

Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari

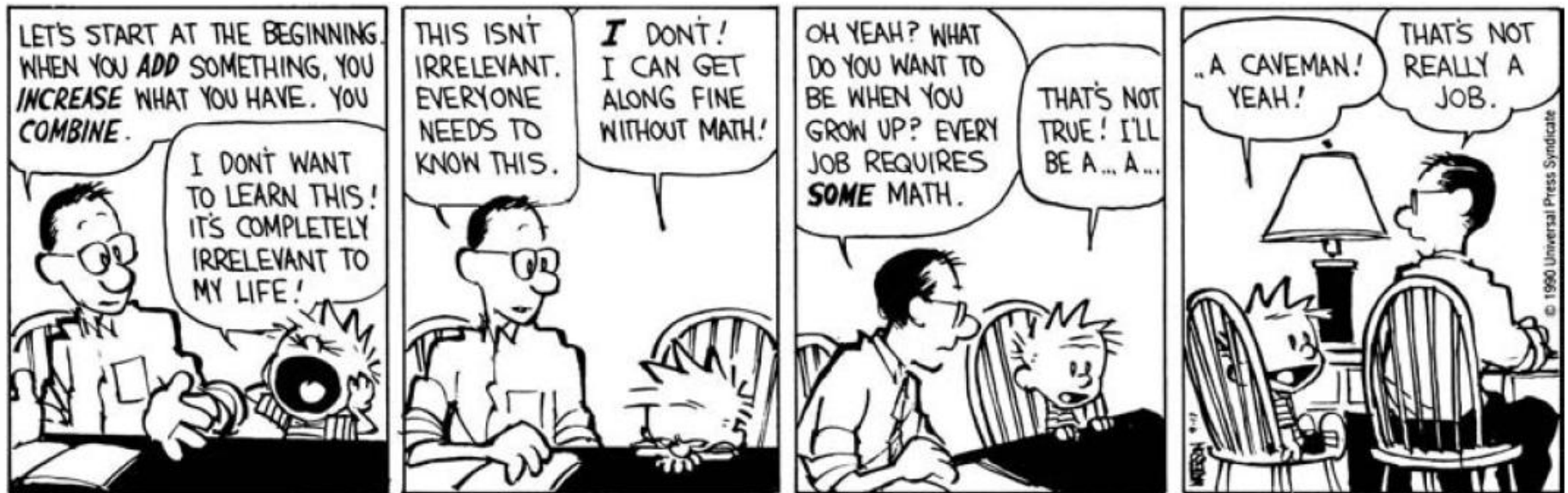
Oleh:
Dr. Rizky Rosjanuardi, M.Si.



MENGAPA BELAJAR MATEMATIKA

Calvin and Hobbes

by Bill Watterson



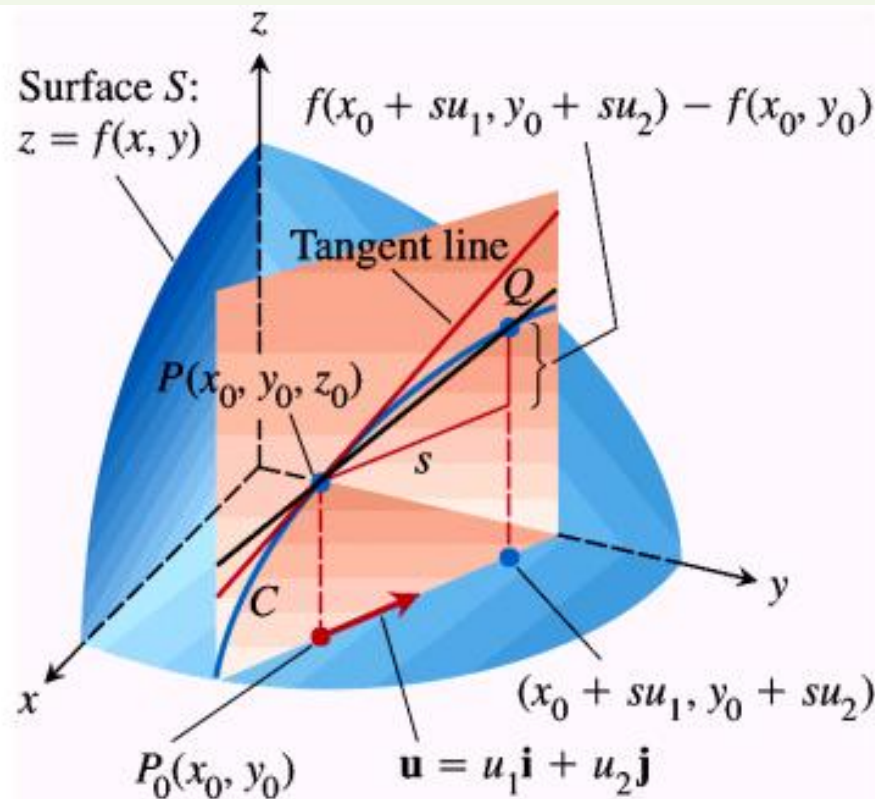
CALVIN and HOBBS © 1990 Watterson. Reprinted with permission of UNIVERSAL PRESS SYNDICATE.
All rights reserved.

Dimanakah Matematika Muncul?

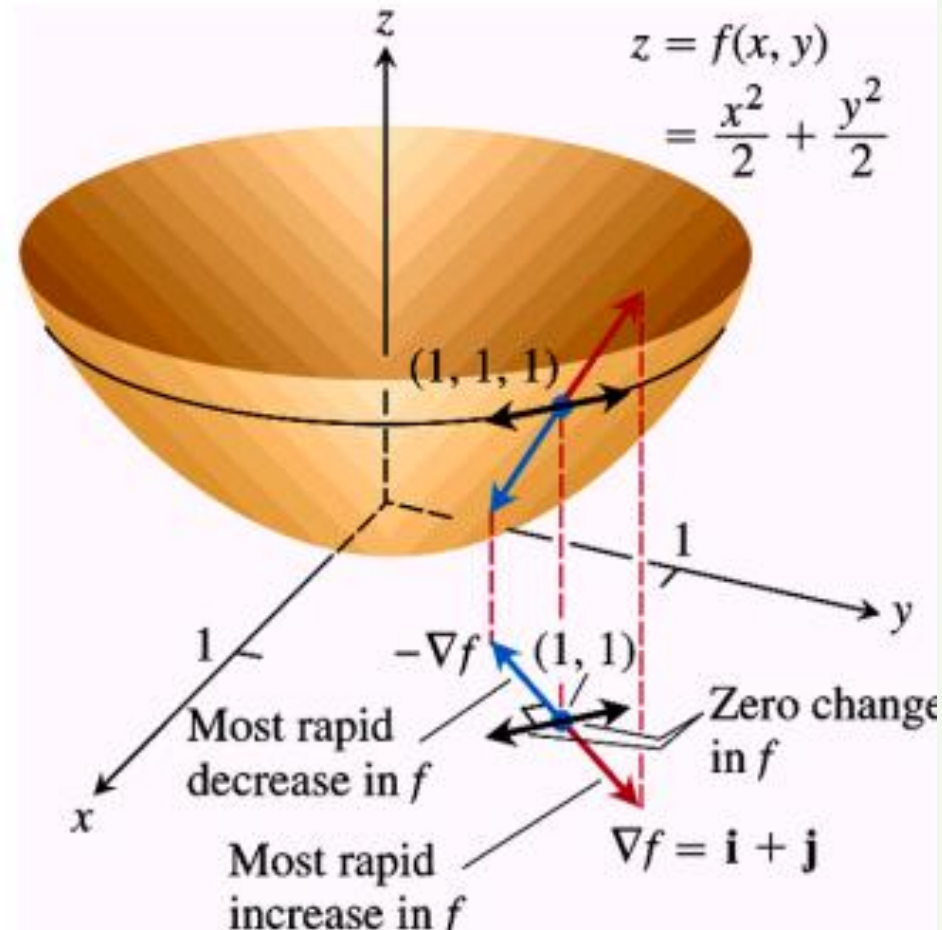


Dimanakah Matematika Muncul?

Turunan berarah



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



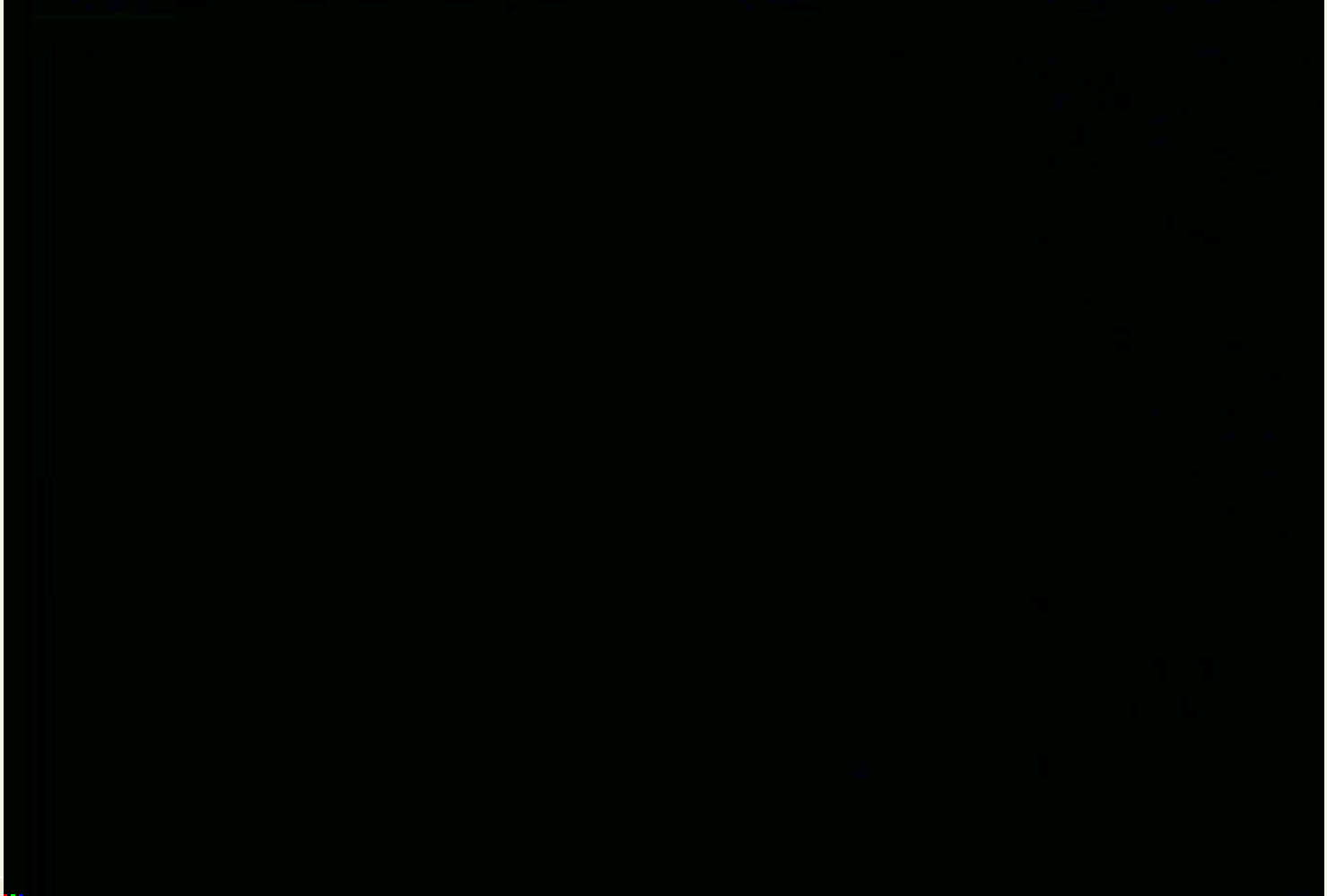
Dimanakah Matematika Muncul?



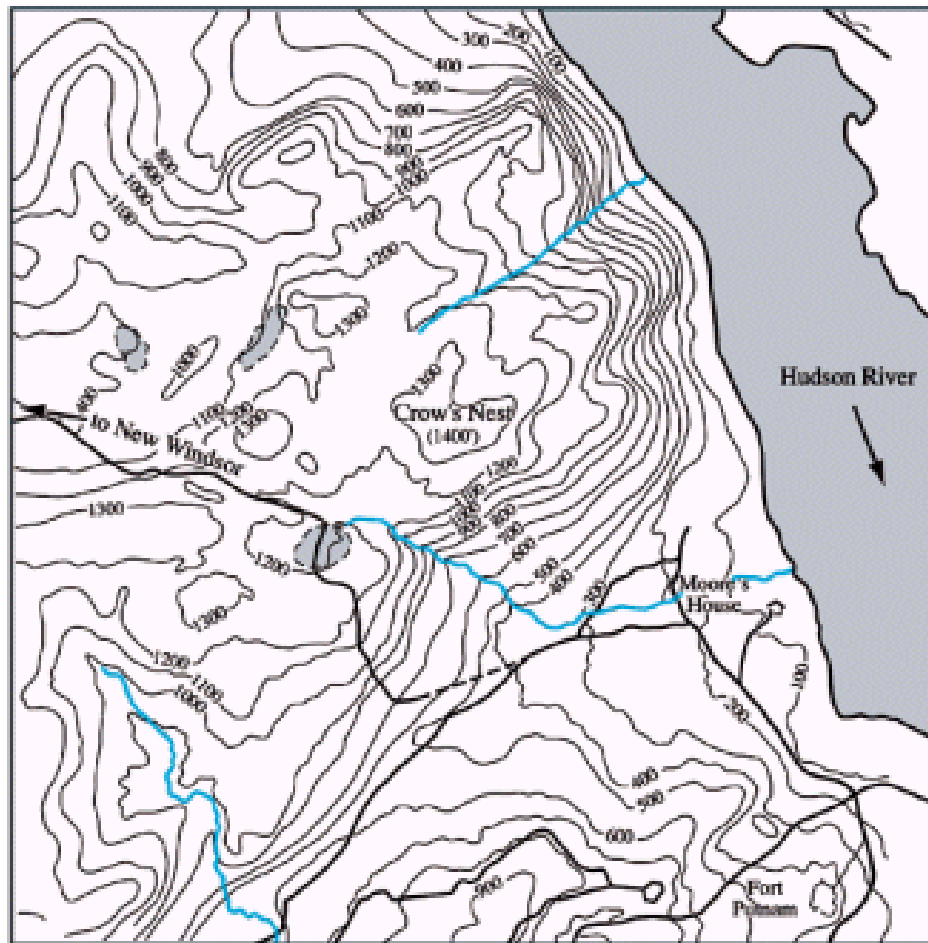
Dimanakah Matematika Muncul?



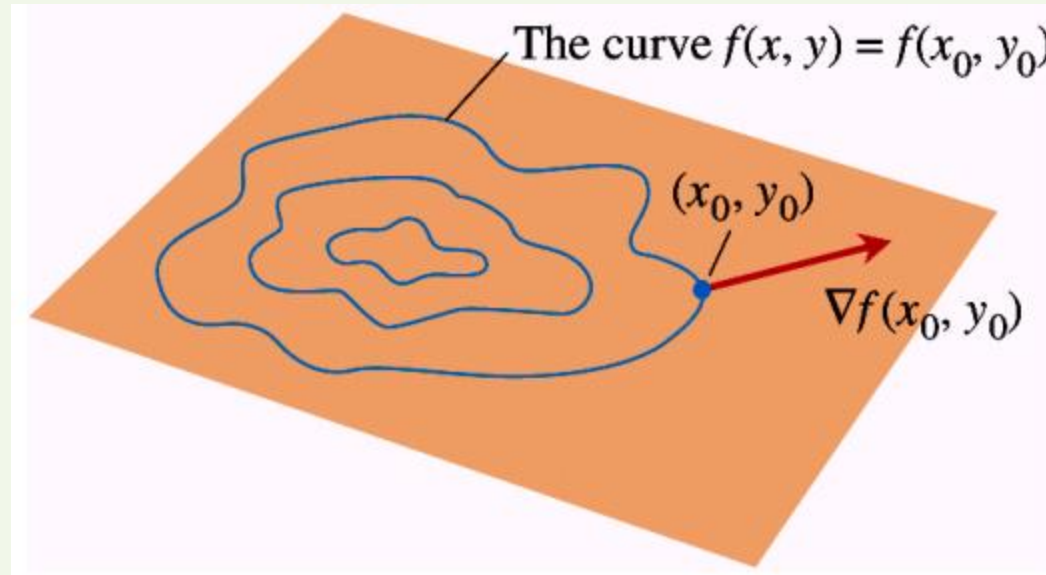
Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Dimanakah Matematika Muncul?



Binatangpun belajar matematika...



Binatangpun belajar matematika...



Persoalan Nyata Lainnya

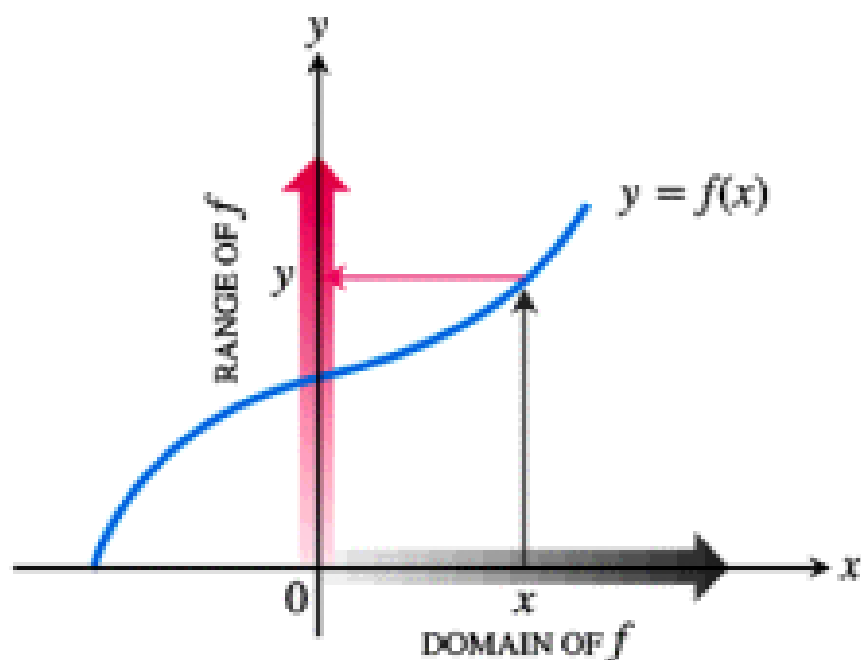
Bagaimana cuplikan tadi bisa disimpan dalam flashdisk berukuran 128 mb?

- 1 bingkai terdiri dari $(800 \times 600 = 480000 \text{ byte} = 468,75 \text{ kb})$
- 1 detik terdiri dari 22 bingkai
- Jadi 1 detik terdiri dari $22 \times 468,75 \text{ kb} = 10312,5 \text{ kb} = 10,07 \text{ mb}$
- 1 jam terdiri dari 3600 detik
- Jadi 1 jam terdiri dari $3600 \times 10,07 \text{ mb} = 36254,88 \text{ mb} = 35,4 \text{ gb}$
- Untuk 10 menit : $35,4 \text{ gb} / 6 = 5,9 \text{ gb}$

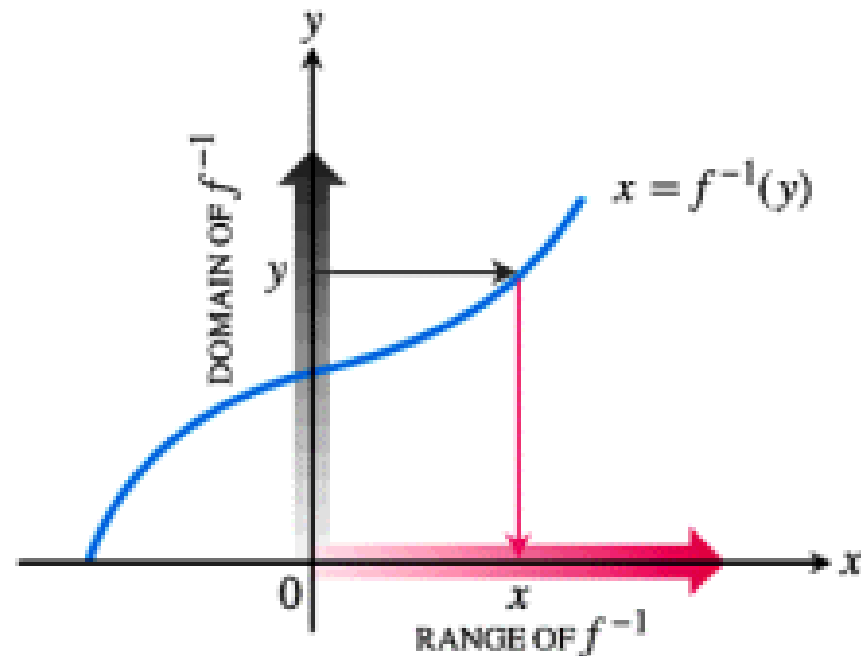
Ajaib???



Sekitar Grafik Fungsi: Invers fungsi



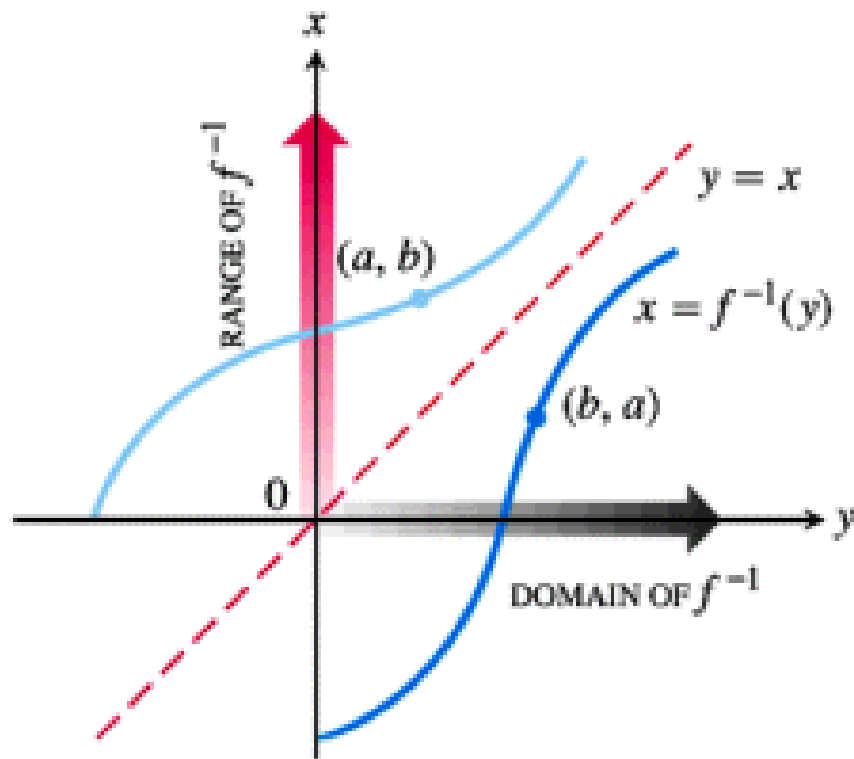
(a) To find the value of f at x , we start at x , go up to the curve, and then over to the y -axis.



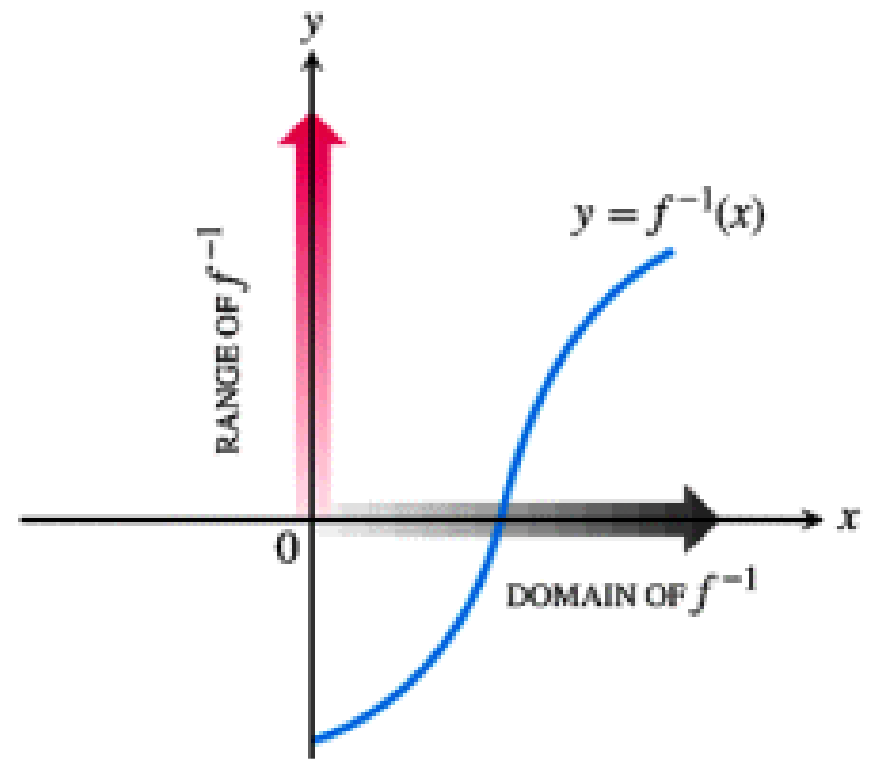
(b) The graph of f is also the graph of f^{-1} . To find the x that gave y , we start at y and go over to the curve and down to the x -axis. The domain of f^{-1} is the range of f . The range of f^{-1} is the domain of f .



Sekitar Grafik Fungsi: Invers fungsi



(c) To draw the graph of f^{-1} in the usual way, we reflect the system in the line $y = x$.



(d) Then we interchange the letters x and y . We now have a normal-looking graph of f^{-1} as a function of x .



Sekitar Grafik Fungsi: Translasi

Pertanyaan:

Misalkan diketahui grafik dari $f(x)$, bagaimanakah grafik dari $f(x+c)$? Grafik dari $f(x)+c$?

Jawab: gunakan konsep translasi

- Bagaimana menggambar grafik dari $f(x)=(x-2)^2-4$ dengan memanfaatkan konsep translasi?
- Bagaimana dengan $f(x)=|x-5|$?



Trigonometri

- Berapakah nilai dari $\sin 45$
- Apakah benar

$$\int \sin x^\circ dx = \cos x^\circ + C?$$



Limit

x	$x - \frac{\cos x}{10000}$
± 1	0,99995
$\pm 0,5$	0,24991
$\pm 0,1$	0,00990
$\pm 0,01$	0,000000005
$\downarrow$	$\downarrow$
0	?????

Tabel disamping adalah hasil perhitungan dengan kalkulator. Benarkah bila $x \rightarrow 0$, nilai pada kolom kedua menuju 0?

Kalkulator/alat hitung sering kali menyesatkan!!!!



Limit

Perhitungan dengan menggunakan konsep limit memberikan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 - \frac{\cos x}{10000} \right] = -\frac{1}{10000}$$



Limit

x	$\frac{\sin x}{x}$
$\pm 1,0$	0,84147
$\pm 0,5$	0,95885
$\pm 0,1$	0,99833
$\pm 0,01$	0,99998

Bila $x \rightarrow 0$,
apakah nilai dari

$$\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1???$$



Limit

Karena $x - \frac{1}{6}x^3 \leq \sin x \leq x$ untuk $x \geq 0$, dan

$x \leq \sin x \leq x - \frac{1}{6}x^3$ untuk $x \leq 0$, maka

$$1 - \frac{1}{6}x^2 \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1 \text{ untuk } x \neq 0.$$

Akibatnya $\lim_{x \rightarrow 0} \left[1 - \frac{1}{6}x^2 \right] \leq \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \leq \lim_{x \rightarrow 0} 1.$

$$\text{Jadi } \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] = 1.$$



Tak hingga: apakah itu?

Berapakah banyaknya titik pada selang $(0,1]$, ?
Berapakah banyak titik pada selang $[1,\infty)$?

Manakah yang lebih banyak:

- jumlah titik pada selang $(0,1]$, atau
- jumlah titik pada selang $[1,\infty)$?



Tak hingga: apakah itu?

Berapakah

$$\infty + \infty ?$$

$$\infty - 10^4 ?$$

$$\infty - 10^{100} ?$$

$$\infty - 10^{100000000000000000000} ?$$

$$\infty - \infty ?$$



Berapakah 0/0?

Apakah $0/0=0$?

Apakah $0/0=1$?

Apakah $0/0=\infty$?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/x}{1/x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/x}{2/x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/x}{1/x^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/x}{1/x^2} = 0$$



Pembuktian: Metoda Induksi

Untuk setiap bilangan asli n , misalkan $P(n)$ adalah pernyataan yang berkaitan dengan n . Bila:

- $P(1)$ benar,
- untuk sebarang bilangan asli k , kebenaran $P(k)$ mengakibatkan $P(k+1)$ benar,

Maka $P(n)$ benar untuk setiap bilangan bulat n .



Pembuktian: Metoda Induksi

Beberapa contoh.

Buktikan bahwa:

- $2^n \leq (n+1)!$.
- $2^n > 2n+1$ untuk $n \geq 3$.
- $1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$, untuk $r \neq 1$

