

## 1. Prinsip Dualitas

Dalam sistem Aljabar Boolean dengan himpunan  $S$  dengan  $0, 1$  pada  $S$  serta operasi  $(+)$  dan  $(\cdot)$ . Ada himpunan  $S'$  dengan mengganti  $0$  dengan  $1$ ,  $1$  dengan  $0$ ,  $(+)$  dengan  $(\cdot)$ , dan  $(\cdot)$  dengan  $(+)$  berlaku semua aksioma Aljabar Boolean maka  $S'$  disebut **Dual dari  $S$** .

Teorema

Untuk setiap elemen  $a$  pada  $S$  berlaku :

1.  $a + a = a$  dan  $a \cdot a = a$
2.  $a + 1 = 1$  dan  $a \cdot 0 = 0$
3.  $a + a \cdot b = a$  dan  $a \cdot (a + b) = a$
4.  $(a \cdot b)' = a' + b'$  dan  $(a + b)' = a' \cdot b'$
5.  $0' = 1$  dan  $1' = 0$

Akan dibukti teorema 1 dan 2, pembuktian teorema yang lain dijadikan sebagai latihan dengan menggunakan aksioma yang berlaku pada sistem Aljabar Boolean

1.  $a + a = a$

Bukti :

$$\begin{aligned} a + a &= (a + a) \cdot 1 && \text{identitas } (\cdot) \\ &= (a + a) \cdot (a + a') && \text{komplemen} \\ &= a + (a \cdot a') && \text{distributif} \\ &= a + 0 && \text{komplemen} \\ &= a && \text{identitas } (+) \end{aligned}$$

Terbukti

$$a \cdot a = a$$

Bukti :

$$\begin{aligned} a \cdot a &= (a \cdot a) + 0 && \text{identitas } (+) \\ &= (a \cdot a) + (a \cdot a') && \text{komplemen} \\ &= a \cdot (a + a') && \text{distributif} \\ &= a \cdot 1 && \text{komplemen} \\ &= a && \text{identitas } (\cdot) \end{aligned}$$

Terbukti

Maka  $a + a = a$  Dualnya adalah  $a \cdot a = a$