A. Judul Penelitian

Analisis terhadap fungsi Panharmonik dalam Teori Potensial Yukawa

B. Bidang Ilmu

MIPA, Penelitian untuk mengembangkan Ilmu Pengetahuan Teknologi dan Seni (Ipteks).

C. Latar Belakang Masalah

Pandang persamaan diferensial

$$\Delta u = \lambda u \tag{1}$$

dimana λ parameter. Persamaan di atas dapat dipandang sebagai masalah nilai eigen untuk operator Laplace, dan persamaan tersebut merupakan persamaan yang homogen, sehingga secara umum, persamaan (1) selalu memiliki solusi yang trivial. Akan tetapi, untuk nilai λ tertentu mungkin persamaan tersebut memiliki solusi tak trivial. Sebuah nilai eigen dari (1) adalah nilai λ demikian sehingga terdapat solusi tak trivial u_λ di C^2, dan solusi u_λ biasa disebut fungsi eigen.

Masalah menarik yang terkait dengan masalah nilai eigen adalah masalah yang muncul sebagai persamaan Yukawa,

$$\Delta u = \mu^2 u \tag{2}$$

dimana μ konstanta positif. Persamaan ini pertama kali dikemukakan oleh Hideki Yukawa, ahli fisika Jepang, untuk menggambarkan potensial nuklir dari sebuah titik sumber seperti $e^{-\mu r}/r$. Hasil distribusi sumber ini kemudian memenuhi persamaan Yukawa dalam ruang berdimensi tiga. Teori potensial Yukawa ini selanjutnya dikembangkan oleh Duffin tahun 1971. Berdasarkan pemantauan terhadap journal yang melibatkan persamaan Yukawa, tulisan terakhir dikembangkan oleh J.L. Schiff dan W.J. Walker tahun 1990.

Misal *u* sebuah fungsi di C^2 memenuhi persamaan Yukawa

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \mu^2 u \tag{3}$$

dimana μ konstanta positif. Fungsi *u* disebut panharmonik di sebuah titik (x,y) jika *u* memiliki turunan parsial kedua yang kontinu dan memenuhi persamaan (3) dalam suatu lingkungan titik (x,y) tersebut. Fungsi *u* dikatakan panharmonik dalam sebuah daerah tertutup jika u kontinu pada batas dan panharmonik di interiornya.

Seperti halnya fungsi harmonik, fungsi panharmonik berbentuk kompleks ada yang memiliki sifat memenuhi perluasan persamaan Cauchy-Riemann untuk persamaan Yukawa. Sifat khusus yang dimiliki fungsi panharmonik ini memberikan gagasan kepada kita untuk mengembangkan lebih jauh tentang teori fungsi panharmonik, seperti yang telah dilakukan dalam pengembangan teori fungsi harmonik. Dengan demikian, langkah-langkah pengembangan teori fungsi harmonik dapat diikuti untuk pengembangan teori fungsi panharmonik di ruang kompleks, sehingga pada akhirnya akan diperoleh teori potensial Yukawa.

Fungsi panharmonik bentuk kompleks yang memenuhi perluasan persamaan Cauchy-Riemann selanjutnya disebut fungsi μ-regular. Fungsi μ-regular termasuk kedalam kelas fungsi pseudo analitik (analitik semu). Akhirnya, pengembangan fungsi μ-regular ini dapat pula dikaitkan dengan teori fungsi pseudo analitik umum yang dikembangkan Bers, Vekua, dan lainnya dalam [1]. Bila dikaitkan dengan teori fungsi pseudo analitik umum, fungsi μ-regular termasuk fugsi pseudo analitik yang paling sederhana dan memiliki sifat yang khusus.

D. Perumusan Masalah

Seperti telah dijelaskan di atas, bahwa kajian terhadap fungsi panharmonik baik dalam bentuk real maupun bentuk kompleks bisa mencontoh/mengikuti cara pengkajian terhadap fungsi harmonik, artinya sifat-sifat yang berlaku pada fungsi harmonik mungkin dapat pula diidentifikasi keberlakuannya untuk fungsi panharmonik atau fungsi μ-regular.

Berdasarkan uraian tersebut di atas, dalam proposal ini, diajukan permasalahan, yang dirumuskan sebagai berikut :

Sifat-sifat apa saja yang dimiliki oleh fungsi panharmonik bernilai real dan kompleks atau fungsi μ-regular dikaitkan dengan teori potensial yang telah ada.

Rumusan masalah tersebut di atas akan dijabarkan kedalam sub-sub masalah kecil, berikut:

- Sifat-sifat dasar apa yang dimiliki fungsi panharmonik berniali real dan kompleks.
- Bagaimana bentuk representasi integral fungsi panharmonik.
- Sifat apa saja yang dimiliki oleh fungsi μ-regular.

E. Tinjauan Pustaka

Pandang kembali persamaan Yukawa

$$\Delta u = \mu^2 u \qquad (2)$$

dimana μ konstanta positif. Solusi persamaan (2) di ruang fungsi real disebut fungsi panharmonik dan dalam bentuk kompleks disebut fungsi μ-regular. Solusi persamaan (2) di R^2 dikemukakan oleh R.J. Duffin, 1971 dalam [3] yang dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema 1

Jika $u(r,\theta)$ panharmonik dalam cakram $x^2 + y^2 \le a^2$, maka untuk $0 \le r < a$,

$$u(r,\theta) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n I_{|n|}(\mu r) e^{in\theta} \qquad (4)$$

dimana

$$\mathrm{c_n} = \frac{1}{2\pi I_{|n|}(\mu a)} \int_0^{2\pi} u(a,\theta) e^{-in\theta} d\theta$$

dan I_n menyatakan fungsi Bessel jenis pertama yang dimodifikasi, yaitu

$$I_n(x) = \frac{1}{n!}\left(\frac{x}{2}\right)^n \left[1 + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1.(n+1)} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{1.2.(n+1)(n+2)} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{1.2.3(n+1)(n+2)(n+3)} + \ldots\right]$$

Untuk masing-masing *n*, $I_{|n|}(\mu r)e^{in\theta}$ juga merupakan solusi.

Hasil kerja J.L. Schiff & N.J.Walker, 1990 dalam [2], mengenai hampiran untuk koefisien dari deret pada persamaan (4), dan koefisien pada deret ekspansi Fourier sinus sebagai hasil penggunaan prinsip refleksi, dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema 2

Misal *u* fungsi panharmonik positif dalam bidang dengan ekspansi Fourier

$$u(r,\theta) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n I_{|n|}(\mu r)e^{in\theta} \tag{4}$$

dimana

$$c_n = \frac{1}{2\pi I_{|n|}(\mu a)} \int_0^{2\pi} u(a,\theta)e^{-in\theta}d\theta$$

Maka untuk semua $n \neq 0$, $|c_n| \leq c_0$.

Teorema 3

Misal *u* panharmonik dan positif pada setengah bidang atas dan nol pada sumbu real dengan ekspansi

$$u(r,\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n I_n(\mu r)\sin n\theta$$

Maka untuk semua $n > 1$, $|b_n| \leq nb_1$.

Selanjutnya, hubungan antara fungsi pseudo analitik yang memiliki bagian real dan bagian imaginer berbentuk fungsi panharmonik dengan fungsi panharmonik bentuk kompleks (fungsi μ-regular) dijembatani oleh perluasan persamaan Cauchy-Riemann.

Hasil Duffin (1971) dalam "Teori Potensial Yukawa" :

Misal $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ fungsi bernilai kompleks dengan u,v di C^2, dan misalkan *u* dan *v* memenuhi persamaan

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \mu u \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial v}{\partial x} - \mu v \end{aligned} \qquad (5)$$

Persamaan ini merupakan perluasan persamaan Cauchy Riemann untuk persamaan (3), dan fungsi *f* yang memenuhi syarat di atas disebut fungsi μ-regular. Jika *f(z)=u(x,y)+iv(x,y)* fungsi μ-regular maka *u* dan *v* keduanya panharmonik. Schiff dan Walker menguji ke μ-regularan suatu fungsi *f* di C^2, dengan menggunakan syarat $Lf = \mu \bar{f}$ dimana $L = \frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}$. Demikian pula jika kita punya fungsi *u* panharmonik, maka dapat ditunjukkan bahwa fungsi $f = \mu u + \overline{Lu}$ adalah fungsi μ-regular.

F. Tujuan Penelitian

Tujuan utama dari pengajuan permasalahan yang telah dikemukakan di atas adalah menjajagi lebih jauh sifat-sifat fungsi panharmonik atau fungsi μ-regular dan keterkaitannya dengan fungsi harmonik, dengan harapan dapat memberikan sumbang pikiran terhadap perkembangan teori fungsi panharmonik atau fungsi μ-regular sehingga dapat melengkapi teori yang telah ada. Permasalahan yang akan dikaji tidak terbatas hanya pada masalah yang telah dikemukakan di atas, tetapi tidak menutup kemungkinan mencakup masalah yang lebih luas.

G. Kontribusi Penelitian

Hasil penelitian ini dapat memberikan informasi yang lebih luas mengenai sifat-sifat fungsi panharmonik sebagai solusi persamaan yukawa. Informasi ini akan bermanfaat bagi mereka yang berkecimpung dalam terapan, terutama bagi mereka yang bergelut dengan teori petensial, khususnya potensial yukawa, dalam pengembangan Ipteks.

H. Metoda Penelitian

Pengkajian mengenai sifat-sifat apa saja yang berlaku pada fungsi panharmonik/ fungsi μ-regular, akan dicoba melalui proses generalisasi dari sifat fungsi harmonik ke fungsi panharmonik. Selanjutnya, akan dikaji perubahan apa yang terjadi dari bentuk fungsi harmonik ke bentuk fungsi panharmonik. Dengan demikian, metoda penelitian yang dipakai adalah studi literatur.

I. Jadwal Penelitian

Jenis Kegiatan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a. Persiapan												
b. Studi Pustaka												
c. Pembahasan Masalah												
d. Diskusi dengan pakar												
e. Pembuatan Laporan												
f. Seminar												

J. Personalia Penelitian

1. Ketua Penelitian
   - a. N a m a : Drs. Endang Cahya MA, M.Si.
   - b. Golongan/Pangkat/ NIP : 3c/Penata Tk I/131 873 716
   - c. Jabatan Fungsional : Lektor Muda
   - d. Fakultas/Program Studi : PMIPA/Matematika
   - e. Perguruan Tinggi : UPI
   - f. Bidang Keahlian : Matematika (Analisis)
   - g. Waktu untuk penelitian : 10 jam/minggu

2. Anggota Penelitian
   - a. N a m a : Drs. Rizky Rosjanuardi, M.Si.

b. Golongan Pangkat dan NIP : 3a / Penata Muda / 132 052 373
c. Jabatan Fungsional : Asisten Ahli Madya
d. Fakultas/Program Studi : PMIPA/Matematika
e. Perguruan Tinggi : UPI
f. Bidang Keahlian : Matematika (Analisis)
g. Waktu untuk penelitian : 10 jam/minggu

K. Perkiraan Biaya Penelitian

1. Honorarium		
Ketua 12xRp. 150.000,00	Rp.	1.800.000,00
Anggota 12xRp. 100.000,00	Rp.	1.200.000,00
2. Bahan dan Peralatan		
Stop Map merk Cibobo	Rp.	6.000,00
Kertas stensil 6xRp. 12.500,00	Rp.	75.000,00
Kertas HVS folio 80 gram 5xRp. 26.000,00	Rp.	130.000,00
Kertas HVS kuarto 80 gram 5xRp. 25.000,00	Rp.	125.000,00
Plastik OHP 100 lb	Rp.	55.000,00
Pena OHP non permanen	Rp.	20.000,00
Tinta HP Deskjet 2xRp. 600.000,00	Rp.	1.200.000,00
Biaya potokopi	Rp.	200.000,00
3. Perjalanan		
Transport lokal	Rp.	500.000,00
4. Laporan Penelitian		
Pembuatan Laporan	Rp.	400.000,00
Publikasi	Rp.	250.000,00
5. Seminar	Rp.	200.000,00
6. Biaya tak terduga (10% dari total)	Rp.	708.450,00

Jumlah Total 1+2+3+4+5+6 Rp. 7.792.950,00

(Tujuh juta tujuh ratus sembilan puluh dua ribu sembilan ratus lima puluh rupiah)

Lampiran-Lampiran

A. Daftar Pustaka

[1] L.Bers, *An outline of the theory of pseudoanalytic functions,* Bull.Amer. Math.Soc. 62 (1956), 291-331.

[2] J.L. Schiff & W.J.Walker,"*A Bieberbach Condition for a class of Pseudo-Analytic Functions*", J.Math.Anal.Appl.146(1990), 570-579.

[3] L.De Branges,"*A proof of the Bieberbach Conjecture",* Acta.Math. 154 (1985), 137-152.

[4] P.J.Olver,"*Applications of Lie Groups to Differential",* Springer-Verlag, 1986, New York.

[5] R.J.Duffin,"*Yukawan Potential Theory*", J.Math.Anal.Appl.35(1971), 104-130.

B. Curriculum Vitae

1. N a m a : Drs. Endang Cahya M.A.,M.Si.

Alamat : Bukit Cipageran Indah B-7 Cimahi Bdg.

Pendidikan Profesional : -S1 Mat. IKIP Bandung tahun 1989.
-S2 Mat ITB Bandung tahun 1995.

Riwayat Pekerjaan

1. Pengajar Matematika SMA tahun 1987 s/d 1992.
2. Tenaga Pengajar Matematika IKIP Bandung /UPI tahun 1990 sampai sekarang.
3. Dosen matematika luar biasa di ITB tahun 1994 sampai sekarang.

Pengalaman Penelitian

1. Grup simetri persamaan diferensial, 1995, Tesis, ITB.

2. Grup simetri persamaan KdV dengan koefisien sembarang,1996, IKIP (sendiri).
3. Grup simetri persamaan KdV yang diperumum, 1997, BBI, Dikti. (sendiri).
4. Analisis terhadap kemampuan guru-guru matematika SMP dalam menguasai konsep-konsep dasar matematika sekolah, 1998, BBI, Dikti, (Ketua).

2. N a m a : Drs. Rizky Rosjanuardi,M.Si.

Alamat : Jl. Saturnus Barat I no 8 Bandung.

Pendidikan Profesional : -S1 Mat. IKIP Bandung tahun 1992.
-S2 Mat ITB Bandung tahun 1998.

Riwayat Pekerjaan

1. Pengajar Matematika ITENAS 1997
2. Tenaga Pengajar Matematika IKIP Bandung/UPI tahun 1992 sampai sekarang.
3. Dosen matematika luar biasa di ITB tahun 1998 sampai sekarang.

Pengalaman Penelitian

1. Kriteria Osilasi PD Tak Linier Orde Dua, 1998, Tesis, ITB.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN

DIREKTORAT JENDRAL PENDIDIKAN TINGGI

USULAN PENELITIAN

ANALISIS TERHADAP FUNGSI PANHARMONIK

DALAM TEORI POTENSIAL YUKAWA

BIDANG : MIPA

OLEH

DRS. ENDANG CAHYA M.A,M.Si.

FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

BANDUNG

2001

Halaman Pengesahan

Usul Penelitian BBI

1.	a. Judul Penelitian	: Analisis Terhadap Fungsi Panharmonik dalam Teori Potensial Yukawa
	b. Bidang Ilmu	: MIPA
	c. Kategori Penelitian	: Pengembangan Ipteks
2.	Ketua Peneliti	
	a. Nama Lengkap dan gelar	: Drs. Endang Cahya M.A.,M.Si.
	b. Jenis Kelamin	: Laki-laki
	c. Golongan Pangkat dan NIP	: 3c/Penata Tk.I/131 873 716
	d. Jabatan Fungsional	: Lektor Muda
	e. Jabatan Struktural	: -
	f. Fakultas/Jurusan	: PMIPA/Matematika
	g. Pusat Penelitian	: IKIP Bandung
3.	Susunan Tim Peneliti	
	Anggota	: 1 0rang
4.	Lama Penelitian	: 1 tahun
5.	Biaya Penelitian	: Rp. 7.792.950,00 (Tujuh juta tujuh ratus sembilan puluh dua ribu sembilan ratus lima puluh rupiah)

Bandung, Maret 2001

Menyetujui	Mengetahui	Ketua Penelitian
Dekan FPMIPA	Ketua Lembaga Penelitian	
Drs. Harry Firman, M.Pd.	Dr.H.Mohammad Ali, M.Pd,M.A.	Drs.Endang Cahya MA,M.Si
NIP. 130 514 761	NIP. 130 809 424	NIP. 131 873 716