# PEMBUKTIAN VALIDITAS ARGUMENT BERKUANTOR

Untuk menyusun bukti langsung validitas sebuah argument yang mengandung kuantor dan fungsi proposisi, kita memerlukan aturan tambahan baru. Ada empat aturan tambahan, yaitu:

1. **Universal Instantion (UI)**

   $(\forall x)\ M(x)$

   $\therefore M(a)$ (a adalah lambang individual)

2. **Universal Generalization (UG)**

   $M(a)$

   $\therefore (\forall x)\ M(x)$

3. **Existential Generalization (EG)**

   $M(a)$

   $\therefore (\exists x)\ M(x)$

**4. Existential Instantiation (EI)**

   $(\exists x)\ M(x)$

   $\therefore M(y)$ (y adalah konstanta individual selain ‘a’ yang tidak pernah muncul dalam pembuktian)

**Contoh 1:**

Semua kucing adalah hewan menyusui.

Puppy adalah seekor kucing.

Jadi, Puppy adalah hewan menyusui.

Pembuktian dapat dilakukan dengan langkah berikut:

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $(\forall x)\ (K(x) \Rightarrow H(x))$ | Pr |
| 2. | $K(p)$ | Pr / $\therefore H(p)$ |
| 3. | $K(p) \Rightarrow H(p)$ | 1, UI |
| 4. | $H(p)$ | 2,3 MP |

**Contoh 2:**

Semua bilangan cacah adalah bilangan real.

Tak ada bilangan real yang habis dibagi nol.

Jadi, tak ada bilangan cacah yang habis dibagi nol.

Langkah pembuktian argument diatas adalah:

| | |
|---|---|
| 1. $(\forall x)\ (A(x) \Rightarrow B(x))$ | Pr |
| 2. $(\forall x)\ (B(x) \Rightarrow \sim C(x))$ | Pr / $\therefore (\forall x)\ (A(x) \Rightarrow \sim C(x))$ |
| 3. $A(a) \Rightarrow B(a)$ | UI |
| 4. $B(a) \Rightarrow \sim C(a)$ | UI |
| 5. $A(a) \Rightarrow \sim C(a)$ | 3,4 HS |
| 6. $(\forall x)\ (A(x) \Rightarrow \sim C(x))$ | 5 UG |

**LATIHAN**

Susunlah bukti formal validitas argument berikut:

1. Semua bilangan prima adalah bilangan asli.
   -6 bukan bilangan asli.
   Jadi, -6 bukan bilangan prima.

2. Tak ada fungsi linear yang grafiknya berbentuk parabola.
   Fungsi $y = ax^2 + bx + c$ grafiknya berbentuk parabola.
   Jadi, fungsi $y = ax^2 + bx + c$ bukan fungsi linear.

3. Semua bilangan yang angka akhirnya nol habis dibagi 5.
   370 adalah bilangan yang angka akhirnya nol.
   370 adalah bilangan genap.
   Jadi, ada bilangan genap yang habis dibagi 5.

4. $(\exists x)\ (\sim B(x) \wedge A(x))$
   $(\forall x)\ (\sim A(x) \vee B(x))$ / $\therefore (\sim B(x) \vee A(x))$

5. $(\forall x)\ (P(x) \Rightarrow Q(x))$
   $(\forall x) \sim (Q(x) \wedge R(x))$ / $\therefore (\forall x) \sim (R(x) \wedge P(x))$

6. Hanya matriks yang berdeterminan nol yang tidak mempunyai invers.
   Tak semua matriks yang mempunyai invers merupakan matrik 2 x 2.
   Jadi, ada beberapa matriks yang berdeterminan nol tapi merupakan matriks 2 x 2.

7. $(\forall x)\ (K(x) \Rightarrow (\ L(x) \Rightarrow M(x)\ )$
   $(\forall x)\ (K(x) \Rightarrow L(x)\ )\ /\ \therefore (\forall x)\ (K(x) \Rightarrow M(x)\ )$