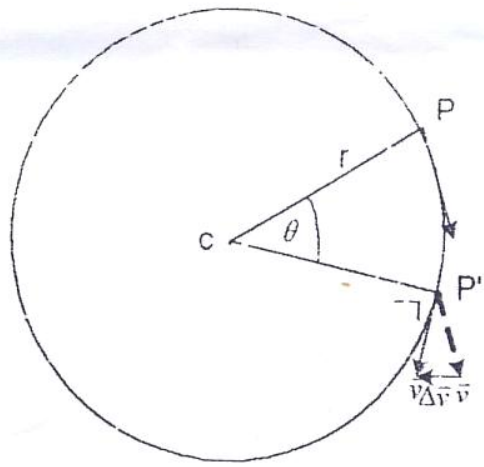
sehingga sudut Ø haruslah :

$$Ø = \text{srctg } (\frac{x}{y})\text{arctg}(\frac{8800}{10.000}) = 41{,}6°$$

Apakah gerak bom tampak seperti parabola bila dilihat dari pesawat terbang ?

10.2 Gerak lingkar

Sumber partikel yang bergerak pada suatu lingkaran dengan laju tetap mempunyai percepatan. Meskipun laju, yaitu besar vektor kecepatan sesaat adalah tetap, akan tetapi vektor kecepatan berubah arah terus menerus, sehingga gerak lingkar beraturan, yaitu dengan laju tetap adalah suatu gerak dipercepat. Jika gerak vertikal adaah v, kita ingin menentukan berapa percepatan a untuk gerak
lingkar beraturan ini, perhatikan. gambar 10.2.



Gambar 11.2 Gerak Lingkar beraturan perubahan vektor kecepatan antara P dan P' diberikan oleh $\Delta \bar{v}$

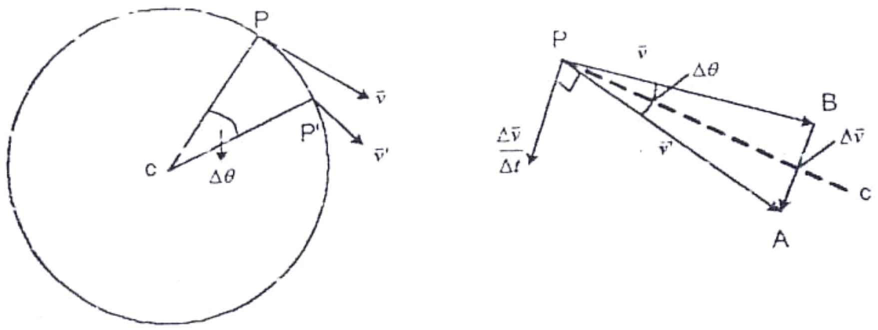
Sebuah partikel melakukan gerak lingkar pada saat t partikel berada pada titik p dan vektor kecepatan dinyatakan oleh v. Beberapa saat kemudian, pada saat t + Δt, partikel sudah berada pada titik P', dimana vektor kecepatan dinyatakan oleh v. Pada setiap saat adalah sepanjang garis sehingga lingkaran pada arah gerak partkel. Karena laju adalah teta (gerak lingkar beraturan) maka sepanjang anak panah yang menyatakan vektor kecepatan juga tidak berubah.

Perubahan vektor dinyatakan oleh Δt = $\bar{v}' - \bar{v}$, sehingga percepatan rata-rata dalam selang waktu Δt diberikan oleh :

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$$

Dan arah percepatan rata-rata adaah dama dengan arah Δt, karena pembagiannya yaitu Δt adalah suatu skalar.

Untuk menghitung percepatan sesaat, selang waktu Δt kita buat sangat kecil yaitu Δt→0; artina titik P' pada gambar kita buat mendekati titik P. Pada gambar ditunjukkan apa yang terjadi jika P' dibuat mendekati P, artinya Δt diperkecil. Tampak bahwa Δv juga menjadi kecil, akan tetapi $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ tetap besar, dan arahnya adalah sama dengan arah $\Delta \bar{v}$



Gambar 11.3

Besar vektor $\Delta \bar{v}$ yaitu $|\Delta \bar{v}|$, dapat dihitung dari segitiga PAB,

$$|\Delta \bar{v}| = 2v\sin\frac{\Delta\theta}{2} \quad \text{………………………………………..(4)}$$

Jika Δt dibuat kecil sekali, maka sudut Δθ juga menjadi sangat kecil, sehingga kita dapat mempergunakan hubungan

$$\sin\frac{\Delta\theta}{2} \cong \frac{\Delta\theta}{2}$$

Dan persamaan (4) dapat ditulis sebagai

$|\Delta \bar{v}| = 2v\frac{\Delta\theta}{2} = v\Delta\theta$ ……………………………………(5)

Disini sudut $\Delta\theta$ adalah dalam satuan radial. Besar PP' mempunyai panjang ΔS, dengan $\Delta S = r\Delta t$.

Dari persamaan-persaman diatas kita peroleh untuk $\Delta t \to 0$

$$|\Delta \bar{v}| = \frac{v\Delta S}{r} = \frac{v(v\Delta t)}{r} = \frac{v^2}{r}\Delta t$$

Akibatnya besar percepatan sesaat a, yang kita tuliskan sebagai a, diberikan oleh:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \bar{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v^2}{r} - \frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

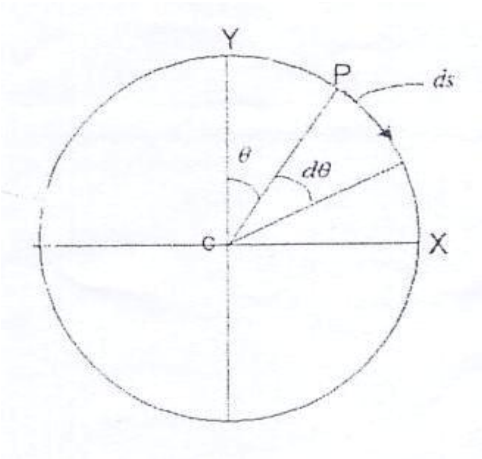
Arah vektor percepatan sesaat diberikan oleh arah $\Delta \bar{v}$, jika Δt dibuat sangat kecil maka arah Δv akan tegak lurus arah garis singgung lingkaran ada titik P. Jadi arah percepatan adalah menuju pusat atau arah sentripertal, sehingga percepatan pada gerak lingkar beraturan disebut percepatan sentripertal.

Jadi kesimpulan kita adalah untuk gerak lingkar beraturan dengan laju v, vektor percepatan sesaat diberikan oleh

$$\bar{a}_c = -\frac{v^2}{r}\hat{a}_r$$

dengan $\hat{a}_r$ adalah vetor satuan ada arah radal keluar atau menjauhi pusat. Tanda negatif ada persamaan diatas menunjukkan bahwa percepatan sentripertal $\bar{a}_c$ mempunyai arah menuju pusat lingkaran.

Dalam gerak lingkar jarak partikel pada suatu saat terhada pusat lingkaran adalah tetap dan sama dengan jejari lingkaran. Akibatnya posisi benda terhadap titik pusat lingkaran cukup dinyatakan oleh sudut θ seperti ditunjukkan pada gambar. Panjang busur dS dapat dinyatakan sebagai $dS = rd\theta$ sehingga



Gambar 11.4

$$v = \frac{dS}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

Pada persamaan adalah kecepatan sudut, yang dinyatakan oleh ω satan dari kecepatan sudut adalah radial/detik. Jadi persamaan dapat ditulis sebagai v = rω

Waktu ang diperlukan dalam gerak lingkar beraturan untuk menempuh satu putaran disebut ride putaran, dan dinyatakan dengan T.

Besaran lain yang sering digunakan dalam gerak lingkar beraturan adalah berapa kali partikel mengelilingi lingkaran dalam satuan waktu, atau revolusi yang dilakukan partikel er satuan waktu. Besaran ini disebut frekuensi, dan dinyatakan dengan f satuan frekuensi adaah cycle/second atau cps. Satuan cps sering disebut Hertz (Hz). Sering disebut frekuensi dinyatakan dalam rpm, yaitu revolusi /minute atau putaran/menit.

Jelas bahwa frekuensi f dapat diperoleh dari periode utaran T, yaitu dari f = 1/T. Jka ada 5 putaran dalam 1 detik, maka waktu untuk satu putaran adaah 1/5 detik.

Jadi T = 1/5 = 1/f.

Hubungan lain adalah antara ω dan T. Dalam waktu satu prioda, partikel melakukan satu putaran berarti menempuh sudut 360° = 2 π rad. Karena kecepatan sudut ω adalah tetap, maka
ω = 2 π/T atau 2 π rad. Akhirnya kita dapat menyatakan percepatan sentripertal $\bar{a}_c$ sebagai

$$\bar{a}_c = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 \hat{a}_r$$

Contoh 1;

Bulan berputar mengelilingi bumimembuat satu putaran dalam 27.3 hari. Jika lintasan orbit data dianggap lingaran, dan mempunyai jejari 239,000 mil = 385 x 10 ^{6}meter, watu untuk satu putaran adalah satu perioda t = 27,3 hari = 23.6 10 ^{6}detik. Laju bulan dianggap tetap adalah

$$v = \frac{2\pi}{T} = 1020 \text{ m/detik}$$

Percepatan sentripertal adalah;

$$\bar{a}_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(1020m/\det)^2}{385/10^6} = 0{,}00273 \text{ m/det}^2$$

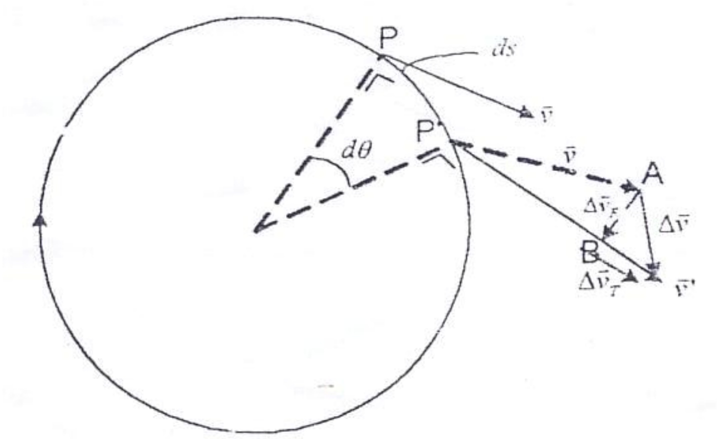
atau hanya 2.8 x 10 $^{-4}$g dengan g adalah percepatan gravitasi yaitu percepatan benda jatuh dekat permukaan bumi.

Contoh 2

Kita diminta untuk menghitung satelit bumi buatan, dengan anggapan bahwa satelit ini bergerak tepat diatas bumin sedang jejari bumi R = 6400 km. Seperti halnya benda yang dekat permukaan bumi, satelit ini mempunyai percepatan g ke arah pusat bumi. Percepatan ini membut satelit bergerak lingkar sekitar bumi. Jadi percepatan sentripertal adalah g dan dari $\bar{a} = v^2/r$ kita peroleh

$$g = \frac{v^2}{R_e} \text{ atau } v = \sqrt{R_e g} = \sqrt{(6{,}4x10^6 m)(10m/\det^2)} = 8000 \text{ m/detik.}$$

11.3 Percepatan Tangensial dalam Gerak Lingkar



Gambar 11.5

Sekarang kita pandang hal yang lebih umum, yaitu gerak lingkar dengan laju tidak tetap. Gerak ini dilukiskan pada gb. 11.5. Misalkan artike ada titik P pada saat t, dan berada di titik P' pada saat t' = t + Δt. Dalam waktu Δt vektor kecepatan berubah sebesar

$$\Delta\bar{v} = \Delta\bar{v}_T + \Delta\bar{v}_R$$

Vektor komponen $\Delta\bar{v}_R$ kita buat dengan P''A = P'B, sehingga $\Delta\bar{v}_R$ menyatakan perubahan vektor percepatan pada laju tetap. Jadi $\Delta\bar{v}_R$ adalah percepatan karena perubahan arah vektor kecepatan.

Jika Δt kita buat mendekati nol, maka $\Delta\bar{v}_R$ juga akan mendekati nol, akan tetapi $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overline{vr}}{\Delta t}$ = âr $\frac{\overline{v^2}}{r}$ adalah sama dengan percepatan radial, yang tidak lain adalah percepata sentriertal $\bar{a}_c$.

Jadi âc= $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overline{vr}}{\Delta t}$ = - âr $\frac{\overline{v^2}}{r}$

Menuju pusat atau arah sentripertal. Jika Δt = 0., yaitu bila p' mendekati P, vektor komponen $\Delta \bar{v}_R$ akan mempunyai arah tangensial atau arah singgung. Akibatnya percepatan singgung diberikan oleh

$$\Delta \overline{v_T} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overline{v_T}}{\Delta t} = \frac{d\overline{v_T}}{dt}$$

Karena v_R mempunyai arah singgung lingkaran, maka

$$\frac{d\overline{v_T}}{dt} = \hat{a}_T \frac{dv}{dt}$$

dengan $\hat{a}_T$ adalah vektor satuan arah singgung, atau arah tangensial.

Perhatikan bahwa perceatan tangensial adalah

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

dari persamaan diatas kita dapatkan

$$a_T = \frac{dv}{dt}(r\omega) = r\,\frac{d\varpi}{dt}$$

Pada persamaan diatas $\frac{d\varpi}{dt}$ menyatakan perubahan kecepatan sudut persatuan waktu, jadi $\frac{d\varpi}{dt}$ tidak lain adalah percepatan sudut, dan dinyatakan denganα. Persamaan dapat kita tulis sebagai

$$a_T = r\,\frac{d\varpi}{dt} = ra$$

percepatan resultan adalah;

$$\bar{a} = \bar{a}_R + \bar{a}_T$$

dan besar percepatan resultan diberikan oleh:

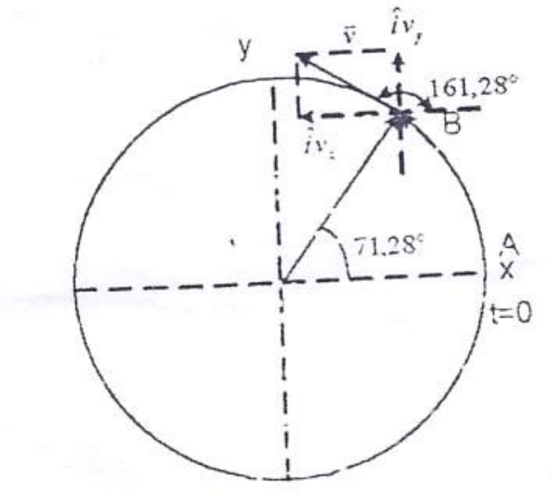
$$a = \sqrt{a^2{}_R + a^2{}_T}$$

Jika gerak bukanlah gerak lingkar, pembahasan di atas tetap berlaku jika untuk jejari lingkar r kita pergunakan jejari lengkungan pada tempat dimana partikel berada satu saat. Kemudian a_r memberikan komponen percepatan pada arah garis singgunglengkungan pada tempat dimana partike berada, sedang a_R adalah komponen percepatan tegak lurus lengkungan pada titik tersebut.

Contoh 3;

Sebuah partikel bergerak pada suatu lingkaran dengan jejari 50 cm seperti pada gambar. Diketahui bahwa kecepatan sudut berubah dengan waktu sebagai (a) jika pada t = 0 benda ada di a, kita hitung titik pada t= 2 detik.

Karena kecepatan sudut ω tidak tetap, kita gunakan hubungan



Gambar 11.6

$$\theta = \int_0^2 \varpi t dt = \int_0^2 5t^3 dt$$

$= \frac{5}{4} t^4 \int_0^2 \; = \frac{5}{4} x(2^4)$

$= \frac{5}{4} x\ 16 = 20$ rad

karena 2π rad = 360° maka

$\theta(t{=}2) = \frac{20}{2\pi} x\ 360° = 3{,}198x360°$

$= (3+0{,}198)360°$

$=(6)360°+71{,}28°$

Jadi saat t = 2 detk partkel sudah mengelilingi ingkaran sebanyak tiga kali dan berada di B. (b) selanjutnya kita marilh kita hitung vektor kecepatan partikel ada t = 2 detik. Laju partikel, yaitu besar vektor kecepatan sesaat adaah v = ωR.

Pada saat t = 2 detik

$\omega = 5 \text{ x } (2)^3 = 4$ rad/detik

sehingga laju

v = ωR = (40 rad/det)(0,50m) = 20 m/det

Arah vektor kecepatan v adalah menyinggung lingkaran pada titik B, membuat sudut +161,28° dengan sumbu x. Jadi vektor kecepatan $\bar{v}$ (t = 2) = 20 m/det $\angle$+ 161,28° (C) sekarang marilah kita tentukan vektor percepatan A pada saat t = 2 detik. Percepatan sudut ω dapat dihitung dari

$a = \frac{d\varpi}{dt} = \frac{d}{dt}(5t)2 = 15t^2$

Pada saat t = 2 detik percepatan sdut ini adalah

A (t = 2) = $15\ (2)^2 = 60$ rad/det^2

Vektor percepatan mempunyai komponen yaitu vektor percepatan tangensial $\bar{a}_r$ dan vektor percepatan radial $\bar{a}_R$.

Vektor percepatan tangensial dapat dihitung dari

$\bar{a}t = \theta\alpha R$

dengan θ adalah vektor satuan dengan arah tangensial. Vektor percepatan radial tidak lain adalah percepatan sentripertal

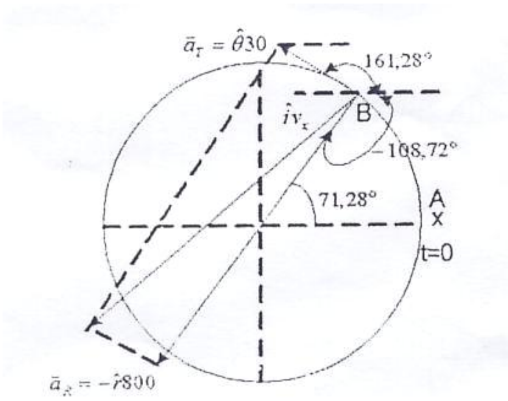
$$\bar{a}_R = -r\frac{v2}{R} = -r\omega^2 R$$

Dengan r adalah vektor satuan arah radial keluar untu t = 2 detik percepatan sudut

α= 60 rad/detik^2 sedang ω = $5(2)^3$ = 40 rad/ detik

sekarang dapat kita hitung $\bar{a}_r = \theta\alpha R = \theta$ (60 rad/det^2)(0,5m) = θ 30 m/det^2

dengan θ adalah vetor satuan menyinggung lingaran pada titik B gb.11.6 sehingga dapat kita tuliskan



Gambar 10.7

$\bar{a}_r$ – 30 m/det < + 161,28°

Vektor komponen percepatan radial pada t = 2 detik adalah

$\bar{a}_R = {}_-r\omega^2 R = {}_-r(40\text{ rad/det})_2\,(0{,}50\text{m})$

$= {}_-r(800)\text{rad/detik}^2$

dengan r adalah vektor satuan arah radial titik B. Jadi dapat ditulisan

$\bar{a}_R = 800\angle{-108{,}72°}\text{m/det}^2$

Akhirnya vektor percepatan t = 2 detik dapat ditulis sebagai

$\bar{a} = \bar{a} + \bar{a}_R = (30\angle{+161{,}28°} + 800\angle{-108{,}72°})\text{m/detik}$

Contoh 4 :

Mengapa benda yang bergerak melingkar beraturan hanya mengalami percepatan tangensial dan tidak mengalami percepatan tangensial ? jawab :

Percepatan sentripetal pada gerak melingkar beraturan disebabkan oleh perubahan arah kecepatan linear (walaupun besar kecepatan linear tetap). Untuk gerak melingkar bearaturan, kecepatan sudut ω adalah konstan, sehingga percepatan sudut $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$. Percepatan tangensial a_T berhubungan dengan percepatan sudut α menurut persamaan $a_T = r \cdot \alpha$. Oleh karena $\alpha = 0$ maka percepatan tangensial a_T juga sama dengan nol.

Contoh 5 :

Poros sebuah motor listrik yang mula-mula diam mengalami percepatan tetap 15 rad/s^2 selama 0.4 s. Tentukan sudut yang ditempuh poros (dalam radian) selama waktu itu.

Penyelesaian :

Poros mengalami percepatan sudut tetap α = 15 rad/s^2,

kecepatan sudut awal, $\omega_0 = 0$, sebab mula-mula diam.

Θ = 0 maka sudut θ yang ditempuh selama t = 0,4 s, adalah

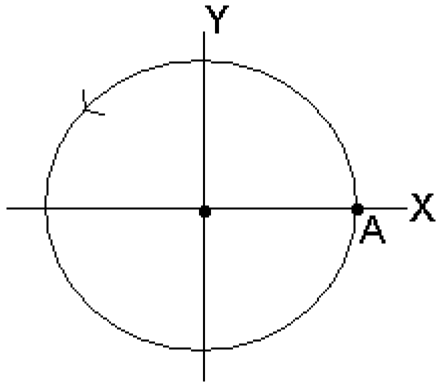
$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = 0 + 0 + \frac{1}{2}(15)(0,4)^2 = 1,2$$

Θ = 1, 2 rad

LATIHAN SOAL

1. Sebuah partikel bergerak pada suatu lingkaran dengan laju tetap frekuensi putaran adalah 0,1 putaran/s.pada t = o benda ada pada titik A (lihat gambar). Jejari lingkaran 10 m.



   - Hitunglah kecepatan rata-rata antara t = 1 s dan t = 3 s
   - Hitung vektor percepatan pada saat t = 3 s (nyatakan hasil perhitungan dalam bentuk koordinat kartesian).

2. Sebuah peluru meriam ditembakkan membuat sudut 60° dengan arah horizontal. Tembakkan dilakukan ke arah atas dilerang gunung yang membuat sudut 45° dengan arah horizontal, dengan laju awal vo. Percepatan gravitasi adalah 10 m/ s^2.
   - Hitung posisi peluru waktu mengenai lereng gunung
   - Vektor kecepatan peluru waktu sampai dilereng gunung.

MODUL XIII DAN XIV
FISIKA MEKANIKA
MOMEN INERSIA

Tujuan intruksional umum

Agar mahasiswa dapat mengetahui Fisika mekanika tentang gerak peluru dan gerak melingkar

Tinjauan Instruksional khusus

- Dapat memahami dan menganalisa tentang gerak peluru
- Dapat memahami dan menganalisa tentang gerak melingkar

Buku Rujukkan:

Giancoli	Physics
Kane & Sterheim	Physics 3 Edition
Sears & Zemanky	University Phisics
Frederick J Bueche	Seri Buku Schaum
Sutrisno	Seri Fisika Dasar
Johanes Surya	Olimpiade Fisika

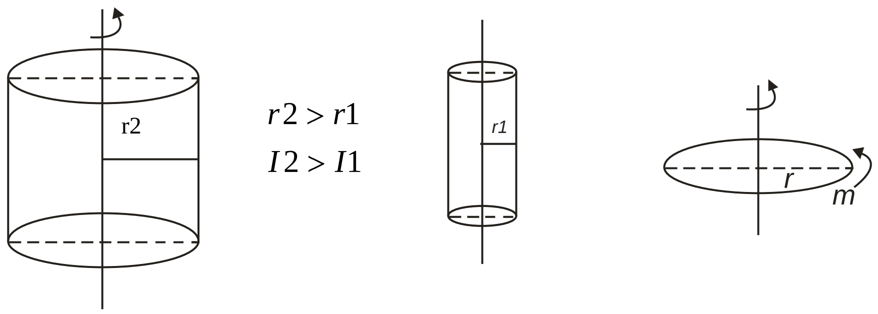
13.1 Momen Inersia

Pada waktu membahas Hukum Newton I, kita telah belajar bahwa setiap benda mempunyai kecenderungan untuk tetap diam atau bergerak lurus beraturan (mempertahankan posisi atau keadaannya). Kecenderungan ini dinamakan Inersia, ukuran yang menyatakan kecenderungan ini dinamakan massa.

Besi lebih sukar digerakan disbanding kayu yang berukuran sama karena besi mempunyai kecenderungan lebih besar untuk mempertahankan posisinya dibandingkan dengan kayu (dengan kata lain massa besi lebih besar dibandingkan dengan massa kayu).

Dalam gerak rotasi tiap-tiap benda mempunyai kecenderungan untuk mempertahankan posisi atau keadaannya. Misalnya : rotasi bumi (perputaran bumi pada sumbunya) dari semenjak bumi diciptakan hingga sekarang bumi senantiasa berotasi dan tidak berhenti berotasi berarti suatu bencana karena tidak ada pertukaran siang dan malam lagi. Kecenderungan seperti ini dinamakan inersia rotasi. Ukuran untuk menyatakan besarnya kecenderungan ini kita namakan momen inersia.

Berbeda dengan massa benda yang hanya tergantung pada jumalh kandungan zat didalam benda tersebut, momen inersia disamping tergantung pada jumlah kandungan zat (masa benda) juga terganyung bagaimana zat-zat atau massa ini terdistribusi. Semakin jauh distribusi massa dari pusat putaran semakin besar momen inersinya.



Gambar 13.1

Misalnya momen inersia suatu silinder lebih besar dibandingkan dengan momen inersia silinder lain yang berukuran lebih kecil karena pada molekul-molekul pembentukannya tersebar pada tempat-tempat yang jauh lebih jauh dari sumbu putarnya.

Momen inersia I suatu benda titik (partikel) terhadap suatu sumbu putar didefinisikan sebagai perkalian massa partikel, m dengan kuadrat jarak partikel r dari sumbu putar.

$I = MR^2$

Momen inersia dari sistem beberapa partikel dapat dihitung dengan menjumlahkan momen inersia tiap-tiap partikel.

$$I = \sum_i m_i r_i^{\,2}$$

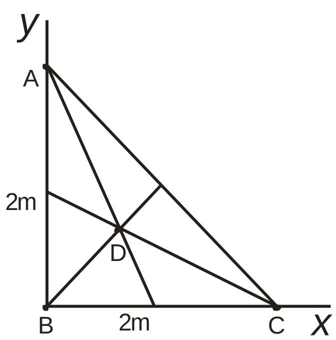
Suatu momen inersia kg.m^2

Contoh 1

Tiga buah massa $(1kg), m_B(2kg)$ dan m_c ukuran seperti pada gambar, hitung momen inersia sistem terhadap sumbu putar berikut ini :

a) Melalui massa A dan B

b) Melalui titik d tegak lurus bidang xy



Gambar 13.2

Penyelesaian :

a) Sumbu putar yang melalui A dan B :

Dalam kasus ini massa m_a dan m_b tidak memberikan kontribusi pada momen inersia, karena kedua massa ini didahului oleh sumbu putar. Momem inersia hanya berasal dari m_c saja, r_c = 2 m adalah jarak sumbu putar dengan m_c.

Diketahui :

Mc = 3 kg

Rc = 2 m

Ditanya : I ?

Jawab : $I = \sum_i m_i r_i^{\,2}$

$= m_c r_c^{\ 2}$ = 12 kg.m^2

b) sumbu putar yang melalui sumbu d (titik berat segitiga)

Dalam kasus ini semua massa memberikan kontribusi pada momen inersia, perhitungan jarak dari titk berat ke masing-masing massa dapat dilihat pada gb. 13.3

Diketahui :

$m_C = 3kg$

$m_B = 2kg$

$m_A = 1kg$

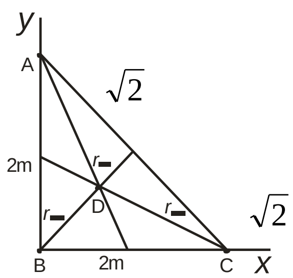
$r_C = 2\sqrt{\tfrac{5}{9}}m$

$r_A = 2\sqrt{\tfrac{5}{9}m}$

$r_B = 2\sqrt{\tfrac{2}{9}m}$

$DB = \tfrac{2}{3}\sqrt{2}$

$DE = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$



$r_C = CD = 2\sqrt{\tfrac{5}{9}}$

$r_A = AD = rC = 2\sqrt{\tfrac{5}{9}}$

$r_B = DB = \tfrac{2}{3}\sqrt{2}$

Gambar 13.3

Ditanya : I?

Jawab :

$$I = \sum_i m_i r_i^{\,2}$$

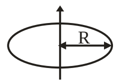
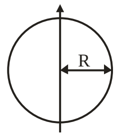
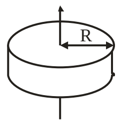
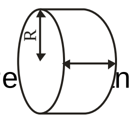
$$= m_A r_A^{\,2} + m_B r_B^{\,2} + m_C r_C^{\,2}$$

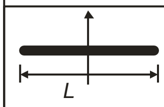
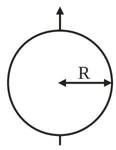
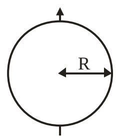
$$= 1.\tfrac{20}{9} + \tfrac{16}{9} + \tfrac{60}{9} = \tfrac{96}{9}\, kgm^2$$

Momen inersia benda tegar

Momen inersia benda tegar atau benda pejal dihitung dengan menghitung jumlah momen inersia tiap partikel dalam benda itu. Pembahasan lebih detil momen inersia benda tegar disajikan dalam subbab pengayaan. Benda tegar adalah benda yang tidak berubah bentuk walaupun mendapat gaya atau momen gaya.

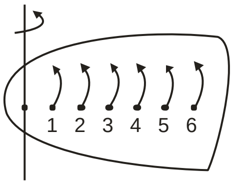
Momen inersia berbaagai bentuk benda tegar jika diputar pada sumbu putar seperti digambarkan.

Benda	Keterangan	Momen Inersia
	Cincin terhadap sumbu simetri	MR^2
	Cincin terhadap diameter	$\frac{1}{2}MR^2$
	Piringan atau silinder terhadap sumbu simetri	$\frac{1}{2}MR^2$
	silinder terhadap diameter	$\frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$

Benda	Keterangan	Momen Inersia
	Batang tipis terhadap sumbu pusat massa	$\frac{1}{12}MR^2$
	Batang tipis diputar diujung	$\frac{1}{3}MR^2$
	Bola terhadap diameter	$\frac{2}{5}MR^2$
	silinder berongga terhadap diameter	$\frac{2}{3}MR^2$

Momen inersia benda tegar

Momen inersia benda tegar terhadap suatu sumbu putar didefinisikan sebagai jumlah momen inersia setiap partikel dalam benda itu.



Gambar 13.4

$$I = m_1 r_1^{\ 2} + m_2 r_2^{\ 2} + m_3 r_3^{\ 2} + m_4 r_4^{\ 2} + m_5 r_5^{\ 2} + m_6 r_6^{\ 2}$$

$$I = \sum_i m_i r_i^{\ 2}$$

Karena benda tegar mempunyai struktur kontinu (atom-atom sangat berdekatan sehingga dapat dikatakan saling bersambungan) maka rumus jumlah itu boleh diganti dengan rumus integral.

$$I = \int r^2 dm$$

Dengan dm menyatakan elemen kecil dari benda yang terletak pada jarak r dari sumbu puatar. Untuk membuktikan hal ini mari kita hitung momen inersia suatu batang yang diputar pusat massanya.

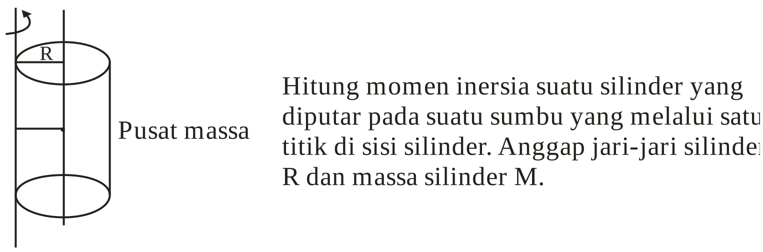
Teorema Sumbu sejajar

Teorema sumbu sejajar menetapkan bahwa momen inersia I suatu benda terhadap suatu sumbu putar sejajar dengan sumbu yang melalui pusat massa benda sama dengan momen inersia terhadap sumbu melalui massa, I_{pm} ditambah perkalian massa benda itu (M) dengan kuadrat dalam sumbu itu ke pusat massa benda D.

$$I = I_{pm} + MD^2$$

Catatan : Pusat mata adalah titik dimana seluruh massa benda dapat dikonsentrasikan pembahasan titik massa diberikan kepada bab selanjutnya.

Umumnya pusat massa benda terletak ditengah atau dipusat benda.



Gambar 13.5

Pusat massa silinder terletak pada tengah-tengah silinder, sehingga jarak puast massa terhadap sumbu putar adalah D = R, karena momentum inersia terhadap sumbu putar ini adalah :

$$
\begin{aligned}
I &= I_{pm} + MD^2 \\
&= \tfrac{1}{2} MR^2 + MR^2 \\
&= \tfrac{3}{2} MR^2
\end{aligned}
$$

Momentum sudut

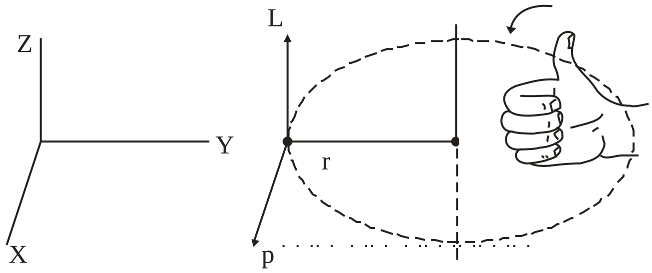
Dalam gerak translasi kita mengenal momentum yang didefinisikan sebagai perkalian antara massa dan percepatan p = m .v

Dalam gerak rotasi besaran yang analog dengan momentum ini adalah momentum sudut.

Momentum sudut suatu partikel (benda titik) yang berputar terhadap suatu titik O didefinsikan sebagai

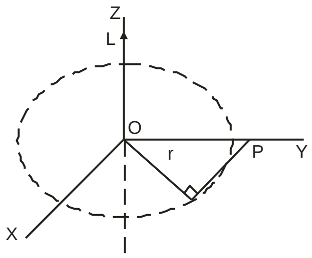
L = r x p

p merupakan momentum partikel dan r adalah vektor posisi partikel.



Gambar 13.6

Arah momentum sudut dapat dicari dengan aturan tangan kanan ketika kita mengepalkan keempat jari kita dari arah r kearah p maka arah ibu jari menunjukkan momentum sudut L.



Gambar 13.7

Gambar 13.7 Melukiskan gerakan sebuah partikel mengelilingi sebuah sumbu putar dengan O sebagai pusat putaran. Momentum sudut terhadap titik O dapat ditulis :

$$
\begin{aligned}
L &= rxp \\
&= |r||p|\sin\theta k \\
&= rmv\sin(90^o)k \\
&= rm(\varpi r)k \\
&= mr^2\varpi k \\
&= I\vec{\varpi}
\end{aligned}
$$

Atau jika hanya besarnya kita boleh tuliskan :

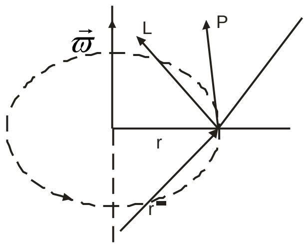
$L = I\omega$

k merupakan vektor satuan arah sumbu z positif dan ϖ merupakan vektor kecepatan sudut. Arah kecepatan vektor sudut ditentukan sebagai berikut :

Jika partikel bergerak melingkar berlawanan dengan arah jarum jam dalam bidang xy maka arah vektor kecepatan sudutnya adalah pada sumbu z positif tapi jika gerakannya searah jarum jam vektor kecepan sudut searah sumbu z negative.

Catatan rumus momentum sudut terhadap titik O pada persamaan hanya berlaku ketika titik O terletak pada bidang rotasi. Jiak tititk O tidak terletak pada bidang rotasi seperti ditunjukkan oleh gambar 13.7. Maka arah momentum sudut tidak sejajar dengan arah ω

Dan besar momentum sudut tidak sama dengan $I\ \omega$. Besar momentum sudut ini dapat ditulis sbb :



$$
\begin{aligned}
L &= r'\,p\sin(90^o) \\
&= r'm\varpi r \\
&= mr^2\varpi\,\tfrac{r'}{r} \\
&= I\varpi\,\tfrac{r'}{r} \\
&= I\varpi
\end{aligned}
$$

Pada pembahasan modul ini kita membatasai diri dengan hanya mendiskusikan soal-soal dimana vektor L sejajar dengan sumbu putar yaitu dimana rumus L = Iω berlaku. Rumus diatas dapat kita perluas untuk benda tegar, Benda tegar dapt kita anggap sebagai kumpulan partikel-partikel jika benda tegar diputar terhadap sumbu maka momentum sudut benda terhadap sumbu putar itu sama dengan jumlah momentum sudut dari partikel-partikel benda tegar tersebut karena arah momentum sudut kita pilih sejajar dengan arah sumbu putar maka kita boleh menuliskan.

$$L = \sum_i I_i \omega_i$$

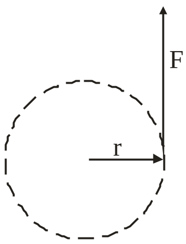
Dimana I_i adalah momen inersia tiap partikel karena ϖ untuk setiap partikel sama maka :

$$L = \omega \sum_i I_i$$

$$= \omega I$$

Dengan I menyatakan momen inersia benda tegar yang diberikan pada tabel satuan momentum sudut adalah kg.m^2/s.

Hubungan momen gaya dengan kecepatan sudut



Gambar 11.8

Gambar melukiskan partikel bermassa m yang diberi gaya F gaya tegak lurus jari-jari menurut hukum Newton benda akan di percepat dengan percepatan searah dengan gaya percepatan. Percepatan ini dinamakan hubungan gaya dan percepatan ini adalah:

$$F = m.\alpha$$

Karena percepatan singgung $\alpha = \alpha r$

Maka $F = m\alpha r$

Sekarang kalikan kedua ruas dengan *r* selanjutnya gunakan definisi

$$\tau = rF$$

Untuk memperoleh hubungan antara momen gaya τ dengan percepatan sudut α

$$rF = rm(\alpha r)$$

$$\tau = mr^2\alpha$$

Karena momen inersia partikel adalah : $I = mr^2$

$$\boxed{\tau = I\alpha}$$

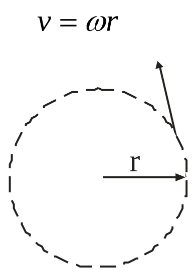
Rumus diatas mirip dengan Newton II $F = m.\alpha$. Disini τ berperan seperti gerak translasi dan α berperan sebagai percepatan pada gerak translasi, bagaimana dengan I? I mempunyai peran seperti massa, semakin besar I semakin besar benda berputar (mirip dengan gerak translasi). Benda bermassa besar sukar digerakkan/dipercepat.

Energi Kinetik Rotasi

Anggap suatu partikel bergerak dengan kecepatan sudut ϖ. Kecepatn singgung partikel adalah : $v = \varpi r$, energi kinetikpartikel ini $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ dengan mensubstitusikan v kita peroleh rumus energi kinetik partikel ini

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m(\varpi.r)^2 = \frac{1}{2}mr^2\varpi^2$$



Gambar 13.9

Karena mr^2 merupakan momen inersia partikel, maka :

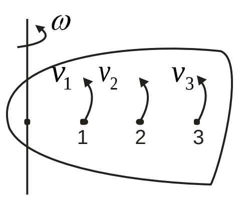
$$\boxed{Ek = \frac{1}{2}1\varpi^2}$$

Dalam kasus ini partikel hanya kbergerak melingkar saja, sehingga rumus energi diatas adalah rumus energi kinetik untuk gerak rotasi. Satuan energi kinetik rotasi adalah joule.

Rumus diatas dapat diperluas untuk suatu benda tegar. Pada waktu benda tegar diputar dengan kecepatan sudut ϖ maka seluruh partikel yang menyusun benda itu bergerak dengan kecepatan sudut ϖ. Energi kinetik rotasi benda tegar merupakan penjumlahan energi kinetik tiap partikel.

$$E_k = \frac{1}{2}I_1\varpi^2 + \frac{1}{2}I_2\varpi^2 + \frac{1}{2}I_3\varpi^2 + \frac{1}{2}I_4\varpi^2 + \ldots$$

$$= \frac{1}{2}\varpi^2\sum_i I = \frac{1}{2}\varpi^2 I$$



Gambar 13.10

Dalam hal ini I merupakan momen inersia benda pejal.

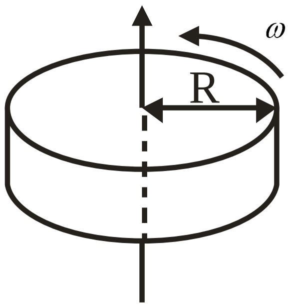
Contoh : Suatu piringan hitam berputar 33 rpm dan mempunyai massa 100 gr. Jika jari-jari piringan hitam 15 cm hitung berapa energi kinetik rotasi piringan hitam ini ?

Momen inersia piringan hitam $I = \frac{1}{2}MR^2$

Penyelesaian : Soal ini dapat diselesaikan langsung dengan rumus :

Diketahui :

$$
\begin{aligned}
M &= 100gr = 0.1kg \\
R &= 15cm = 0.15m \\
\varpi &= 33rpm = 33 putaran/menit \\
&= 33.(2\pi)/60 = 1.1\pi rad/s
\end{aligned}
$$



ditanya E_k ?

Jawab :

$$
\begin{aligned}
E_k &= \tfrac{1}{2}I\omega^2 \\
&= \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2})MR^2\varpi^2 \\
&= \tfrac{1}{4}(0.1)(0.15)^2(1.1\pi)^2 \\
&= 6{,}7x10^{-3}\,Joule
\end{aligned}
$$

Energi ini sangat kecil sekali, ini setara dengan energi untuk memindahkan massa 0,68 gr setinggi 1 meter.

Cara lain menurunkan rumus energi kinetik (pengayaan)

Pada gambar 13.12 gaya F bekerja pada suatu p. usaha yang dilakukan gay ini ketika benda berputar sejauh $ds = rd\theta$ adalah:

$$dw = F.ds = F\cos(90-\phi)rd\theta = F(\sin\phi)rd\theta$$

Karena $r\sin\phi$ merupakan lengan momen maka :

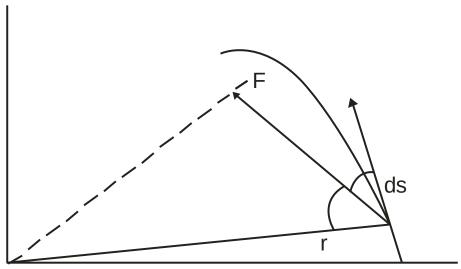
$$dw = F\ell d\theta = \tau d\theta$$

Selanjutnya kita tulis $\tau = I\alpha = I\,\frac{dw}{dt}$ dan gunakan aturan rantai $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\omega$ untuk memperoleh

$$dw = I\,\frac{d\omega}{d\theta}\,\omega . d\theta$$

$$\int dw = \int_{\omega o}^{\omega} I\omega . d\omega$$

$$w = W = \tfrac{1}{2} I\omega^2 - \tfrac{1}{2} I\omega_o{}^2$$



Gambar 13.12

Kekekalan Momentum Sudut

Kita sudah pelajari bahwa laju perubahan momentum sudut sama dengan momen gaya yang bekerja pada sistem itu,

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

Jika tidak ada momen gaya yang bekerja pada sistem $(\tau = 0)$ maka momentum sudut tidak berubah terhadap waktu

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

Persamaan diatas mengatakan bahwa momentum sudut sistem kekal (konstan sepanjang waktu, baik besar maupun arahnya).

$$\mathrm{I}\omega = \mathrm{konstan}$$

atau kalau hendak dituliskan besarnya maka L=. Selanjutnya karena $\mathrm{L} = \mathrm{I}\omega$ maka

$$\mathrm{I}\,\omega = I_0\omega_0$$

Dimana I_0 dan I adalah momen inersia mula-mula dan momen inersia akhir. Sedangkan $\omega_0 \mathrm{dan}\ \omega$ menyatakan kecepatan sudut mula-mula dan kecepatan sudut akhir.

Berapa aplikasi hukum kekekalan momentum sudut adalah :

a. **Penari Balet**

Seorang penari balet akan menarik tangannya ke dekat badannya untuk berputar lebih cepat dan mengembangkan kedua tangannya untuk berputar lebih lambat. Pada waktu sang penari menarik kedua tangannya ke dekat badannya, momen inersia sistem makin kecil akibatnya kecepatan sudut penari semakin besar (penari berputar lebih cepat), sebaliknya ketika kedua tangan mengembang, momen inersia penari lebih besar sehingga penari akan bergerak lebih lambat.

b. **Pelompat Indah**

Ketika seorang pelompat indah hendak melakukan putaran di udara ia akan menekuk tubuhnya, hal mana akan mengurangi momen inersianya sehingga kecepatan sudutnya menjadi lebih besar menyebabkan ia dapat berputar 1.5 putaran. Pada tahap akhir lompatannya pelompat ini memanjangkan kembali tubuhnya sehingga ia dapat terjun ke air dengan kecepatan sudut yang lebih rendah. Momen gaya akibat gravitasi dalam hal ini tidak ada, karena pelompat indah dapat berpuatar terhadap massanya.

Contoh

Suatu piringan berputar 33 rpm dan mempunyai massa 100 gr. Piringan lain tiba-tiba di jatuhkan diatas piringan pertama, akibat gaya gesekan antara kedua pirirngan itu, mereka bergerak dengan kecepatan sudut yang sama, jika jari-jari pirirngan 15 cm hitung berapa kecepatan sudut kedua piringan tersebut. Hitung energi kinetik rotasi piringan yang hilang ! momen inersia piringan $I = \frac{1}{2}MR^2$

Jawaban :

Diketahui :

$M = 100gr = 0.1kg$

$R = 15cm = 0.15m$

$\omega_o = 33rpm = 33 putaran/menit$

$= 33.(2\pi)60 = 1.1 rad/s$

$$I_o = \tfrac{1}{2}.MR^2$$

$$= \tfrac{1}{2}.0,1(0,1)^2$$

$$= 1,125.10^{-}{}^{kgm^2}$$

$$It = 2I_o$$

Ditanya : $\omega t\,?;\Delta E_k$?

Jawab :

$$I_o\omega_o = I_t\omega_t$$

$$\omega_t = \tfrac{I_o}{2I_o}1,1\pi$$

$$= 0,55\pi rad/s$$

$$\Delta E_k = E_{ko} - E_{kt}$$

$$= \tfrac{1}{2}(I_o\omega_o{}^2 - I_t\omega_t{}^2)$$

$$= \tfrac{1}{2}(I_o\omega_o{}^2 - 2I_o\omega_t{}^2)$$

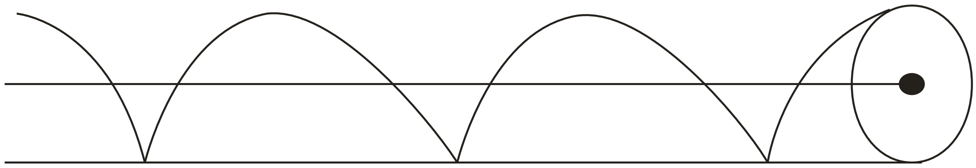
$$= \tfrac{1}{2}I_o(\omega_o{}^2 - 2\omega_t{}^2)$$

$$= \tfrac{1}{2}(1,125.10^{-3})(1,1\pi)^2 - 2(0.55\pi)^2$$

$$= 3,36.10^{-3}J$$

Kombinasi gerak rotasi dan translasi (pengayaan)

Bagaimana dengan gerak rotasi yang digabungkan dengan gerak translasi seperti pada roda sebuah sepeda sedang bergerak.



Gambar 11.13

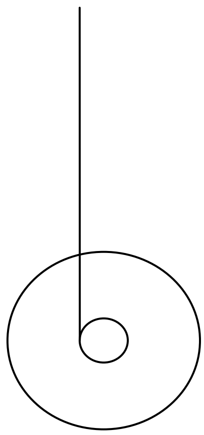
Pada gerakan energi kinetik sistem ada dua macam :

Energi kinetik rotasi $E_{k(R)} = \frac{1}{2} I\varpi^2$ (ϖ adalah kecepatan sudut dimana pusat putarannya melalui pusat massa benda)

Energi Kinetik translasi $E_{k(T)} = \frac{1}{2} Mv^2$ (Energi kinetik ini merupakan energi gerakan translasi pusat massa).

Contoh :

Sebuah yoyo dengan massa 250 gram terdiri dari dua buah silinder berjari-jari 5 cm, yang dihubungkan dengan sebuah batang silinder kecil. Jika panjang tali 90 cm, hitung berapa kecepatan sudut yoyo diujung bawah tali agar dapat naik keatas sampai ketangan pemain yoyo. Abaikan massa tali dan batang silinder kecil $g = 9{,}8 \ m/s^2$.



Gambar 11.14

Penyelesaian : Karena massa silinder kecil diabaikan maka momen inersia yoyo adalah sama dengan momen inersia silinder yaitu $I = MR^2$ dengan M menyatakan massa yoyo (massa kedua silinder), ketika yoyo naik keatas, energi kinetik rotasi yoyo mula-mula diubah menjadi energi translasi $E_{k(T)} = \frac{1}{2}Mv^2 +$ energi potensial $E_p = Mgh$ dan sisanya tetap sebagai energi kinetik rotasi pada waktu itu.

$$\tfrac{1}{2}I\varpi_o{}^2 = \tfrac{1}{2}Mv^2 + Mgh + \tfrac{1}{2}I\varpi^2$$

Anggap ketika yoyo sampai kecepatannya, sehingga persamaan diatas menjadi :

$$\tfrac{1}{2}I\varpi_o{}^2 = Mgh$$

Selanjutnya ϖ_o dapat dihitung dengan mudah

Diketahui :

M = 250 gram = 0,25 kg

R = 5 cm = 0,05 m

H = 90 cm = 0,9 m

Ditanya ω_o ?

Jawab :

$$I = \tfrac{1}{2}MR^2$$

$$= \tfrac{1}{2}0{,}025(0{,}05)^2$$

$$= 3{,}125x10^{-4}\,kg.m^2$$

$$\tfrac{1}{2}\varpi_o{}^2 = Mgh$$

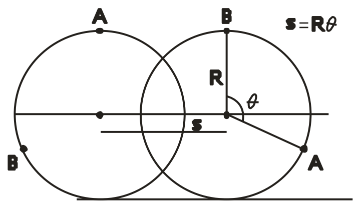
$$\varpi_o = \sqrt{\tfrac{2Mgh}{1}}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2(0{,}25)(9{,}8)(0{,}9)}{3{,}125x10^{-4}}} = 119 rad/s$$

Bergulir tanpa slip (pengayaan)

Pada gabungan gerak rotasi dan translasi ada semacam gerakan yang dinamakan bergulir tanpa slip. Maksudnya adalah benda bergulir tapi tidak terpeleset. Dalam hal ini jarak translasi yang ditempuh sama dengan panjang tali busur yang ditempuh.

Gambar melukiskan sebuah silinder yang bergerak translasi dan rotasi. Misalkan pada waktu t silinder telah menempuh θ. Panjang tali busur AB dan Rθ, jika gerakan silinder ini gerak bergulir tanpa slip, maka jarak yang ditempuh silinder akan sama dengan panjang busur AB.

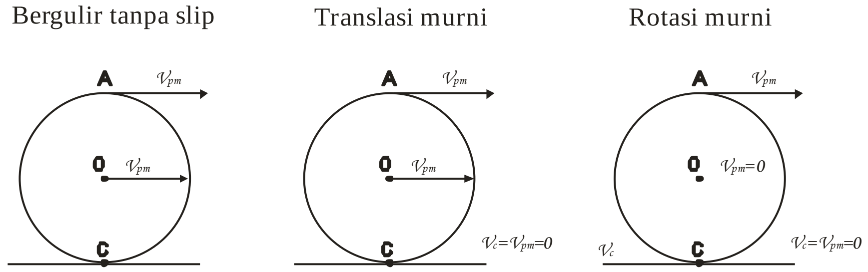


Gambar 13.15

S = Rθ

Atau jika kita differensialkan kedua rumus kita peroleh syarat benda bergulir tanpa slip

$v = R\varpi$



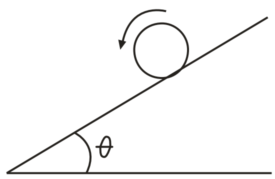
Gambar 13.16

Catatan :

Pada gerak bergulir tanpa slip kecepatan dititik sentuh benda dengan permukaan lintasan sama dengan nol $(v_c = 0)$. Bandingkan dengan gerak translasi murni dimana seluruh titik pada benda termasuk titik C bergerak dengan kecepatan sama $(v_c = 0)$ dangerak rotasi murni dimana seluruh titik pada permukaan silinder bergerak dengan kecepatan sama tapi pusat massanya sama dengan nol $(v_c = \varpi R)$

Contoh :

Sebuah silinder bermassa M bergulir tanpa slip diatas sebuah bidang miring dengan mirinr sudut θ. Hitung berapa kecepatan silinder ini ketika tiba didasar benda miring.



Gambar 13.16.a

Penyelesaian ada 4 macam cara untuk soal ini, harap perhatikan titik masing-masing cara. Dengan mengerti ke 4 cara ini dengan baik, kita dapat fleksibel dalam penyelesaian soal, dalam hai ini berlaku $v = \varpi R$ (syarat tanpa slip).

Cara I : Metode Usaha

Dalam metode ini kita meninjau bahwa usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi dari puncak benda miring kedasar benda miring $(W = mgh)$ adalah untuk mengubah energi kinetik silinder sehingga ketika tiba dibidang miring, silinder mempunyai kecepatan. Usaha yang dilakukan oleh gaya jgravitasi ini dapat dikatakan sebagai energi kinetik.

Dalam hal ini dua macam energi kinetik translasi dan rotasi

$W = \Delta E_k$

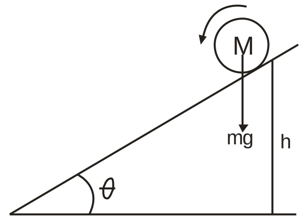
$= E_{kt} - E_{ko}$

$= \frac{1}{2} I\varpi^2 + \frac{1}{2} Mv^2 - (\frac{1}{2} I_o \varpi_o{}^2 + \frac{1}{2} Mv_o{}^2)$

$= \frac{1}{2}(\frac{1}{2} MR^2)(\frac{v}{R})^2 + \frac{1}{2} Mv^2 - 0$

$Mgh = \frac{3}{4} Mv^2$

$v = \sqrt{\frac{2}{4} gh}$



Gambar 11

13.16.a

Cara II : Metode Kekekalan Energi

Dalam metode ini pakai konsep energi kekal, dalam soal ini hanya dua macam energi yaitu energi potensial dan energi kinetik. Menurut hukum kekekalan energi, jumlah energi potensial dan energi kinetik dipuncak bidang miring (keadaan mula-mula) sama dengan jumlah energi potensial dan energi kinetik di dasar bidang miring sehingga energi potensial mula-mula.

$E_{p(awal)} = Mgh$ dan $E_{p(akhir)} = 0$, karena energi kinetik awal sistem sama dengan nol $E_k = 0$

$E_{p(awal)} + E_{k(awal)} = E_{p(akhir)} + E_{k(akhir)}$

$Mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2} MR^2 (\frac{v}{R})^2) + \frac{1}{2} Mv^2$

$Mgh = \frac{3}{4} Mv^2$

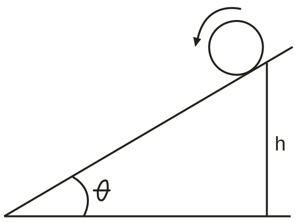
$v = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$

$E_p = Mgh$

$E_k = 0$

$E_p = 0$

$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} mu^2$

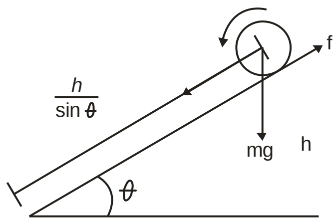


Gambar 13.16.c

Cara III : Metode Momen Gaya

Pertama kita tinjau dahulu gerak rotasi (pada pusat massa) disebabkan oleh adanya gaya gesek f yang menimbulkan momen gaya. Gaya berat mg tidak menimbulkan momen gaya karena gaya ini terletak pada suatu sumbu rotasi yaitu dipusat massasilinder. Momen gaya yang ditimbulkan oleh gaya ini $\tau = f.R$. Dengan menggunakan rumus $\tau = I\alpha$ dan $F = ma$ kita bisa menghitung besarnya a. catatan F merupakan gaya total yang bekerja pada silinder yaitu sama dengan $Mg\sin\theta - F$ (lihat gambar) perhatikan juga bahwa untuk gerak bergulir tanpa slip berlaku juga $a = \alpha R$

$$\tau = I\alpha$$
$$f.R = \tfrac{1}{2}MR^2\,\tfrac{a}{R}$$
$$f = \tfrac{1}{2}Ma$$
$$F = m.a$$



Gambar 13.16.d

$$Mg\sin\theta - f = M.a$$
$$Mg\sin\theta - \tfrac{1}{2}M.a = M.a$$
$$a = \tfrac{2}{3}g\sin\theta$$

selanjutnya gunakan rumus $s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$ dan $v = vo + \alpha t$ untuk menghitung v perhatikan bahwa s adalah panjang lintasan yang ditempuh silinder yaitu sama dengan $s = \frac{h}{\sin\theta}$

$$s = v_o t + \tfrac{1}{2}at^2$$
$$\tfrac{h}{\sin\theta} = 0 + \tfrac{1}{2}\tfrac{2}{3}g\sin\theta t^2$$
$$\tfrac{3h}{g\sin^2\theta} = t^2$$
$$t = \sqrt{\tfrac{3h}{g\sin^2\theta}}$$
$$v = v_o + \alpha t$$
$$= 0 + \tfrac{2}{3}g\sin\theta\sqrt{\tfrac{3h}{g\sin^2\theta}}$$
$$v = \sqrt{\tfrac{4}{3}gh}$$

Cara IV : Metode Momen Gaya (II)

Cara ini hamper mirip dengan cara III. Dalam hal ini kita menganggap gerakan benda turun ke bidang miring digantikan dengan gerakan rotasi murni silinder yang berputar terhadap titik A. momen inersia silinder ini merupakan momen inersia terhadap sumbu putar di A dan dapat dicari teorema sumbu sejajar:

$$I_A = I_{pm} + MR^2 = \tfrac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \tfrac{3}{2}MR$$

Dengan rumus $\tau = I\alpha = I\,\frac{a}{R}$ kita dapat menghitung besarnya a selanjutnya sama dengan cara III

$$\tau = I\alpha$$

$$Mg.\sin\theta R = \tfrac{3}{2}MR^2\,\tfrac{a}{R}$$

$$a = \tfrac{2}{3}g\sin\theta$$

Besaran	Rumus
Perpindahan	$s = \int v dt$
Kecepatan	$v = \int a dt$ $v = \dfrac{ds}{dt}$
Percepatan	$a = \dfrac{dv}{dt}$
Posisi Sudut	$\theta = \int \varpi dt$ $\theta = \theta_o + \varpi_o t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2$
Kecepatan Sudut	$\varpi = \int a dt$ $\varpi = \dfrac{d\theta}{dt}$ $\varpi = \varpi_o + \alpha t (GMBB)$
Percepatan Sudut	$\alpha = \dfrac{d\varpi}{dt}$

Momen Gaya	$\vec{\tau} = \vec{r} x \vec{F}$ $\tau = \lvert r \rvert \lvert F \rvert \sin\theta = F\ell = I\alpha$
Momentum Sudut	$\vec{L} = \vec{r} x \vec{p} = I\vec{\varpi}$
Momen Inersia	$I = mr^2$ (benda titik)