I. TEORI HIMPUNAN

1. Definisi
   Himpunan hingga dan Tak hingga
2. Notasi himpuanan
3. Cara penulisan
4. Macam-macam Himpunan
5. Operasi Himpunan
6. Hukum pada Operasi Himpunan
7. Perkalian Himpunan (Product of Set)
8. Relasi
9. Domain dan Range

Sifat-sifat Relasi

1. Reflexive
2. Symmetric
3. Transitive
4. Irreflexive
5. Antsymmetric

II. ALJABAR BOOLEAN

1. Definisi

   Aljabar Boolean adalah suatu sistem aljabar yang berisi sebuah himpunan dengan dua operasi yang disiefinisikan pada himpunan tersebut sehingga memenuhi aksioma-aksioma.

   Definisi 1.1

   Aljabar Boolean adalah sistem aljabar yang berisi himpunan S dengan operasi (+) dan operasi (.) yang didefinisikan pada himpunan sehingga setiap elemen a, b, c dari S memenuhi aksioma berikut :

   1) Tertutup
      $a + b \in S$
      $a . b \in S$

   2) Asosiatif
      $a + (b + c) = (a + b) + c$
      $a . (b . c) = (a . b) . c$

   3) Identitas
      Jika $0 \in S$, maka $\forall a \in S$ berlaku $a + 0 = 0 + a = a$

Jika 1 $\in$ S, maka $\forall a \in S$ berlaku a . 1 = 1 . a = a

4) Komutatif
 a + b = b + a
 a . b = b . a

5) Distributif
 a . (b + c) = a . b + a . c
 (a + b) . c = a . c + b . c
 a + (b . c) = (a + b)(a + c)
 (a . b) + c = (a + c)(b + c)

6) Idempoten (sama kuat)
 $\forall a \in S$ berlaku a + a = a dan a . a = a

7) Komplemen
 $\forall a \in S$ dan a' $\in$ S maka a + a' = 1 dan a . a' = 0

2. Prinsip Dualitas

Dalam sistem Aljabar Boolean dengan himpunan S dengan 0, 1 pada S serta operasi (+) dan (.). Ada himpunan S' dengan mengganti 0 dengan 1, 1 dengan 0, (+) dengan (.), dan (.) dengan (+) berlaku semua aksioma Aljabar Boolean maka **S' disebut Dual dari S**.

Teorema

Untuk setiap elemen a pada S berlaku :
1. a + a = a dan a . a = a
2. a + 1 = 1 dan a . 0 = 0
3. a + a.b = a dan a . (a + b) = a
4. (a . b)' = a' + b ' dan (a + b)' = a' . b '
5. 0' = 1 dan 1' = 0

Akan dibukti teorema 1 dan 2, pembuktian teorema yang lain dijadikan sebagai latihan dengan menggunakan aksioma yang berlaku pada sistem Aljabar Boolean

1. a + a = a
 Bukti :

 a + a = (a + a) . 1 identitas (.)

$= (a + a) . (a + a')$	komplemen
$= a + (a . a')$	distributif
$= a + 0$	komplemen
$= a$	identitas (+)
Terbukti	

$a . a = a$
Bukti :

$a . a = (a . a) + 0$	identitas (+)
$= (a . a) + (a . a')$	komplemen
$= a . (a + a')$	distributif
$= a . 1$	komplemen
$= a$	identitas (.)
Terbukti	

Maka $a + a = a$ Dualnya adalah $a . a = a$

2. $a + 1 = 1$
   Bukti :

$a + 1 = a + (a + a')$	komplemen
$= (a + a) + a'$	asosiatif
$= a + a'$	idempoten
$= 1$	komplemen
Terbukti	

$a . 0 = 0$
Bukti :

$a . 0 = a . (a . a')$	komplemen
$= (a . a) . a'$	asosiatif
$= a . a'$	idempoten
$= 0$	komplemen
Terbukti	

Maka $a + 1 = 1$ Dualnya adalah $a . 0 = 0$

3. Aturan Lebih Kecil Daripada ($\Leftarrow$)

   Definisi :
   x dan y adalah elemen dari Aljabar Boolean, maka
   x lebih kecil daripada y ($x \Leftarrow y$) **jika dan hanya jika** $x + y = y$

1. Jika ($x \Leftarrow y$) dan ($y \Leftarrow x$) , maka $x = y$
   Bukti :

   Jika ($x \Leftarrow y$) , maka $x + y = y$
   Jika ($y \Leftarrow x$) , maka $y + x = x$, dengan aksioma komutatif $x + y = x$
   sehingga $x = y$ (terbukti)

2. Jika ($x \Leftarrow y$) dan ($y \Leftarrow z$), maka ($x \Leftarrow z$)
   Bukti :

   Jika ($x \Leftarrow y$) , maka $x + y = y$
   Jika ($y \Leftarrow z$) , maka $y + z = z$
   $x + z = x + (y + z)$
   $= (x + y) + z$
   $= y + z$
   $= z$, sehingga ($x \Leftarrow z$) (terbukti)

III. FUNGSI BOOLEAN

1. Definisi

   Fungsi Boolean adalah sebuah fungsi yang dibentuk oleh n variabel Aljabar Boolean.

   Diantara fungsi-fungsi tersebut adalah :

   1. Fungsi konstan :
      $f(x_1, x_2, \dots , x_n) = a$
   2. Fungsi Proyeksi :
      $f(x_1, x_2, \dots , x_n) = x_i$, $i = 1, 2, 3, \dots , n$
   3. Fungsi Komplemen :
      $g(x_1, x_2, \dots , x_n) = (f(x_1, x_2, \dots , x_n))'$
   4. Fungsi Gabungan :
      $h = f + g$ dan $h = f . g$
   5. Fungsi Identitas :
      $f(x) = x$

   Fungsi Boolean yang lainnya :

$f(x)$	$= x + x'.a$	fungsi dengan 1 variabel
$f(x,y)$	$= x'y + xy' + x$	fungsi dengan 2 variabel
$f(x,y,z)$	$= xy'z$	fungsi dengan 3 variabel

Nilai Fungsi Boolean ditentukan oleh berapa banyak variabelnya contoh :
Fungsi dengan satu variabel :
$f(x) = f(1)x + f(0)x'$
Fungsi dengan dua variabel :
$f(x,y) = f(1,1)xy + f(1,0)xy'+f(0,1)x'y+f(0,0)x'y'$

Oleh sebab itu maka fungsi konstan f(x) = a disebabkan oleh f(x) = f(1)x + f(0)x’ = ax + ax’ = a (x + x’) = a . 1 = a

f(1)x + f(0)x’ = a
adalah bentuk **Kanonik** dari fungsi konstan

f(x) = a
adalah bentuk **Standar** dari fungsi konstan

2. Representasi fungsi Boolean
   Dapat dinyatakan dalam bentuk :
   1. Aljabar
   2. Tabel Kebenaran

   Sebuah fungsi boolean dengan tiga variabel f(x,y,z) = xyz’ , maka Representasi bentuk Aljabar :

   f(x,y,z) = xyz’
   Representasi bentuk tabel kebenaran, sebelumnya akan dibahas terlebih dahulu bentuk tabel kebenaran dari sistem Aljabar Boolean.

   Operasi (+) dan (.) pada sistem Aljabar Boolean didefinisikan sebagai berikut :

a	b	a + b	a . b
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

a	a’
0	1
1	0

Jadi representasi bentuk tabel kebenaran daru f(x,y,z) = xyz’ adalah

Karena fungsi Boolean dengan 3 variabel maka elemen dari tabel adalah 2^3 = 8 elemen.

x	y	z	f(x,y,z)=xyz’
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

3. Bentuk Fungsi Boolean

Bentuk fungsi Boolean disini adalah cara penulisan sebuah fungsi berdasarkan literal dan operasi yang diutamakan.
Apabila literalnya ditulis lengkap tiap suku maka disebut Bentuk Standar dan jika ditulis berdasarkan perkalian (Minsterm) disebut Bentuk SOP (*sum of product*) dan jika dituliskan berdasarkan jumlah disebut Bentuk POS (*product of sum*)

Bentuk Standar dan Kanonik fungsi Boolean dengan 2 variabel

x	y	Sum Of Product (SOP)		Product Of Sum (POS)	
		Literal	minterm	literal	Maxterm
1	1	Xy	m_3	x’ + y’	M_3
1	0	xy’	m_2	x’ + y	M_2
0	1	x’y	m_1	x + y’	M_1
0	0	x’y’	m_0	x + y	M_0

IV. KOMPLEMEN FUNGSI

1. Definisi

Fungsi komplemen dari suatu fungsi F adalah F’ dengan menukarkan nilai 0 menjadi 1 dan 1 menjadi 0

Ada 2 cara untuk menentukan fungsi komplemen : (1) De Morgan, (2) Prinsip Dualitas

2. Hukum De Morgan

Hukum De Morgan : (a + b)’ = a’b’ atau (ab)’ = (a’ + b’)

Buktikan : (a + b + c)’ = a’b’c’

Jawab :
Misalkan : x = (b + c)
(a + b + c)’= (a + x)’
= a’x’
= a’(b + c)’
= a’b’c’ (terbukti)

Sehingga,

(a + b + c + ….)’ = a’b’c’….’

(abc …)’ = (a’ + b’ + c’ + … +..’)

Tentukan fungsi komplemen dari F = x(y’z’ + yz).

Jawab :
F’ = (F)’ = (x(y’z’ + yz))’
= x’ + (y’z’ + yz)’
= x’ + (y’z’)’(yz)’
= x’ + ((y’)’+(z’)’)(y’+z’)
= x’ + (y + z)(y’ + z’)

3. Prinsip Dualitas

Langkah-langkah menentukan sebuah fungsi komplemen sebagai berikut : (1) Cari bentuk Dual nya, (2) komplemenkan setiap literal nya

Tentukan komplemen dari F = x(y’z’ + yz).
Jawab :

Dual dari F = x + (y’ + z’)(y + z)
Komplemenkan tiap literal : F = x’ + (y + z)(y’ + z’)

V. KONVERSI BENTUK FUNGSI

1. Bentuk Standar dan Kanonik

Bentuk Standar adalah bentuk fungsi Boolean dengan literal yang lengkap

Sebuah fungsi Boolean F = x + yz
maka bentuk standarnya adalah F = x (y + y’) + yz (x + x”)
= xy + xy’ + xyz + x’yz
= xy (z + z’) + xy’ (z + z’) + xyz + x’yz
= xyz + xyz’ + xy’z + xy’z’ + xyz + x’yz
= xyz + xyz’ + xy’z + xy’z’ + x’yz

Bentuk Kanonik adalah bentuk fungsi Boolean dalam Minsterm atau maxterm
maka bentuk kanonik dari F = $m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_3$

2. Bentuk Sum Of Product (SOP)

SOP adalah bentuk Kanonik fungsi Boolean dalam minsterm dengan menggunakan 1 sebagai nilai fungsinya

3. Bentuk Product Of Sum (POS)

   POS adalah bentuk Kanonik fungsi Boolean dalam maxterm dengan menggunakan 0 sebagai nilai fungsinya

VI. OPERASI DAN GERBANG LOGIKA

1. Operasi Logika

   Untuk operasi logika AND dan OR (xy dan x + y) akan terdapat 16 buah fungsi Boolean yang berbeda untuk 2 variabel.

2. Gerbang Logika

   Penerapan operasi logika dari fungsi Boolean adalah pada gerbang logika digital

VII. PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

1. Fungsi Kompleks
   Pada fungsi Kompleks dari sebuah system aljabar Boolean seringkali mempunyai operasi-operasi biner yang tidak perlu dan atau dapat disederhanakan sehingga fungsi tersebut tidak mempunyai literal atau suku-suku yang berlebihan
   Contoh :

   $F(x,y) = x'y + xy' + y'$

   Dapat disederhanakan menjadi

   $$\begin{aligned} F(x,y) &= x'y + y'(x + 1) \\ &= x'y + y' \\ &= (x' + y')(y + y') \\ &= x' + y' \end{aligned}$$

   $(a . b) + c = (a + c)(b + c)$

2. Cara Penyederhanaan

   Dari segi penerapan fungsi aljabar Boolean menjadi bentuk yang sederhana dilakukan dengan 3 cara
   a. Secara Aljabar : menggunakan aturan/aksioma yang berlaku pada system aljabar Boolean
   b. Menggunakan Peta Karnaugh

c. Menggunakan metode Quine Mc Cluskey

Contoh diatas penyederhanaan dengan cara aljabar dan contoh yang lainnya sebagai berikut :

Sederhanakan $F(x, y, z) = xy + x'z + yz$

Jawab :

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= xy + x'z + yz\,(x + x') \\ &= xy + x'z + xyz + x'yz \\ &= xy + xyz + x'z + x'zy \\ &= xy\,(1 + z) + x'z\,(1 + y) \\ &= xy + x'z \end{aligned}$$

Sederhanakan $F(x, y, z) = x'y'z + x'yz + xy'$

Jawab :

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= x'y'z + x'yz + xy' \\ &= x'zy' + x'zy + xy' \\ &= x'z\,(y' + y) + xy' \\ &= x'z + xy' \end{aligned}$$

VIII. PETA KARNAUGH

Penyederhanaan menggunakan peta Karnaugh mempunyai karakteristik sebagai berikut :

a. mengacu pada diagram Venn
b. menggunakan peta Karnaugh

Penyederhaan dengan peta Karnaugh ini hanya dapat dianggap sempurna sampai fungsi dengan 4 variabel.

Bentuk peta Karnaugh :

1.Peta Karnaugh dengan 2 variabel

x \ y	0	1
0	x’y’	x’y
1	x y’	xy

2. Peta Karnaugh dengan 3 variabel

x \ yz	00	01	11	10
0	x’y’z’	x’y’z	x’yz	xyz’
1				

3.Peta Karnaugh dengan 4 variabel

Besok ditulis disini besol

IX. QUINE-MCCLUSKEY

X. RANGKAIAN DIGITAL
1. Penyerdehanaan Rangkaian
2. Gerbang NAND
3. Gerbang NOR
4. Gerbang Minimum

XI. KALKULUS PROPOSISI
1. Konsep dan Notasi dasar
2. Kalimat

XII. LOGIKA DAN WELL-FORM FORMULA
1. Penghubung Logika
2. Well-Form Formula

XIII. TABEL KEBENARAN
1. Tabel Kebenaran
2. Penalaran
3. Pendekatan Logika

XIV. KALKULUS PREDIKAT
1. Konsep
2. Definisi
3. Variabel bebas dan terikat

XV. ATURAN KALIMAT
1. Arti Kalimat

2. Interpretasi
3. Aturan Semantik
4. Perluasan

XVI. ATURAN KUANTIFIER
1. For-All dan For-Some
2. Validitas
3. Satisfiabel dan Consistent
4. Kalimat Proposisi

Kalimat Predikat