HAND OUT

STATISTIKA DASAR (MT308)

Oleh :

Dewi Rachmatin, S.Si., M.Si.

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

2008

Identitas Mata Kuliah

1.	Nama Mata Kuliah	:	Statistika Dasar
2.	Kode Mata Kuliah	:	MT308
3.	Program Studi	:	Matematika dan Pendidikan Matematika
4.	Jenjang	:	Strata 1 (S1)
5.	Semester	:	Dua (Semester Genap)
6.	Jumlah SKS	:	Tiga (3) SKS
7.	Status	:	Perkuliahan Wajib
8.	Jumlah Pertemuan	:	16 Pertemuan - Tatap Muka : 12 pertemuan - Responsi : 2 pertemuan - UTS : 1 pertemuan - UAS : 1 pertemuan
9.	Lama Tiap Pertemuan	:	3 x 50 menit
10.	Banyak Staf Pengajar	:	tiga orang
11.	Evaluasi	:	- Ujian Tengah Semester (UTS) - Ujian Akhir Semester (UAS)
12.	Mata Kuliah Prasyarat	:	tidak ada

Pertemuan ke : 1

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : 1. Pendahuluan

2. Penyajian Data

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

1.1 Pendahuluan

Hampir dalam tiap bidang baik pemerintahan, pendidikan, perekonomian, perindustrian, atau lainnya akan menghadapi persoalan yang diantaranya dinyatakan dengan angka-angka. Kumpulan angka-angka ini biasanya disusun dalam tabel atau daftar disertai diagram atau grafik. Kumpulan angka-angka mengenai suatu masalah yang dapat memberi gambaran mengenai masalah tersebut dinamakan **statistik**, seperti statistik penduduk, statistik kelahiran, statistik pendidikan dan lain-lain. **Statistik** juga diartikan sebagai ukuran yang dihitung dari sekumpulan data dan merupakan wakil dari data itu.

Statistika adalah pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan bahan-bahan atau keterangan, pengolahan serta penganalisisan, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan yang beralasan berdasarkan penganalisisan yang dilakukan. Bagian statistika yang berhubungan dengan pembuatan kesimpulan mengenai populasi dinamakan **statistika induktif**, sedang bagian yang lainnya dinamakan **statistika deskriptif**.

Menurut sifatnya data dibedakan menjadi :

(1). Data Kualitatif : data yang berbentuk kategori atau atribut.

(2). Data Kuantitatif : data yang berbentuk bilangan, data ini dibagi lagi menjadi dua yaitu data diskrit yang merupakan data hasil membilang dan data kontinu yang merupakan data hasil mengukur.

Populasi sering diartikan kesatuan persoalan secara menyeluruh yang sudah ditentukan batasnya secara. Sedangkan **sampel** adalah sebagian yang diambil dari populasi yang dianggap mewakili populasi atau karakteristiknya dianggap mewakili populasi. Cara pengambilan sampel dari populasi dilakukan dengan teknik-teknik sampling yang sah.

Macam pengumpulan data ada dua, yaitu :

(1). Sensus

(2). Sampling

Ada beberapa alasan mengapa sensus tidak dapat dilakukan, diantaranya : banyaknya populasi yang terhingga tapi tersebar dan sulit dijangkau, banyaknya petugas sensus yang harus dikerahkan, serta efisienkah atau sebandingkah waktu dan biaya yang telah dikeluarkan dengan hasil yang diperoleh, serta beberapa alasan lainnya.

Berikut ini akan diuraikan tiga aturan pembulatan bilangan yang akan digunakan, yaitu :

ATURAN 1 : Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan kurang dari 5 maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya tetap.

Contoh : 50,15 ton dibulatkan hingga satuan ton terdekat menjadi 50 ton.

ATURAN 2 : Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan lebih dari 5 atau angka 5 diikuti oleh angka-angka bukan nol semua maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya bertambah dengan satu.

Contoh : 6895 kg dibulatkan hingga ribuan kg menjadi 7000 kg.

50,15001 menit dibulatkan hingga persepuluhan menit terdekat menjadi 50,2 menit.

ATURAN 3 : Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan sama dengan 5 atau angka 5 diikuti oleh angka-angka nol semua maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya tetap jika angka tersebut genap dan bertambah satu jika angka tersebut ganjil.

Contoh : 14,45 gram dibulatkan hingga persepuluhan gram terdekat menjadi 14,4 gram. 24,5000 cm dibulatkan hingga satuan cm menjadi 24 cm.

1.2 Penyajian Data

Ada 3 macam penyajian data dalam bentuk tabel, yaitu :

(1). tabel baris-kolom

(2). tabel kontingensi

(3). tabel distribusi frekuensi (seperti : relatif, kumulatif dan relatif kumulatif).

Berikut merupakan contoh tabel baris dan kolom :

Tabel 1

Jumlah Lulusan Mahasiswa S-1, D-3, dan D-2

Dari Empat Jurusan di FPMIPA sebuah IKIP

Selama Satu Tahun

Jurusan Pendidikan	S-1		D-3		D-2		Jumlah
	Laki	P	Laki	P	Laki	P	
Biologi	15	20	10	17	10	18	90
Fisika	10	17	14	22	18	18	99
Kimia	12	12	12	18	18	16	88
Matematika	18	25	15	15	16	15	104
Jumlah	55	74	51	72	62	67	381

Berikut merupakan contoh tabel kontingensi ukuran 4x3 :

Tabel 2

Jumlah Lulusan Mahasiswa S-1, D-3, dan D-2

Dari Empat Jurusan di FPMIPA sebuah IKIP

Selama Satu Tahun

Program Pendidikan	S-1		D-3		D-2		Jumlah
Biologi	15	20	10	17	10	18	90
Fisika	10	17	14	22	18	18	99
Kimia	12	12	12	18	18	16	88
Matematika	18	25	15	15	16	15	104
Jumlah	55	74	51	72	62	67	381

Untuk memahami penyajian data dalam bentuk diagram perhatikan contoh berikut ini :

Tahun	Padi	Ketela	Jagung
1955	144.324	93.170	19.708
1956	146.188	91.409	19.647
1957	146.769	101.182	19.601
1958	153.443	112.783	26.342
1959	159.500	126.969	20.920
1960	168.600	113.769	24.601

1961	**159.001**	**111.895**	**22.831**
1962	**171.113**	**113.860**	**32.429**
1963	**152.561**	**115.752**	**23.586**
1964	**162.530**	**117.464**	**36.497**

Diagram batang atau histogram untuk data tersebut adalah :

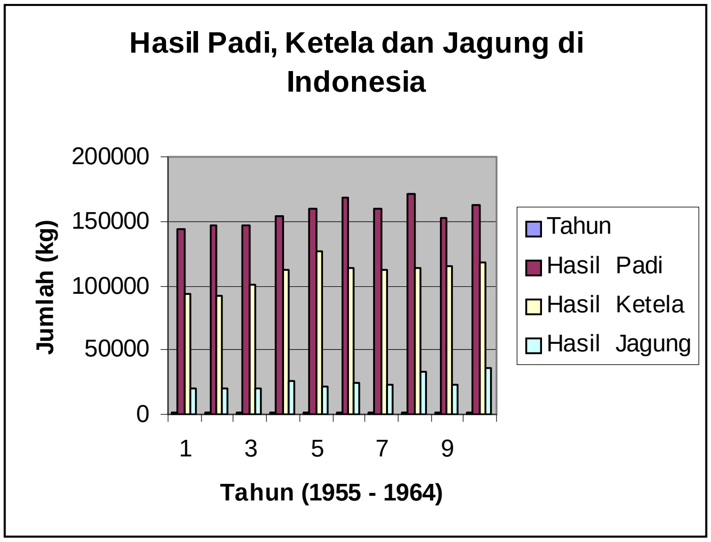


Diagram garis untuk data tersebut adalah sebagai berikut :

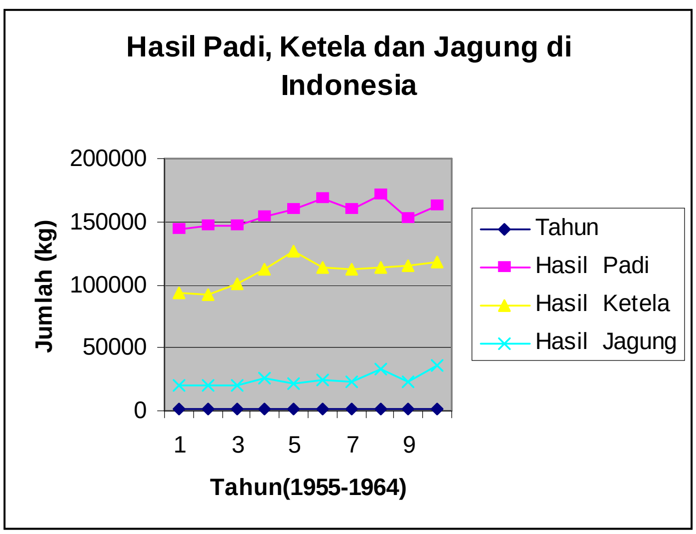
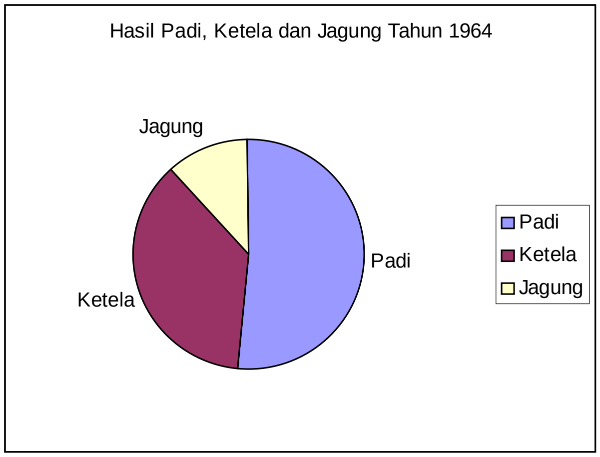


Diagram lingkaran untuk data tersebut adalah sebagai berikut :



Pertemuan ke : 2

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : 1. Tabel Distribusi Frekuensi

2. Macam-Macam Tabel Distribusi Frekuensi

3. Histogram, Poligon Frekuensi dan Ozaiv

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

2.1. Tabel Distribusi Frekuensi

Langkah-langkah membuat tabel distribusi frekuensi dengan aturan Sturges adalah sebagai berikut :

- Tentukan rentang : data maks – data min;
- Tentukan banyak kelas interval :
  banyak kelas = 1 + (3,3)*log(n)
  dengan n = banyak data ;
- Tentukan panjang kelas interval : p = (rentang)/(banyak kelas);
- Pilih ujung bawah kelas interval pertama;
- Pilih sama dengan data terkecil atau nilai data yang lebih kecil dari data terkecil tetapi selisihnya < panjang kelas

Perhatikan data nilai ujian statistika dasar 80 orang mahasiswa :

79	**49**	**48**	**74**	**81**	**98**	**87**	**80**
80	**84**	**90**	**70**	**91**	**93**	**82**	**78**
70	**71**	**92**	**38**	**56**	**81**	**74**	**73**
68	**72**	**85**	**51**	**65**	**93**	**83**	**86**
90	**35**	**83**	**73**	**74**	**43**	**86**	**88**
92	**93**	**76**	**71**	**90**	**72**	**67**	**75**
80	**91**	**61**	**72**	**97**	**91**	**88**	**81**
70	**74**	**99**	**95**	**80**	**59**	**71**	**77**
63	**60**	**83**	**82**	**60**	**67**	**89**	**63**
76	**63**	**88**	**70**	**66**	**88**	**79**	**75**

Untuk menyusun tabel distribusi frekuensi dari data tersebut, perhatikan langkah-langkah berikut :

rentang = 99 – 35 = 64

banyak kelas = 1 + (3,3) log 80 = 1 + (3,3)*(1,9031) = 7,2802

p = 64 / 7 = 9,14 = 9 atau 10

pilih p = 10 dengan batas bawah = 31

kelas pertama : 31- 40 , kelas kedua : 41 – 50, dst.

Daftar distribusi frekuensi untuk data nilai ujian statistika dasar tersebut :

nomor kelas	kelas (nilai ujian)	Frekuensi
1	31 - 40	2
2	41 - 50	3
3	51 - 60	5
4	61 - 70	14
5	71 - 80	24
6	81 - 90	20
7	91 - 100	12
	Jumlah	80

2.2 Macam-Macam Tabel Distribusi Frekuensi

2.2.1 Tabel Distribusi Frekuensi Relatif

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi relatif :

Nilai Data	Frekuensi Relatif (%)
a - b	g1
c - d	g2
e - f	g3
g - h	g4
i - j	g5
Jumlah	100

dengan frekuensi relatif kelas ke i :

gi = (fi/jumlah)x 100% ; fi = frekuensi kelas ke i .

2.2.2 Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi kumulatif ”kurang dari”:

Nilai Data	Frekuensi Kumulatif
kurang dari a	0
kurang dari c	f1
kurang dari e	f1+ f2
kurang dari g	f1+ f2 + f3
kurang dari i	f1+ f2 + f3 + f4
kurang dari k	f1+ f2 + f3 + f4 + f5

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi kumulatif ”atau lebih”:

Nilai Data	Frekuensi Kumulatif
a atau lebih	f1+ f2 + f3 + f4 + f5
a atau lebih	f2 + f3 + f4 + f5
a atau lebih	f3 + f4 + f5
a atau lebih	f4 + f5
a atau lebih	f5
a atau lebih	0

2.2.3 Tabel Distribusi Frekuensi Relatif Kumulatif

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif ”kurang dari”:

Nilai Data	Frekuensi Relatif Kumulatif (%)
kurang dari a	0
kurang dari c	g1
kurang dari e	g1+ g2
kurang dari g	g1+ g2 + g3
kurang dari i	g1+ g2 + g3 + g4
kurang dari k	100

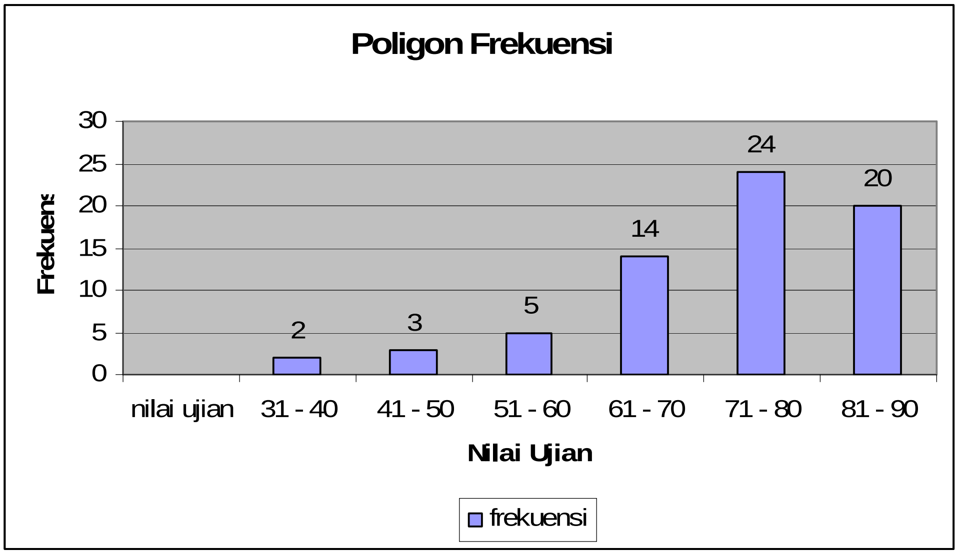
Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif ”atau lebih”:

Nilai Data	Frekuensi Relatif Kumulatif (%)
a atau lebih	100
a atau lebih	g2 + g3 + g4 + g5
a atau lebih	g3 + g4 + g5
a atau lebih	g4 + g5
a atau lebih	g5
a atau lebih	0

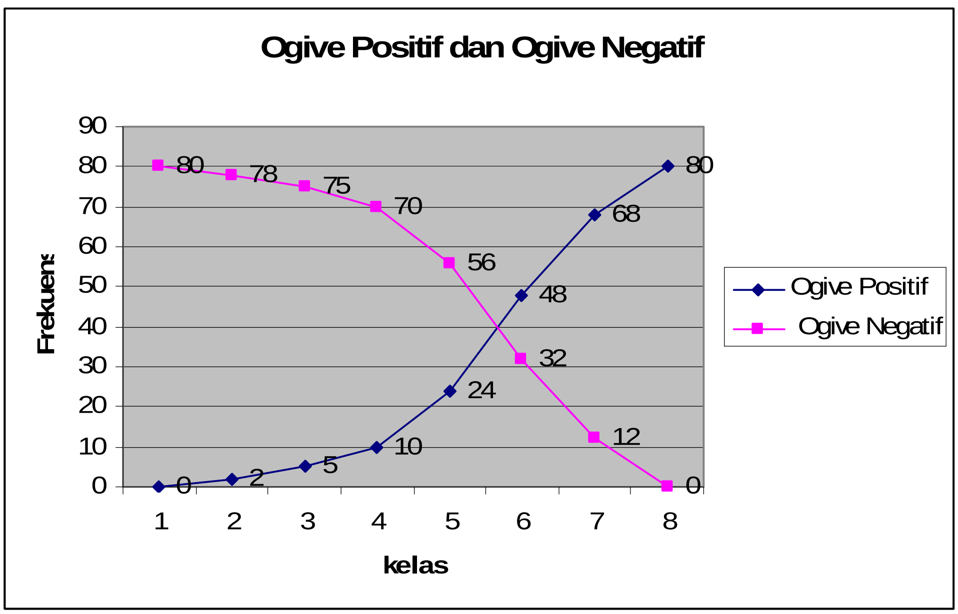
Untuk data nilai ujian statistika dasar 80 orang mahasiswa, buatlah tabel distribusi frekuensi, tabel distribusi frekuensi kumulatif dan tabel distribusi frekuensi relatif kumulatifnya.

2.3 Histogram, Poligon Frekuensi dan Ozaiv

Histogram dan poligon frekuensinya disajikan dalam satu grafik untuk data terkelompok nilai ujian statistika dasar 80 orang mahasiswa :



Berikut ini ogive positif yang diperoleh dari tabel frekuensi kumulatif “kurang dari”, dan ogive negatif yang diperoleh dari tabel frekuensi kumulatif “lebih dari” dengan tanda kelas : “1” untuk 31, “2” untuk 41,”3” untuk 51, “4” untuk 61, “5” untuk 71, “6” untuk 81, “7” untuk 91, dan “8” untuk 101.



Pertemuan ke : 3

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Macam-Macam Ukuran (Statistik)

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

3.1 Ukuran Gejala Pusat

Ukuran gejala pusat menggambarkan gejala pemusatan data. Misalkan diberikan peubah acak X, dan diambil n buah sampel acak untuk X yaitu X_1, X_2, …, X_n dengan nilainya : $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Ukuran gejala pusat itu diantaranya adalah:

3.1.1 Mean atau Rata-Rata Hitung

Rumus umum mean sampel : $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$.

Rumus mean sampel untuk data terkelompok :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i . X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \quad \text{atau} \quad \overline{X} = X_0 + p\left(\frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right)$$

dengan fi : frekuensi untuk nilai untuk Xi yang bersesuaian.

X_0 : tanda kelas dengan nilai sandi $c_i = 0$.

Tanda kelas yang lebih besar dari X_0 berturut-turut mempunyai harga +1, +2, dst dan sebaliknya -1, -2, dst.

Misalkan ada k buah sub sampel yaitu :

sub sampel 1 : $X_{11}, X_{12}, \ldots,$

sub sampel 2 : $X_{21}, X_{22}, \ldots,$

…

sub sampel k : $X_{k1}, X_{k2}, \ldots,$

Rata-rata gabungan dari k sampel : $\overline{X}_{gab} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i \overline{X}_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$.

3.1.2 Rata-Rata Ukur

Rumus umum rata-rata ukur : $U = \sqrt[n]{X_1 . X_2 ... X_n}$.

3.1.3 Rata-Rata Harmonik

Rumus umum rata-rata harmonik : $H = \dfrac{n}{\sum\left(\dfrac{1}{X_i}\right)}$.

3.1.4 Modus

Modus adalah data yang frekuensinya terbanyak.

Rumus modus untuk data terkelompok (data dalam distribusi frekuensi):

$$Mo = b + p\left(\frac{b_1}{b_1 + b_2}\right)$$

b = batas bawah kelas modus

p = panjang kelas modus

b1 : frekuensi kelas modus – frekuensi kelas dengan tanda kelas lebih kecil sebelum kelas modus

b2 : frekuensi kelas modus – frekuensi kelas dengan tanda kelas lebih besar sesudah kelas modus.

3.2 Ukuran Letak

3.2.1 Median

Jika ukuran data ganjil, maka median (Me) merupakan data paling tengah setelah data diurutkan menurut nilainya, tetapi jika ukuran data genap, maka median adalah rata-rata dua data tengah setelah diurutkan.

Rumus modus untuk data terkelompok :

$$Me = b + p\left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f}\right)$$

b : batas bawah kelas median

p : panjang kelas median

n : ukuran sampel ; f : frekuensi kelas median

F : jumlah semua frekuensi dengan tanda kelas lebih kecil dari tanda kelas median.

Hubungan empiris mean, modus dan median :

Mean – Modus = 3 (Mean – Median).

3.2.2 Kuartil

Jika data dibagi empat bagian sesudah diurutkan, maka ada K_1, K_2, dan K_3.

Letak K_i = data ke [i*(n+1)/4], i=1,2,3.

Kuartil ke i :
$$K_i = b + p\left(\frac{\frac{in}{4} - F}{f}\right)$$

3.2.3 Desil

Jika data dibagi sepuluh bagian sesudah diurutkan, maka ada D_1, D_2, …, dan D_9. Letak Di = data ke [i*(n+1)/10], i=1,2,...,9.

Desil ke i **:**
$$D_i = b + p\left(\frac{\frac{in}{10} - F}{f}\right)$$

3.2.4 Persentil

Jika data dibagi sepuluh bagian sesudah diurutkan, maka ada D_1, D_2, …, dan P_{99}. Letak Pi = data ke [i*(n+1)/100], i=1,2,...,99.

Persentil ke i :
$$P_i = b + p\left(\frac{\frac{in}{100} - F}{f}\right)$$

Pertemuan ke : 4

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Macam-Macam Ukuran

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

4.1 Ukuran Simpangan atau Dispersi

Berikut beberapa ukuran simpangan yang penting:

Rentang : maks – min.

Rentang antar kuartil : RAK = $K_3 - K_1$.

Rentang semi antar kuartil (simpangan kuartil) : SK = $(K_3 - K_1)/2$.

Rata-rata simpangan (rata-rata deviasi) :

$$RS = \frac{\sum \left| X_i - \overline{X} \right|}{n}$$

Varians untuk populasi : $\sigma_2 = E[X - \mu]^2$.

Variansi sampel : $S^2_{n-1} = \frac{\sum \left(X_i - \overline{X} \right)^2}{n-1}$ atau S^2.

Simpangan baku (*standard deviation*) untuk populasi adalah σ .

Simpangan baku sampel : $S = \sqrt{\frac{\sum \left(X_i - \overline{X} \right)^2}{n-1}}$.

Bentuk lain untuk variansi sampel : $S^2 = \frac{n \sum X_i^2 - \left(\sum X_i \right)^2}{n(n-1)}$.

Untuk data terkelompok, rumus variansi sampelnya adalah :

$$S^2 = \frac{\sum f_i \left(X_i - \overline{X} \right)^2}{n-1} \text{ atau } S^2 = \frac{n \sum f_i X_i^2 - \left(\sum f_i X_i \right)^2}{n(n-1)}$$

4.2 Simpangan Baku Gabungan Sampel

Misalkan ada k buah sub sampel, maka simpangan baku gabungan sampelnya : $S_{gab}^2 = \dfrac{\sum (n_i - 1) S_i^2}{\sum n_i - k}$

4.3 Angka Baku

Misalkan sampel acak untuk X yaitu $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dengan mean sampel $\overline{X}$ dan variansi sampel S^2 diperoleh angka baku $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ di mana :

$$Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{S} \; .$$

4.4 Koefisien Variasi

Dispersi relatif digunakan untuk membandingkan variasi antara nilai-nilai besar dan nilai-nilai kecil : Dispersi relatif = dispersi absolut / mean. Jika pada rumus tersebut dispersi absolutnya merupakan simpangan baku, maka koefisien variasinya : KV = dispersi relatif * 100% .

Koefisien variasi tidak bergantung pada satuan yang digunakan sehingga dapat digunakan walau satuan kumpulan datanya berbeda.

Pertemuan ke : 5

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Macam-Macam Ukuran

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

5.1 Momen

Misalkan A sebuah bilangan tetap, maka momen ke-r sekitar A :

$$m_r' = \frac{\sum (X_i - A)^r}{n}$$

Momen ke ke-r sekitar rata-rata ($\overline{X}$) adalah : $m_r = \dfrac{\sum (X_i - \overline{X})^r}{n}$.

Untuk r =2, rumus tersebut adalah S_n^2 .

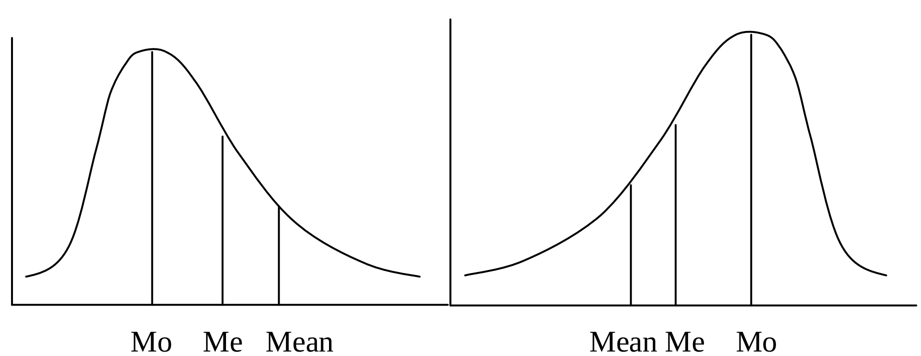
5.2 Koefisien Kemiringan

Rumus koefisien kemiringan Pearson :

Kemiringan = (Mean – Mo)/simpangan baku .

Kurva + terjadi bila kurva mempunyai ekor yang memanjang ke kanan sehingga kemiringan +, sedangkan kurva - terjadi bila kurva mempunyai ekor yang memanjang ke kiri sehingga kemiringan – .

Suatu kurva mendekati simetrik jika kemiringannya hampir nol.



Kurva Positif **Kurva Negatif**

5.3 Koefisien Keruncingan

Kurtosis adalah derajat kepuncakan dari suatu distribusi, biasanya diambil relatif terhadap distribusi normal. Rumus koefisien kurtosis :

$$K = \frac{\frac{1}{2}(K_3 - K_1)}{P_{90} - P_{10}}.$$

Koefisien kurtosis kurva normal = 0,263.

Kurva yang runcing disebut leptokurtik , koefisien keruncingannya lebih dari 0,263. Sedangkan kurva yang datar disebut platikurtik, koefisien keruncingannya kurang dari 0,263. Kurva yang bentuknya antara runcing dan datar disebut mesokurtik.

Pertemuan ke : 6

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : 1. Tabel Distribusi Normal Baku

2. Tabel Distribusi t

3. Tabel Distribusi Kurva Khi-Kuadrat

4. Tabel Distribusi F

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

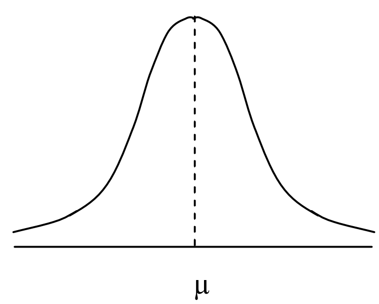
6.1 Tabel Distribusi Normal Baku

Distribusi normal adalah distribusi yang terpenting dalam bidang statistika, penemunya adalah DeMoivre (1733) dan Gauss. Distribusi ini bergantung pada 2 parameter yaitu μ (rataan populasi) dan σ (simpangan baku populasi).

Fungsi padat peubah acak normal X yaitu n(x; μ, σ) :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2}; -\infty < x < \infty$$

Distribusi normal dengan μ=0 dan σ=1 disebut distribusi normal baku



Sifat-sifat kurva normal :

1. Modus,terdapat pada $x = \mu$
2. Kurva setangkup terhadap rataan μ
3. Kurva mempunyai titik belok pada : $x = \mu \pm \sigma$, cekung ke bawah jika $\mu-\sigma<X<\mu+\sigma$ dan cekung ke atas untuk x yang lainnya
4. Kedua ujung kurva mendekati sumbu X (asimtot datar kurva normal)
5. Seluruh luas di bawah kurva = 1

Luas di bawah kurva di antara x = x_1 dan x = x_2 adalah

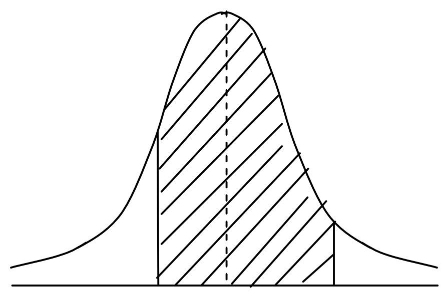
$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2} dx$$

Peluang di satu titik = 0 untuk peubah.acak kontinu.

$P(X = a) = 0$ sehingga

$P(x_1 \le X \le x_2) = P(x_1 < X < x_2)$

Luas daerah yang diarsir = $P(x_1 \le X \le x_2)$



Contoh 1 :

Diketahui X berdistribusi normal dengan μ=50 dan σ=10 tentukan peluang bahwa X mendapat harga antara 45 dan 62.

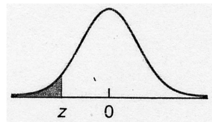
Penyelesaian : $P(45 \le X \le 62) = P(\frac{45-50}{10} \le Z \le \frac{62-50}{10})$

$= P(-0{,}5 \le Z \le 1{,}2) = P(Z \le 1{,}2) - P(Z \le -0{,}5)$

$= 0{,}8849 - 0{,}3085 = 0{,}5764$

Nilai peluang : 0,8849 dan 0,3085 tersebut diperoleh dari tabel A.

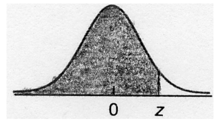
TABEL A   Luas Daerah di bawah Kurva Normal Baku



	Dua desimal untuk z									
z	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00
-3.9										0.0000*
-3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
-3.6	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
-3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
-3.4	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005
-3.2	0.0005	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007
-3.1	0.0007	0.0007	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0009	0.0010
-3.0	0.0010	0.0010	0.0011	0.0011	0.0011	0.0012	0.0012	0.0013	0.0013	0.0013
-2.9	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016	0.0017	0.0018	0.0018	0.0019
-2.8	0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026
-2.7	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030	0.0031	0.0032	0.0033	0.0034	0.0035
-2.6	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0043	0.0044	0.0045	0.0047
-2.5	0.0048	0.0049	0.0051	0.0052	0.0054	0.0055	0.0057	0.0059	0.0060	0.0062
-2.4	0.0064	0.0066	0.0068	0.0069	0.0071	0.0073	0.0075	0.0078	0.0080	0.0082
-2.3	0.0084	0.0087	0.0089	0.0091	0.0094	0.0096	0.0099	0.0102	0.0104	0.0107
-2.2	0.0110	0.0113	0.0116	0.0119	0.0122	0.0125	0.0129	0.0132	0.0136	0.0139
-2.1	0.0143	0.0146	0.0150	0.0154	0.0158	0.0162	0.0166	0.0170	0.0174	0.0179
-2.0	0.0183	0.0188	0.0192	0.0197	0.0202	0.0207	0.0212	0.0217	0.0222	0.0228
-1.9	0.0233	0.0239	0.0244	0.0250	0.0256	0.0262	0.0268	0.0274	0.0281	0.0287
-1.8	0.0294	0.0301	0.0307	0.0314	0.0322	0.0329	0.0336	0.0344	0.0351	0.0359
-1.7	0.0367	0.0375	0.0384	0.0392	0.0401	0.0409	0.0418	0.0427	0.0436	0.0446
-1.6	0.0455	0.0465	0.0475	0.0485	0.0495	0.0505	0.0516	0.0526	0.0537	0.0548
-1.5	0.0559	0.0571	0.0582	0.0594	0.0606	0.0618	0.0630	0.0643	0.0655	0.0668
-1.4	0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764	0.0778	0.0793	0.0808
-1.3	0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918	0.0934	0.0951	0.0968
-1.2	0.0985	0.1003	0.1020	0.1038	0.1056	0.1075	0.1093	0.1112	0.1131	0.1151
-1.1	0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292	0.1314	0.1335	0.1357
-1.0	0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515	0.1539	0.1562	0.1587
-0.9	0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736	0.1762	0.1788	0.1814	0.1841
-0.8	0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005	0.2033	0.2061	0.2090	0.2119
-0.7	0.2148	0.2177	0.2206	0.2236	0.2266	0.2296	0.2327	0.2358	0.2389	0.2420
-0.6	0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611	0.2643	0.2676	0.2709	0.2743
-0.5	0.2776	0.2810	0.2843	0.2877	0.2912	0.2946	0.2981	0.3015	0.3050	0.3085
-0.4	0.3121	0.3156	0.3192	0.3228	0.3264	0.3300	0.3336	0.3372	0.3409	0.3446
-0.3	0.3483	0.3520	0.3557	0.3594	0.3632	0.3669	0.3707	0.3745	0.3783	0.3821
-0.2	0.3859	0.3897	0.3936	0.3974	0.4013	0.4052	0.4090	0.4129	0.4168	0.4207
-0.1	0.4247	0.4286	0.4325	0.4364	0.4404	0.4443	0.4483	0.4522	0.4562	0.4602
-0.0	0.4641	0.4681	0.4721	0.4761	0.4801	0.4840	0.4880	0.4920	0.4960	0.5000

*** Untuk z ≤ -3.90, luas daerah adalah 0.0000 sampai empat digit desimal.**

TABEL A (Sambungan)



	Dua desimal untuk z									
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.0	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000									

*** Untuk $z \geq -3.90$, luas daerah adalah 1.0000 sampai empat desimal.**

6.2 Tabel Distribusi Khi-Kuadrat

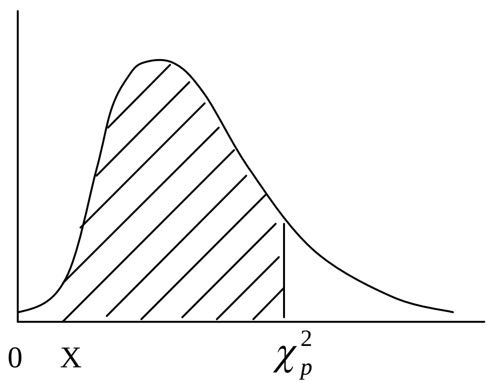
Peubah acak kontinu X berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan (d.k.) ν, pdfnya :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} x^{\nu/2-1} e^{-x/2} & , x > 0 \\ 0 & , \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Sifat-sifat kurva Khi-Kuadrat :

1. Grafik kurva berada di kuadran I bidang kartesius.
2. Kurva tidak simetri, miring ke kanan (kurva +). Kemiringannya makin berkurang jika d.k.nya makin besar.
3. Ujung kurva sebelah kanan mendekati sumbu X asimtot datarnya.
4. Seluruh luas di bawah kurva = 1.

Kurva Khi-Kuadrat :



Luas daerah yang diarsir = p .

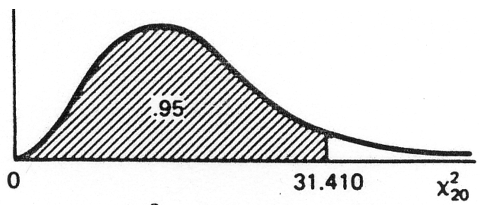
TEOREMA

Jika S^2 variansi sampel acak ukuran n diambil dari populasi normal dengan variansi σ^2 , maka peubah acak :

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2$$

berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan (dk) : ν = n-1.

TABEL B Persentil dari Distribusi Khi-Kuadrat (Chi-Square)



$$p(\chi^2_{20} \leq 31.410) = .95$$

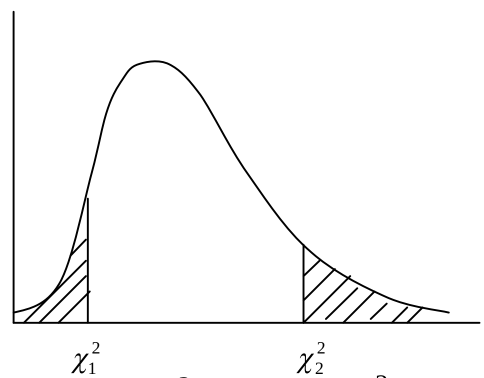
d.f.	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.995}$
1	.0000393	.000982	.00393	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	.0100	.0506	.103	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	.0717	.216	.352	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
9	.207	.484	.711	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	.412	.831	1.145	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750
6	.676	1.237	1.635	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	.989	1.690	2.167	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	2.180	2.733	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.700	3.325	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	3.247	3.940	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.816	4.575	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	4.404	5.226	18.549	21.026	23.336	26.217	28.300
13	3.565	5.009	5.892	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	5.629	6.571	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	6.262	7.261	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	6.908	7.962	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	7.564	8.672	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	8.231	9.390	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	8.907	10.117	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	9.591	10.851	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	10.283	11.591	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	10.982	12.338	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	11.688	13.091	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	12.401	13.848	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	13.120	14.611	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	13.844	15.379	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	14.573	16.151	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	15.308	16.928	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	16.047	17.708	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	16.791	18.493	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
35	17.192	20.569	22.465	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275
40	20.707	24.433	26.509	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
45	24.311	28.366	30.612	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166
50	27.991	32.357	34.764	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.535	40.482	43.188	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	48.758	51.739	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	57.153	60.391	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	65.647	69.126	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299

Dari tabel dapat dilihat bahwa : titik kritis untuk p=0,95 dan ν = 14 adalah 23,7.

Contoh 2 :

Tentukan titik kritis untuk dk=9, jika luas daerah sebelah kanan = 0,05 dan luas daerah sebelah kiri = 0,025.

Penyelesaian :



Dari tabel B dapat dilihat bahwa χ_1^2 = 2,70 dan χ_2^2 = 16,9.

6.3 Tabel Distribusi t

Jarang sekali variansi populasi diketahui. Untuk sampel ukuran n $\geq$ 30 taksiran σ^2 yang baik diperoleh dengan menghitung nilai S^2 atau S_{n-1}^2, selama distribusi statistik $\left(\overline{X}-\mu\right)/\left(S/\sqrt{n}\right)$ masih secara hampiran berdistribusi normal baku, tapi bila n < 30 kita menghadapi distribusi t.

Pertama kali distribusi student ini diterbitkan pada 1908 dalam suatu makalah oleh W.S. Gosset. Karyanya diterbitkan secara rahasia dengan nama "Student". Dalam menurunkan persamaan ini Gosset menganggap sampel berasal dari normal. Kendati anggapan ini kelihatan amat mengekang dapat dibuktikan populasi yang tidak normal tapi distribusinya berbentuk lonceng masih memberikan nilai T yang menghampiri amat dekat distribusi t.

TEOREMA

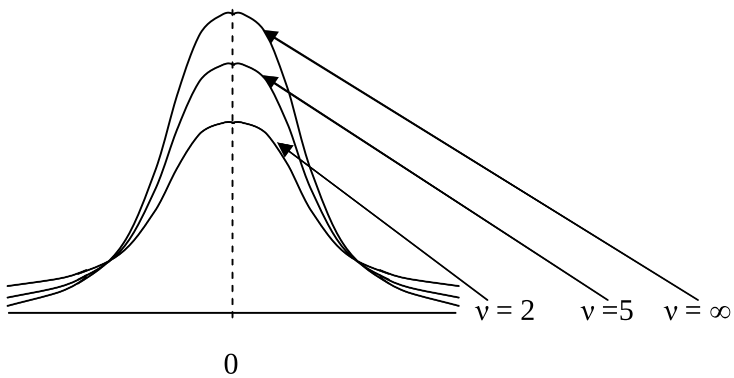
Misalkan $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ peubah acak normal baku dan $V = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ peubah acak khi kuadrat dengan derajat kebebasan ν = n-1. Jika *Z* dan *V* bebas, maka distribusi peubah acak :

$$T = \frac{\left(\overline{X}-\mu\right)/\left(\sigma/\sqrt{n}\right)}{\sqrt{\left[(n-1)S^2/\sigma^2\right]/(n-1)}}$$

diberikan oleh :

$$f(t) = \frac{\Gamma\left[\left(v+1\right)/2\right]}{\Gamma\left(v/2\right)\sqrt{\pi v}}.\left(1+\frac{t^2}{v}\right)^{-\left(v+1\right)/2} ;-\infty < t < \infty$$

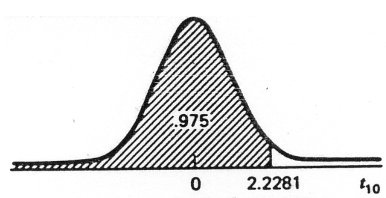
Hubungan kurva t dengan ν = 2 dan 5, dan kurva Normal Baku ν = ∞ dapat dilihat pada gambar berikut :



Sifat-sifat kurva t :

1. Kurva setangkup terhadap rataan 0.
2. Kurva berbentuk lonceng, tapi distribusi t lebih berbeda satu sama lain dengan distribusi Z karena nilai T tergantung pada dua besaran yang berubah-ubah yaitu $\overline{X}$ dan S^2 sedangkan nilai Z hanya tergantung pada perubahan $\overline{X}$.
3. Kedua ujung kurva mendekati sumbu X asimtot datarnya.
4. Seluruh luas di bawah kurva = 1.

TABEL C Persentil dari Distribusi t



$p(t_{10} \leq 2.2281) = .975$

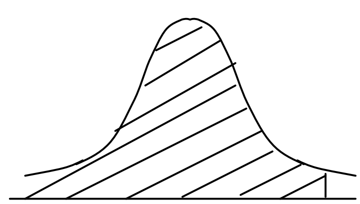
d.f.	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$
1	3.078	6.3138	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.9200	4.3027	6.965	9.9248
3	1.638	2.3534	3.1825	4.541	5.8409
4	1.533	2.1318	2.7764	3.747	4.6041
5	1.476	2.0150	2.5706	3.365	4.0321
6	1.440	1.9432	2.4469	3.143	3.7074
7	1.415	1.8946	2.3646	2.995	3.4995
8	1.397	1.8595	2.3060	2.896	3.3554
9	1.383	1.8331	2.2622	2.821	3.2498

10	1.372	1.8125	2.2281	2.764	3.1693
11	1.363	1.7959	2.2010	2.718	3.1058
12	1.356	1.7823	2.1788	2.681	3.0545
13	1.350	1.7709	2.1604	2.650	3.0123
14	1.345	1.7613	2.1448	2.624	2.9768
15	1.341	1.7530	2.1315	2.602	2.9467
16	1.337	1.7459	2.1199	2.583	2.9208
17	1.333	1.7396	2.1098	2.567	2.8982
18	1.330	1.7341	2.1009	2.552	2.8784
19	1.328	1.7291	2.0930	2.539	2.5609
20	1.325	1.7247	2.0860	2.528	2.8453
21	1.323	1.7207	2.0796	2.518	2.8314
22	1.321	1.7171	2.0739	2.508	2.8188
23	1.319	1.7139	2.0687	2.500	2.8073
24	1.318	1.7109	2.0639	2.492	2.7969
25	1.316	1.7081	2.0595	2.485	2.7874
26	1.315	1.7056	2.0555	2.479	2.7787
27	1.314	1.7033	2.0518	2.473	2.7707
28	1.313	1.7011	2.0484	2.467	2.7633
29	1.311	1.6991	2.0452	2.462	2.7564
30	1.310	1.6973	2.0423	2.457	2.7500
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.438	2.7239
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.423	2.7045
45	1.3007	1.6794	2.0141	2.412	2.6896
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.403	2.6778
60	1.2959	1.6707	2.0003	2.390	2.6603
70	1.2938	1.6669	1.9945	2.381	2.6480
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.374	2.6388
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.368	2.6316
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.364	2.6260
120	1.2887	1.6577	1.9799	2.358	2.6175
140	1.2876	1.6558	1.9771	2.353	2.6114
160	1.2869	1.6545	1.9749	2.350	2.6070
180	1.2863	1.6534	1.9733	2.347	2.6035
200	1.2858	1.6525	1.9719	2.345	2.6006
∞	1.282	1.645	1.96	2.326	2.576

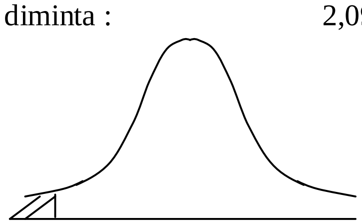
Contoh 3 :

Tentukan t sehingga luas dari t ke kiri sebesar 0,025 dengan dk=20.

Penyelesaian :



Sedangkan yang diminta : 2,09



-2,09

Maka dari tabel C dapat dilihat bahwa nilai t0,975 untuk dk=20 sama dengan 2,09. Jadi nilai t yang dicari adalah -2,09.

6.4 Tabel Distribusi F

TEOREMA

Misalkan U dan V dua peubah acak bebas masing-masing berdistribusi khi kuadrat dengan $dk_1 = \nu_1$ dan $dk_2 = \nu_2$. Maka distribusi peubah acak :

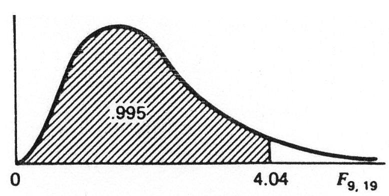
$$X = \frac{U/v_1}{V/v_2} \sim F \quad \text{dengan dk1= ν1 dan dk2= ν2}$$

adalah :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma[(v_1+v_2)/2].(v_1/v_2)^{v_1/2}}{\Gamma(v_1/2)\Gamma(v_2/2)} \cdot \dfrac{x^{\frac{v_1}{2}-1}}{(1+v_1x/v_2)^{(v_1+v_2)/2}} ; 0 < x < \infty \\ 0 \ , \quad \text{untuk } x \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

Perhatikan tabel D, dari tabel D dapat dilihat bahwa $F_{0,995\,;\,(5\,,\,10)} = 6,87$ dan $F_{0,995\,;\,(9\,,\,13)} = 4,94$.

TABEL D Persentil dari Distribusi F



$p(F_{9,19} \le 4.04) = .995$

$F_{.995}$

Denominator Degrees of Freedom	Numerator Degrees of freedom								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091
2	198.5	199.0	199.2	199.2	199.3	199.3	199.4	199.4	199.4
3	55.55	49.80	47.47	46.19	45.39	44.84	44.43	44.13	43.88
4	31.33	26.28	24.26	23.15	22.46	21.97	21.62	21.35	21.14
5	22.78	18.31	16.53	15.56	14.94	14.51	14.20	13.96	13.77
6	18.63	14.54	12.92	12.03	11.46	11.07	10.79	10.57	10.39
7	16.24	12.40	10.88	10.05	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
8	14.69	11.04	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34
9	13.61	10.11	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54
10	12.83	9.43	8.08	7.34	**6.87**	6.54	6.30	6.12	5.97
11	12.23	8.91	7.60	6.88	6.42	6.10	5.86	5.68	5.54
12	11.75	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20
13	11.37	8.19	6.93	6.23	5.79	5.48	5.25	5.08	**4.94**

Pertemuan ke : 7

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Distribusi Sampling

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

7.1 Distribusi Rata-Rata

Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N dengan parameter rata-rata μ dan simpangan baku σ. Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n, jika tanpa pengembalian maka ada $\binom{N}{n}$ buah sampel yang berlainan.

Jika pada tiap sampel yang berlainan tersebut diambil rata-ratanya maka diperoleh $\binom{N}{n}$ rata-rata. Dari kumpulan rata-rata tersebut dapat dihitung rata-rata dan simpangan bakunya. Rata-rata yang diperoleh dari kumpulan data baru tersebut adalah

$\mu_{\bar{X}}$ dan simpangan bakunya adalah $\sigma_{\bar{X}}$. Berlaku :

n/N > 5% : $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$.

Jika N cukup besar dibandingkan n, maka :

n/N ≤ 5% : $\mu_{\bar{X}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Menurut dalil limit pusat : jika n cukup besar, maka distribusi rata-rata sampel mendekati distribusi normal. Akibatnya : untuk n ≥30 pendekatan normal dapat digunakan.

7.2 Distribusi Proporsi

Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N di dalamnya terdapat peristiwa A sebanyak Y, maka parameter proporsi peristiwa A sebesar μ = Y/N. Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n dan dimisalkan di dalamnya ada peristiwa A sebanyak X, maka proporsi peristiwa A dalam sampel adalah X/n. Jika semua sampel yang mungkin diambil dari populasi tersebut maka diperoleh sekumpulan harga-harga statistik proporsi.

Untuk (n/N) > 5% : rata-rata :$\mu_{X/n} = \pi$, simpangan :

$$\sigma_{X/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Untuk (n/N) ≤ 5% : rata-rata : $\mu_{X/n} = \pi$,

simpangan baku : $\sigma_{X/n} = \sqrt{\dfrac{\pi(1-\pi)}{n}}$

Akibat dalil limit pusat : untuk n ≥30 pendekatan normal dapat digunakan, sehingga : $Z = \dfrac{X/n - \pi}{\sigma_{X/n}} \sim N(0,1)$

7.3 Distribusi Simpangan Baku

Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N, dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n, lalu untuk setiap sampel dihitung simpangan bakunya yaitu S. Dari kumpulan sampel dihitung rata-ratanya yaitu μ_S dan simpangan bakunya σ_S .

Untuk n ≥ 100, distribusi simpangan baku sangat mendekati distribusi normal dengan rata-rata : $\mu_S = \sigma$ dan simpangan baku : $\sigma_S = \dfrac{\sigma}{\sqrt{2n}}$.

Transformasi yang diperlukan untuk membuat distribusi normal baku :

$$Z = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \sim N(0,1)$$

7.4 Distribusi Median

Jika populasi berdistribusi normal atau hampir normal, maka untuk sampel acak berukuran n ≥ 30, maka distribusi median akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata : $\mu_{Me} = \mu$ dan simpangan baku : $\sigma_{Me} = \dfrac{1{,}2533\sigma}{\sqrt{n}}$ dengan μ dan σ merupakan parameter populasi.

7.5 Distribusi Selisih dan Jumlah Rata-rata

Misalkan ada dua populasi masing-masing berukuran N_1 dan N_2. Populasi kesatu mempunyai rata-rata μ_1 dan simpangan baku σ_1 , sedangkan populasi kedua mempunyai rata-rata μ_2 dan simpangan baku σ_2 .

Dari populasi kesatu diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_1 dan dari populasi kedua diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_2. Untuk populasi kesatu digunakan peubah X, dan untuk populasi kedua digunakan peubah Y. Dari sampel-sampel tadi dihitung rata-ratanya dan diperoleh :

$$\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_k \text{ dan } \overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_r$$

Dengan k banyak sampel yang dapat diambil dari populasi kesatu dan r banyak sampel yang dapat diambil dari populasi kedua. Bentuk selisih antara rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kesatu dan rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kedua, sehingga didapat kumpulan selisih rata-rata :

$\overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}} - \overline{\mathrm{Y}}_{\mathrm{j}}$ dengan i=1,2,…,k dan j=1,2,…,r.

Untuk N_1 dan N_2 yang cukup besar dan sampel-sampel acak diambil secara independen satu sama lain diperoleh :

$$\mu_{\bar{X}-\bar{Y}} = \mu_1 - \mu_2 \text{ dan } \sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

diperoleh juga : $\overline{\mathrm{Y}}_{\mathrm{j}} - \overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}}$ dengan i=1,2,…,k dan j=1,2,…,r.

Berlaku :

$$\mu_{\bar{\mathrm{Y}}-\bar{\mathrm{X}}} = \mu_2 - \mu_1 \text{ dan } \sigma_{\bar{\mathrm{Y}}-\bar{\mathrm{X}}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$\mu_{\bar{\mathrm{X}}+\bar{\mathrm{Y}}} = \mu_1 + \mu_2 \text{ dan } \sigma_{\bar{\mathrm{X}}+\bar{\mathrm{Y}}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Transformasi yang diperlukan untuk membuat distribusi normal baku :

$$Z = \frac{\left(\bar{\mathrm{X}} - \bar{\mathrm{Y}}\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sigma_{\bar{\mathrm{X}}-\bar{\mathrm{Y}}}} \sim N(0,1)$$

Jika variansi kedua populasi sama dan tidak diketahui gunakan :

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1+n_2-2}$$

Simpangan baku sampel gabungan untuk kedua populasi :

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

Cara Sandi untuk Selisih Rataan

Misalkan $\bar{X} - \bar{Y} = \bar{D}$, μ_1-μ_2=μ_D dan S_d simpangan baku selisih yang membentuk sampel, jika populasi dianggap normal maka

$$T = \frac{\bar{D} - \mu_D}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

7.6 Distribusi Selisih Proporsi

Misalkan ada dua populasi masing-masing berdistribusi binomial, keduanya berukuran cukup besar. Jika proporsi terjadinya peristiwa A pada populasi kesatu π_1 dan pada populasi kedua π_2. Dari populasi kesatu diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_1 dan dari populasi kedua diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_2.

Bentuk selisih antara proporsi dari sampel ke sampel pada kumpulan kesatu dan rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kedua, sehingga didapat kumpulan selisih proporsi :

$$\frac{X_i}{n_1} - \frac{Y_j}{n_2} \qquad \text{dengan } i=1,2,\ldots,k \text{ dan } j=1,2,\ldots,r.$$

Rata-rata selisih proporsi : $\mu_{sp} = \pi_1 - \pi_2$.

Simpangan baku selisih proporsi : $\sigma_{sp} = \sqrt{\dfrac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \dfrac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$.

Pertemuan ke : 8

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : UTS (Pendahuluan sampai Distribusi Sampling)

Pertemuan ke : 9

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Penaksiran Parameter

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Macam-Macam Penaksiran

Parameter Populasi diberi notasi θ yang tidak diketahui nilainya dan ditaksir oleh penaksir titik : $\hat{\theta}$. Berikut ini diberikan kriterian untuk mendapatkan penaksir yang baik, yaitu takbias, mempunyai variansi minimum dan konsisten.

(1) Penaksir takbias

Statistik $\hat{\theta}$ dikatakan penaksir takbias parameter θ bila E[$\hat{\theta}$]= θ.

Contoh : $\bar{X}$ penaksir takbias untuk μ karena E[$\hat{\mu}$] = μ , dan

dan $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$ penaksir takbias untuk σ^2 .

(2) Penaksir paling efisien

Penaksir yang memberikan variansi terkecil dari semua penaksir θ yang mungkin dibuat.

(3) Penaksir konsisten

$$\forall \varepsilon > 0 \text{ berlaku} : \lim_{n\to\infty} P\left(\left|\hat{\theta} - \theta\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Jika ukuran sampel n makin besar mendekati ukuran populasi menyebabkan $\hat{\theta}$ mendekati θ, maka $\hat{\theta}$ disebut penaksir konsisten.

Selang kepercayaan untuk θ adalah selang yang berbentuk $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$ dimana $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ nilainya tergantung pada nilai $\hat{\theta}$.

Daripada mengatakan bahwa $\bar{x}$ tepat sama dengan μ akan lebih meyakinkan bila mengatakan $\bar{x} - k < \mu < \bar{x} + k$.

Jika ukuran sampel membesar maka $\sigma^2_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n}$ mengecil sehingga kemungkinan besar taksiran bertambah dekat dengan μ, yang berarti selang lebih pendek. Jadi taksiran selang menunjukkan, berdasarkan panjangnya, ketepatan titik.

Taksiran Interval Rata-Rata

- Jika σ diketahui , untuk n yang cukup besar :

  Dalil Limit Pusat : $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

  akibatnya : $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

  Karena $P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$

  $P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$

  $P\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

  Sehingga selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$

  untuk $\mu : \bar{x} - z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Untuk menaksir μ dengan derajat ketetapan yang lebih tinggi diperlukan selang yang lebih besar. Selang kepercayaan (1- α)100% memberikan taksiran ketepatan taksiran titik kita.

Bila μ sesungguhnya merupakan titik pusat selang, maka $\bar{x}$ menaksir μ tanpa galat. Tetapi umumnya sampel tidak menghasilkan $\bar{x}$ tepat sama dengan μ sehingga taksiran titik umumnya akan meleset (mengandung galat).

- Jika σ tak diketahui, populasi normal dan n<30 , p=α/2 dan dk = n-1, maka selang kepercayaan (1- α)100% untuk μ :

  $$\bar{x} - t_p.\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_p.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

  Jika n relatif besar dibanding N yakni (n/N)>5% , gunakan :

  $$\bar{x} - z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

TEOREMA

Bila $\bar{x}$ dipakai untuk menaksir μ, maka dapat dipercaya (1-α)100% bahwa galatnya akan lebih dari suatu bilangan g yang ditetapkan sebelumnya asal ukuran sampel :

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}.\sigma}{g}\right)^2 .$$

Taksiran Interval Proporsi

Penaksir titik untuk proporsi p dalam suatu percobaan binomial diberikan oleh : $\hat{P} = \frac{X}{n}$

Jadi $\hat{p} = \frac{x}{n}$ akan digunakan sebagai taksiran titik untuk parameter p. Proporsi p yang tak diketahui diharapkan tidak akan terlalu dekat dengan 0 atau 1, maka selang kepercayaan untuk p dapat dicari dengan distribusi sampel $\hat{P}$, yang sama saja dengan distribusi p.a. X.

Distribusi $\hat{P}$ hampir normal dengan rataan : $\mu_{\hat{P}} = E[\hat{P}] = E\left[\frac{X}{n}\right] = \frac{np}{n} = p$ dengan variansi : $\sigma^2_{\hat{P}} = \frac{\sigma^2_X}{n^2} = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$

P(-zα/2< Z < zα/2) = 1 - α dengan

$$P\left(\hat{P} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < p < \hat{P} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 1-\alpha\ .$$

Selang kepercayaan untuk p, n ≥ 30 :

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$\hat{p}$: proporsi sukses dalam sampel acak berukuran n, dan $z_{\alpha/2}$ menyatakan nilai kurva normal baku sehingga luas di sebelah kanannya α/2.

Taksiran Interval Varians

Taksiran selang untuk σ^2 dapat diturunkan dengan statistik :

$$\mathrm{X}^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Selang kepercayaan (1-α)100% untuk σ^2 suatu populasi normal :

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

Pertemuan ke : 10

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Penaksiran Parameter

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Taksiran Interval Selisih Dua Rata-Rata

Bila ada dua populasi masing-masing dengan rataan μ_1 dan μ_2 dan variansi σ_1^2 dan σ_2^2 , maka penaksir titik untuk selisih rataan untuk selisih μ_1 dan μ_2 : $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ ukuran sampel n_1 dan n_2 :

$$P\left(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\left(\sigma_1^2/n_1\right) + \left(\sigma_2^2/n_2\right)}} < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_1}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_1}}\right) = 1-\alpha$$

Selang kepercayaan (1-α)100% untuk μ_1-μ_2 adalah :

$$\left[(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$$

Selang kepercayaan sampel kecil untuk μ_1-μ_2 ; $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ tapi tidak diketahui, selang kepercayaan (1-α)100% untuk μ1-μ2 diberikan :

$$\left[\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right) - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1}}, \left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1}}\right]$$

ukuran sampel masing-masing n_1 dan n_2 berasal dari distribusi normal, dk=

$$v = \frac{\left((s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)\right)^2}{\left[\left[(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1)\right] + \left[(s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)\right]\right]}$$

Taksiran Interval Selisih Dua Proporsi

Jika n_1 dan $n_2 \geq 30$. Selang kepercayaan (1-α)100% untuk selisih p_1-p_2 :

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

Pertemuan ke : 11

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Pengujian Hipotesis

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Hipotesis merupakan suatu anggapan yang mungkin benar atau tidak mengenai suatu populasi atau lebih. Penolakan suatu hipotesis berarti menyimpulkan bahwa hipotesis itu tidak benar, sedangkan penerimaan hipotesis menunjukkan bahwa tidak cukup petunjuk untuk mempercayai hal yang sebaliknya. Perhatikan tabel berikut :

Peluang	**Kenyataan H_0 benar**	**Kenyataan H_0 salah**
menolak H_0	**α Galat tipe I (taraf keberartian)**	**1- α**
menerima H_0	**1-β**	**β Galat tipe II (kuasa uji)**

Peluang menolak H_0 padahal kenyataannya H_0 benar adalah α. Memperkecil galat jenis II akan menaikkan peluang melakukan galat jenis I atau α. Akan tetapi peluang melakukan kedua jenis galat dapat diperkecil dengan memperbesar ukuran sampel.

Langkah Pengujian Hipotesis

1. Rumuskan hipotesis nol dan hipotesis tandingannya ;
2. Pilih taraf keberartian atau α ;
3. Pilih uji statistik yang sesuai dan cari daerah kritisnya ;
4. Hitunglah nilai statistik dari sampel acak ukuran n.

5. Kesimpulan : tolak H_0 bila statisik tersebut mempunyai nilai dalam daerah kritis (daerah penolakan H_0); jika tidak terima H_0.

Uji Rataan

Perhatikan contoh tentang uji rataan berikut.

Contoh :

Misalkan rata-rata berat mahasiswa pria di suatu Perguruan Tinggi berdistribusi normal dengan simpangan baku populasi 3,6 kg. Uji bahwa rata-rata berat mahasiswa pria tersebut 68 kg lawan rata-rata berat mahasiswa tersebut tidak sama dengan 68 kg. Jika diambil sampel berukuran 36 dan dihitung ternyata dengan rata-rata sampel 67 kg. Apa kesimpulan anda ?

Pilih taraf keberartian : α = 5%.

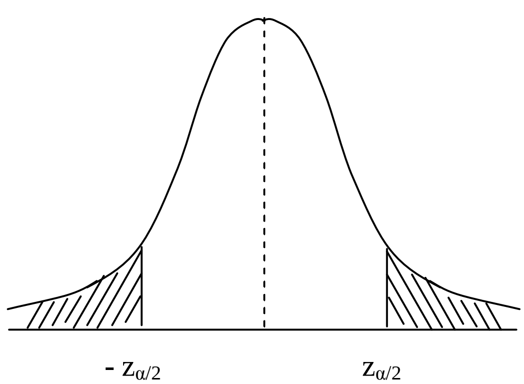
Penyelesaian :

- Akan diuji $H_0 : \mu = 68$ ($\mu 0$) vs $H1 : \mu \neq 68$.
- Dibawah H_0 : $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

  Jika dipilih α = 5%, maka berarti :

  $$\alpha = P(Z < -z_{\alpha/2} \mid H_0 benar) + P(Z > z_{\alpha/2} \mid H_0 benar)$$
- Dari tabel : $z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$.
- z hitung = $(\overline{x} - \mu_0)/(\sigma / \sqrt{n})$

  = (67 - 68) / (3,6 / 6) = 1,67.
- Karena z hitung < $z_{\alpha/2}$, maka H_0 diterima. z hitung masuk dalam daerah penerimaan yaitu daerah diantara - $z_{\alpha/2}$ dan $z_{\alpha/2}$.



Contoh tadi merupakan uji dua arah karena ada dua daerah penolakan yaitu $Z > z_{\alpha/2}$ untuk $\mu > \mu_0$ (kanan) dan $Z < - z_{\alpha/2}$ untuk $\mu < \mu_0$ (kiri). Sedangkan uji satu arah mengenai rataan :

(i) $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$

(ii) $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu < \mu_0$.

Contoh :

Rata-rata waktu yang diperlukan siswa untuk mendaftar pada permulaan kuliah baru di suatu PT pada waktu lalu adalah 50 menit dengan simpangan baku 10 menit. Suatu cara pendaftaran baru dengan menggunakan komputer yang sedang dicobakan. Bila sampel acak dengan 12 mahasiswa membutuhkan rata-rata mendaftarkan diri 42 menit dengan simpangan baku 11,9 menit menggunakan cara baru, ujilah hipotesis bahwa rataan populasi sekarang lebih kecil dari 50 dengan menggunakan taraf keberartian 0,05 dan 0,01. Anggap populasi waktu mendaftar berdistribusi normal.

Penyelesaian :

Uji : $H_0 : \mu = 50$ menit vs $H_1 : \mu < 50$ menit .

Pilih (1) $\alpha = 0{,}05$ dan (2) 0,01, sehingga daerah kritis : (1) $T < -1{,}796$;

(2) $T < -2{,}718$.

Nilai t hitung = $\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \dfrac{42 - 50}{11{,}9/\sqrt{12}} = -2{,}33$.

Kesimpulan : tolak H_0 pada taraf keberartian 0,05 tapi tidak pada taraf 0,01.

Ini berarti bahwa rataan sesungguhnya kemungkinan besar kurang dari 50 menit tapi perbedaannya tidaklah begitu besar sehingga penggunaan komputer dengan biaya yang begitu besar tidaklah menguntungkan.

Uji Proporsi

Contoh :

Suatu pabrik mengeluarkan suatu pernyataan bahwa 90% dari barang produksinya tidak cacat. Suatu peningkatan proses sedang dicobakan dan menurut mereka akan menurunkan proporsi yang cacat di bawah 10% yang sekarang. Dalam suatu percobaan dengan 100 barang yang dihasilkan dengan proses baru tersebut ternyata ada 5 yang cacat. Apakah kenyataan ini cukup untuk menyimpulkan bahwa telah ada peningkatan proses? Gunakan taraf keberartian 0,05.

Penyelesaian :

Uji : H_0 : p = 0,9 vs H_1 : p > 0,9.

α = 0,05 , sehingga daerah kritis : (1) Z > 1,645.

Nilai z hitung = $\dfrac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} = \dfrac{95-90}{\sqrt{100(0{,}9)(0{,}1)}}$ = 1,67.

Kesimpulan : tolak H_0 dan simpulkan bahwa perbaikan telah menurunkan proporsi yang cacat.

Uji Simpangan Baku

Contoh :

Seorang pengusaha pembuat baterai mobil menyatakan umur baterainya berdistribusi hampir normal dengan simpangan baku sama dengan 0,9 tahun. Bila sampel acak sebesar 10 baterai mempunyai simpangan baku 1,2 tahun, apakah σ > 0,9 tahun? Gunakan taraf keberartian 0,05.

Penyelesaian :

Uji : H_0 : σ = 0,9 tahun atau σ^2 = 0,81 vs H_1 : σ^2 > 0,81 .

α = 0,05 , sehingga daerah kritis : X^2 > 16,919 karena dk=9.

Nilai x^2 hitung = $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$ $\dfrac{9.1{,}44}{0{,}81}$ = 16,0.

Kesimpulan : terima H_0 dan simpulkan bahwa tidak ada alasan meragukan bahwa simpangan baku 0,9 tahun.

Pertemuan ke : 12

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Pengujian Hipotesis

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Uji Normalitas

Uji kenormalan data nilai ujian statistika dasar 80 orang mahasiswa yang telah dibahas pada pertemuan kedua dengan uji khi-kuadrat dan uji K-S. Rumusan hipotesis yang akan diuji :

H_0 : Data berdistribusi normal vs

H_1 : Data tidak berdistribusi normal.

Rumusan hipotesis tersebut ekuivalen dengan :

$H_0 : F(x) = F^*(x)$ untuk semua x

$H_1 : F(x) \neq F^*(x)$ untuk paling sedikit satu x

Fungsi distribusi normal untuk v. a. X :

$$F^*(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Pengujian kenormalan dengan uji khi-kuadrat :

Statistik Uji (*Test Statistic*) :
$$T = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$

Di bawah H_0 , T berdistribusi Khi-Kuadrat dengan derajat kebebasan :

dk = banyaknya sel – banyaknya besaran yang diperoleh dari data amatan yang diperlukan dalam perhitungan frekuensi harapan.

Dari data diperoleh : mean (rata-rata) = 76,10 dan simpangan baku = 13,818.

Kemudian buatlah tabel berikut.

Kelas	Batas Kelas	z untuk batas kelas	cdf	Luas tiap kelas Interval	frekuensi amatan (O_i)	frekuensi harapan (E_i)	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
31-50	30.5	-3.30004	0.000483				
				0.031483	5	2.519	2.443573
51-60	50.5	-1.85266	0.031966				
				0.097491	5	7.799	1.004539
61-70	60.5	-1.12896	0.129457				
				0.213183	14	17.055	0.547231
71-80	70.5	-0.40527	0.34264				
				0.282279	24	22.582	0.089041
81-90	80.5	0.31843	0.624919				
				0.226403	20	18.112	0.196806
91-100	90.5	1.04212	0.851322				
				0.109964	12	8.797	1.166217
	100.5	1.76581	0.961286				
						Jumlah	5.447407

Misalkan dipilih α = 5% , karena t hitung = 5,4398 $\leq 7{,}815 = \chi^2_{0,95}$,

dengan dk=6-3=3 , maka H_0 diterima. Jadi dapat disimpulkan data berdistribusi normal.

Pengujian kenormalan dengan uji Kolmogorov-Smirnov (K-S) :

Asumsi : Sampelnya adalah sampel acak

Statistik Uji : $T = \sup_{x} |F^*(x) - S(x)|$

dengan S(x) = fungsi distribusi empiris.

Tolak H_0 jika pada tingkat kepercayaan α , $T \geq w_{1-\alpha}$ (Conover, 1986).

Dapat ditunjukkan dengan menghitung statistik ujinya untuk K-S :

T hitung < $w_{1-\alpha}$ (Conover, hal. 462), maka H0 diterima.

Uji Kesamaan Dua Varians

Contoh :

Ada dua macam pengukuran kelembaban suatu zat. Cara pertama dilakukan 10 kali yang menghasilkan s_1^2 = 24,7 sedangkan cara kedua dilakukan 13 kali yang menghasilkan s_2^2 = 37,2. Dengan taraf keberartian 10%, tentukan apakah kedua cara pengukuran mempunyai varians yang homogen? Anggaplah kedua sampel berasal dari populasi yang normal.

Penyelesaian :

Uji : $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ vs $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$.

Pilih $\alpha = 0{,}10$, sehingga daerah kritis : F > $f_{\frac{\alpha}{2};(v_1,v_2)} = f_{0,05\,;\,(9,12)} = 2{,}80$

dan F < $f_{1-\frac{\alpha}{2};(v_1,v_2)} = \dfrac{1}{f_{\frac{\alpha}{2};(v_2,v_1)}} = \dfrac{1}{3{,}07} = 0{,}328$ dengan $v_1 = n_1 - 1 = 9$ dan $v_2 = n_2 - 1 = 12$. Karena nilai f hitung = 24,7 / 37,2 = 0,664 tidak masuk ke dalam daerah kritis maka H_0 diterima, sehingga disimpulkan kedua varians homogen.

Uji Selisih Dua Rataan

Contoh :

Suatu percobaan dilakukan untuk membandingkan keausan karena gosokan dua bahan yang dilapisi. Dua belas potong bahan 1 diuji dengan memasukkan tiap potong bahan ke dalam mesin pengukur aus. Sepuluh potong bahan 2 diuji dengan cara yang sama dan diamati. Sampel bahan 1 memberikan rata-rata keausan (setelah disandi) sebanyak 85 satuan dengan simpangan baku 4. Sedang bahan 2 rata-ratanya 81 dan simpangan baku 5. Uji hipotesis bahwa kedua jenis bahan memberikan rata-rata keausan yang sama pada taraf keberartian 0,10. Anggap kedua populasi hampir normal dengan variansi sama.

Penyelesaian :

Uji : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$

vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$.

$\alpha = 0{,}10$, daerah kritis : T < -1,725 dan T > 1,725 karena dk = 20.

Nilai t hitung : $t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p . \sqrt{\left(\dfrac{1}{n_1}\right) + \left(\dfrac{1}{n_2}\right)}} = \dfrac{(85 - 81) - 0}{4{,}478\sqrt{\left(\dfrac{1}{12}\right) + \left(\dfrac{1}{10}\right)}} = 2{,}07$

dengan simpangan baku gabungan sampel : $s_p = \sqrt{\dfrac{11\ .\ 16 + 9\ .\ 25}{12 + 10 - 2}} = 4{,}478$.

Kesimpulan : tolak H_0 dan simpulkan bahwa kedua jenis bahan tidak menunjukkan keausan yang sama karena gosokan.

Pertemuan ke : 13

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Pengujian Hipotesis

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Uji Kesamaan Lebih Dari Dua Varians (Uji Bartlett)

Misalkan k sampel acak diambil masing-masing dari k populasi yang dianggap saling bebas dan berdistribusi normal dengan rataan $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ dan variansi $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_k^2$. Akan diuji :

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$ vs H_1 : tidak semua variansi sama.

Statistik uji : b = 2,3026 $\dfrac{q}{h}$ dengan $q = (N-k)\log s_p^2 - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\log s_i^2$;

$s_p^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)s_i^2}{N-k}$ dan $h = 1 + \dfrac{1}{3(k-1)}\left(\sum_{i=1}^{k}\dfrac{1}{n_i - 1} - \dfrac{1}{N-k}\right)$; b merupakan peubah acak yang berdistribusi khi-kuadrat dengan dk=k-1.

Gunakan uji Bartlett untuk menguji kesamaan variansi ketiga populasi sampel ciptaan berikut:

	Sampel			
	A	B	C	
	4	5	8	
	7	1	6	
	6	3	8	
	6	5	9	
		3	5	
		4		
Jumlah	23	21	36	40

Penyelesaian :

Akan diuji : $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$ vs H_1 : tidak semua variansi sama.

Pilih α = 0,05 , sehingga daerah kritisnya : B > 5,991 karena dk = k-1 = 2.

Tunjukkan bahwa : $s_1^2 = 1{,}583$, $s_2^2 = 2{,}300$, $s_3^2 = 2{,}700$ sehingga $s_p^2 = 2{,}254$;

q = 0,1034 dan h = 1,1167. Jadi b = = 0,213.

Kesimpulan : terima H_0 dan simpulkan bahwa variansi ketiga populasi sama.

Uji Kesamaan Lebih Dari Dua Rataan

Sampel acak ukuran n diambil masing-masing dari k populasi yang dianggap saling bebas dan berdistribusi normal dengan rataan $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ dan variansi σ^2 yang sama. Akan diuji :

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

H_1 : paling sedikit dua di antara rataan tidak sama.

Tiap pengamatan dapat ditulis dalam bentuk : $y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$, dengan ε_{ij} (galat acak) menyatakan penyimpangan pengamatan ke j sampel ke i dari rataan perlakuan padanannya.

	Perlakuan				
	1	**2**	**...**	**k**	
	y_{11}	y_{21}	...	y_{k1}	
	y_{12}	y_{22}	...	y_{k2}	
	,,,				
	y_{1n}	y2n	...	y_{kn}	
Jumlah	$T_{1.}$	$T_{2.}$	...	$T_{k.}$	$T_{..}$
Rataan	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$		$\bar{y}_{k.}$	$\bar{y}_{..}$

Hitung : $JKT = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{nk}$; $JKA = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{i.}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk}$; $JKG = JKT - JKA$.

Kemudian buatlah tabel Analisis Variansi Ekaarah berikut :

Sumber Variasi	Jumlah kuadrat	Derajat kebebasan	Rataan kuadrat	f hitung
Perlakuan	*JKA*	*k - 1*	$s_1^2 = \frac{JKA}{k-1}$	s_1^2 / s^2
Galat	*JKG*	*k (n - 1)*	$s^2 = \frac{JKG}{n(k-1)}$	
Jumlah	*JKT*	*n k - 1*		

Jika H_0 benar, rasio $f = \frac{s_1^2}{s^2}$ merupakan peubah acak F yang berdistribusi F dengan derajat kebebasan k-1 dan k(n-1). Hipotesis nol ditolak pada taraf keberartian α jika f hitung > $f_{\alpha;\left[k-1,k(n-1)\right]}$.

Perhatikan contoh berikut:

Misalkan seorang insinyur ingin menyelidiki bagaimana rataan pengisapan uap air dalam beton berubah antara lima adukan beton yang berbeda. Bahan dibiarkan kena uap selama 48 jam. Dari tiap adukan diambil 6 contoh untuk diuji, sehingga seluruhnya diperlukan 30 contoh. Data selengkapnya disajikan pada tabel berikut:

	Adukan (berat%)					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
	551	595	639	417	563	
	457	580	615	449	631	
	450	508	511	517	522	
	731	583	573	438	613	
	499	633	648	415	656	
	632	517	677	555	679	
Jumlah	3320	3416	3663	2791	3664	16854
Rataan	553,33	569,33	610,50	465,17	610,67	561,80

Penyelesaian :

Akan diuji : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_6$

lawan H_1 : paling sedikit dua di antara rataan adukan tidak sama.

Pilih $\alpha = 0{,}05$, sehingga daerah kritisnya : F > 2,26 dengan v_1=4 dan v_2=25.

Hitung jumlah kolom dan rataan masing-masing adukan, seperti pada tabel.

Total variasi dalam adukan dibagi menjadi dua bagian :

1. variasi antara adukan, yang mengukur variasi sistematik dan acak;
2. variasi dalam adukan, yang hanya mengukur variasi acak.

Perhitungan masalah analisis variansi diringkas dalam tabel berikut:

Tabel Analisis Variansi untuk Klasifikasi Ekaarah

Sumber Variasi	Jumlah kuadrat	Derajat kebebasan	Rataan Kuadrat	f Hitung
Perlakuan	85356	4	21339	4,30
Galat	124021	25	4961	
Jumlah	209377	29		

Karena f hitung = 4,30 > 2,26 tolak H_0 dan simpulkan bahwa kelima adukan tidak mempunyai rataan yang sama.

Pertemuan ke : 14

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Analisis Regresi Linier

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Dalam penelitian biasanya digunakan suatu model atau hubungan fungsional antara peubah. Dengan model kita berusaha memahami, menerangkan, mengendalikan dan kemudian memprediksikan kelakuan sistem yang diteliti. Model juga menolong peneliti dalam menentukan hubungan kausal. Rumusan hubungan tersebut yang dinyatakan dalam bentuk hipotesis dan diuji berdasarkan data yang dikumpulkan kemudian.

Misalkan X adalah peubah bebas (prediktor)dan Y peubah tak bebas yang bergantung pada Y (respons). Y (respon) tidak dikontrol dalam percobaan. Nilainya (y) bergantung pada satu atau lebih peubah bebas, misalnya (nilainya) x_1, $x_2,\dots,x_k$, yang galat pengukurannya dapat diabaikan dan sesungguhnya sering peubah tersebut dikendalikan dalam percobaan. Jadi peubah bebas tersebut bukanlah peubah acak tapi k besaran yang ditentukan sebelumnya oleh peneliti dan tidak mempunyai sifat-sifat distribusi. Yang akan dibahas adalah regresi linear yang menyangkut hanya satu peubah saja.

Nyatakan sampel acak ukuran n dengan himpunan :$\{(x_i,y_i);i=1,2,\dots,n\}$. y_i merupakan nilai dari peubah acak Y_i selanjutnya akan ditulis Y|x "peubah acak yang berkaitan dengan nilai tetap x". Rataan Y|x berkaitan linear dengan x dalam bentuk persamaan : $\mu_{Y|x} = \alpha + \beta x$

dengan α dan β adalah dua parameter yang akan ditaksir dari data sampel .

Bila semua rataan terletak pada satu garis lurus maka :

$$Y_i = \alpha + \beta\, x_i + E_i$$

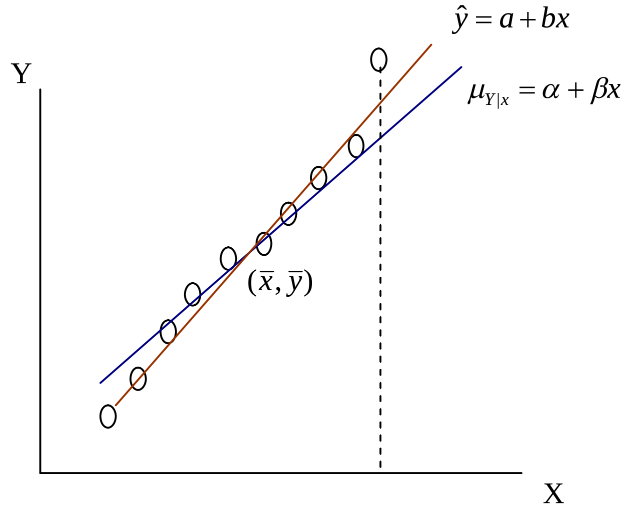
dengan asumsi : E_i galat yang bersifat acak dan rataannya = 0 dan variansinya konstan.

Setiap pengamatan (x_i,y_i) dalam sampel memenuhi :

dengan ε_i adalah nilai yang dicapai E_i bila Y_i berharga y_i . $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$

Jika $\hat{\alpha}$ =a dan $\hat{\beta}$ =b maka setiap pengamatan dalam sampel memenuhi :

$y_i = a + bx_i + e_i$; e_i disebut sisa



Cara peminimuman untuk menaksir parameter dinamakan metode kuadrat terkecil (*least square method*), yaitu a dan b dicari sehingga :

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \text{ minimum.}$$

Turunkan JKG terhadap a dan b maka diperoleh

$$\frac{\partial (JKG)}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)$$

$$\frac{\partial (JKG)}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)x_i$$

Samakan persamaan tsb dengan nol maka diperoleh *persamaan normal* :

$$na + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Sehingga diperoleh :

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Di samping anggapan bahwa galat E_i dalam model $Y_i = \alpha + \beta x_i + E_i$ merupakan peubah acak dengan rataan nol, misalkan selanjutnya bahwa E_i berdistribusi normal dengan variansi sama σ^2 , dan $E_1,E_2,\ldots,E_n$ saling bebas dari suatu pengamatan ke pengamatan berikutnya dalam percobaan. Dengan asumsi kenormalan tersebut dapat dicari rataan dan variansi untuk penaksir α dan β.

Selang Kepercayaan dan Uji Keberartian

Uji H_0 : β = 0 (model tak linear) lawan H_1 : β ≠ 0 (model linear) dan pilih taraf keberartian α=5%. Statistik ujinya : $T = \dfrac{B-\beta}{S/\sqrt{J_{xx}}} \sim t_{n-2}$

tolak jika T < -tα/2 atau T > tα/2 .

Juga harus diuji : H_0 : α = 0 (garis melalui titik asal) lawan H_1 : α ≠ 0 (garis tidak melalui titik asal) dan pilih taraf keberartian α=5%

Statistik ujinya : $T = \dfrac{A-\alpha}{S\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 / nJ_{xx}}} \sim t_{n-2}$

tolak jika T < -tα/2 atau T > tα/2 .

Pendekatan Analisis Variansi

Pengujian keberartian model selain dengan uji t juga dapat menggunakan uji F atau pendekatan analisis variansi dengan tabel berikut :

Sumber Variasi	JK(Jumlah Kuadrat)	dk(derajat kebebasan)	RK(Rataan Kuadrat)	f hitung
Regresi	JKR = b Jxy	1	RKR = JKR/1	JKR/s^2
Sisa	JKS (JKG) = JKT - JKR	n-2	RKS s^2=JKS/(n-2)	
Total	JKT = Jyy	n-1		

di mana : $$J_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n} \; ; \; J_{yy} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}$$

dan $$J_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n}.$$

Tolak H_0 jika $F > F_{1,n-2}$ atau tolak H_0 jika f hitung > f tabel ($dk_1=1, dk_2=n-2$).

Uji t dan F yang digunakan bersifat kekar, yang berarti bahwa anggapan kenormalan dan kesamaan variansi tidak perlu dipenuhi dengan ketat tapi cukup agak kasar.

Selanjutnya harus dilakukan pemeriksaan sisa, yaitu :

1. Apakah sisa telah berpola acak ;
2. Apakah anggapan kenormalan tidak dilanggar ;
3. Apakah variansi dapat dianggap tidak berubah ;
4. Apakah ada data yang tidak mengikuti pola umum (pencilan) ;
5. Apakah peubah yang masuk dalam model mungkin bukan berbentuk Linear ;
6. Apakah peubah yang berpengaruh telah masuk ke dalam model.

Pertemuan ke : 15

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : Analisis Korelasi

URAIAN POKOK-POKOK PERKULIAHAN

Ukuran hubungan linear (ρ) antara dua peubah X dan Y ditaksir dengan koefisien korelasi sampel r dengan

$$r = b\sqrt{\frac{J_{xx}}{J_{yy}}} = \frac{J_{xy}}{\sqrt{J_{xx}J_{yy}}} .$$

Contoh :

Dalam suatu penelitian mengenai korelasi antara besar curah hujan dan banyak polusi yang dibersihkan hujan diperoleh data sbb :

No.	**x, Curah hujan per hari (dalam 0,01 cm)**	**y, Zat yang dibersihkan (mikrogram/m3)**
1	4,3	126
2	4,5	121
3	5,9	116
4	5,6	118
5	6,1	114
6	5,2	118
7	3,8	132
8	2,1	141
9	7,5	108

$J_{xx} = 19,26$; $J_{yy} = 804,2222$; $J_{xy} = -121,800$.

Jadi

$$r = \frac{-121,8000}{\sqrt{(19,2600)(804,2222)}} = -0,9786$$

Korelasi sebesar -0,9786 menunjukkan suatu hubungan linear yang amat baik antara X dan Y. Karena $r^2 = (-0,9786) = 0,9581$ maka dapat dikatakan bahwa hampir 95,81% dari variasi dalam Y disebabkan oleh hubungan linear dengan X

Uji Keberartian Koefisien Kkorelasi

Uji $H_0 : \rho = \rho_0$ vs $H_1 : \rho \neq \rho_0$; di sini ρ_0 dapat diganti 0 yang berarti H_0 : tidak ada hubungan linear antara kedua peubah lawan H_1 : ada hubungan linear antara kedua peubah. Pilih taraf keberartian misal $\alpha = 5\%$.

Statistik ujinya di bawah H_0 berdistribusi normal baku :

$$Z = \frac{\sqrt{n-3}}{2}\left[\ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right) - \ln\left(\frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}\right)\right]$$

Daerah kritis : $Z < -z_{\alpha/2} = -1,96$ dan $Z > z_{\alpha/2} = 1,96$.

Perhitungan untuk contoh tadi :

$$z = \frac{\sqrt{6}}{2}\ln\left(\frac{0,0214}{1,9786}\right) = -5,55$$

Kesimpulan : tolak H_0 bahwa hubungan tidak linear atau tolak $H_0 : \rho = 0$. Jadi ada hubungan linear antara curah hujan perhari (X) dengan zat yang dibersihkan (Y).

Pertemuan ke : 16

Penyusun : Dewi Rachmatin

Materi : UAS (Materi pertemuan kesembilan sampai ke 15)

DAFTAR PUSTAKA

Herrhyanto, dan Hamid. (2007). *Statistika Dasar*. Edisi Kelimabelas. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.

Sudjana, (1989). *Metode Statistika*. Edisi Kelima. Bandung : Penerbit Tarsito.

Walpole and Myers. (1986). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Edisi Kedua. Jakarta : Penerbit ITB.

Conover, W.J. (1986). *Practical Nonparametric Statistics*. Second Edition. Singapore : John Wiley & Sons.