

ARGUMEN DAN METODE PENARIKAN KESIMPULAN

Argumen adalah rangkaian pernyataan-pernyataan yang mempunyai ungkapan pernyataan penarikan kesimpulan (inferensi). Argumen terdiri dari pernyataan-pernyataan yang terdiri atas dua kelompok, yaitu kelompok pernyataan sebelum kata 'jadi' yang disebut premis (hipotesa) dan pernyataan setelah kata 'jadi' yang disebut konklusi (kesimpulan). Dibawah ini diberikan beberapa contoh argumen.

- | | |
|--|------------|
| a. Semua bilangan genap habis dibagi 2. | (premis) |
| 10 adalah bilangan genap. | (premis) |
| Jadi, 10 habis dibagi 2. | (konklusi) |
| | |
| b. Jika malam hari turun hujan, maka lapangan bola akan basah. | (premis) |
| Ternyata malam hari turun hujan. | (premis) |
| Jadi, lapangan bola basah. | (konklusi) |

Suatu argument disebut valid jika untuk sembarang pernyataan yang disubstitusikan kepada hipotesa, jika semua hipotesa tersebut benar, maka kesimpulan juga benar. Sebaliknya, jika semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah, maka argument tersebut dikatakan tidak valid (invalid). Untuk menunjukan apakah suatu argument valid atau tidak, langkah pertama yang harus dilakukan adalah menuliskan argument tersebut dalam bentuk simbol-simbol. Sebagai contoh argument berikut:

Ani ada di Bandung atau Tasikmalaya
 Ani tidak ada di Bandung.
 Jadi, ani ada di Tasikmalaya.

Misal:

p : Ani ada di Bandung
 q : Ani ada di Tasikmalaya

maka argument diatas mempunyai symbol sebagai berikut:

$p \vee q$
 $\sim p$
 $\therefore q$

Selanjutnya kita ubah argument diatas menjadi pernyataan kondisional yang berkoresponden dengan argument tersebut, yaitu dengan cara meng-konjungsi-kan premis-premis, kemudian hasilnya di-implikasi-kan dengan konklusi. Jadi, argument contoh diatas mempunyai pernyataan kondisional yang berkoresponden yaitu:

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$$

Pernyataan kondisional yang berkoresponden tersebut kemudian dibuat tabel kebenaran. Jika tabel kebenaran yang dihasilkan berupa tautology, maka argument tersebut valid. Jika bukan, maka argument tersebut tidak valid. Tabel kebenaran untuk argument diatas sebagai berikut:

$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$	p	q
T	T	T
T	T	F
F	T	T
F	F	F

Karena tabel kebenaran yang dihasilkan berupa tautology, maka argument diatas valid.

A. ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN

Ada cara lain untuk membuktikan validitas argument yaitu dengan menggunakan **aturan-aturan penarikan kesimpulan**. Dengan aturan ini kita tidak saja menarik kesimpulan dari premis-premisnya secara langsung, tetapi juga mampu membentuk argument-argumen yang diperoleh dari rangkaian langkah pembuktian yang relatif sederhana. Konklusi lanjutan disimpulkan. Konklusi lanjutan ini (yang terdiri dari bagian-bagian) masing-masing merupakan konklusi yang dapat ditarik lagi untuk membentuk konklusi berikutnya, dan demikian seterusnya hingga hasil akhir diperoleh.

Adapun aturan-aturan yang digunakan dalam aturan penarikan kesimpulan (Rule of Inferences) adalah seperti dibawah ini.

1. Modus Ponens (MP)

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

2. Modus Tollen (MT)

$$p \Rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

3. Simplifikasi (Simp)

$$p \wedge q$$

$$\therefore p$$

4. Konjungsi (Konj)

$$p$$

$$q$$

$$\therefore p \wedge q$$

5. Hypothetical Syllogism (HS)

$$p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow r$$

$$\therefore p \Rightarrow r$$

6. Disjunctive Syllogism (DS)

$$p \vee q$$

$$\sim p$$

$$\therefore q$$

7. Constructive Dilemma (CD)

$$p \Rightarrow q$$

$$r \Rightarrow s$$

$$p \vee r$$

$$\therefore q \vee s$$

8. Destructive Dilemma (DD)

$$p \Rightarrow q$$

$$r \Rightarrow s$$

$$\sim q \vee \sim s$$

$$\therefore \sim p \vee \sim r$$

9. Addition (Add)

$$p$$

$$\therefore p \vee q$$

Berikut ini adalah beberapa contoh penggunaan aturan diatas.

Contoh1:

Buktikan bahwa argument berikut valid..

Jika pintu kereta api ditutup, lalu lintas akan berhenti.

Jika lalu lintas berhenti, akan terjadi kemacetan lalu lintas.

Pintu kereta api ditutup.

Jadi, terdapat kemacetan lalu lintas.

Misal:

p : pintu kereta api ditutup

q : lalu lintas akan berhenti

r : terjadi kemacetan lalu lintas

Simbol untuk argument diatas adalah:

$$p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow r$$

$$p$$

$$\therefore r$$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

- | | | |
|----|-------------------|---------------------|
| 1. | $p \Rightarrow q$ | Pr |
| 2. | $q \Rightarrow r$ | Pr |
| 3. | p | Pr / $\therefore r$ |
| 4. | q | 1,3 MP |
| 5. | r | 2,4 MP |

Contoh 2:

Jika Ibu pergi ke pasar, maka bapak pergi ke kantor.

Ibu dan kakak pergi ke pasar.

Jadi, bapak pergi ke kantor.

Misal:

p : Ibu pergi ke pasar

q : Bapak pergi ke kantor

r : Kakak pergi ke pasar

Simbol argument diatas adalah sebagai berikut:

$p \Rightarrow q$
 $p \wedge r$
 $\therefore q$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

1. $p \Rightarrow q$	Pr
2. $p \wedge r$	Pr / $\therefore q$
3. p	2, Simp
4. q	1,3 MP

Contoh 3:

Susunlah bukti formal validitas argument berikut:

$(p \wedge q) \Rightarrow r$
 $p \wedge s$
 $q \wedge t$
 $\therefore r$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

1. $(p \wedge q) \Rightarrow r$	Pr
2. $p \wedge s$	Pr
3. $q \wedge t$	Pr / $\therefore r$
4. p	2, Simp
5. q	3, Simp
6. $p \wedge q$	2,3 Konj
7. r	1,6 MP

Contoh 4:

Susunlah bukti formal validitas argument berikut:

Pak Ali adalah seorang pedagang atau petani.
 Jika pak Ali seorang pedagang, maka ia kaya.
 Ternyata Pak Ali tidak kaya.
 Jadi, Pak Ali seorang petani.

Misal:

p : Pak Ali adalah seorang pedagang
 q : Pak Ali adalah seorang petani
 r : Pak Ali kaya

Simbol untuk argument diatas adalah:

$p \vee q$
 $p \Rightarrow r$
 $\sim r$
 $\therefore q$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1. $p \vee q$ | Pr |
| 2. $p \Rightarrow r$ | Pr |
| 3. $\sim r$ | Pr / $\therefore q$ |
| 4. $\sim p$ | 2,3 MT |
| 5. q | 1,4 DS |

B. ATURAN PENUKARAN

Pada kenyataannya banyak argument valid yang tidak dapat di buktikan kebenarannya hanya dengan menggunakan aturan penarikan kesimpulan. Ini berarti kita membutuhkan aturan lain selain aturan diatas. Aturan yang menunjang ini disebut **aturan penukaran** (Rule of Replacements).

Dalam pembicaraan ekuivalensi, kita telah mengetahui bahwa dua pernyataan disebut ekuivalen jika mempunyai nilai kebenaran yang sama. Dengan demikian jika sebagian atau keseluruhan dari suatu pernyataan majemuk ditukar dengan pernyataan lain yang ekuivalen secara logika, maka nilai kebenaran pernyataan majemuk yang baru tersebut akan sama dengan nilai kebenaran pernyataan majemuk semula. Aturan ini yang disebut **aturan penukaran**. Aturan ini memungkinkan kita untuk menarik kesimpulan suatu pernyataan sebagai hasil dari penukaran semua atau sebagian dari suatu pernyataan dengan pernyataan yang ekuivalen dengan bagian yang kita ganti.

Adapun aturan yang terdapat pada Rule of Replacements adalah sebagai berikut:

1. Teorema De Morgan (de M)
 - $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
 - $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
2. Komutatif (Kom)
 - $p \wedge q \equiv q \wedge p$
 - $p \vee q \equiv q \vee p$
3. Asosiatif (Ass)
 - $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
 - $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
4. Distributif (Distr)
 - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
5. Double Negasi (DN)
 - $\sim (\sim p) \equiv p$
6. Transposisi (Trans)
 - $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$
7. Material implikasi (Impl)
 - $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
8. Material ekuivalensi (ekuiv)
 - $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
 - $p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
9. Eksportasi (Eksp)
 - $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
10. Tautologi (Taut)
 - $p \equiv (p \vee p)$
 - $p \equiv (p \wedge p)$

Pernyataan-pernyataan diatas yang saling ekuivalen, dapat saling mengganti satu sama lain. Artinya kita dapat menukar pernyataan sebelah kiri dengan pernyataan disebelah kanan dan sebaliknya.

Contoh :

Susunlah bukti formal validitas argument berikut

$$(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge s)$$

$$\sim r$$

$$\therefore \sim q$$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

- | | |
|--|--------------------------|
| 1. $(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge s)$ | Pr |
| 2. $\sim r$ | Pr / $\therefore \sim q$ |
| 3. $\sim r \vee \sim s$ | 2, Add |
| 4. $\sim (r \wedge s)$ | 3, de M |
| 5. $\sim (p \vee q)$ | 1,4 MT |
| 6. $\sim p \wedge \sim q$ | 5, de M |
| 7. $\sim q \wedge \sim p$ | 6, Kom |
| 8. $\sim q$ | 7, Simp |

LATIHAN

Dengan menggunakan aturan penarikan kesimpulan dan aturan penukaran, susunlah bukti formal validitas argument berikut:

1. $G \Rightarrow (S \Rightarrow U)$
 G
 $\sim U \quad / \therefore \sim S$

2. P
 $(P \vee R) \Rightarrow D \quad / \therefore P \wedge D$

3. $G \vee (L \wedge T)$
 $G \Rightarrow \sim T$
 $T \quad / \therefore L$

4. $B \Rightarrow J$
 $H \Rightarrow D$
 $\sim (\sim J \vee \sim D) \Rightarrow U$
 $\sim U \quad / \therefore \sim B \vee \sim H$

5. $\sim [(A \wedge A) \vee D] \Rightarrow Z$
 $\sim Z$
 $\sim Z \Rightarrow \sim D \quad / \therefore A$

6. $M \Rightarrow (\sim R \Rightarrow U)$
 $M \wedge \sim R \quad / \therefore U$

7. $H \Rightarrow (L \wedge R)$
 $(L \vee W) \Rightarrow P$
 $W \vee H \quad / \therefore P$
8. $T \Rightarrow (C \wedge D)$
 $T \wedge B$
 $(F \wedge F) \vee \sim (\sim W \wedge B)$
 $W \Rightarrow \sim (C \vee D) \quad / \therefore F$

C. ATURAN PEMBUKTIAN KONDISIONAL

Setiap argument yang valid mempunyai pernyataan yang berkoresponden yang merupakan tautology. Dengan kata lain sebuah argument yang berkorespondensi dengan sebuah pernyataan kondisional adalah valid jika dan hanya jika pernyataan kondisional tersebut merupakan tautology.

Jika kita mempunyai pernyataan dalam bentuk $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$, maka pernyataan tersebut ekuivalen secara logika dengan $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (sesuai dengan prinsip Eksportasi). Jika pernyataan $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ adalah tautology maka pernyataan $(A \wedge B) \Rightarrow C$ adalah tautology juga, sebab keduanya ekuivalen. Argumen yang berkoresponden dengan pernyataan $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ adalah

A
 $\therefore B \Rightarrow C$

Sedang argument yang berkoresponden dengan pernyataan $(A \wedge B) \Rightarrow C$ adalah

A
 B
 $\therefore C$

Kedua argument diatas valid, jika pernyataan yang berkoresponden dengan argument tersebut masing-masing merupakan tautology. Ini menunjukkan bahwa jika kita akan membuktikan argument

A
 $\therefore B \Rightarrow C$

maka kita dapat menarik kesimpulan validitas argument tersebut dengan mengubahnya menjadi argument dengan bentuk

A
 B
 $\therefore C$

Aturan ini disebut **Aturan Pembuktian Kondisional** (Rule of Conditional Proof). Dengan menggunakan aturan ini kita memperoleh premis tambahan yang diperoleh dari anteseden konklusinya dan konsekuen pada konklusi diubah menjadi konklusi yang baru.

Contoh 1:

Buktikan validitas argument berikut:

$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$
 $C \Rightarrow (D \wedge E)$
 $\therefore A \Rightarrow (B \Rightarrow D)$

Penerapan aturan pembuktian kondisional, akan diperoleh argument

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$$

$$C \Rightarrow (D \wedge E)$$

$$A$$

$$B \quad / \therefore D$$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

- | | | |
|--------------------------------------|---|------|
| 1. $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ | Pr | |
| 2. $C \Rightarrow (D \wedge E)$ | Pr / $\therefore A \Rightarrow (B \Rightarrow D)$ | |
| 3. A | Pr / $\therefore B \Rightarrow D$ | (CP) |
| 4. B | Pr / $\therefore D$ | (CP) |
| 5. $B \Rightarrow C$ | 1,3 MP | |
| 6. C | 4,5 MP | |
| 7. $D \wedge E$ | 2,6 MP | |
| 8. D | 7, Simp | |

Contoh 2:

$$A \Rightarrow B$$

$$C \Rightarrow D$$

$$\sim B \vee \sim D$$

$$\sim A \vee \sim B \quad / \therefore A \Rightarrow \sim C$$

Proses pembuktian validitas argument diatas adalah sebagai berikut:

- | | | |
|-------------------------|--|------|
| 1. $A \Rightarrow B$ | Pr | |
| 2. $C \Rightarrow D$ | Pr | |
| 3. $\sim B \vee \sim D$ | Pr | |
| 4. $\sim A \vee \sim B$ | Pr / $\therefore A \Rightarrow \sim C$ | |
| 5. A | Pr / $\therefore A$ | (CP) |
| 6. B | 1,3 MP | |
| 7. $\sim (\sim B)$ | 6, DN | |
| 8. $\sim D$ | 3,7 DS | |
| 9. $\sim C$ | 2,8 MT | |

D. ATURAN PEMBUKTIAN TIDAK LANGSUNG

Aturan pembuktian tidak langsung (Rule of Indirect Proof) dilakukan dengan jalan membuat negasi dari konklusinya, yang kemudian dijadikan premis tambahan. Jika sebagai akibat langkah ini timbul kontradiksi berarti argument yang akan dibuktikan

Contoh :

Susunan pembuktian tidak langsung untuk memperlihatkan validitas argument berikut

$$P \Rightarrow Q$$

$$Q \Rightarrow R$$

$$P$$

$$\therefore R$$

Jawab:

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1. $P \Rightarrow Q$ | Pr |
| 2. $Q \Rightarrow R$ | Pr |
| 3. P | Pr / $\therefore R$ |
| 4. $\sim R$ | IP |
| 5. $\sim Q$ | 2,4 MT |
| 6. $\sim P$ | 1,5 MT |
| 7. $P \wedge \sim P$ | 3,6 Konj |

Baris (7) adalah suatu kontradiksi

LATIHAN:

1. Dengan menggunakan aturan pembuktian kondisional, susunlah bukti formal validitas argument berikut.
 - a. $\sim (P \vee Q) \vee R$
 $P \wedge S \quad / \therefore P \Rightarrow R$
 - b. $(S \Rightarrow Q) \Rightarrow R$
 $(P \wedge S) \Rightarrow Q \quad / \therefore P \Rightarrow R$
 - c. $(T \vee D) \Rightarrow E \quad / \therefore T \Rightarrow E$
2. Dengan menggunakan aturan pembuktian tidak langsung, susunlah bukti formal validitas argument berikut.
 - a. $G \vee (L \wedge T)$
 $G \Rightarrow \sim T$
 $T \quad / \therefore L$
 - b. $P \Rightarrow (L \Rightarrow G)$
 $P \wedge \sim G \quad / \therefore \sim L$