

Pemodelan untuk Penghitungan *Headloss* Jaringan Pipa Distribusi Air Studi Kasus: Jaringan Distribusi Air PDAM Kota Bandung

Kuntjoro A. Sidarto^{1,5}, Rieske Hadianti^{1,5}, Leksono Mucharam^{2,5}, Amoranto Trisnobudi^{3,5},
Lala S. Riza⁵, Chasanah K. Widita⁵, Darmadi⁵, Mardianto⁵ dan Lafran T. Habibie⁴

¹*Program Studi Matematika ITB*, ²*Program Studi Teknik Perminyakan ITB*, ³*Program Studi Teknik Fisika ITB*, ⁴*Program Studi Teknik Lingkungan ITB*, ⁵*Research Consortium OPPINET ITB*

e-mail: sidarto@math.itb.ac.id

Abstrak. Sistem distribusi air bersih/air minum, khususnya di perkotaan, merupakan suatu sistem jaringan perpipaan yang umumnya sangat kompleks. Kompleksitas jaringan perpipaan ini menimbulkan masalah dalam distribusi debit dan tekanan yang berkaitan dengan kriteria hidrolis yang harus terpenuhi dalam sistem pengaliran air. Untuk mengatasi masalah tersebut perlu dibangun suatu model jaringan distribusi air. Pada makalah ini dikemukakan suatu model kondisi tunak (*steady state*) yang dibangun dari persamaan *node* dengan menggabungkan persamaan kontinuitas dan kekekalan energi. Sebagai persamaan hidrolisnya digunakan persamaan Hazen-Williams. Secara matematika masalah yang dihadapi dapat dirumuskan sebagai masalah penyelesaian sistem persamaan tak linear dengan jumlah persamaan dan peubah bebas yang besar. Pada makalah ini penyelesaian dilakukan dengan merumuskan masalah tersebut sebagai masalah kuadrat terkecil tak linear yang selanjutnya diselesaikan dengan algoritma Levenberg-Marquard.

Kata-kata kunci : *model jaringan pipa distribusi air, sistem persamaan tak linear, masalah kuadrat terkecil tak linear, algoritma Levenberg-Marquard.*

Pendahuluan

Air merupakan kebutuhan pokok bagi kehidupan. Manusia membutuhkan air dalam kuantitas dan kualitas tertentu untuk menopang kehidupannya. Dengan semakin menurunnya kualitas dan daya dukung lingkungan, ketersediaan air yang dapat langsung dikonsumsi dari alam juga akan semakin berkurang khususnya di daerah perkotaan. Untuk mengatasi keadaan ini, pemerintahan kota membangun sistem distribusi air untuk menjamin ketersediaan air bersih/air minum bagi penduduk kota. Pasokan air ke konsumen umumnya dilakukan melalui jaringan pipa distribusi air yang biasanya sangat kompleks.

Sistem distribusi air minum umumnya merupakan suatu jaringan perpipaan yang tersusun atas sistem pipa, pompa dan perlengkapan lainnya. Kompleksitas dari jaringan perpipaan ini menghadirkan masalah dalam distribusi debit dan tekanan yang berkaitan dengan kriteria hidrolis yang harus terpenuhi dalam sistem pengaliran air bersih/air minum.

Untuk menyelesaikan masalah tersebut diperlukan suatu model sistem jaringan pipa distribusi air yang melibatkan pengetahuan yang menyangkut persamaan-persamaan dalam hidrolika saluran tertutup. Persamaan dasar yang terkait dengan hidrolika ini adalah persamaan kontinuitas dan kekekalan energi. Disamping itu diperlukan juga persamaan lain, yaitu persamaan kehilangan tekanan (*headloss*). Dengan menggabungkan persamaan-persamaan tersebut dapat dibangun suatu sistem persamaan yang menggambarkan sistem jaringan pipa distribusi air bersih.

Model jaringan distribusi air yang dikemukakan dalam makalah ini adalah model untuk kondisi tunak (*steady state*). Model ini dapat dimanfaatkan sebagai pendekatan untuk keadaan yang lebih realistis di lapangan yaitu keadaan aliran *unsteady* yang tentunya memerlukan analisis yang lebih kompleks. Perhatian dipusatkan pada penentuan distribusi tekanan dititik-titik (*node*) yang ditentukan atau diinginkan dan laju alir beserta arah alir air pada masing-masing segmen pipa pada jaringan pipa distribusi air. Dari sisi matematika model yang dihasilkan membawa kepada penyelesaian sistem persamaan tak linear yang besar. Dalam makalah ini penyelesaian dilakukan dengan membawa masalah tersebut menjadi masalah kuadrat terkecil tak linear yang selanjutnya diselesaikan dengan algoritma Levenberg-Marquard.

Model jaringan pipa distribusi air

Jaringan pipa distribusi tersusun atas sejumlah hingga segmen pipa dengan panjang dan diameter yang telah diketahui, yang menghubungkan N titik simpul (*node*). Titik simpul menyatakan lokasi tempat aliran air masuk atau keluar dari jaringan pipa dan juga titik referensi untuk tekanan pada jaringan pipa. Diasumsikan aliran air dalam keadaan tunak; serta tidak terdapat pompa dan *control valves* pada jaringan pipa. Air mengalir dari *reservoir* kedalam jaringan pipa secara gravitasi. Untuk persamaan aliran dalam pipa digunakan persamaan Hazen-Williams, yang populer digunakan ([1], [3], [4] dan [6]). Dalam satuan *U.S. Customary System* diberikan oleh:

$$Q_{ij} = 0.4329 C_h D_{ij}^{2.63} \left(\frac{1}{L_{ij}} \left(\frac{p_i - p_j}{\gamma} + z_i - z_j \right) \right)^{0.54} \quad (1)$$

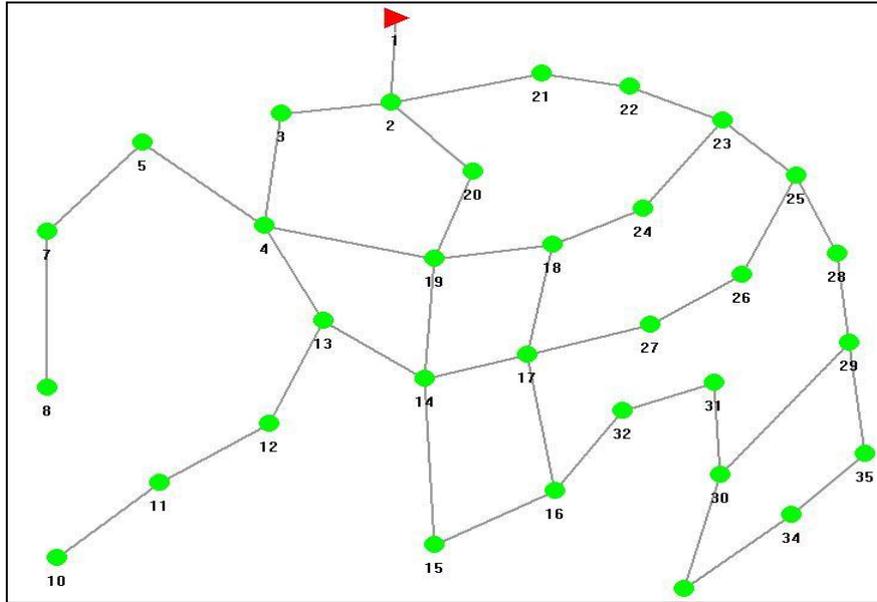
dengan Q_{ij} menyatakan laju alir (ft^3/s) dalam segmen pipa yang menghubungkan titik-titik simpul i dan j , p_i dan p_j , z_i dan z_j masing-masing menyatakan tekanan (lb/ft^2) dan ketinggian (*elevasi*) (ft) di titik-titik simpul i dan j . L_{ij} dan D_{ij} menyatakan panjang (ft) segmen pipa dan diameter-dalam (ft) pada segmen pipa antara titik-titik simpul i dan j . C_h adalah koefisien Hazen-Williams (tak berdimensi) dan γ ($= 62.4 lb/ft^3$) adalah berat spesifik air. Nilai C_h untuk pipa yang licin akan lebih besar dibandingkan dengan nilai C_h untuk pipa yang permukaannya lebih kasar.

Dari persamaan kontinuitas kita peroleh bahwa jumlah aljabar banyaknya air yang masuk dan keluar dari sebuah titik simpul adalah sama dengan nol. Sehingga untuk sebuah titik simpul m yang bertetangga dengan titik simpul j dan k kita peroleh

$$f_m = Q_{jm} + Q_{mk} + Q_{Nm} = 0 \quad (2)$$

dengan Q_{Nm} adalah laju alir yang keluar atau masuk kedalam jaringan distribusi melalui titik simpul m . Untuk jaringan yang memiliki N titik simpul akan terdapat N persamaan serupa dengan persamaan (2). Gambar 1 memperlihatkan sebuah jaringan pipa distribusi air yang memiliki 33 titik simpul. Air dialirkan dari titik simpul 1 (*reservoir*) ke 32 titik penyerahan. Sebagai contoh untuk titik simpul nomor 23 persamaan (2) menjadi

$$f_{23} = Q_{22\ 23} + Q_{23\ 24} + Q_{23\ 25} = 0 \quad (3)$$



Gambar 1 Skema jaringan pipa distribusi air dengan 33 titik dan 40 segmen

Memfaatkan persamaan (1) ke dalam persamaan (3) kita peroleh

$$\begin{aligned}
 f_{23} = & 0.4329 C_h D_{22\ 23}^{2.63} \left(\frac{1}{L_{22\ 23}} \left(\frac{p_{22} - p_{23}}{\gamma} + z_{22} - z_{23} \right) \right)^{0.54} \\
 & + 0.4329 C_h D_{23\ 24}^{2.63} \left(\frac{1}{L_{23\ 24}} \left(\frac{p_{23} - p_{24}}{\gamma} + z_{23} - z_{24} \right) \right)^{0.54} \\
 & + 0.4329 C_h D_{23\ 25}^{2.63} \left(\frac{1}{L_{23\ 25}} \left(\frac{p_{23} - p_{25}}{\gamma} + z_{23} - z_{25} \right) \right)^{0.54} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh persamaan serupa dengan persamaan (4) untuk masing-masing titik simpul pada jaringan distribusi dalam Gambar 1. Karena terdapat 33 titik simpul maka akan terdapat 33 persamaan serupa dengan persamaan (4). Sehingga akan diperoleh sebuah sistem persamaan tak linear untuk keadaan tunak bagi jaringan distribusi air pada Gambar 1. Jika nilai masing-masing peubah bebas pada sistem persamaan tersebut adalah sedemikian rupa sehingga masing-masing f_i nilainya menjadi (atau dekat) nol, maka sistem jaringan pipa distribusi tersebut dikatakan berada dalam kesetimbangan.

Sistem persamaan yang dihasilkan memuat peubah yang terdiri dari tekanan pada titik simpul (p_i), laju alir air keluar atau masuk ke dalam jaringan melalui titik simpul (QN_i), diameter pipa (D_{ij}), ketinggian titik simpul (z_i) serta panjang segmen pipa (L_{ij}). Pada jaringan pipa distribusi yang sudah terpasang maka diameter pipa dan panjang segmen pipa beserta ketinggian titik-titik simpul jaringan pipa besarnya sudah tertentu. Sehingga jika kita memiliki N titik simpul, maka sistem persamaan akan memiliki $2N$ peubah (yaitu p_i dan QN_i , $i = 1, 2, \dots, N$). Dengan demikian dimungkinkan untuk menggunakan N persamaan yang dimiliki untuk menghitung nilai N peubah dari $2N$ peubah yang dimiliki. N peubah yang nilainya dihitung ini dikenal sebagai peubah bebas, sedangkan sisanya, juga sebanyak N diberi nilai tertentu sehingga sistem persamaan tersebut dapat

diselesaikan. Sistem terakhir ini sudah dalam bentuk sistem persamaan tak linear dengan N persamaan dan N peubah. Selanjutnya paling tidak satu dari QN_i berupa peubah bebas dan satu dari p_i nilainya diketahui sebagai tekanan referensi untuk sistem jaringan tersebut.

Penyelesaian Model

Jika system persamaan yang kita miliki kita tulis sebagai

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \text{ dengan } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x}))^T \text{ dan } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T \quad (5)$$

maka masalah yang dihadapi adalah masalah menentukan akar sistem persamaan (5). Sidarto *et.al.* (2007) menggunakan kombinasi metode Newton dan Algoritma Genetika untuk menyelesaikan persamaan (5). Makalah ini mengemukakan teknik penyelesaian yang berbeda yang menghasilkan teknik penyelesaian yang lebih bersifat adaptif, dengan memanfaatkan algoritma Levenberg-Marquard. Penyelesaian persamaan (5) dirumuskan kembali menjadi masalah kuadrat terkecil tak linear berikut.

Diberikan fungsi bernilai vektor $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ dengan $m \leq n$. Diinginkan untuk meminimumkan $\|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|$, atau secara ekivalen mencari

$$\mathbf{x}^* = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \{F(\mathbf{x})\} \quad (6)$$

dengan

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (f_i(\mathbf{x}))^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (7)$$

Perhatikan bahwa jika \mathbf{x}^* merupakan akar dari persamaan (5) maka juga akan meminimumkan $F(\mathbf{x})$ pada persamaan (7) (dengan $m = n = N$) karena $F(\mathbf{x}^*) = 0$ dan $F(\mathbf{x}) > 0$ bila $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}$.

Jika kita menggunakan metode Newton untuk persamaan (5) maka iterasi yang dilakukan adalah

$$\text{Selesaikan } \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h}_n = -\mathbf{f}(\mathbf{x}); \quad \mathbf{x} := \mathbf{x} + \mathbf{h}_n \quad (8)$$

Dengan \mathbf{J} adalah matriks Jacobi untuk \mathbf{f} dan \mathbf{h}_n adalah vektor arah iterasi (*descent direction*) pada iterasi ke n . Sedangkan jika kita menggunakan metode Gauss-Newton untuk masalah ini dengan merumuskan kembali masalah tersebut menjadi masalah meminimumkan fungsi $F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x})$, maka iterasi yang dilakukan adalah

$$\text{Selesaikan } (\mathbf{J}(\mathbf{x})^T)\mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h}_{gn} = -\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}); \quad \mathbf{x} := \mathbf{x} + \mathbf{h}_{gn} \quad (9)$$

Jika $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ tak singular maka kita peroleh $\mathbf{h}_{gn} = \mathbf{h}_n$. Vektor $\mathbf{J}^T \mathbf{f}$ tidak lain adalah vektor gradien untuk $F(\mathbf{x})$. Karena $\mathbf{h}_{gn}^T (\mathbf{J}^T \mathbf{f}) = -\mathbf{h}_{gn}^T (\mathbf{J}^T \mathbf{J})\mathbf{h}_{gn} < 0$ maka \mathbf{h}_{gn} merupakan suatu *descent direction*.

Metode Levenberg-Marquard pada dasarnya merupakan metode Gauss-Newton dengan *damping*. Langkah iterasi pada metode Levenberg-Marquard yaitu \mathbf{h}_{lm} didefinisikan melalui modifikasi persamaan (9) berikut (lihat misalnya Bazaraa *et.al* (1993))

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I})\mathbf{h}_{lm} = -\mathbf{J}^T \mathbf{f} \text{ dengan } \mu > 0 \quad (10)$$

Parameter *damping* memiliki beberapa implikasi berikut:

1. Untuk setiap $m > 0$ matriks koefisien persamaan (10) bersifat definit positif. Ini menjamin bahwa \mathbf{h}_{lm} merupakan sebuah *descent direction*.
2. Untuk nilai m yang besar kita peroleh

$$\mathbf{h}_{lm} ; - \frac{1}{m} \mathbf{J}^T \mathbf{f}$$

Ini merupakan suatu langkah pendek dalam metode *steepest descent*. Hal ini baik jika iterasi nya masih jauh dari titik solusi.

3. Jika m nilainya sangat kecil, maka $\mathbf{h}_{lm} ; \mathbf{h}_{gn}$, yang merupakan langkah bagus disaat-saat akhir iterasi, saat \mathbf{x} sudah cukup dekat dengan \mathbf{x}^* . Jika $F(\mathbf{x}^*) = 0$ (atau sangat kecil nilainya), maka kita peroleh kekonvergenan yang (hampir) bersifat kuadratik.

Jadi parameter *damping* mempengaruhi baik arah maupun panjang langkah iterasi. Dengan demikian jika diawal proses iterasi titik iterasi masih jauh dari akar yang sesungguhnya maka akan sangat ideal jika pola iterasi *steepest descent*, yang dikenal cukup *robust*, digunakan. Selanjutnya jika sudah cukup dekat dengan akar yang akan dicari barulah pola Gauss-Newton, yang sensitif terhadap nilai (tebakan) awal akan tetapi memiliki laju konvergensi (hampir) kuadratik, diaktifkan. Pada metode Levenberg-Marquard peralihan pola iterasi ini dapat dilakukan secara adaptif, sehingga metode ini dipilih untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linear skala besar yang dihasilkan pada masalah jaringan pipa distribusi air yang dihadapi.

Ilustrasi

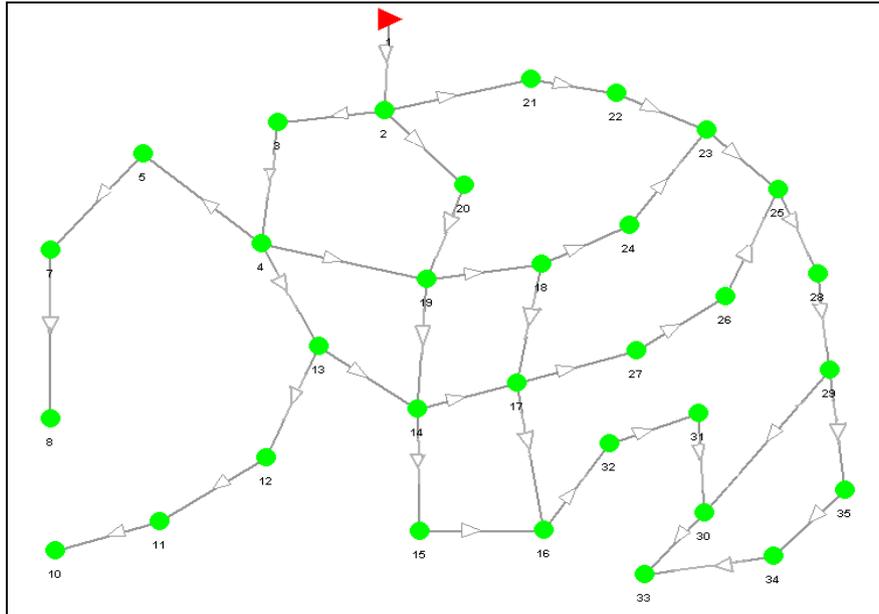
Gambar 1 memperlihatkan bagian dari sistem jaringan pipa distribusi air PDAM kota Bandung. Air didistribusikan, secara sistem gravitasi, dari reservoir Badak Singa (titik simpul nomor 1) ke 32 titik penyerahan. Data untuk masing-masing segmen pipa, seperti panjang dan diameter-dalam pipa, tekanan di reservoir dan permintaan laju alir air pada masing-masing titik penyerahan, diberikan. Masalah yang akan diselesaikan adalah menentukan distribusi tekanan pada masing-masing titik simpul selain titik simpul nomor 1 dan laju alir air beserta arah alir pada masing-masing segmen pipa. Di sini kita memiliki sebuah sistem persamaan tak linier dengan 33 persamaan dan 33 peubah bebas. Tabel 1 memperlihatkan masukan data elevasi dan hasil distribusi tekanan di setiap titik, sedangkan masukan data panjang dan diameter-dalam beserta hasil perhitungan laju alir air di setiap segmen pipa diberikan pada Tabel 2. Gambar 2 memperlihatkan arah alir air pada jaringan pipa distribusi air tersebut. Hasil yang diperoleh telah dibandingkan dengan hasil perhitungan menggunakan perangkat lunak EPANET 2.0, yang dikembangkan oleh U.S. *Environment Protection Agency*, juga dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1 Masukan data elevasi dan hasil distribusi tekanan di setiap titik

Nama Node	Ketinggian (ft)	Laju Alir (ft ³ /s)	Lavenberg-Marquard	EPANET	% beda
			Tekanan (lb/ft ²)	Tekanan (lb/ft ²)	
1	2452,40	7,3311	550,99	550,99	0
2	2442,26	-0,0922	632,654	632,6064	0,0075
3	2391,08	-0,0922	3825,34	3825,0432	0,0078
4	2351,71	-0,0378	6281,68	6281,1936	0,0077
5	2359,58	-0,0378	5790,55	5790,096	0,0078
7	2375,66	-0,0378	4787,05	4786,6898	0,0075
8	2329,40	-0,2077	6252,69	6248,5344	0,0665
10	2312,99	-0,2077	8697,26	8696,5776	0,0078
11	2316,93	-0,338	8451,46	8450,8128	0,0077
12	2314,96	-0,1303	8574,43	8573,76	0,0078
13	2343,83	-0,0378	6773,11	6772,5792	0,0078
14	2352,36	-0,0378	6239,33	6238,8288	0,0080
15	2317,59	-0,1303	8408,83	8408,1744	0,0078
16	2312,99	-0,2906	8507,67	8506,7856	0,0104
17	2342,19	-0,0378	6827,45	6826,8528	0,0087
18	2365,49	-0,0378	5404,07	5403,6144	0,0084
19	2370,41	-0,0378	5113,07	5112,6768	0,0077
20	2399,28	-0,1268	3312,61	3312,36	0,0075
21	2428,48	-0,1268	1470,88	1470,7152	0,0112
22	2363,52	0	5454,37	5453,7408	0,0115
23	2345,80	-0,3157	6512,74	6511,9392	0,0123
24	2345,80	-0,5608	6520,72	6519,9312	0,0121
25	2312,99	-0,3157	8490,53	8489,4192	0,0131
26	2301,51	-0,1134	9231,06	9229,968	0,0118
27	2329,40	-0,1134	7533,52	7532,6544	0,0115
28	2298,56	-0,3475	9366,19	9364,968	0,0130
29	2294,62	-0,6622	9596,83	9595,5408	0,0134
30	2296,59	-0,9422	9215,75	9213,8112	0,0210
31	2296,59	-0,1134	9219,19	9217,2672	0,0209
32	2312,99	-0,1134	8249,58	8247,7008	0,0228
33	2268,04	-1,4988	10995	10992,9456	0,0187
34	2263,45	0	11380,3	11378,448	0,0163
35	2257,55	-0,1896	11882,9	11881,368	0,0129

Tabel 2 Masukan data panjang dan diameter-dalam beserta hasil perhitungan laju alir air di setiap segmen

Link	Awal	Akhir	Diameter (ft)	Length (ft)	Levenberg-Marquard	EPANET	% beda
					Laju Alir (ft ³ /s)	Laju Alir (ft ³ /s)	
1 - 2	1	2	6,562	328	7,3311	7,330972	0,0017
Link - 36	2	21	1,965	1184,4	3,1615	3,161722	0,0070
Link - 37	2	3	3,642	2969,2	1,7981	1,797870	0,0128
Link - 38	2	20	3,425	2992,1	2,2793	2,279209	0,0040
Link - 39	3	4	3,642	1200,8	1,7059	1,705699	0,0118
Link - 40	4	5	2,795	1279,5	0,2833	0,283224	0,0270
Link - 41	5	7	2,589	2500	0,2455	0,245437	0,0257
Link - 42	7	8	0,348	2624,7	0,2077	0,207650	0,0240
Link - 43	21	22	1,982	4311	3,0347	3,034943	0,0080
Link - 44	22	23	1,742	1555,1	3,0347	3,034943	0,0080
Link - 45	23	24	1,742	2460,6	0,905558	0,905821	0,0291
Link - 46	24	18	1,316	3608,9	1,46636	1,466618	0,0176
Link - 47	18	19	1,316	492,13	1,50416	1,504405	0,0163
Link - 48	20	19	3,425	1715,9	2,1525	2,152429	0,0033
Link - 49	18	17	0,039	1003,9	0	0,000000	0,0000
Link - 50	17	14	0,827	820,21	0,598251	0,597877	0,0625
Link - 51	14	19	3,425	984,28	0,633092	0,632839	0,0400
Link - 52	19	4	0,492	1053,2	0,022546	0,022601	0,2451
Link - 53	4	13	3,642	1486,2	1,36225	1,362087	0,0120
Link - 54	13	14	1,647	656,17	0,648453	0,648377	0,0117
Link - 55	17	16	0,492	1125,3	0,235056	0,234843	0,0909
Link - 56	16	15	0,676	1640,4	0,515194	0,514888	0,0595
Link - 57	15	14	3,212	1673,2	0,645494	0,645199	0,0457
Link - 58	13	12	3,425	2473,8	0,676	0,675923	0,0114
Link - 59	12	11	3,425	715,22	0,5457	0,545612	0,0162
Link - 60	11	10	2,635	2296,6	0,2077	0,207650	0,0240
Link - 61	23	25	1,742	1643,7	3,62456	3,625051	0,0135
Link - 62	25	28	1,742	656,17	3,40745	3,407866	0,0122
Link - 63	28	29	1,742	492,13	3,05995	3,060369	0,0137
Link - 64	29	35	1,742	2854,3	1,61749	1,617765	0,0170
Link - 65	35	34	1,083	1761,8	1,42789	1,428125	0,0165
Link - 66	34	33	1,181	1975,1	1,42789	1,428125	0,0165
Link - 67	33	30	0,817	1968,5	0,0709112	0,070629	0,3991
Link - 68	25	26	0,617	2887,1	0,0985948	0,098528	0,0679
Link - 69	26	27	0,659	1706	0,211995	0,211888	0,0505
Link - 70	27	17	0,758	3280,8	0,325395	0,325601	0,0633
Link - 71	16	32	0,676	2788,7	0,45965	0,459091	0,1218
Link - 72	32	31	0,817	2460,6	0,34625	0,345731	0,1502
Link - 73	31	30	0,817	328,08	0,23285	0,232371	0,2063
Link - 74	30	29	0,817	2624,7	0,780261	0,780454	0,0248



Gambar 2 Arah alir air pada jaringan pipa distribusi air di Gambar 1

Simpulan

Penentuan distribusi tekanan pada jaringan pipa distribusi air bersih secara matematika dapat dirumuskan sebagai masalah mencari akar sistem persamaan tak linear yang umumnya berukuran besar. Dalam makalah ini masalah tersebut dirumuskan kembali sebagai suatu masalah kuadrat terkecil tak linear yang diselesaikan dengan algoritma Levenberg-Marquard. Selanjutnya hasil yang diperoleh dapat digunakan untuk menghitung laju alir dan arah alir air pada masing-masing segmen pipa. Hasil yang diperoleh dengan metode ini memperlihatkan kedekatan yang cukup baik dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan perangkat lunak EPANET 2.0.

Ucapan Terimakasih

Ucapan terima kasih disampaikan kepada PDAM Kota Bandung atas dukungan data yang digunakan dalam makalah ini.

Daftar Pustaka

- [1] American Water Works Association. 2004. *Steel Water Pipe: A Guide for Design and Installation*, 4th Edition. Denver.
- [2] Bazaraa, M.S., H.D. Sherali and C.M. Shetty. 1993. *Nonlinear Programming*, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- [3] Bombardelli F.A. and M.H. Garcia. 2003. Hydraulic Design of Large-Diameter Pipes. *J. Hydraul. Eng.*, 129(11), 839-846
- [4] Mott, R.L. 2000. *Applied Fluid Mechanic*, 5th Edition. Prentice Hall, New Jersey.
- [5] Sidarto K.A., et.al.. 2007. *Pemodelan dan Pengembangan Software Perhitungan Headloss Jaringan Pipa Distribusi Air. Studi Kasus: Jaringan Distribusi Air PDAM*. Laporan Riset KK 2007, LPPM-ITB.
- [6] Walski, T.M. 2005. Discussion of "Hydraulic Design of Large-Diameter Pipes" by Fabian A. Bombardelli and Marcelo H. Garcia. *J. Hydraul. Eng.* March 2005, p. 224