

The Use of a Parametrically-excited Dynamics Absorber to Suppress Flow-induced Vibrations

Siti Fatimah

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung, Indonesia

Abadi

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

Ringkasan

The possibility of suppressing self excited vibrations of a mechanical system using a parametric excitation is discussed. We consider two-mass system which its main mass excited by a flow-induced, self excited force. A single mass as a dynamic absorber is attached to the main mass. The connecting stiffness between the main mass and the absorber is a harmonic function of time and represents a parametric excitation. By using averaged method, the full system is analyzed for several set of parameters. Parameter variations show that there is a range where vibration can be suppressed effectively.

1 Pendahuluan

Studi tentang manfaat sistem peredam pegas-massa konvensional untuk mereduksi getaran respon gaya (forced vibration response) telah banyak dilakukan dan diaplikasikan hasilnya dalam praktek. Getaran respon gaya sebagai akibat dari induksi yang disebabkan suatu medium mengalir (flow-induced) biasa disebut sebagai getaran tereksitasi sendiri (self-excited vibration).

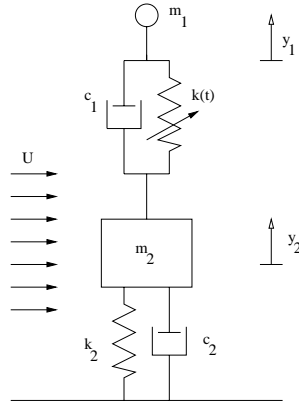
Beberapa hasil penelitian terkait dengan masalah dalam paper ini dapat di refer dalam [3], [4], [5], [1]. Di dalam [1], Tondl dan Ecker dengan metode harmonic-balance [6] diperlihatkan bahwa secara analitik dapat diperoleh suatu daerah batas di mana solusi trivial stabil sekaligus tereduksi.

Dalam paper ini, kita membahas persamaan model yang sama dengan [1], akan tetapi kita menggunakan metode averaging [2] di dalam analisis. Hasil yang diperoleh untuk kasus solusi trivial relatif sama, akan tetapi dengan metode kita diperoleh hasil bahwa daerah batasnya lebih luas daripada yang diperoleh dalam [1].

2 Model

Model dari sistem yang akan dibahas dapat dilihat pada Gambar 1, di mana koordinat dari massa m_1 dan m_2 masing-masing dinotasikan oleh x_1 dan x_2

Sistem tersebut di atas dimodelkan oleh sistem persamaan nonlinear dalam format bebas dimensi berikut ini.



Gambar 1: Sistem terdiri dari massa utama m_2 dan massa peredam m_1 yang elastisitasnya sebagai fungsi waktu, $k(t)$.

$$\begin{aligned}
m_1 y_1'' + c_1(y_1' - y_2') + k_1(1 + \varepsilon \cos \eta \tau)(y_1 - y_2) &= 0, \\
m_2 y_2'' - c_1(y_1' - y_2') - k_1(1 + \varepsilon \cos \eta \tau)(y_1 - y_2) + c_2 y_2' + \\
k_2 y_2 - b_0 U^2(1 - \gamma_0 y_2'^2) y_2' &= 0.
\end{aligned} \tag{2.1}$$

di mana $|\varepsilon| < 1$, $\kappa_1 = \frac{c_1}{m_1 \omega_0}$, $\kappa_2 = \frac{c_2}{m_2 \omega_0}$, $\beta = \frac{b_0 U_0^2}{m_2 \omega_0^2} V^2 = \frac{U^2}{U_0^2}$, $\gamma = \gamma_0 \omega_0^2$, $M = \frac{m_1}{m_2}$. Parameter U_0 adalah nilai yang dipilih untuk kecepatan aliran medium. Ketika U_0 mencapai nilai kecepatan kritis $U_c = \sqrt{c_2/b_0}$ kecepatan kritis relatif adalah $V_c = 1$.

3 Sistem Teraverage.

Dengan menggunakan metode averaging, kita analisa sistem (2.1) sebagai berikut. Melakukan rescale parameter $\kappa_{1,2} = \varepsilon \bar{\kappa}_{1,2}$, and $\beta = \varepsilon \bar{\beta}$, bagian linear dari (2.1) tergantung pada M dan Q . Menggunakan transformasi seperti pada [1] diperoleh bentuk quasi-normal berikut.

$$\begin{aligned}
\bar{x}_1'' + \Omega_1^2 \bar{x}_1 &= -\frac{\varepsilon}{a_1 - a_2} F_1(\bar{x}_1, \bar{x}_1', \bar{x}_2, \bar{x}_2', \eta \tau, \mu), \\
\bar{x}_2'' + \Omega_2^2 \bar{x}_2 &= -\frac{\varepsilon}{a_1 - a_2} F_2(\bar{x}_1, \bar{x}_1', \bar{x}_2, \bar{x}_2', \eta \tau, \mu).
\end{aligned} \tag{3.1}$$

di mana $\mu = (\bar{\kappa}_{1,2}, \bar{\beta}, M, Q, \gamma)$. Frekuensi natural sistem terlinearisasi tanpa damping (untuk $\varepsilon = 0$) Ω_1 dan Ω_2 , dalam bentuk

$$\Omega_{1,2}^2 = 1/2 \left(1 + Q^2(1 + M) \right) \mp \sqrt{1/4(1 + Q^2(1 + M))^2 - Q^2} \tag{3.2}$$

dan $a_{1,2}$ memenuhi

$$a_{1,2} = \frac{1}{Q^2} \left(\frac{1}{2}(-MQ^2 - 1 + Q^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(MQ^2 + 1 + Q^2)^2 - Q^2} \right). \tag{3.3}$$

Fungsi-fungsi F_1 dan F_2 tergantung pada frekuensi dari eksitasi parametrik η , dan kondisi berikut terpenuhi. $a_1 a_2 = -M$, $0 < a_1 < 1$, dan $a_2 < -M$.

Kita membahas kasus kombinasi resonansi $\Omega_2 - \Omega_1 = \eta_0$, ($\Omega_2 > \Omega_1$). Mentransformasi $t \rightarrow \eta_0 \tau$ dan menganalisa untuk nilai di sekitar resonansi tersebut, yaitu $\eta = \Omega_2 - \Omega_1 + \varepsilon \sigma$, di mana $\omega_{1,2} = \frac{\Omega_{1,2}}{\eta_0}$ dan $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 1$.

Dalam implementasi metode averaging kita gunakan transformasi van der Pol dan diperoleh sistem empat dimensi sebagai berikut.

$$X' = AX + F(X) \quad (3.4)$$

di mana A adalah matriks Jacobian ordo 4×4 yang merupakan bagian linear dari sistem.

4 Kondisi Untuk Menghapuskan Getaran: Kasus Linear

Bagian linear dari sistem teraverage di atas tergantung pada parameter-parameter θ_{11} , θ_{22} , Q_{12} , Q_{21} yang merupakan fungsi dari μ . Beberapa relasi penting yang perlu diperhatikan antara lain: $Q_{12} < 0$ dan $Q_{21} < 0$. Damping-damping linier θ_{11} dan θ_{22} selalu bernilai positif apabila $\bar{\beta}V^2 - \bar{k}_2 < 0$. Apabila $\bar{\beta}V^2 - \bar{k}_2 > 0$, ada tiga kondisi untuk pasangan nilai-nilai θ_{11} dan θ_{22} , yaitu: $\theta_{11} < 0$ dan $\theta_{22} > |\theta_{11}|$, atau $\theta_{22} < 0$ dan $\theta_{11} > |\theta_{22}|$, atau $\theta_{22} > 0$ dan $\theta_{11} > 0$.

Tanda-tanda dari damping-damping linier θ_{11} dan θ_{22} berperan untuk menentukan kondisi-kondisi ketika getaran dapat dihapuskan. Selain itu dari nilai damping-damping linier tersebut dapat kita peroleh selang nilai dari rasio kedua massa, M , sebagai berikut.

$$M^* = \frac{(\bar{\beta}V^2 - \bar{k}_2) - \bar{\kappa}_1}{\bar{\kappa}_1} < M < \frac{\bar{\beta}V^2 - \bar{k}_2}{\bar{\kappa}_1} \quad (4.1)$$

Dengan menerapkan kriteria Routh-Hurwitz untuk mendapatkan bagian-bagian riil dari nilai-nilai eigen dari matriks A pada persamaan (3.4) bertanda negatif semua, diperoleh dua kondisi. Kondisi pertama adalah:

$$\theta_{11} + \theta_{22} > 0. \quad (4.2)$$

Dan kondisi kedua berupa relasi berikut.

$$p_1 \sigma^4 + p_2 \sigma^2 + p_3 > 0 \quad (4.3)$$

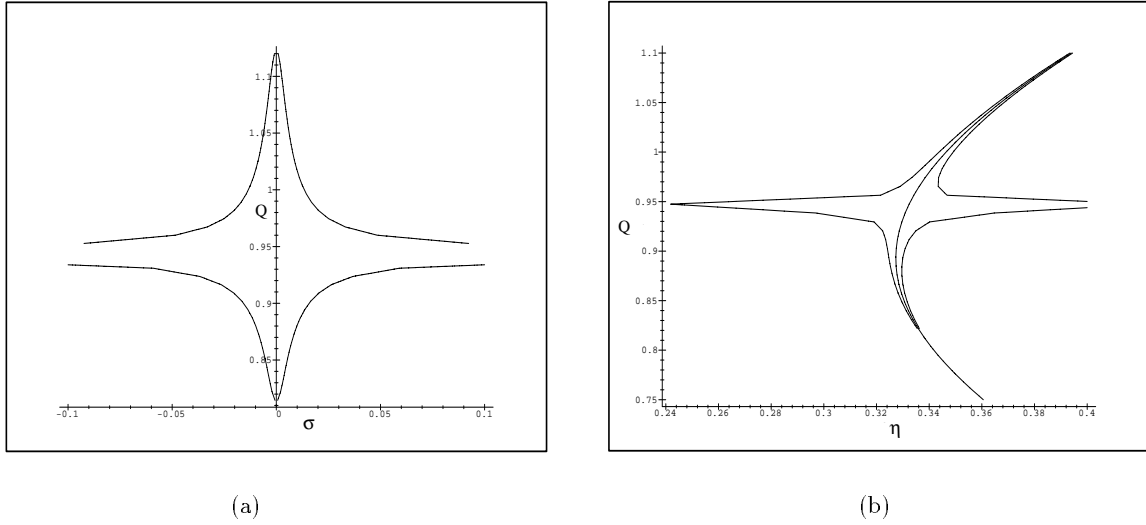
di mana p_j , $j = 1, 2, 3$ tergantung pada Q , M , dan nilai parameter-parameter lain ditetapkan. Menyelesaikannya pada daerah batasnya, kita peroleh

$$\sigma_i = \pm \frac{1}{4} \frac{\theta_{11} + \theta_{22}}{(a1 - a2)} \sqrt{-\frac{4\Omega_1\Omega_2\theta_{11}\theta_{22} + Q12Q21}{\Omega_1\Omega_2\theta_{11}\theta_{22}}}, \quad i = 1, 2. \quad (4.4)$$

di mana dua akar yang lain selalu bernilai imajiner. Untuk memperoleh nilai-nilai riil dari σ_i , kondisi $4\Omega_1\Omega_2\theta_{11}\theta_{22} + Q12Q21 > 0$ dan θ_{11} atau θ_{22} tidak negatif dua-duanya. Untuk kasus keduanya bernilai positif, kondisi kedua 4.3 selalu dipenuhi.

Kondisi-kondisi (4.2) dan (4.3) adalah kondisi-kondisi untuk menentukan apakah penghapusan getaran tereksitasi sendiri secara penuh dapat tercapai. Karena kombinasi resonansi hanya terjadi di persekitaran frekuensi eksitasi parametrik η_0 , maka selang getaran tereksitasi sendiri tereduksi dapat terjadi di dalam persekitaran tersebut, lihat [1]. Dan selang kestabilannya adalah

$$\eta_0 + \varepsilon \sigma_2 < \eta < \eta_0 + \varepsilon \sigma_1 \quad (4.5)$$



Gambar 2: (a). Daerah batas kestabilan di bidang (σ, Q) . (b) Daerah batas kestabilan di bidang (η, Q) . Bagian dalam kurva menyatakan solusi trivial stabil (penghapusan getaran penuh). Untuk nilai parameter-parameter, $\epsilon = 0.2$, $\kappa_{1,2} = 0.1$, $V = \sqrt{2.1}$, $\beta = 0.1$, $\gamma = 4$, dan $M = 0.12$.

5 Kestabilan Solusi Trivial

Eksitasi parametrik hanya bisa berlaku ketika getaran tereksitasi sendiri terjadi. Terjadinya getaran tereksitasi sendiri tergantung pada kondisi-kondisi dari parameter-parameter damping θ_{11} atau θ_{22} . Ketika keduanya bernilai positif maka peredam dinamis berhasil menghapuskan getaran tereksitasi sendiri.

Pada Gambar 2 ditunjukkan daerah batas ketidak-stabilan solusi trivial pada bidang (σ, Q) dan (η, Q) untuk suatu nilai tertentu M . Gambar tersebut memperlihatkan kesamaan karakteristik dari daerah di mana terjadi penghapusan getaran secara penuh. Di dalam kurva tersebut kita temukan solusi stabil dan solusi tidak stabil berada di luar kurva.

6 Kesimpulan

Kita telah menganalisa sistem (3.1) dengan menggunakan metode averaging. Hasil-hasil yang telah kita peroleh menunjukkan bahwa diperlukan dua kondisi ((4.2) dan (4.3)) agar terjadi penghapusan getaran tereksitasi sendiri. Kondisi pertama menyatakan bahwa salah satu dari damping linier (θ_{11} atau θ_{22}) bernilai negatif dan jumlah keduanya bernilai positif. Sedangkan dari kondisi kedua diperoleh relasi antara frekuensi eksitasi parametrik η atau σ dengan rasio frekuensi Q . Relasi ini menentukan apakah penghapusan getaran secara penuh dapat tercapai atau tidak dalam selang tertentu. Hasil dari analisis kita juga menunjukkan bahwa peredam dinamis dengan eksitasi parametrik dapat memperluas daerah di mana penghapusan getaran secara penuh untuk nilai-nilai di sekitar frekuensi kombinasi resonansi tercapai.

Kedua penulis sedang menempuh studi S3 di Mathematisch Instituut, University of Utrecht, PO. Box 80.010, 3508 TA Utrecht, The Netherlands.

Pustaka

- [1] Ecker, H. and Tondl, A (2000) "Suppression of flow-induced vibrations a dynamic absorber with parametric excitation", *Proceedings of 7th International Conference on Flow-Induced Vibrations*, 1-7.
- [2] Sanders, J.A. and Verhulst, F (1985), *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical System*, Appl.math. Sciences 59, Springer-Verlag, New York.
- [3] Tondl, A (1978) On the Interaction between Self-excited and Parametric Vibrations, Monographs and Memoranda No. 20, National Research Institute for Machine Design, Prague.
- [4] Tondl, A (1997) To the interaction of different types of excitations, Monographs and memoranda No. 25, National Research Institute for Machine Design, Prague.
- [5] Tondl, A (1998) "To the problem of quenching self-excited vibrations", *Acta Technica CSAV*, 43, 109-116.
- [6] Tondl, A, Ruijgrok, M, Verhulst, F, and Nabergoj, R (2000), *Autoparametric Resonance in Mechanical Systems*, Cambridge University Press, New York.

