BAB II

MATEMATIKA KEUANGAN (MATHEMATICS OF FINANCE)

I. Pendahuluan

Dalam ekonomi teknik perlu diketahui prinsip- prinsip matematika keuangan yang membahas masalah nilai uang sekarang dan yang akan datang, modal dan bunga

II. Beberapa Pengertian dalam matematika Uang

A. Uang adalah suatu alat dalam suatu organisasi perusahaan, dimana keputusan-keputusan untuk mengadakan investasi dipersiapkan. Seorang insinyur mempunyai tanggung jawab dalam aspek teknis dari berbagai rencana yang sedang dipertimbangkan, tetapi seorang insinyur harus juga mampu menilai uang dan merencanakan penggunaannya dalam suatu cara, sama halnya dengan merencanakan penggunaan bahan-bahan untuk merancang suatu bangunan secara ekonomis.

B. Modal adalah suatu sumber dana keuangan *(a fluid financial resources).* dan dapat diartikan sebagai barang-barang yang diharapkan dapat menghasilkan suatu keuntungan (pendapatan tambahan) atau hanya untuk kepuasan perorangan. Kompensasi yang biasa disebut bunga di maksudkan untuk keperluan biaya administrasi, untuk resiko modal yang dipinjam tersebut terlambat pengembaliannya atau tidak kembali sama sekali. Suatu pinjaman bisa diartikan sebagai suatu kewajiban dan sekaligus suatu kesempatan. Untuk memenuhi kebutuhan yang mendesak peminjam menyetujui untuk membayar suatu jumlah tertentu disamping jumlah pinjaman yang diterimanya.

C. Bunga adalah pembayaran tambahan yang dibayarkan untuk menunggu kembalinya uang pinjaman. Jadi bunga adalah pendapatan produktif dari penggunaan sumber uang yang efisien. Tingkat bunga yang berlaku adalah suatu ukuran keproduktifan yang diharapkan dari sumbernya dan tingkat minimum keproduktifan yang diharapkan. Kedua hal tersebut mengikutsertakan waktu diantara penerimaan dan pengembalian pinjaman untuk menjamin pendapatan (nilai uang dalam waktu tertentu, *time value of money).* Jadi bunga adalah jumlah uang total yang terkumpul dikurangi investasi semula atau jumlah pinjaman sekarang dikurangi pinjaman semula. Bunga dapat dilihat sebagai imbalan karena menyediakan modal bagi seseorang yang memerlukannya. Tingkat suku bunga tegantung pada tiga faktor yaitu:

- kondisi perekonomian negara
- besarnya risiko yang dikaitkan dengan pinjaman
- tingkat inflasi yang diperkirakan dimasa depan
- Terdapat dua cara untuk menghitung bunga, yaitu bunga biasa dan bunga berganda.

I. MACAM2 BUNGA.

A. B u n g a B i a s a (Simple Interest)

Kalau suku bunga tahunan i, clan jumlah uang sekarang adalah *(Present value,* P) sedang n jumlah tahun, maka bunga pada akhir tahun adalah i.P Setelah n tahun maka akan diperoleh bunga I sebesar n.i.P.
Jumlah uang si peminjam yang harus dibayar diwaktu yang akan datang (*Future Value,* F) kepada pemilik modal adalah

Rumus 1 $F = P + I = P + n.i.P = P(1+i.n)$

B. Bunga Berganda, Majemuk (Compound Interest)

Kalau bunga pada periode tertentu tidak diambil clan bunga tersebut ditambahkan kepada modal awalnya maka bunga pada periode berikutnya adalah bunga yang diperhitungkan terhadap modal awal plus bunga pada periode sebelumnya. Kalau modal semula adalah P dan diberikan bunga dengan tingkat suku bunga i % pertahun maka pada akhir tahun 1 akan mendapatkan bunga P.i . Untuk jumlah bunga clan jumlah modal baru dari tahun ke 1 sampai tahun ke n dapat dihitung

Tabel 1 jumlah bunga dan modal setelah n tahun

Tahun ke	Modal (P)	Jumlah Bunga (I)	Jumlah modal baru (F)
1	P	P.i	P + Pi = P(l+i)

2		P(l+i) i	P(l+i)+P(l+i) $_i$= P(l+i) ^{2}
3		P(l+i) ^{Z}i	P(l+i) ^{Z}(l+i) = P(l+i) ^{3}
n		P(1+i) " i	P(1+i) ^{n}

Rumus umum untuk *compound interest adalah*

Rumus 2 $$F_n = P\,(1+i)^{n}$$

C. Nominal rate (Nominal Intrerest Rates)

Tingkat bunga nominal (nominal rate) adalah tingkat bunga yang ditetapkan dalam periode waktu dalam satu tahun.

Apabila n= jumlah periode waktu (tidak harus satu tahun)

$(l+i)^{n}$ = compound amount factor

I = tingkat suku bunga yang ditetapkan

Misal modal awal sebesar Rp 10.000 diinvestasikan dengan tingkat suku bunga 8% pertahun, dan apabila dinyatakan secara kwarta. berganda *(compounded quarterl) A* maka n = 4 dan i = 2 % per kwartal sehingga

F=Rp10.000 (1+0.02)4=Rp10.824

Untuk metode dan bunga tahunan yang berbeda, maka jumlah pada akhir tahun dapat dihitung seperti pada tabel berikut ini.

Tabel 2 Jumlah bunga dan modal dengan metode dan bunga berbeda

Modal (Rp)	Metode i	Bunga Tahunan (i%)	Jumlah periode (n)	Bunga per periode (i) '	JUMLAH AAKHIR TAHUN	
					RUMUS	Rp
10000	Tahunan	8	1	0.08	F= 10.000 (1 + 0.08)^1	[illegible]
	Kwartal	8	4	0.02	F= 10.000 (1 + 0.02)^4	10,824.32

10000	Tahunan	24	1	0.24	F= 10.000 (1 + 0.24)^1	12.400.00
	Semi tahunan	24	2	0.12	F= 10.000 (1 + 0.12)^2	12,544.00
	bulanan	24	12	0.02	F= 10.000 (1 + 0.02)^12	12,682.42

Kesimpulan: semakin banyak tingkat bunga tahunan yang dinyatakan secara nominal maka akan semakin besar jumlahnya diakhir tahun

D. Tingkat bunga Effektif

Tingkat bunga effektif adalah perbandingan antara bunga yang dibayarkan untuk satu tahun thd jumlah uang pinjaman pokok yang diterima , Tingkat bunga effektif untuk jumlah pinjaman sebesar Rp 10.000 untuk satu tahun dengan tingkat bunga nominal 24% yang dibayarkan secara bulanan adalah (Rp12.680 - Rp10.000)/Rp10.000 = 0,268 = 26,8%. Untuk jumlah pinjaman yang sama yang dilipat gandakan secara semi tahunan tingkat bunga efektif = 25.4%

Rumus untuk menentukan tingkat bunga efektif adalah :

Rumus 3 $$\underline{i=(l+r/m)^{m}-1}$$

dimana i= tingkat bunga efektif

r = tingkat bunga nominal

m = jumlah periode pembayaran perbulan

Kalau m mendekati tak terhingga kemudian rumus diatas menjadi

$$\lim_{m\to\infty}(1+\mathrm{r/m})\ /\mathrm{r}\})^{m/r}\text{-1} = \mathrm{e}^{\,\mathrm{r}}\ \text{-1}$$

dimana e= Euler number = 2,718

II. Nilai Uang Dalam Waktu

A. Dengan menggunakan Rumus

Dari contoh pada diatas jika modal awal sebesar Rp 10.000 dengan tingkat bunga •sebesar 24% pertahun, pada akhir tahun ke1 akan meningkat menjadi Rp 12.400,- Modal awal adalah nilai saat ini *(present value, P)* dan jumlah uang pada akhir tahun disebut nilai dimasa datang *(future value, F).*

Untuk mengetahui nilai uang dimasa sekarang dan yang akan datang biasa digunakan tabel faktor (lihat tabel pada lampiran). Faktor-faktor tersebut antara lain adalah:

1. *Future Value Factor (FVF), atau F*
2. *Present Value Factor (PVF), atau P*
3. *Sinking Fund Factor (SFF),*
4. *Capital Recovery Factor (CRF),*
5. *Future Value of Annuity Factor (FVAF),*
6. *Present Value of Annuity Factor (PVAF).*

1. Future Value Factor (PVF) = P

   Future Value Factor adalah faktor pengali (majemuk) untuk menghitung nilai mendatang (F) dari jumlah sekarang (P) pada akhir periode ke n pada tingkat bunga i,

   $$\boldsymbol{F = P(1+i)^n} \qquad \text{Rumus 4}$$

   Dimana faktor pengali $(1+i)^n$ disebut dengan Single Payment Future Worth

   $$\mathrm{F = P(F/P, i, n)} \qquad \text{Rumus 5}$$

2. Present Value Factor (PVF)

   Present Value Factor adalah faktor pengali (diskonto) untuk menghitung nilai sekarang (P) dari suatu nilai yang akan datang (F) pada akhir periode ke n pada tingkat bunga i

$$P = F\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right] \quad \text{Rumus 6}$$

$$\boldsymbol{P = F(1+i)^{-n}} \qquad \text{Rumus 7}$$

Dimana faktor Pengali $(1+i)^{-n}$ disebut dengan Single Payment Present Worth

$$\mathrm{P = F(P/F, i, n)} \qquad \text{Rumus 8}$$

Dalam analisa ekonomi proyek pengairan konsep present value ini digunakan untuk membandingkan perkiraan biaya yang akan terjadi pada waktu-waktu yang berbeda. Misalnya dalam pembangunan suatu PLTA diperhitungkan termasuk pembangunan fondasi untuk perluasan turbin yang diperkirakan memerlukan biaya sebesar Rp 1.000.000. Apabila fondasi dibangun 10 tahun yang akan datang saat turbin baru dipasang, akan memerlukan biaya Rp 2.000.000,-. Mana pilihan yang lebih baik? Kalau kita gunakan bunga bank 5% kita dapatkan bahwa biaya Rp 2.000.000 pada 10 tahun yang akan datang itu sama dengan Rp 1.230.000 saat ini. Jadi kalau dibangun sekarang dengan biaya Rp 1.000.000 akan lebih menguntungkan. Tetapi kalau turbin baru diperlukan 20 tahun yang akan datang, maka nilainya saat ini menjadi Rp 755.000, sehingga lebih baik dibangun nanti saja.

3. Future Value of Annuity Factor (FVAF)

Amount of Annuity Factor adalah faktor pengali untuk menghitung nilai akumulasi (F) pada akhir periode ke n pada tingkat bunga i dan jika sederetan jumlah pembayaran yang sama (setiap pembayaran adalah A) yang dihitung pada akhir setiap periode n,

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad \text{Rumus 9}$$

Dimana Faktor pengali $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$ disebut dengan Uniform series coumpound amount

$$\mathrm{F = A(F/A, i, n)} \qquad \text{Rumus 10}$$

4. Present Value of Annuity Factor (PVAF)

Present Value of Annuity Factor adalah faktor pengali untuk menghitung nilai sekarang (P) dari tingkat pembayaran yang sama (jumlah dari setiap pembayaran disebut A) yang terjadi pada akhir dari setiap n periode pada tingkat bunga i,

$$P = A\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}\right] \qquad \text{Rumus 11}$$

Dimana faktor pengali $\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}\right]$, disebut Uniform Series Present Worth Factor

$$\mathrm{P} = \mathrm{A}(\mathrm{P}/\mathrm{A}, \mathrm{i}, \mathrm{n}) \qquad \text{Rumus 12}$$

5. Sinking Fund Faktor (SFF)

Sinking Fund Factor adalah faktor pengali (pelunasan dana) untuk menghitung jumlah setiap pembayaran yang sama (A) yang dilakukan pada akhir setiap periode n untuk mengakumulasikan nilai mendatang (F) pada akhir setiap periode ke n dengan tingkat bunga i

$$\mathrm{A} = \mathrm{F}\left[\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i}) \quad -1}\right] \qquad \text{Rumus 13}$$

Dimana Faktor pengali $\left[\frac{i}{(1+i) \quad -1}\right]$ disebut dengan Uniform series sinking fund factor

$$\mathrm{A} = \mathrm{F}(\mathrm{A}/\mathrm{F}, \mathrm{i}, \mathrm{n}) \qquad \text{Rumus 14}$$

6. Capital Recovery Factor (CRF)

Capital Recovery Factor adalah faktor pengali (pengembalian modal) untuk menghitung jumlah dari setiap tingkat pembayaran (A) yang terjadi pada akhir dari setiap n periode untuk melunasi jumlah sekarang (P) pada akhir dari periode ke n pada tingkat bunga i,

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \text{Rumus } 15$$

Dimana Faktor Pengali $\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$ disebut dengan Uniform series Capital Recoverry factor

$$\mathrm{A = P(A/P, i, n)} \qquad \text{Rumus } 16$$

7. Pembayaran tahunan yanq tidak sama (Gradient Series)

   Kadang-kadang pembayaran tahunan dilakukan dengan tidak sama besarnya tetapi berangsur-angsur naik atau turun. *Present value* dari *uniform gradient* adalah sebagai berikut

A. Gradient Present dan Future Factor

$$F = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right] \qquad \text{Rumus } 17$$

$$\mathrm{P = G}\left[\frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n}\right] \qquad \text{Rumus } 18$$

Dimana Faktor Pengali $\left[\frac{(1+i)^n-in-1}{i^2(1+i)^n}\right]$ disebut dengan arithmatic gradien present worth

$$\mathrm{P = G(P/G, i, n)} \qquad \text{Rumus } 19$$

B. Gradient Uniform series factor

$$\mathrm{A = G}\left[\frac{(1+i)^n - in - 1}{\mathrm{i}(1+i)^n - \mathrm{i}}\right] \qquad \text{Rumus } 20$$

Dimana faktor Pengali $\left[\frac{(1+i)^n-in-1}{\mathrm{i}(1+i)^n-\mathrm{i}}\right]$ disebut dengan arithmatic gradient Uniform series factor

$$\mathrm{A = G(A/G, i, n)} \qquad \text{Rumus } 21$$

C. Dengan menggunakan tabel

Selain dengan menggunakan rumus2 diatas dengan memperhatikan faktor pengali yang terdiri unsur bunga i , periode n maka dapat di sajikan dalam bentuk tabel. Penggunaan tabel sebagaimana dalam lampiran akan memproses perhitungan serta tingkat kesalahan perhitungan

Karakteristik Penulisan jika menggunakan tabel adalah sebagai berikut

X (Y/ Z,i,n) , dimana

Y adalah nilai uang dalam waktu yang dicari/ dihitung

Z adalah nilai uang dalam waktu yang diketahui

X = sejumlah uang dari Z

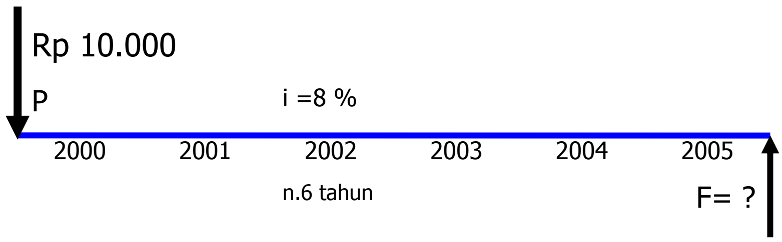
i = bunga dan n atau N = periode waktu (tahun, bulan dlsb)

D. Dengan menggunakan Gambar , Tabel dan Rumus

1. Contoh soal $\boldsymbol{F = P(1 + i)^n}$ Rumus 4

   Bila sdr menyimpan uang Rp 10.000 pada awal tahun 2000 , berapa nilai uang sdr pada akhir tahun 2005 dengan tingkat suku bunga 8 %

Gambar 1



Dengan rumus F = 10.000 (1 + 0.08) ^ 6

= 10.000 (1.586874) = Rp 1586,874

Dengan tabel F = 10.000 (F/P,8,6) lihat tabel

F = 10.000 (1.587) = Rp 1587 ,-

Dengan tabel F = 10.000 (F/P,8,6) lihat tabel

F = 10.000 (1.587) = Rp 1587 ,-

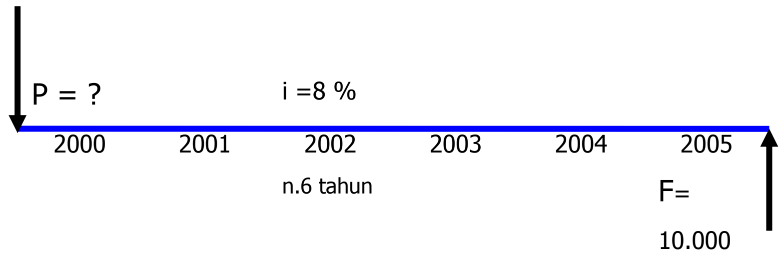
2. Contoh soal rumus 5

Bila uang sdr bernilai Rp 10.000 pada akhir tahun 2005 , berapa nilai uang sdr pada awal tahun 2000 dengan tingkat suku bunga 8 %,

ATAU DALAM BENTUK PERNYATAAN SOAL YANG LAIN

Kalau kita dapat memperoleh bunga 8 % dari tabungan, berapa yang harus kita simpan sekarang sehingga kita akan dapat Rp 10.000 tujuh ENAM TAHUN yang akan datang?

Gambar 2



Dengan rumus P = 10.000 / (1 + 0.08) ^ 6

= 10.000 / (1.586874) = Rp 6301,696

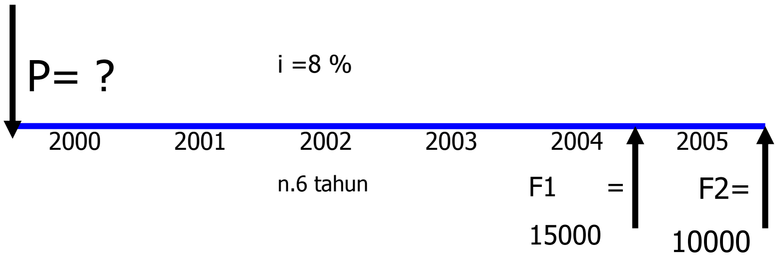
Dengan tabel P = 10.000 (P/F,8,6) lihat tabel

P = 10.000 /(1.587) = Rp 6301 ,-

3. Contoh soal rumus 5

Bila uang sdr bernilai Rp 10.000 pada akhir tahun 2005 , dan Rp 15.000 pada akhir tahun 2004 ,berapa nilai uang sdr pada awal tahun 2000 dengan tingkat suku bunga 8 %

Gambar 3



Dengan rumus

P = 10.000 / (1 + 0.08) ^ 6 + 15.000 / (1 + 0.08) ^ 5

= 10.000 / (1.586874) + 15.000 / (1.469328) = Rp 37.908.66

Dengan tabel

P = 10.000 (P/F,8,6) + 15 000 (P/F,8,5)

1.587 1.469

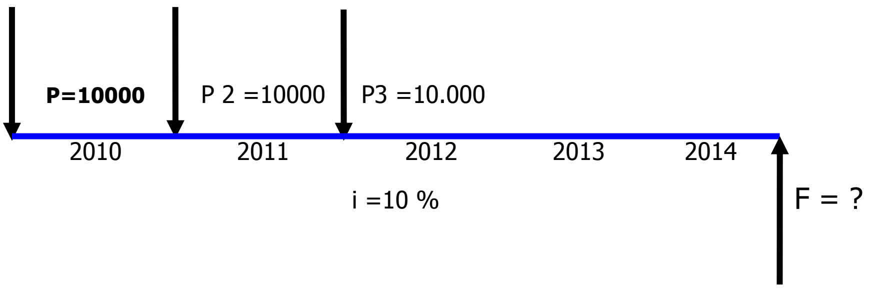
Angka ini lihat tabel

P = 10.000 /(1.587) + 15.000 (1.469) = Rp 37.908.66

4. Contoh soal rumus 6

Berapa uang yang di akhir tahun 2014 ? jika saudara pada awal tahun 2010, menempatkan uang sdr sebesar Rp 10.000 dan di akhir tahun 2010 2011,menabung sebesar Rp 10.000? jika diketahui suku bunga 15% pertahun

Gambar 4



Cara ke 1 Dengan rumus jika semua dianggap P ke F

$$F = \{P_1(1+i)^5\} + \{P_2(1+i)^4\} + \{P_3(1+i)^3\}$$

Dengan tabel

Cara ke 2 Dengan rumus jika:

- *P1 ke F dengan rumus 1 dengan n =5*
- *P2, P3 di buat A ke F dengan rumus ....dimana n=2 adalah dan dilanjutkkan dari P ke F dengan rumus 1 dimana n =3*

Dengan tabel

Cara ke 3 Dengan rumus jika,

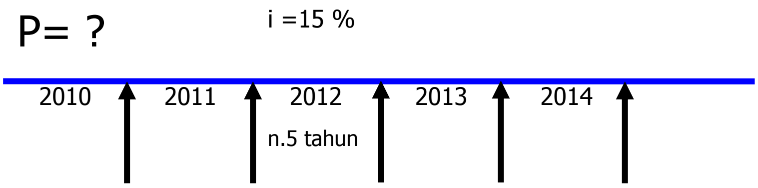
P1,P2,P3 di buat Anual Ake F dengan rumus dimana n = 3 dan dilanjutkan P ke F dengan rumus 1 dimana n = 3

Dengan tabel

5. Contoh soal rumus 7

Berapa uang yang harus ditabung di bulan januari (awal tahun tahun 2010) ? jika saudara menginginkan mendapatkan uang sebesar Rp 10.000 pada akhir tahun 2010 , 2011, 2012,2013, 2014 ? jika diketahui suku bungan 15% pertahun

Gambar 5



A = Rp 10.000

Dengan rumus

$P = \{A[(1+i)^n - 1]\} / \{i(1+i)^n\}$

$P = \{10.000[\ (1 + 0.15)\ ^{\wedge 5} - 1\ \} / \{0.15 / (1 + 0.15)\ ^{\wedge 5}\}$

$= 33.5520$

Dengan tabel

P = 10.000 (P/A,15,5)

3.352 Angka ini lihat tabel

P = 10.000 (3.352) = 33.521

Contoh penggunaan faktor-faktor tersebut adalah sebagai berikut:

1. Kalau kita menyimpan/meminjam uang sebesar Rp 50.000 selama 4 tahun dengan bunga 15% pertahun, berapa uang/utang kita setelah 4 tahun tersebut?

   bunga total selama 4 tahun RP 50.000 x 0,15 x 4 = Rp 30.000. Jumlah uang/utang menjadi Rp 50.000 + Rp 30.000 = Rp. 80.000. Bunga dan jumlah uang + bunga dari tahun ketahun dapat dihitung seperti pada tabel berikut:

   Jumlah modal dan bunga pertahun selama 4 tahun

Akhir tahun	Jumlah uang/pinjaman (Rp)	Bunga (Rp)	Jumlah uang + bunga (Rp)	Jumlah dibayar (Rp)
	50.000			
1		7.500	57.500	
2		7.500	65.000	
3		7.500	72.500	
4		7.500	80.000	80.000

2. Kalau uang/pinjaman tersebut diatas disimpan/dihutang dengan bunga berganda *(compound interestj,* maka jumlah uang pada akhir tahun ke empat menjadi Rp 87.450. Bunga dan jumlah uang + bunga dari tahun ketahun apabila digunakan bunga berganda adalah sebagai berikut:

   Kalau kita gunakan rumus ....

   F = P(1+i) "= 50.000 (1,15) 4= Rp 87.450,

   Kalau digunakan Tabel bunga untuk i= 15%, n=4, FV = 1,749 (lihat tabel bunga pada Lampiran 1)

   Jumlah modal dan bunga setelah 4 tahun dengan sistem bunga berganda

Akhir tahun	Jumlah uang/pinjaman (Rp)	Bunga (Rp)	Jumlah uang + bunga (Rp)	Jumlah dibayar , (Rp)
0	50.000			
1		7.500	57.500	
2		8.625	66.125	
3		9.918	76.043	
4		11.406	87,450	87.450

3. Kalau kita menyimpan uang sebanyak Rp 500 mulai pada akhir tahun 1999, berapa jumlah uang kita pada akhir tahun 2015 apabila bunga bank diperkirakan tetap pada tingkat 7% pertahun. [Rp.15.420]

4. Selama 9 tahun berturut-turut pada tiap akhir tahun kita menyimpan uang di bank sebesar Rp 782. Berapa jumlah uang kita pada akhir tahun ke 9 apabila bunga bank ditetapkan 6% pertahun ? [Rp. 8.986]

5. Dalam proyek pembangunan irigasi pompa, para petani sepakat untuk secara swadana akan membeli pompa baru pada saat pompa yang dipasang pemerintah sekarang akan rusak pada 15 tahun yang akan datang. Kalau harga pompa baru pada 15 tahun yang akan datang diperkirakan sebesar Rp 875.000, berapakah petani harus menyimpan uangnya tiap tahun apabila bank memberikan bunga 11% pertahun? [Rp 25.432]

6. Sebuah perusahaan angkutan membeli bus dengan harga Rp. 33.250.000,- Usia layan bus diperkirakan 7 tahun dan akan dapat dijual kembali dengan harga 20% dari harga awal. Berapa uang yang harus ditabung oleh perusahaan tiap tahun agar mampu membeli bus baru pada akhir tahun ketujuh apabila bunga yang berlaku adalah 10% pertahun [Rp 2.80'.773]

   Nilai depresiasi bus adalah 0,80 x Rp.33.350.000 = Rp. 26.600.000 Jumlah uang yang harus disisihkan = Rp. 26.600.000 x 0,105405 Rp. 2.803.773

pertahun.

Check : SFF adalah kebalikan dari FV
Rp. 2.803.773 x 9,487171 = Rp. 26.599.874

7. Kalau kita dapat memperoleh bunga 15% dari tabungan, berapa yang harus kita simpan sekarang sehingga kita akan dapat Rp 10.000 tujuhtahun yang akan datang?
P = 10.000 / (1,15)' = Rp 3.759
Dari Tabel PV = 0,3759 P= 0,3759 x 10.000 = Rp 3.759

8. Kalau kita tabung Rp 1.000 setiap tahun ke dalam tabungan kita dengan hingga 8% pertahun berapa yang akan kita terima pada akhir tahun kelima?
F = A [((1+1) "+1)/i] = 1.000 [((1,08) 5+1)/8 = RID 5.867 Dari tabel FV = 5,867 F= 1.000 x 5,867 = Rp 5.867

9. Berapa uang yang harus ditabung setiap tahunnya agar setelah 10 tahun yang akan datang dapat membeli peralatan baru seharga Rp 500.000 (termasuk inflasi) kalau bunga 8%?
Rumus (3.8):
A= F [(I/(1 +i)"- 1)] = 500.000 [(0,08/(108)10 - 1)] = Rp 34.515 Dari Tabel SFF = 0,06903 A = 0,06903 x 500.000 = Rp 34.515

10. Kalau proyek harus meyisihkan uangnya selama 30 tahun pada bunga 10% dan modal awal adalah Rp 1.500.000 berapa harus dibayar setiap tahunnya?
Rumus (3.11)
A = P [(I (1+i) ")/((1+1) "- 1)]
= 1.500.000[(O,lx(1,10)30)/((1,10)30 -1)J = RID 159.000
Dari Tabel CRF = 0,10608 A = 0,10608 x 1.500.000 = Rp 159.000

11. Kalau OP sebesar Rp 1.000 per tahun akan meningkat Rp.100 pertahun mulai pada akhir tahun ketiga dan terus sampai tahun ke 23, berapa nilai sekarang dari biaya OP, dengan bunga 12%

    Uniform seriesTabel P = 7,645 P thn ke 2= 7,645 x 1000 = Rp7.645

    P thn ke 1= Rp7,645/1,12= Rp 6.826 Gradient SeriesTabel PV= 6,35 P thn ke 3= 6,35 x 100 = Rp 635

    P thn ke 1= Rp635/1,69 = Rp 433 PV biaya OP = Rp.6,$26 + Rp.433 = Rp 7.259

12. Misalnya dilakukan pembayaran sebesar Rp.1000 pada akhir tahun kedua, Rp.2000 pada akhir tahun ketiga, Rp.3000 pada akhir tahun keempat serta Rp.4000 pada akhir tahun kelima, berapa harus dibayarkan tiap tahun dengan jumlah yang sama apabila digunakan bunga bank tertentu?

    o Kalau bunga bank 0% maka angsuran pertahunnya adalah Rp(1000+2000+3000+4000)/5 = Rp 2.000

    Kalau bunga bank 10 % kemudian nilai sekarang (present value) yang dimulai pada akhir tahun pertama :

    [(Rp1000 x 0,826) + (Rp2.000 x 0,751) + (Rp3.000 x 0,683) + (Rp4.000 x 0,621)] / 3,791 = Rp 1.810

    Angsuran tahunan dapat dihitung dengan mengalikan pembayaran pada tahun pertama (Rp.1000) dengan faktor pengali yang didapatkan dari tabel (lihat tabel gradient series pada Lampiran 1) Dengan i= 10% clan n = 5 dari Tabel didapat faktor pengali sebesar 1,81. Jadi pembayaran tahunan adalah 1,81 x Rp 1000 = Rp 1.810

13. Bank menawarkan kridit (pinjaman) sebesar Rp.1.000.000 pertahun mulai akhir tahun 1999 sampai tahun 2003 tetapi anda harus mengembalikan pinjaman tersebut sebesar Rp.1.147.500 pertahun mulai akhir tahun 2004 sampai tahun 2011. Kalau anda setuju, berapa % bunga yang paling rendah yang ditawarkan? (UTS 1999, Program Spl PSDA Dep KPW-ITB, 17 Nopember 1999)

14. Pada akhir tahun 2000 anda berniat untuk menabung sebesar Rp.25.000.000 pada Bank Danamon. Anda ingin menarik uang tabungan anda secara berangsur-angsur mulai akhir tahun 2010 sampai akhir tahun 2017 dengan jumlah penarikan yang sama tiap tahunnya sebesar Rp.5.000.000,-. Pada awal tahun 2018 anda ternyata masih mempunyai sisa tabungan sebesar Rp.39.300.000,-. Berapakah bunga yang ditawarkan oleh Bank Danamon tersebut? (UUAS,1999, Program Spl PSDA Dep KPW-ITB, 7 Januari 2000

15. Pada akhir tahun 2000 ini anda berniat menabung sebesar Rp.5.500.000 pada Bank Universal yang memberikan bunga sebesar 10 (sepuluh) % pertahun. Anda ingin menarik uang tabungan anda secara berangsur-angsur mulai akhir tahun 2002 sampai akhir tahun 2009 dengan jumlah penarikan yang sama tiap tahunnya clan uang anda akan seluruhnya habis pada akhir tahun 2009 tersebut. Berapa uang yang bisa anda tarik tiap tahunnya ? (UAS 2000, Program Spl PSDA DeD KPW-ITB, 14 Desember 2000