MENGHUBUNGKAN IDE-IDE MATEMATIK MELALUI KEGIATAN PEMECAHAN MASALAH

Kartika Yulianti

Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA - Universitas Pendidikan Indonesia Jl. Dr. Setyabudhi 229, Bandung 40154 Telp. (022) 2004508, Fax (022) 2004508

e-mail: ykar_tika @ yahoo.com

Abstrak

Kemampuan koneksi matematik merupakan salah satu kemampuan yang harus dicapai dalam pembelajaran matematika. Dengan mengetahui hubungan-hubungan matematika, siswa akan lebih memahami matematika dan juga memberikan mereka daya matematik lebih besar. Kegiatan pemecahan masalah merupakan akitivitas yang membantu siswa untuk dapat mengetahui hubungan berbagai konsep dalam matematika mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Peranan pembelajaran pemecahan masalah terhadap upaya meningkatkan kemampuan koneksi matematik, antara lain: beragamnya ide-ide yang dihasilkan, langkah-langkah penyelesaian yang bersifat transferable, serta aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari.

Kata kunci: Pendekatan Pemecahan Masalah, Koneksi Matematik.

1. Pendahuluan

Diungkapkan dalam Garis-Garis Besar Program Pengajaran (GBPP) (TIM MKPBM, 2001: 56) bahwa salah satu tujuan diberikannya matematika di sekolah adalah mempersiapkan siswa agar dapat menggunakan matematika dan pola pikir matematik dalam kehidupan sehari-hari dan dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan. Berdasarkan tujuan tersebut dapat dinyatakan bahwa siswa dapat mengetahui dan memahami relevansi matematika dengan kehidupan sehari-hari serta menggunakannya menjadi aspek penting yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika.

Selain itu, sebagai pembekalan mereka menghadapi tantangan kehidupan, para siswa juga perlu dibiasakan menggunakan keterampilan berpikirnya untuk menyelesaikan soal-soal yang berupa pemecahan masalah, sebab disadari atau tidak, dalam kehidupan manusia sehari-hari tidak lepas dari masalah. Seperti yang diungkapkan oleh Jarret (2000) "solving problems is a basic human drive".

Dalam pembelajaran diperlukan kondisi yang menunjang agar siswa dapat mencapai tujuan yang dicita-citakan dalam GBPP. Hal tersebut akan sangat sulit terpenuhi jika dalam pembelajaran, siswa hanya beraktifitas menyimak, mencontoh, dan

1

menggunakan algoritma rutin. Sebagai tindak lanjutnya sangat diharapkan agar guru memfasilitasi siswa untuk meningkatkan kemampuan penalaran, pemecahan masalah, komunikasi, serta koneksi matematiknya. Kemampuan-kemampuan tersebut dapat ditingkatkan salah satunya melalui kegiatan pemecahan masalah.

Berikut ini akan disajikan bagaimana pembelajaran pemecahan masalah dapat menghubungkan ide-ide matematik, beserta contoh. Namun sebelumnya akan diuraikan terlebih dahulu mengenai koneksi matematik.

2. Koneksi Matematik

Koneksi matematik dapat diartikan sebagai hubungan ide-ide matematik. *National Council Teacher Mathematics* (NCTM) (dalam Ruspiani, 2000:10) membagi koneksi matematika menjadi dua jenis yaitu 1) hubungan antara dua representasi yang ekivalen dalam matematika dan prosesnya yang saling berkorespondensi, 2) hubungan antara matematika dengan situsi masalah yang berkembang di dunia nyata atau pada disiplin ilmu lain. Berdasarkan hal tersebut, dapat disimpulkan bahwa koneksi matematika tidak hanya menghubungkan antar topik dalam matematika, tetapi juga menghubungkan matematika dengan berbagai ilmu lain dan dengan kehidupan.

Lebih lanjut, Ulep, dkk. (2000: 296) menguraikan indikator koneksi matematik, sebagai berikut:

- Menyelesaikan masalah dengan menggunakan grafik, hitungan numerik, aljabar, dan representasi verbal.
- Menerapkan konsep dan prosedur yang telah diperoleh pada situasi baru.
- Menyadari hubungan antar topik dalam matematika.
- Memperluas ide-ide matematik.

Kemampuan koneksi matematik merupakan salah satu aspek kemampuan matematik penting yang harus dicapai melalui kegiatan belajar matematika. Mengapa penting? Sebab dengan mengetahui hubungan-hubungan matematik, siswa akan lebih memahami matematika dan juga memberikan mereka daya matematik lebih besar. NCTM (1989: 354) mengemukakan:

... their ability to use a wide range of mathemtical representations, their access to sophisticated technology, the connections they make with other academic disciplines, especially the sciences and social sciences, give them greater mathematical power.

Pernyataan di atas dapat diartikan bahwa kemampuan siswa untuk menggunakan berbagai representasi matematika, keahliannya dalam bidang teknologi, serta membuat

keterkaitannya dengan disiplin ilmu lain, memberikan mereka daya matematik yang lebih besar.

Bruner (dalam Ruseffendi, 1991: 152) juga mengemukakan bahwa agar siswa dalam belajar matematika lebih berhasil, siswa harus lebih banyak diberi kesempatan untuk melihat kaitan-kaitan, baik kaitan antara dalil dan dalil, antara teori dan teori, antara topik dan topik, maupun antara cabang matematika (aljabar dan geometri misalnya). Selain itu, Ruspiani (2000: 20) berpendapat bahwa jika suatu topik diberikan secara tersendiri, maka pembelajaran akan kehilangan satu momen yang sangat berharga dalam usaha meningkatkan prestasi siswa dalam belajar matematika secara umum.

3. Peranan Pembelajaran Pemecahan Masalah

Kegiatan pemecahan masalah merupakan akitivitas yang membantu siswa untuk dapat mengetahui dan menyadari hubungan berbagai konsep dalam matematika dan juga aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari. Adapun peranan pembelajaran pemecahan masalah terhadap upaya meningkatkan kemampuan koneksi matematik, antara lain:

a. Free Production

Masalah yang bersifat non rutin dan terbuka (*open ended problem solving*) menjadi fokus pada pembelajaran pemecahan masalah. Jika masalah yang disajikan adalah soal-soal rutin, maka hal tersebut akan lebih tepat disebut sebagai latihan. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Jarret (2000) bahwa "*true problem solving involves nonroutine or open-ended problems*". Soal non rutin adalah soal yang penyelesaiannya secara eksplisit belum ada. Sedangkan masalah terbuka adalah masalah yang memiliki banyak jawaban atau cara.

Siswa dihadapkan pada soal yang seperti ini, mereka belum mengetahui algoritma / prosedur untuk menyelesaikannya sehingga mereka menggunakan berbagai cara dan strategi untuk menyelesaikan soal tersebut. Selain itu karena sifat soalnya yang terbuka, siswa memperoleh kebebasan untuk membuat keputusan pendekatan atau strategi apa yang akan digunakan.

Untuk mendukung pembelajaran pemecahan masalah, setting kelas yang digunakan biasanya mengelompokkan siswa ke dalam kelompok kecil (*small group cooperative learning*). Dalam kelompoknya siswa mendiskusikan masalah yang dihadapi, kemudian hasilnya dikomunikasikan dalam diskusi kelas, siswa mengemukakan idenya masingmasing.

Dengan setting kelas seperti itu sangat memungkinkan diperoleh hasil atau cara yang berbeda untuk menyelesaikan masalah. Guru berperan membantu siswa menghubungkan konsep-konsep tersebut. Perbedaan itulah yang memberikan pengalaman kepada siswa bahwa suatu masalah dapat diselesaikan dengan berbagai cara atau konsep. Selain itu, juga memberikan pandangan pada siswa bagaimana ide-ide matematika berhubungan, saling membangun untuk menghasilkan kesatuan yang koheren. Seperti yang diungkapkan oleh Hiebert (Jarret, 2000): "student who reflect on what they do and communicate with others about it are in the best position to build useful connections in mathematics".

b. Langkah-Langkah Penyelesaian

Langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya (Ruseffendi, 1991: 177), yaitu: 1) memahami persoalan, 2) membuat rencana atau cara untuk menyelesaikan, 3) menjalankan rencana, dan 4) memeriksa kembali. Aspek koneksi muncul pada langkah pertama, yaitu pada langkah memahami persoalan. Greeno (Matlin, 1984: 333; Jacob, 1998: 3) mengungkapkan bahwa pengertian meliputi mengkonstruksi suatu representasi internal. Selanjutnya Greeno yakin bahwa pengertian memiliki tiga tugas, yaitu:

- Pertalian (coherence).
 Suatu representasi yang bertalian secara logis merupakan pola yang terhubung, sehingga semua bagian dapat dimengerti.
- Korespondensi (correspondence).
 Pengertian membutuhkan suatu korespondensi yang tepat antara representasi internal dan material yang dapat dimengerti.
- Hubungan dengan latar belakang.
 Pengertian yang baik merupakan material untuk mengerti yang harus dihubungkan dengan latar belakang pengetahuan orang yang mengerti.

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa dalam mengerti permasalahan, ia harus dapat menghubungkan data-data yang diketahui, kemudian dihubungkan pula dengan hal yang akan dicari jawabannya. Semua hal tersebut dilakukan dengan menggunakan modal pengetahuan yang telah ia miliki.

Pada langkah keempat, siswa melakukan pengecekan, mencari cara lain untuk menyelesaikan masalah yang sama, dan mencari kemungkinan adanya penyelesaian lain. Mereka merefleksikan pengalamannya, menelusuri proses berpikirnya, meninjau kembali strategi yang dipilih, dan menyimpulkan mengapa suatu strategi berhasil sedangkan yang lainnya tidak berhasil.

Langkah terakhir ini merupakan kegiatan yang sangat penting karena dengan meninjau kembali, sang pemecah masalah (siswa) dapat menemukan inti atau karakteristik masalah yang telah dipecahkan (TIM MKPBM, 2001: 95, Jarret, 2000). Dengan demikian dia dapat menggeneralisasi struktur yang telah dikerjakan agar dapat diterapkan pada masalah lain yang serupa, menyadari mengapa strategi yang telah digunakan menjadi tidak lagi berhasil pada masalah lain atau memerlukan modifikasi terlebih dahulu agar menjadi berhasil.

Hal perlu digarisbawahi pada langkah terakhir ini yang memiliki peranan dalam peningkatan kemampuan koneksi matematik adalah kegiatan siswa memonitor strategi berpikirnya agar dapat menerapkan konsep dan prosedur yang telah diperoleh pada situasi baru. Seperti yang diungkapkan oleh Taplin (2004) bahwa "problem solving can help people to adapt to changes and unexpected problems in their careers and other aspect of their lives".

c. Aplikasi

Jika masalah yang diberikan berupa masalah kontekstual, secara tidak langsung memberikan siswa pengalaman bahwa matematika berhubungan dengan kehidupan sehari-hari, yaitu digunakan sebagai alat untuk memecahkan masalah. Pernyataan tersebut didukung oleh pernyataan Ruseffendi (1991: 341) bahwa salah satu sebab diberikannya pemecahan masalah kepada siswa karena dapat meningkatkan aplikasi dari ilmu pengetahuan yang sudah diperolehnya.

Tidak terbatas pada masalah kontekstual, meskipun masalah yang diberikan bukan masalah kontekstual, namun pengalaman yang telah diperoleh berupa langkah-langkah yang biasa digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah matematika dapat diterapkan dalam spektrum yang lebih luas untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari, seperti memahami masalah, menghubungkan informasi yang diketahui dengan yang tidak diketahui, menganalisa mengapa suatu masalah itu muncul, dan lain-lain. Penemuan-penemuan penelitian menunjukkan bahwa strategi umum problem solving yang dipelajari dalam kelas matematika, dapat ditransfer dan digunakan ke situasi problem solving lainnya (Asmin, 2003).

4. Contoh

Berikut adalah sebuah contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan berbagai cara. Soal tersebut dapat diberikan pada siswa, maksimal siswa kelas 1 SMA. Materi prasyarat yang diperlukan adalah penjumlahan dan pembagian pecahan, konsep

ratio/perbandingan, menentukan garis yang melalui dua titik, menyelesaikan persamaan linier.

Masalah:

Mang Ujang dapat mencangkul ladangnya dalam waktu 5 jam. Sedangkan tetangganya, Mang Atang, dapat melakukan hal yang sama dalam waktu 4 jam. Berapa jam waktu yang diperlukan jika Mang Ujang dan Mang Atang bersama-sama mencangkul ladang tersebut? (diadaptasi dari *High School Mathematics I & II*).

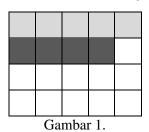
Penyelesaian 1. Menggunakan Rata-Rata

Misalkan luas ladang adalah 20 m².

Mang Ujang dapat mencangkul rata-rata 4 m² per jam (20 m²/5 jam). Pada gambar 1 adalah bagian yang berwarna abu-abu.

Mang Atang dapat mencangkul rata-rata 5 m² per jam (20 m²/4 jam). Pada gambar 1 adalah bagian yang berwarna abu-abu tebal.

Berarti jika bekerja bersama-sama mereka mencangkul 9 m²/jam. Sehingga mereka dapat mencangkul ladang seluas 20 m² dalam waktu: $\frac{20m^2}{9m^2/jam} = \frac{20}{9}jam = 2\frac{2}{9}jam.$



Penyelesaian 2. Menggunakan Pembalikkan.

Misalkan 1 menyatakan keseluruhan pekerjaan.

Mang Ujang dapat menyelesaikan $\frac{1}{5}$ pekerjaannya dalam waktu 1 jam. Sehingga dalam 5

jam ia dapat menyelesaikan seluruh pekerjaannya.

Mang Atang dapat mengerjakan ¼ bagian pekerjaannya dalam waktu 1 jam. Sehingga dalam waktu 4 jam ia dapat membereskan pekerjaannya.

Jika berkerja bersama-sama mereka dapat mengerjakan $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ bagian pekerjaan

dalam 1 jam. Sehingga dalam $\frac{20}{9}$ atau $2\frac{2}{9}$ jam mereka dapat menyelesaikan pekerjaannya.

Penyelesaian 3. Menggunakan Perbandingan dan Proporsi.

Misalkan luas tanah 20 unit persegi.

Misalkan x menyatakan waktu yang dibutuhkan untuk mencangkul jika mereka bekerja bersama-sama.

Dalam waktu 1 jam, Mang Ujang dapat mencangkul 4 unit persegi sedangkan Mang Atang 5 unit persegi. Jika mencangkul bersama-sama, dalam 1 jam diperoleh 9 unit persegi. Ditulis dalam bentuk perbandingan:

$$9:20=1:x$$

dengan menyelesaikan perbandingan tersebut, diperoleh 9x = 20, sehingga x = 20/9 atau 2 2/9 jam.

Penyelesaian 4. Menggunakan Gambar dan Konsep Persamaan Linier (1).

Misalkan luas tanah 20 unit persegi.

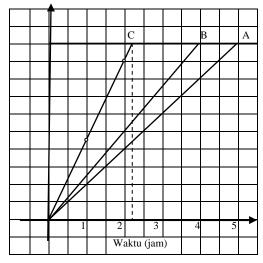
Waktu yang diperlukan dan luas tanah yang dicangkul ditunjukkan pada tabel di bawah : Mang Ujang (A):

Jam (x)	1	2	3	4	5
Luas yang dicangkul (y)	4	8	12	16	20

Mang Atang (B):

Jam (x)	1	2	3	4
Luas yang dicangkul (y)	5	10	15	20

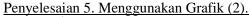
Luas tanah yang dicangkul dijumlahkan. Pada waktu 1 jam luas tanah yang dicangkul bersama-sama adalah 9 unit persegi. Pada waktu 2 jam, diperoleh 18 unit persegi. Pada waktu 3 jam diperoleh 27 unit persegi. Sebuah hasil jumlah 20 unit persegi berarti mereka telah menyelesaikan pekerjaan bersama-sama dan diselesaikan pada selang waktu 2 sampai 3 jam. Jika digambar dalam bentuk grafik akan mempermudah melihat hasilnya.

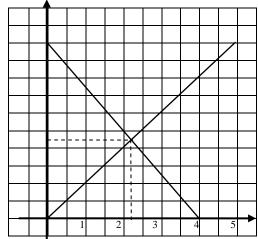


Garis OA dan OB menyatakan pekerjaan yang telah diselesaikan oleh Mang Ujang dan Mang Atang sebagai fungsi dari waktu. Sedangkan garis OC menyatakan hasil pekerjaan jika Mang Ujang dan Mang Atang mencangkul bersama-sama.

Kemiringan OA adalah 4, sedangkan kemiringan OB adalah 5. Maka kemiringan OC adalah 9. Garis OC melalui titik (0,0) dan (x,20). Maka nilai x adalah:

$$\frac{20-0}{x-0} = \frac{9}{1} \iff 9x = 20 \iff x = \frac{20}{9}$$





Sumbu X menyatakan waktu yang dibutuhkan Mang Atang untuk menyelesaikan pekerjaannya. Sedangkan sumbu Y menyatakan waktu yang dibutuhkan Mang Ujang untuk menyelesaikan pekerjaannya (dalam jam).

Titik (0,5) berarti Mang Ujang menyelesaikan pekerjaan sendirian dan titik (4,0) berarti Mang Atang menyelesaikan pekerjaannya sendirian pula. Dengan menghubungkan dua titik tersebut diperoleh sebuah ruas garis yang tiap titik pada garis tersebut menyatakan waktu yang dipergunakan untuk menyelesaikan pekerjaan. Karena mereka bekerja bersama-sama sampai seluruh pekerjaan selesai, maka waktu yang digunakan oleh Mang Ujang dan Mang Atang adalah sama. Untuk menentukan titik tersebut pada garis AB, digunakan garis y = x sampai memotong garis AB. Perpotongan kedua garis tersebut, adalah

$$AB \leftrightarrow 4y = -5x + 20$$

y = x disubstitusi pada persamaan tersebut, diperoleh:

$$4x = -5x + 20 \leftrightarrow 9x = 20 \leftrightarrow x = 20/9 = 22/9.$$

Penyelesaian 6. Menggunakan Variabel.

Misalkan 1 menyatakan seluruh pekerjaan

x = waktu yang diperlukan jika mereka mencangkul bersama-sama (dalam jam).

1/5 = bagian pekerjaan yang diselesaikan Mang Ujang dalam satu jam.

½ = bagian pekerjaan yang diselesaikan Mang Atang dalam satu jam.

1/5 x = bagian pekerjaan yang diselesaikan Mang Ujang dalam x jam.

 $\frac{1}{4}$ x = bagian pekerjaan yang diselesaikan Mang Atang dalam x jam.

$$1/5 x + \frac{1}{4} x = 1$$

 $x (1/5 + \frac{1}{4}) = 1$
 $x (9/20) = 1$
 $x = 20/9 \text{ jam} = 2 2/9 \text{ jam}.$

Guru menanggapi setiap jawaban yang dikemukakan siswa dan untuk membantu siswa menghubungkan ide-ide yang diperoleh dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan untuk didiskusikan, antara lain:

- Mengapa mengambil pemisalan luas ladang 20 m²? Bisakah bilangan positif lain digunakan? Apa yang spesial dari bilangan ini?
- Cobalah dengan bilangan lain, misalnya 100, 50, 1, atau n m².
- Bagaimana hubungan solusi yang anda peroleh dengan solusi lain yang diajukan oleh teman anda?

5. Penutup

Dalam kegiatan pembelajaran perlu memperhatikan aspek keterkaitan. Dalam upaya peningkatan kemampuan koneksi matematik siswa, hendaknya guru lebih melibatkan siswa untuk aktif dalam pembelajaran. Salah satu caranya meningkatkan jalinan komunikasi antara guru dengan siswa (*sharing ideas*), memberikan kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan permasalahan dengan berbagai cara serta menerapkan konsep yang telah diperolehnya, sehingga pengetahuan menjadi lebih bermakna dan relevan. Kegiatan-kegiatan tersebut terfasilitasi oleh kegiatan pemecahan masalah.

Kegiatan pemecahan masalah bukanlah satu-satunya kegiatan dalam pembelajaran yang memfasilitasi upaya peningkatan kemampuan koneksi matematika. Terdapat berbagai pendekatan dan model yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan koneksi matematik, antara lain pendekatan kontekstual, *open-ended*, konstruktivisme, dan inkuiri. Sebagaimana hasil penelitian yang telah dilakukan Yulianti (2004)

menunjukkan bahwa model pembelajaran *Learning Cycle* yang berdasarkan pada pendekatan konstruktivisme, dapat meningkatkan kemampuan koneksi matematik siswa.

Daftar Pustaka

- Asmin. (2003). *Implementasi Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) dan Kendala yang Muncul di Lapangan*. Tersedia: www.depdiknas.go.id./jurnal/44/asmin.htm. [11] Agustus 2005].
- Jarret. (2000). *Problem Solving: Getting to The Heart of Mathematics*. Tersedia: www.cut-the-knot/mset99/posing.shtml. [10 Januari 2005]
- Jacob, C. (1998). Mengajar Pemecahan Masalah Dalam Matematika. Makalah disajikan pada Seminar nasional Upaya-Upaya Meningkatkan Peran Pendidikan Matematika dalam Menghadapi Era Globalisasi; Perspektif Pembelajaran Alternatif-Kompetitif. Program Pascasarjana IKIP Malang, 4 April 1998.
- NCTM. (1989). Standard For Grades 9-12. Virginia: NCTM.
- Ruseffendi, E.T. (1991). Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA. Bandung: Tarsito.
- Ruspiani. (2000). *Kemampuan siswa dalam Melakukan Koneksi Matematika*. Tesis PPS UPI. Bandung: tidak diterbitkan.
- Taplin, M. (2004). *Mathematics Through Problem Solving*. Tersedia: www.mathgoodies.com/articles/problemsolving.html. [11 Agustus 2005].
- TIM MKPBM. (2001). Strategi Mengajar Komtomporer. Bandung: JICA.
- Ulet, dkk. (2000). *High School mathematics I & II, Sourcebook on Practical Work For Teacher Trainers*. Quezon City: SMEMDP
- Yulianti, K. (2004). Penerapan Model Siklus Belajar (Learning Cycle) pada Pembelajaran Barisan dan Deret dalam Upaya Meningkatkan Koneksi Matematik Siswa. Skripsi UPI. Bandung: Tidak Diterbitkan.

Ga kepake!!!

Namun kenyataan yang terjadi tidak sesuai dengan harapan. Berdasarkan survey yang dilakukan oleh Suryadi, dkk. (1999: 59) di kota Bandung, Yogya, dan Malang diperoleh keterangan bahwa sebagian besar siswa mengalami kesulitan dalam hal pembuktian teorema, penggunaan penalaran matematika untuk memecahkan masalah, proses menggeneralisasi, penyelesaian soal-soal geometri, pemodelan matematika, serta penemuan hubungan di antara data-data yang diketahui. Selanjutnya Suryadi mengungkapkan bahwa bagi kebanyakan guru, kegiatan pemecahan masalah merupakan salah satu kegiatan yang dianggap sulit untuk diajarkan kepada siswa.

Jarret () menyatakan "...in this increasingly complex word, the ability to transfer knowledge ang skills to meet changing conditions and challenges is essential" pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa dalam berkembangnya dunia nyata yang kompleks, diperlukan kemampuan untuk mentransfer pengetahuan dan keterampilan agar dapat berhadapan dengan kondisi yang berbeda.

Kenyataan di lapangan, kegiatan pemecahan masalah jarang dilakukan, sebab bagi kebanyakan guru, kegiatan pemecahan masalah merupakan salah satu kegiatan yang dianggap sulit untuk diajarkan. Hal tersebut sesuai dengan hasil survey yang dilakukan di kota Bandung, Yogya, dan Malang, yaitu " Kind of activities considered difficult for most teachers to teach are: ... solving problems using mathematical reasoning as well as problem solving."

Penemuan-penemuan penelitian menunjukkan bahwa strategi umum *problem solving* yang dipelajari dalam kelas matematika, dapat ditransfer dan digunakan ke situasi *problem solving* lainnya. Prinsip-prinsip yang dipelajari dan diaplikasikan dalam *problem solving* lebih banyak kemungkinannya ditransfer ke situasi *problem solving* lainnya daripada prinsip-prinsip yang tidak diaplikasikan dalam penyelesaian problem-problem.