

Tautologi, Kontradiksi, dan Kontingen

Sebuah proposisi majemuk disebut **Tautologi** jika ia benar untuk semua kasus, sebaliknya disebut **kontradiksi** jika ia salah untuk semua kasus. Proposisi tautologi dicirikan pada kolom terakhir pada tabel kebenarannya hanya memuat T. Proposisi kontradiksi dicirikan dengan pada kolom terakhir pada tabel kebenarannya hanya memuat F. Jika kolom terakhir memuat kumpulan dari T dan F disebut **kontingen**. Contoh dari tautology dan kontradiksi ditunjukkan pada tabel kebenaran berikut ini.

a. $p \vee \sim p$

p	\vee	\sim	p
T	T	F	T
F	T	T	F

b. $\sim[(\sim p \Rightarrow r) \vee (p \Rightarrow \sim q)] \wedge r$

\sim	$[(\sim$	p	\Rightarrow	r)	\vee	(p	\Rightarrow	\sim	q)]	\wedge	r
F	F	T	T	T	T	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	F	T	T	F	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T	T	T	T	F	F	F
F	T	F	T	T	T	F	T	F	T	F	T
F	T	F	F	F	T	F	T	F	T	F	F
F	T	F	T	T	T	F	T	T	F	F	T
F	T	F	F	F	T	F	T	T	F	F	F

B. Ekuivalen secara logika

Dua proposisi dikatakan **ekuivalen secara logika** jika nilai kebenaran dari kedua pernyataan tersebut sama. Lambang untuk ekuivalen adalah “ \equiv ”
Sebagai contoh, perhatikan tabel kebenaran dari proposisi $(p \Leftrightarrow q)$ dan $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ berikut.

p	\Leftrightarrow	q
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	T	F

(p	\Rightarrow	q)	\wedge	(q	\Rightarrow	p)
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	F

Karena nilai kebenaran dari kedua proposisi diatas sama (berdasar tabel kebenaran), maka

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p).$$

Beberapa hukum ekuivalensi logika disajikan dalam daftar dibawah ini:

1. Hukum Komutatif
 - a. $p \wedge q \equiv q \wedge p$
 - b. $p \vee q \equiv q \vee p$
2. Hukum asosiatif
 - a. $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
 - b. $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
3. Hukum distributive
 - a. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 - b. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
4. Hukum identitas
 - a. $p \wedge T \equiv p$
 - b. $p \vee F \equiv p$
5. Hukum ikatan
 - a. $p \wedge F \equiv F$
 - b. $p \vee T \equiv T$
6. Hukum negasi
 - a. $p \vee \sim p \equiv T$
 - b. $p \wedge \sim p \equiv F$
7. Hukum negasi ganda

$$\sim(\sim p) \equiv p$$
8. Hukum idempotent
 - a. $p \wedge p \equiv p$
 - b. $p \vee p \equiv p$
9. Hukum De Morgan
 - a. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
 - b. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
10. Hukum Penyerapan
 - a. $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
 - b. $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
11. Negasi T dan F
 - a. $\sim T \equiv F$
 - b. $\sim F \equiv T$

C. Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Terdapat beberapa implikasi lain yang berkaitan dengan proposisi $p \Rightarrow q$, yaitu proposisi sederhana yang merupakan variasi dari implikasi. Perhatikan proposisi berikut:

Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya.

Variasi dari proposisi diatas adalah sebagai berikut:

- a. Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil.
- b. Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya.
- c. Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil.

Proposisi (a) disebut konvers, (b) disebut invers, dan (c) disebut kontraposisi. Tabel berikut ini memperlihatkan tabel kebenaran dari ketiga variasi proposisi $p \Rightarrow q$. Dari tabel tersebut terlihat bahwa proposisi $p \Rightarrow q$ ekuivalen secara logika dengan kontraposisinya $\sim q \Rightarrow \sim p$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Kondisional	Konvers	Invers	Kontraposisi
				$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Latihan

- Buatlah tabel kebenaran dari proposisi berikut:
 - $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$
 - $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim (r \vee s)$
 - $\sim (p \wedge r) \vee [(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow r]$
- Periksalah menggunakan tabel kebenaran apakah proposisi berikut merupakan tautology, kontradiksi atau kontingen.
 - $p \wedge [q \wedge (p \vee q)]$
 - $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)$
 - $(r \wedge p) \Rightarrow [(q \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)]$
- Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari proposisi berikut dan tentukan nilai kebenarannya.
 - Jika x, y bilangan asli, maka $x - y$ adalah bilangan asli.
 - Jika x, y bilangan ganjil, maka $x^2 + y^2$ adalah bilangan ganjil.
 - Jika $A = \emptyset$, maka $n(A) = 0$.
- Tentukan pernyataan kondisional yang mempunyai:
 - Invers $p \Rightarrow \sim q$
 - Kontraposisi $\sim p \Rightarrow q$
 - Konvers $(p \vee q) \Rightarrow \sim r$
 - Invers $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim(r \wedge \sim s)$