

PENDAHULUAN

A. Pengertian Umum

Pengertian program linear yang diterjemahkan dari Linear Programming (LP) adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan. Persoalan pengalokasian ini akan muncul manakala seseorang harus memilih tingkat aktivitas-aktivitas tertentu yang bersaing dalam hal penggunaan sumber daya langka yang dibutuhkan untuk melaksanakan aktivitas-aktivitas tersebut. Satu hal yang menjadi ciri situasi di atas adalah adanya keharusan untuk mengalokasikan sumber terhadap aktivitas.

Berikut ini akan diberikan pengertian program linear yang menggunakan model matematis untuk menjelaskan persoalan yang dihadapinya. Sifat "linear" di sini memberi arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi linear, sedangkan kata "program" merupakan sinonim untuk kata perencanaan. Dengan demikian, pengertian program linear secara matematis adalah perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum, yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternatif yang fisibel.

Dalam membangun model dari formulasi suatu persoalan akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam persoalan program linear, yaitu:

1). Peubah keputusan

Peubah keputusan adalah peubah yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat.

2). Fungsi tujuan (*objective function*)

Fungsi tujuan merupakan fungsi dari peubah keputusan yang akan dimaksimumkan (untuk pendapatan/profit) atau diminimumkan (untuk ongkos). Untuk menyatakan fungsi tujuan biasanya digunakan peubah z sehingga fungsi tujuan dapat dinyatakan:

$$z = f(x)$$

3). Pembatas linear (*linear constraints*)

Pembatas linear merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak dapat menentukan harga-harga variabel keputusan secara sembarang. Koefisien dari variabel keputusan pada pembatas linear dinamakan koefisien teknologis, sedangkan bilangan yang ada di sisi (ruas) kanan setiap pembatas linear dinamakan ruas kanan pembatas.

4). Pembatas tanda / kondisi pengetat

Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga nonnegatif atau variabel keputusannya tidak terbatas dalam tanda (boleh positif - boleh negatif)

Persoalan program linear adalah suatu persoalan optimasi di mana kita melakukan hal-hal berikut ini:

1. Kita berusaha memaksimumkan/meminimumkan suatu fungsi linear dari variabel-variabel keputusan yang dinamakan fungsi tujuan.
2. Nilai/besaran dari variabel-variabel keputusan itu harus memenuhi suatu set pembatas linear. Setiap pembatas harus merupakan persamaan linear atau pertidaksamaan linear.
3. Suatu pembatas tanda dikaitkan dengan setiap variabel. Untuk setiap variabel x_j , pembatasan tanda akan menunjukkan apakah x_j harus nonnegatif ($x_j \geq 0$) atau x_j tidak terbatas dalam tanda.

Definisi:

Suatu fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dari x_1, x_2, \dots, x_n adalah fungsi linear jika dan hanya jika untuk sejumlah set konstanta c_1, c_2, \dots, c_n berlaku $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

Untuk setiap fungsi linear $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dan setiap bilangan b , pertidaksamaan linear $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ dan $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ adalah pertidaksamaan linear.

B. Model Program Linear

Formulasi model matematis dari persoalan pengalokasian sumber-sumber pada aktivitas-aktivitas (dengan kata lain masalah program linear yang paling umum) adalah:

- Memaksimumkan (maksimasi)/meminimumkan (minimisasi) fungsi linear

Formulasi bentuk standar suatu persoalan program linear tersebut dapat dinyatakan dengan menggunakan notasi matriks-vektor sehingga bentuk standar suatu persoalan program linear adalah:

- Memaksimumkan (maksimasi)/meminimumkan (minimisasi) fungsi linear

$$z = c_0^t x_0 \quad (1.4)$$

berdasarkan pembatas linear:

$$A_0 x_0 (\leq, =, \geq) b \quad (1.5)$$

pembatas tanda (kondisi pengetat):

$$x_0 \geq 0 \quad (1.6)$$

dimana $c_0^t = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$ (vektor baris dengan n komponen), $x_0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ (vektor kolom

dengan n komponen), $A_0 = \{a_{ij}\}$ adalah matriks dengan orde $(m \times n)$ dan $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$

(vektor kolom dengan m komponen). Notasi matriks-vektor tersebut akan digunakan lebih lanjut pada pembahasan mengenai metode simplex.

C. Asumsi dalam Model Program Linear

Dalam menggunakan model program linear, diperlukan beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Asumsi Kesebandingan (*proportionality*)
 - a) Kontribusi setiap variabel keputusan terhadap fungsi tujuan adalah sebanding dengan nilai variabel keputusan.
 - b) Kontribusi suatu variabel keputusan terhadap ruas kiri dari setiap pembatas linear juga sebanding dengan nilai variabel keputusan itu.
2. Asumsi penambahan (*additivity*)

- a) Kontribusi setiap variabel keputusan terhadap fungsi tujuan bersifat tidak bergantung pada nilai dari variabel keputusan yang lain.
 - b) Kontribusi suatu variabel keputusan terhadap ruas kiri dari setiap pembatas linear bersifat tidak bergantung pada nilai dari variabel keputusan yang lain.
3. Asumsi pembagian (*divisibility*)
- Dalam persoalan program linear, variabel keputusan boleh diasumsikan berupa bilangan pecahan.
4. Asumsi kepastian (*certainty*)
- Setiap parameter, yaitu koefisien fungsi tujuan, ruas kanan, dan koefisien teknologis, diasumsikan dapat diketahui secara pasti.

Suatu masalah pemrograman dapat dirumuskan ke dalam persoalan model linear apabila asumsi-asumsi di atas terpenuhi.

SOLUSI LP DENGAN METODE GRAFIK

Pada dasarnya metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model program linear ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaan-persamaan pembatas linear sehingga diperoleh nilai fungsi tujuan yang optimum. Ada dua cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan program linear ini, yaitu dengan cara grafik dan dengan metode simpleks.

Cara grafik digunakan apabila persoalan program linear yang akan diselesaikan itu hanya mempunyai dua variabel. Selain dari itu, cara grafik telah memberikan satu petunjuk penting, yaitu yang perlu kita perhatikan dalam menyelesaikan persoalan program linear adalah titik ekstrim (titik terjauh) yang ada pada ruang solusi (daerah fisibel/feasible region).

Definisi: (daerah fisibel/daerah layak/feasible region)

Daerah fisibel suatu persoalan LP merupakan himpunan semua titik yang memenuhi semua syarat pembatas linear dan pembatas tanda.

atau

Daerah fisibel dari program linear adalah set dari seluruh titik yang memenuhi seluruh pembatas linear, termasuk pembatas tanda.

Definisi:

Untuk persoalan maksimasi, solusi optimal dari persoalan program linear adalah suatu titik pada daerah fisibel dengan nilai fungsi tujuan terbesar. Pada persoalan minimasi, solusi optimal adalah suatu titik pada daerah fisibel dengan nilai fungsi tujuan terkecil.

Petunjuk inilah yang menjadi kunci dalam mengembangkan metode simpleks. Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan program linear yang mempunyai jumlah variabel keputusan dan pembatas yang besar. Algoritma simpleks diterangkan dengan menggunakan logika

secara aljabar matriks, sedemikian sehingga operasi perhitungan dapat dibuat lebih efisien.

A. Solusi Grafik untuk Persoalan Maksimasi-Minimasi

Pada prosedur grafik ini kita harus membuat grafik berdimensi dua dengan x_1 dan x_2 sebagai sumbu-sumbunya. Beberapa hal yang harus dilakukan dalam menyelesaikan program linear dengan cara grafik adalah:

1. Mengidentifikasi harga-harga (x_1, x_2) yang memenuhi pembatas-pembatas yang ada dengan cara menggambarkan garis-garis yang harus membatasi daerah harga-harga yang diperbolehkan.
2. Menentukan daerah (bidang) fisibel.
3. Menentukan suatu titik pada daerah fisibel yang dapat memaksimumkan/meminimumkan fungsi tujuan. Caranya adalah dengan menggambarkan sebuah garis z yang mempunyai koefisien arah:

$$\tan \alpha = \frac{x_2}{x_1}$$

α adalah sudut antara garis z dengan sumbu x_1 . Selanjutnya, membuat garis lain yang sejajar garis z sedemikian sehingga garis tersebut dapat melalui titik sudut terjauh pada daerah (bidang) fisibel.

4. Titik terjauh itu dinamakan titik optimum karena titik itu memberikan harga (x_1, x_2) yang memaksimumkan/meminimumkan fungsi tujuan z .

B. Kasus Khusus

Perlu diketahui bahwa ada beberapa persoalan program linear yang mempunyai kasus khusus seperti:

1. Mempunyai solusi optimal yang tidak terbatas, biasa disebut juga mempunyai solusi alternatif atau bersolusi optimal banyak.
2. Tidak mempunyai solusi fisibel atau persoalan program linear yang infisibel.
3. Mempunyai ruang solusi yang tidak terbatas, yaitu kasus dimana titik-titik pada daerah fisibel dengan harga z yang sangat besar.