

## FUNGSI BOOLEAN

Dalam Aljabar Boolean, variable  $x$  disebut peubah Boolean. Fungsi Boolean adalah ekspresi yang dibentuk dari peubah Boolean melalui operasi penjumlahan, perkalian, atau komplemen.

Contoh:

1.  $f(x) = x$
2.  $f(x,y) = x'y + x$
3.  $g(x,y,z) = (x + y)' + xyz'$

Selain dengan cara aljabar, fungsi Boolean dapat dinyatakan dalam bentuk tabel kebenaran. Tabel kebenaran adalah suatu tabel yang menyatakan seluruh kemungkinan nilai peubah dari fungsinya. Jika suatu fungsi Boolean memuat  $n$  peubah, maka banyaknya baris dalam tabel kebenaran ada  $2^n$ .

Contoh:  $f(x,y,z) = xyz' + x$

x	y	z	$f(x,y,z) = xyz' + x$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Fungsi Boolean tidak unik (tunggal), artinya dua fungsi yang ekspresinya berbeda dikatakan sama jika keduanya mempunyai nilai yang sama pada tabel kebenaran untuk setiap kombinasi peubah-peubahnya.

Contoh:  $f(x,y,z) = x'y'z + x'yz + xy'$  dengan  $g(x,y,z) = x'z + xy'$

## KOMPLEMEN FUNGSI

Ada dua cara untuk mencari komplemen suatu fungsi Boolean.

a. Cara 1: Dengan menggunakan hukum De Morgan berulang-ulang

Hukum De Morgan yang diperluas:

$$(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)' = A_1' \cdot A_2' \cdot A_3' \cdot \dots \cdot A_n'$$

$$(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_n)' = A_1' + A_2' + A_3' + \dots + A_n'$$

Contoh:  $f(x,y,z) = x(y'z' + yz)$ , maka

$$\begin{aligned} f'(x,y,z) &= (x(y'z' + yz))' \\ &= x' + (y'z' + yz)' \\ &= x' + (y'z')' (yz)' \\ &= x' + (y + z) (y' + z') \end{aligned}$$

b. Cara 2: Menggunakan dual fungsi

Langkah – langkah:

1. Tentukan dual f.
2. Komplemen dari f didapat dengan cara mengkomplemenkan setiap variabel yang ada pada dual f.

Contoh:  $f(x,y,z) = x(y'z' + yz)$

$$\text{Dual } f = x + (y' + z') (y + z)$$

Maka  $f' = x' + (y + z) (y' + z')$  (setiap variabel pada dual f dikomplemenkan)

# BENTUK STANDAR FUNGSI BOOLEAN

Ada 2 bentuk standar fungsi Boolean:

1. Sum of Product (SOP) / Minterm
2. Product of Sum (POS) / Maxterm

## 1. Sum of Product

Ciri – ciri:

- a. Dalam setiap suku operasi variabelnya adalah perkalian.
- b. Setiap suku (term) dijumlahkan.
- c. Setiap suku mengandung semua variabel.

Contoh:

$$f(x,y) = xy + x'y$$

$$g(x,y,z) = x'yz + xyz + x'y'z'$$

Cara membaca:

- a. Variabel tanpa komplemen dianggap bernilai 1.
- b. Variabel dengan komplemen dibaca 0.

## 2. Product of Sum

Ciri – ciri:

- a. Dalam setiap suku operasi variabelnya adalah penjumlahan.
- b. Setiap suku (term) dikalikan.
- c. Setiap suku mengandung semua variabel.

Contoh:

$$f(x,y) = (x' + y) (x + y')$$

$$g(x,y,z) = (x + y + z') (x' + y' + z) (x + y + z)$$

Cara membaca:

- a. Variabel tanpa komplemen dianggap bernilai 0.
- b. Variabel dengan komplemen dibaca 1.

**Minterm dan maxterm dengan 2 peubah:**

x	y	Minterm		Maxterm	
		suku	simbol	suku	simbol
0	0	$x'y'$	m0	$x + y$	M0
0	1	$x'y$	m1	$x + y'$	M1
1	0	$xy'$	m2	$x' + y$	M2
1	1	$xy$	m3	$x' + y'$	M3

**Minterm dan maxterm dengan 3 peubah:**

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			suku	simbol	suku	simbol
0	0	0	$x'y'z'$	m0	$x + y + z$	M0
0	0	1	$x'y'z$	m1	$x + y + z'$	M1
0	1	0	$x'yz'$	m2	$x + y' + z$	M2
0	1	1	$x'yz$	m3	$x + y' + z'$	M3
1	0	0	$xy'z'$	m4	$x' + y + z$	M4
1	0	1	$xy'z$	m5	$x' + y + z'$	M5
1	1	0	$xyz'$	m6	$x' + y' + z$	M6
1	1	1	$xyz$	m7	$x' + y' + z'$	M7

# KONVERSI BENTUK FUNGSI

## a. Konversi ke bentuk SOP

**Contoh1:**  $f(x,y) = x + x'y$

$$= x.1 + x'y \quad (\text{lengkapi variabel disetiap suku dgn cara mengalikan dengan 1})$$

$$= x(y + y') + x'y \quad (\text{ganti 1 dengan menggunakan hukum komplemen untuk memunculkan variabel yang belum ada})$$

$$= xy + xy' + x'y \quad (\text{gunakan hukum distributif})$$

$$= m3 + m2 + m1$$

$$= \Sigma(1,2,3)$$

**Contoh 2:**  $f(x,y,z) = x + y'z$

$$= x . 1 . 1 + 1 . y'z$$

$$= x(y + y')(z + z') + (x + x')y'z$$

$$= x(yz + yz' + y'z + y'z') + xy'z + x'y'z$$

$$= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z'$$

$$= m7 + m6 + m5 + m4 + m5 + m1$$

$$= \Sigma(1,4,5,6,7)$$

## b. Konversi ke bentuk POS

**Contoh 1 :**  $f(x,y) = x + x'y$

$$= (x + x')(x + y) \quad (\text{gunakan hukum distributif untuk menghilangkan perkalian pada setiap suku})$$

$$= 1. (x + y)$$

$$= (x + y)$$

$$= M0$$

$$= \Pi(0)$$

**Contoh 2:**  $f(x,y,z) = x + y'z$

$$= (x + y') (x + z)$$

$$= ((x + y') + 0) ((x+z) + 0) \quad \text{(hukum identitas)}$$

$$= ((x + y') + zz') ((x+z) + yy') \quad \text{(hukum komplemen}$$

untuk memunculkan  
variabel yg belum ada)

$$= (x + y' + z) (x + y' + z') (x + y + z) (x + y' + z)$$

$$= M2. M3. M0. M2$$

$$= \Pi(0,2,3)$$

**Dengan hukum De Morgan diperoleh bahwa:**

$$f'(x,y,z) = x'yz' + x'yz + x'y'z' + x'yz'$$

$$= m2+m3+m0+m2$$

$$= \Sigma(0,2,3)$$

**Kesimpulan:**

$$m_j' = M_j$$

## Tabel Kebenaran untuk mencari Bentuk SOP & POS

Perhatikan tabel kebenaran berikut:

x	y	z	F(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Cara membaca:

1. Bentuk SOP : baca baris bernilai '1'

Kombinasi peubahnya, tulis dalam bentuk minterm

$$\text{Jadi, } f(x,y,z) = x'y'z + xy'z' + xyz = \Sigma(1,4,7)$$

2. Bentuk POS : baca baris bernilai '0'

Kombinasi peubahnya, tulis dalam bentuk maxterm

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } f(x,y,z) &= (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')(x' + y + z') \\ &\quad (x' + y' + z) \\ &= \Pi(0,2,3,5,6) \end{aligned}$$