STATISTIKA

Muhamad Nursalman

Pendilkom/Ilkom

UPI

Daftar Isi

Bab 1 Peluang (Ruang Sampel)

- Definisi: Gugus semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan statistika disebut *ruang sampel* dan dinyatakan dengan lambang S.
- Definisi: Kejadian adalah himpunan dari ruang sampel.
- *Ruang nol* atau *ruang hampa* ialah himpunan bagian ruang sampel yang tidak mengandung unsur. Himpunan seperti ini dinyatakan dengan lambang $\emptyset$.

Bab 1 Peluang
(Menghitung Titik Sampel)

- Teorema: Bila suatu operasi dapat dikerjakan dengan n_1 cara, dan bila untuk setiap cara ini operasi kedua dapat dikerjakan dengan n_2 cara, dan bila untuk setiap kedua cara operasi tersebut operasi ketiga dapat dikerjakan dengan n_3 cara, dan seterusnya, maka deretan k operasi dapat dikerjakan dengan $n_1 n_2 \ldots n_k$ cara.

Bab 1 Peluang
(Menghitung Titik Sampel)

- Teorema: Banyak permutasi *n* benda yang berlainan adalah *n*!
- Teorema: banyak permutasi *n* benda berlainan bila diambil *r* sekaligus adalah

$$ {}_{n}p_{r} = n!/(n-r)! $$

- Jumlah kombinasi dari *n* benda yang berlainan bila diambil sebanyak *r* adalah

$$ \binom{n}{r} = n!/(n-r)! $$

Bab 1 Peluang (Peluang Suatu Kejadian)

- Definisi: Peluang suatu kejadian *A* adalah *jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk A*. Jadi $0 \le P(A) \le 1$, $P(\varnothing) = 0$ & $P(S) = 1$.
- *Peluang bersyarat B* dengan diketahui *A*, dinyatakan degan $P(B|A)$, ditentukan oleh

$$P(B \mid A) = P(A \cap B) / P(A), \quad P(A) > 0$$

Bab 2 Peubah Acak (Distribusi Peluang Diskret)

- Definisi: Fungsi $f(x)$ adalah suatu *fungsi peluang* atau distribusi peluang suatu peubah acak diskret X bila, untuk setiap hasil x yang mungkin,
  1. $f(x) \geq 0$.
  2. $\sum_x f(x) = 1$.
  3. $P(X = x) = f(x)$.

Bab 2 Peubah Acak (Distribusi Peluang Diskret)

- Definisi: *Distribusi kumulatif* $F(x)$ suatu peubah acak X dengan distribusi peluang $f(x)$ dinyatakan oleh

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

Bab 2 Peubah Acak (Distribusi Peluang Kontinu)

- Definisi: Fungsi $f(x)$ adalah suatu *fungsi padat peluang* peubah acak kontinu X, yang didefinisikan di atas himpunan semua bilangan real R, bila
  1. $f(x) \geq 0$ untuk semua x elemen R.
  2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
  3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$

Bab 2 Peubah Acak (Distribusi Peluang Kontinu)

- Definisi: *Distribusi kumulatif* $F(x)$ suatu peubah acak kontinu X dengan distribusi peluang $f(x)$ dinyatakan oleh

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

Bab 2 Peubah Acak (Harapan Matematika)

- Definisi: Misalkanlah *X* suatu pebuah acak dengan distribusi peluang *f*(*x*). *Nilai harapan X* atau harapan matematik *X* ialah

$$E(X) = \sum_{x} xf(x) \quad \text{bila } X \text{ diskret}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad \text{bila } X \text{ kontinu}$$

Bab 2 Peubah Acak (Harapan Matematika)

- Teorema: *Mean* peubah acak *X* adalah

$$E(X) = m$$

- Teorema: *Variansi* peubah acak *X* adalah

$$s^2 = E(X^2) - m^2$$

Bab 3 Distribusi Peluang Diskret (Distribusi Binomial)

- Definisi: Banyaknya sukses X dalam n usaha suatu percobaan binomial disebut suatu *peubah acak binomial*.

Bab 3 Distribusi Peluang Diskret (Distribusi Binomial)

- **Distribusi Binomial** Bila suatu usaha binomial dapat menghasilkan sukses dengan peluang *p* dan gagal dengan peluang $q = 1 - p$, maka distribusi peluang peubah acak binomial *X*, yaitu banyaknya sukses dalam *n* usaha bebas, ialah

$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Bab 3 Distribusi Peluang Diskret (Distribusi Binomial)

- Teorema: Distribusi binomial $b(x;n,p)$ mempunyai rataan dan variansi

$$m = np$$

dan

$$s^2 = npq$$

Bab 3 Distribusi Peluang Diskret (Distribusi Poisson)

- **Distribusi Poisson** Distribusi peluang peubah acak Poisson *X*, yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu, diberikan oleh $p(x:m) = e^{m} m^{x} / x!$, x = 0,1,2,…

  m menyatakan rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu tersebut dan e = 2,71828…

Bab 3 Distribusi Peluang Diskret (Distribusi Poisson)

- Teorema: Rataan dan variansi distribusi Poisson $p(x; m)$ keduanya sama dengan m.
- Teorema: Misalkanlah X peubah acak binomial dengan distribusi peluang $b(x;n,p)$. Bila $n \to \infty,\ p \to 0,$ dan $m = np$, maka

$$b(x; n, p) \to p(x; m)$$

Bab 4 Distribusi Peluang Kontinu (Distribusi Normal)

Distribusi Normal Fungsi padat peubah acak normal *X*, dengan rataan m dan variansi s^2, ialah

$$n(x;m,s) = \frac{1}{\sqrt{2ps}} e^{-(1/2)[(x-m)/s]^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

Dengan p = 3,14159… dan e = 2,71828…

Distribusi Normal Baku jika m = 0 dan s^2 = 1.

Bab 4 Distribusi Peluang Kontinu (Distribusi Khi-Kuadrat)

Distribusi Khi-Kuadrat Peubah acak kontinu *X berdistribusi khi-kuadrat*, dengan $\mu = v$ dan $\sigma^2 = 2v$ dan derajat kebebasan v, bila fungsi padatnya diberikan oleh

$$f(x) = \frac{1}{2^{v/2}\Gamma(v/2)} x^{v/2-1} e^{-x/2},\ x > 0,\ v \in N^{+}$$

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

- Teorema: Bila X_1 ,X_2, …X_n peubah acak bebas yang berdistribusi normal, masing-masing dengan rataan $s_1^2, s_2^2, \ldots s_n^2$ dan variansi $m_1, m_2, \ldots m_n$, maka peubah acak $Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_n X_n$ berdistribusi normal dengan rataan

$$m_Y = a_1 m_1 + a_2 m_2 + \ldots + a_n m_n$$

- Dan variansi

$$s_Y^2 = a_1^2 s_1^2 + a_2^2 s_2^2 + \ldots + a_n^2 s_n^2$$

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Teorema: Bila $X_1, X_2, \ldots X_n$ peubah acak yang saling bebas masing-masing berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan $v_1, v_2, \ldots v_n$, maka peubah acak

$$Y = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan

$$v = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$$

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Akibat Bila $X_1, X_2, \ldots X_n$ peubah acak bebas yang berdistribusi sama-sama normal dengan rataan m dan variansi s^2, maka peubah acak

$$Y = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - m}{s} \right)^2$$

berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v = n.

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Definisi: Bila X_1 ,X_2, …X_n menyatakan sampel acak ukuran n, maka rataan sampel dinyatakan oleh statistik

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Definisi: Bila $X_1, X_2, \ldots X_n$ sampel acak ukuran n, maka variansi sampel didefinisikan oleh statistik

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Teorema: Bila X rataan sampel acak ukuran n yang diambil dari populasi dengan rataan m dan variansi s^2 yang berhingga, maka limit distribusi

$$Z = \frac{\bar{X} - m}{s / \sqrt{n}}$$

Bila $n \rightarrow \infty$,

ialah distribusi normal baku n(z;0,1).

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Teorema: Bila S^2 variansi sampel acak ukuran n diambil dari populasi normal dengan variansi s^{2}, maka peubah acak

$$X^{2} = \frac{(n-1)S^{2}}{s^{2}}$$

Berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v = n –1.

Bab 5 Fungsi Peubah Acak

Teorema: Misalkan Z peubah acak normal baku dan V peubah acak khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v. Bila Z dan V bebas, maka distribusi peubah acak T, bila

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V / v}}$$

Diberikan oleh

$$h(t) = \frac{\Gamma[(v+1)/2]}{\Gamma(v/2)\sqrt{p\, v}}\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-(v+1)/2}, \qquad -\infty<t<\infty.$$

Ini dikenal dengan nama distribusi t dengan derajat kebebasan v.

Bab 6 Teori Penaksiran

- Selang kepercayaan untuk m; s diketahui Selang kepercayaan (1-a)100% untuk m ialah

$$\bar{x} - z_{a/2} s / \sqrt{n} < m < \bar{x} + z_{a/2} s / \sqrt{n}$$

dengan $\bar{x}$ menyatakan rataan sampel ukuran n dari populasi dengan variansi s^2 yang diketahui dan $z_{a/2}$ menyatakan nilai distribusi normal baku sehingga daerah di sebelah kanannya mempunyai luas $a/2$.

Bab 6 Teori Penaksiran

- Selang kepercayaan untuk m; s tak diketahui dan n < 30 Selang kepercayaan (1-a)100% untuk m ialah

$$\overline{x} - t_{a/2} s / \sqrt{n} < m < \overline{x} + t_{a/2} s / \sqrt{n}$$

  dengan $\overline{x}$ dan s masing-masing menyatakan rataan dan simpangan baku sampel ukuran n < 30 yang diambil dari populasi yang hampir normal dan $t_{a/2}$ menyatakan nilai dari distribusi t, dengan derajat kebebasan v = n –1, sehingga daerah di sebelah kanannya seluas $a/2$.

Bab 6 Teori Penaksiran

Selang kepercayaan untuk σ^2 Selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ untuk variansi σ^2 suatu populasi normal diberikan oleh

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

bila s^2 menyatakan variansi sampel ukuran n, dan $\chi^2_{\alpha/2}$ dan $\chi^2_{1-\alpha/2}$ menyatakan nilai distribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v = n – 1 sehingga luas di sebelah kanannya, masing-masing, sebesar $\alpha/2$ dan $1-\alpha/2$.

Bab 7 Pengujian Hipotesis

Definisi:

Hipotesis statistik ialah suatu anggapan atau pernyataan, yang mungkin benar atau tidak, mengenai satu populasi atau lebih.

Bab 7 Pengujian Hipotesis

Langkah-langkah:

1. H_0: $?=?_0$
2. H_1: tandingannya $?<?_0$, $?>?_0$ atau $? \neq ?_0$
3. Pilih taraf keberartian *a*
4. Pilih uji statistik yang sesuai dan cari daerah kritis
5. Hitunglah nilai statistik dari sampel acak ukuran n
6. Kesimpulan: tolak H_0 bila statistik tsb mempunyai nilai dalam daerah kritis; jika tidak, terima H_0.

Bab 7 Pengujian Hipotesis

H_0	Uji Statistik	H_1	Daerah kritis
$m = m_0$	$Z = \dfrac{\bar{X} - m_0}{s \,/ \sqrt{n}}$ s diketahui	$m < m_0$ $m > m_0$ $m \neq m_0$	$Z < -z_a$ $Z > z_a$ $Z < -z_{a/2}$ & $Z > z_{a/2}$
$m = m_0$	$T = \dfrac{\bar{X} - m_0}{S / \sqrt{n}}; \; v = n - 1$ s tak diketahui	$m < m_0$ $m > m_0$ $m \neq m_0$	$T < -t_a$ $T > t_a$ $T < -t_{a/2}$ & $\mathrm{T} > t_{a/2}$

Bab 7 Pengujian Hipotesis

H_0	Uji Statistik	H_1	Daerah kritis
		$s^2 < s_0^2$	$X^2 < c_{1-a}^2$
$s^2 = s_0^2$	$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{s_0^2}$	$s^2 > s_0^2$	$X^2 > c_a^2$
	$v = n-1$	$s^2 \neq s_0^2$	$X^2 < c_{1-a/2}^2$ & $X^2 > c_{a/2}^2$