DINAMIKA SISTEM FISIK

Dinamika system fisik diekspresikan persamaan diferensial

Bentuk umum persamaan diferensial :

$$a_n \frac{d^n y}{dt} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots\ldots\ a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x_{(t)}$$

Persamaan diferensial linier;

1. Orde 1
    - Homogen
    - Tak homogen
2. Orde 2
    - Homogen
    - Tak homogeny

Teknik penyelesaian pers.diferensial :

1. Klasik
2. Transfrmasi laplace

A. Klasik ;

1. Persamaan Diferensial Orde 1, homogeny:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0$$

$$\longrightarrow \quad x_{(t)} = c.\ e^{-\frac{a_0}{a_1} t} \qquad\qquad c = \text{konstanta}$$

2. Persamaan diferensial orde 1, tak homogeny:

$$\frac{dx}{dt} + P\,x = Q$$

$$\longrightarrow \quad x_{(t)} = e^{-Pt} \int Q\, e^{Pt}\, dt + k\, e^{-Pt}$$

k = konstanta

3. Persamaan Diferensial Orde 2, homogeny:

$$a_0 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = 0$$

Persamaan karakteristiknya:

$$a_0\, m^2 + a_1\, m + a_2 = 0$$

$$m_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4\, a_0 a_2}}{2\, a_0}$$

Solusinya ;

$$x_{(t)} = k_1\, e^{\cdot} + k_2\, m$$

k_1 dan k_2 = konstanta

m_1 dan m_2 = akar-akar persamaan karakteristik

4. Persamaan diferensial orde 2, tak homogeny:

$$a_0 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = F$$

Solusi terhadap persamaan diferensia; ini adalah

$X_{(t)} = x_c + x_p$

Xc = solusi complementer, yakni solusi terhadap persamaan diferensial tersebut jika persamaan diferensial tersebut homogen.

Xp = solusi partikelir, ditentukan oleh fungsi input/ eksitasi F. Berdasarkan bentuk fungsi F-nya dapat ditentukan bentuk solusi integral partikelirnya.

FUNGSI EKSITASI F	BENTUK INTEGRAL PARTIKELIRNYA
K (KONSTANTA)	A (KONSTANTA)
K t^n	$A_0+A_1t+A_2t+\ldots\ldots\ldots+A_nt^n$
K $e^{n\ t}$	A $e^{n\ t}$
K cos ωt	A_1 cos ωt + A_2 sin ωt
K sin ωt	A_1 cos ωt + A_2 sin ωt

Catatan . Jika akar persamaan karakteristiknya berulang atau bentuk fungsi eksitasinya persis sama dengan bentuk fungsi komplemen, maka bentuk integral partikelirnya perlu sedikit dimodifikasi dari tabel di atas.

misal : dalam bentuk

misal : dalam bentuk

1. $$\frac{d^3x}{dt^3} - \frac{dx}{dt} = 2\ t^2$$

2. $$\frac{d^2x}{dt^2} - x = e^{-t}$$

5. Bentuk Standard Persamaan Orde-2 yang Homogen

Persamaan Karakteristik Standard :

$$m^2 + 2\xi\omega_n m + \omega_n^2 = 0$$

$$m_{1,2} = -2\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

ξ = perbandingan redaman/ damping ratio

ω_n = frekuensi natural

ξ = perbandingan redaman/ damping ratio

ω_n = frekuensi natural

Contoh:

Untuk Persamaan Difrensial:

$$L \frac{di}{dt} + R\,i + \frac{1}{C} \int i\, dt = v_{(t)}$$

Persamaan karakteristiknya :

$$m^2 + \frac{R}{L} m + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad ; \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Akar-akar persamaan karakteristiknya :

$$m_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2\,L}\right)^2 - \frac{1}{L\,C}}$$

$$R_{kritis} = R_{Cr} = \sqrt{\frac{4\,L}{C}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\zeta = \frac{R}{R_{Cr}} = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

B. 1. Penyelesaian Persamaan Diferensial Dengan Transformasi Laplace

Dengan transformasi laplace artinya kita melakukan transformasi dari wawasan (domain) waktu t ke wawasan s, dimana: $s=\alpha+j\omega$

Penyelesaian Persamaan Diferensial dengan Tranformasi Laplace lebih simpel karena untuk hal ini telah tersedia tabel transformasinya.

Caranya :

a. Transformasikan semua suku dari per- persamaan diferensial dengan menggunakan tabel
b. Setelah ditransformasikan maka diper oleh persamaan F(s)
c. Persamaan F(s) ditransformasi inverskan maka diperoleh f (t) atau kata lain diperoleh jawaban yang dikehendaki

2. Uraian Parsial (Exvansi Heaviside)

Bekerja dengan transformasi Laplace, seringkali kita tidak bisa mentransformasi inverse-kan secara langsung karena bentuknya masih komplek sehingga tidak terdapat tabelnya. Untuk mengatasi hal ini kita perlu menyederhanakan bentuk fungsinya.

a. $F_{(s)} = \dfrac{A_{(s)}}{B_{(s)}} = \dfrac{A_{(s)}}{s^2 + 5s + 6} = \dfrac{A_{(s)}}{(s+3)\,(s+2)}$

$$= \frac{K_1}{(s+3)} + \frac{K_2}{(s+2)}$$

b. $F_{(s)} = \dfrac{A_{(s)}}{(s+2)^2\,(s^2+4s+3)} = \dfrac{K_1}{(s+2)^2} + \dfrac{K_2}{(s+2)} + \dfrac{K_3}{(s+3)} + \dfrac{K_4}{(s+1)}$

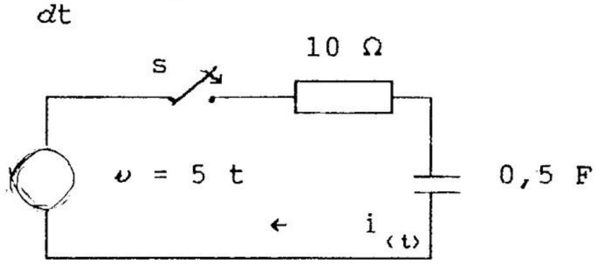
c. $F_{(s)} = \dfrac{A_{(s)}}{(s-3+2j)\,(s-3-2j)} = \dfrac{k_1}{(s-3+2j)} + \dfrac{k_2}{(s-3-2j)}$

Soal (Tugas Rumah) .

l. Selesaikan secara klasik dan dengan trasformasi laplace

a. $\dfrac{d^2y}{dt^2} + 3\,\dfrac{dy}{dt} + 2\,y = x \qquad$ jika $x = \sin \omega t$

b.



Pada saat t = 0, switch s situtup.

Hitung : $i_{(t)}$

2. Hitung transformasi laplace invers

a. $F_{(s)} = \dfrac{1}{s(s + 2)}$

b. $F_{(s)} = \dfrac{10}{(s+3)^3 (s+4)}$

c. $F_{(s)} = \dfrac{12}{s^2 + 4s + 11}$

Bacaan selanjutnya

1. Cheng, David. K, (1977), Analysis of Linier System, Addison Wesley Publishing Company. Reading-Mess, Chapt 2, 6, 7.

2. Distefano, et-al, (1967) , Theory and Problems of Feedback and Control System, Schaum Publishing Co., New York, Chapter : 3 , 4.

DAFTAR PUSTAKA

Sulasno, Thomas, 1991, Dasar Sistem Pengaturan, Satya Wacana, Semarang

Pakpahan, Sahat, 1988, Kontrol Otomatik Teori dan Penerapan, Erlangga, Jakarta

Widodo, R.J, 1976, Sistem Pengaturan Dasar, ITB

Widodo, R.J, 1986, Diktat Kursus Sistem Penyaluran, ITB

Distefano, Joseph.J, et.al, Theory and Problems of Feedback and Control Systems, 1983, Schaum Outlines Series, Mc.Graw Hill International Brok Company, Singapore

Kuo, Benyamin.C, 1976, Automatic Control Systems, Preutice Hall of India, New Delhi

Dorf, Richard.C. (Farid Ruskanda), 1980, Sistem Pengaturan, Erlangga, Jakarta

Jones, Alam.J,1990, Sensor Technology Materials and Devices, Department of Industri, Technology and commerce, Commonwealth Australia

Killian, 2004, Modern Control Technology Components and Systems, e book, Delmar

Ogata, Katshuhiko, 1997, Modern Control Engineering, Preutice-Hall International, Singapore