FUNGSI PANHARMONIK

Oleh

Endang Cahya M.A.

PERSAMAAN YUKAWA

$\Delta u = \mu^2 u$, dimana μ konstanta real

Penyelesaian pers. Yukawa disebut fungsi Panharmonik

LATAR BELAKANG MASALAH

Persamaan Yukawa

$$\Delta u = \mu^2 u$$

dipandang sebagai Masalah Fungsi Eigen

PERSAMAAN GELOMBANG

$k^2 \Delta u = u_{tt}$, k suatu konstanta

Salah satu bentuk peny. Persamaan Gelombang

$$u(x,y,t) = v(x,y)e^{\mu k i t}$$

Bentuk peny. Pers. Gelombang ini mensyaratkan v harus memenuhi $\Delta v = -\mu^2 v$. Dengan mengganti $-\mu^2$ oleh $+\mu^2$ maka akan muncul bentuk pers. Yukawa.

MODIFIKASI PERSAMAAN HELMHOLTZ

$$\Delta u - k^2 u = f(x, y)$$

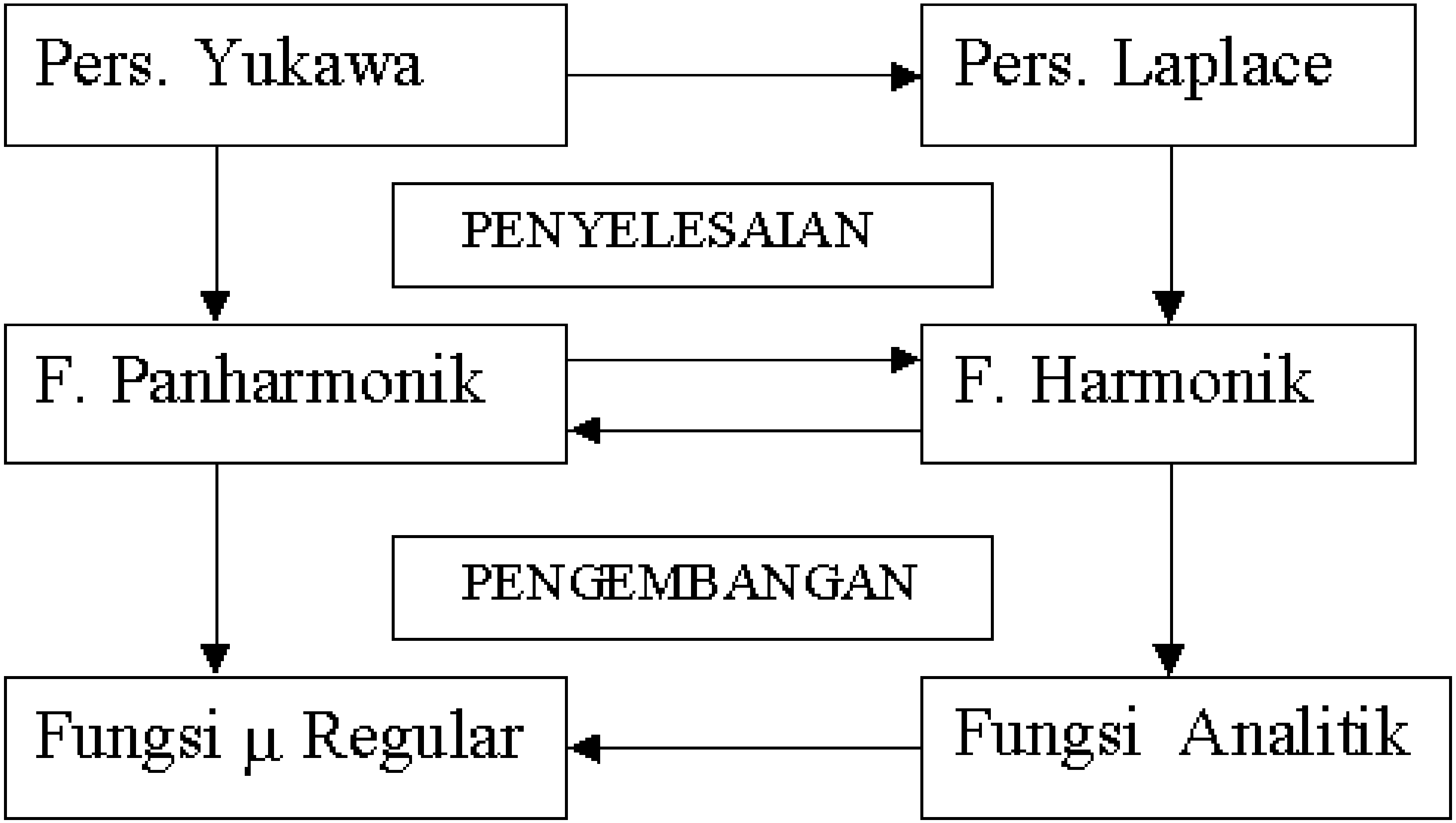
TEORI POTENSIAL YUKAWA

- Gaya Potensial Nuklir yang meluruh dengan cepat di tempat jauh tak berhingga dari titik sumber
- Potensial u dari sebuah titik sumber itu adalah $\frac{e^{-\mu r}}{r}$, μ konstanta positif, yang memenuhi persamaan Yukawa $\Delta u = \mu^2 u$

TEORI POTENSIAL NEWTON

Potensial dari sebuah titik sumber satuan adalah *1/r* dimana *r* jarak dari titik sumber. Potensial *u* dari sembarang distribusi dari sumber memenuhi persamaan Laplace $\Delta u = 0$

HUBUNGANFUNGSI PANHARMONIK DAN FUNGSI HARMONIK



KETERKAITAN FUNGSI PANHARMONIK DAN FUNGSI HARMONIK

u panharmonik di $\Re^2 \Rightarrow v(x,y,z) = u(x,y)\cos\mu z$ harmonik di $\Re^3$

Atau

u panharmonik di $\Re^2 \Rightarrow v(x,y,z) = u(x,y)\sin\mu z$ harmonik di $\Re^3$

Sebaliknya

u harmonik di $\Re^2 \Rightarrow v(x,y,z) = u(x,y)\cosh\mu z$ panharmonik di $\Re^3$

Atau

u panharmonik di $\Re^2 \Rightarrow v(x,y,z) = u(x,y)\cos\mu z$ harmonik di $\Re^3$

FUNGSI PANHARMONIK BERNILAI KOMPLEKS

Fungsi bernilai kompleks $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ dimana u , v memenuhi persamaan Cauchy Riemann yang diperluas maka f disebut **fungsi** μ **Regular**.

HASIL PUBLIKASI ORANG LAIN

- R.J. Duffin “Ukawan Potential Theory”. Journal Math. Anal. Appl. 35 (1971), 104-130.
- J.L. Schiff & W.J. Walker”A Bieberbach Condition for A Class of Pseudo-Analytic Functions”. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 146 (1990)
- Wono Setyabudhi”Fungsi Panharmonik di Cakram”.MIHMI. Vol. 6 (2000)

HASIL KAJIAN TERHADAP FUNGSI PANHARMONIK

- Ketunggalan penyelesaian pers. Yukawa
- Penyajian integral fungsi panharmonik
- Prinsip Maksimum dan Minimum fungsi panharmonik, maksimum mutlak, dan maksimum modulus fungsi panharmonik bernilai kompleks
- Taksiran nilai fungsi panharmonik di cakram
- Pemanfaatan prinsip korespondensi
- Penyajian integral pada setengah ruang
- Grup simetri persamaan Yukawa

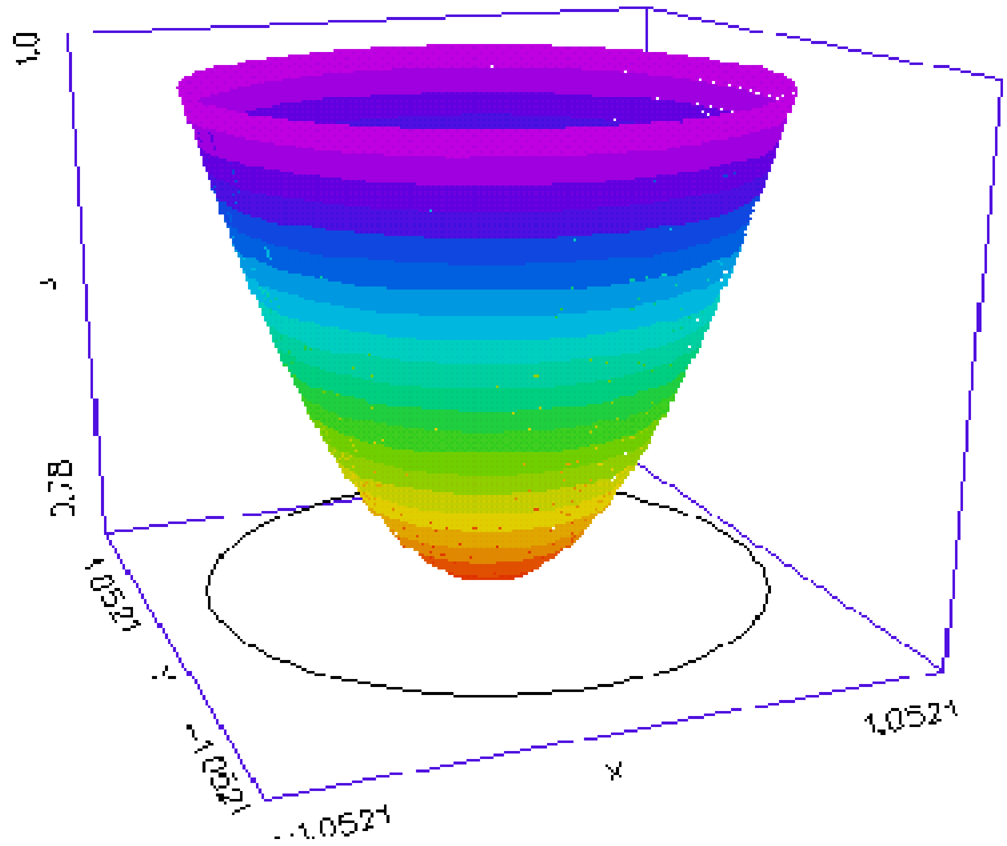
FUNGSI mu-REGULAR

- Konstruksi Fungsi mu-Regular
- Sekawan Fungsi Panharmonik
- Penyajian Integral Fungsi mu-Regular
- Prinsip Refleksi Fungsi mu-Regular
- Prinsip Maksimum Modulus Fungsi mu-Regular
- Estimasi Koefisien Fungsi mu-Regular melalui Fungsi Univalen
- Kenolan Fungsi mu-Regular

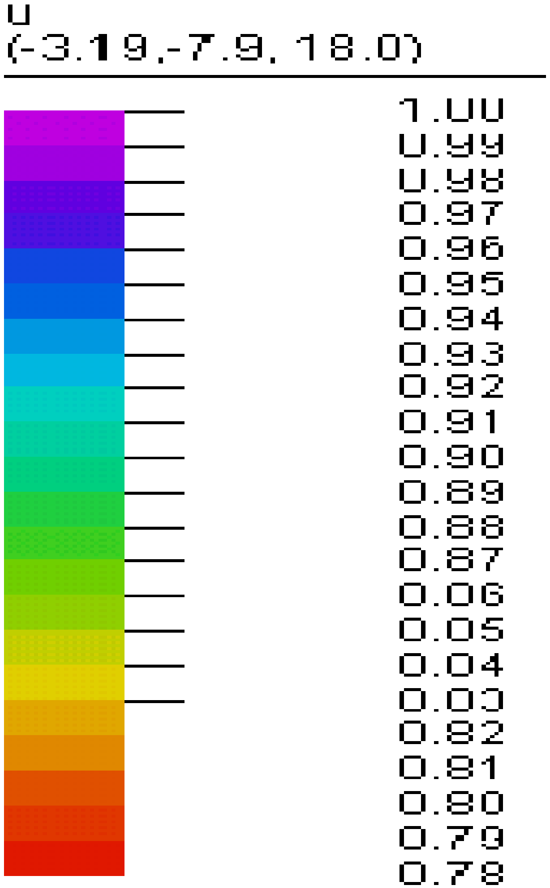
HASIL PUBLIKASI

- Panharmonics Function, dalam Jurnal Matematika dan Sains Vol. 4 Edisi Khusus No. 2, 1999.
- Fungsi mu Regular, dalam MIHMI Vol. 6 No.5, 2000.
- Prinsip Maksimum dan Minimum Fungsi Panharmonik (Dalam Pengajuan)
- Kenolan Fungsi mu Regular, dalam Jurnal Matematika Atau Pembelajarannya, Tahun VIII, Edisi Khusus, Juli 2002

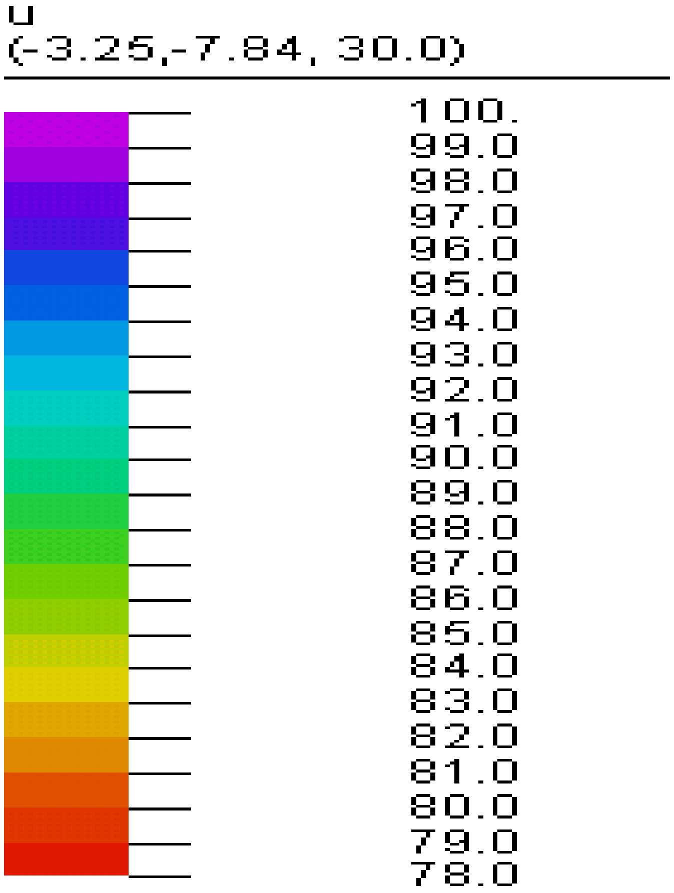
Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan mu=1, u=1 di batas



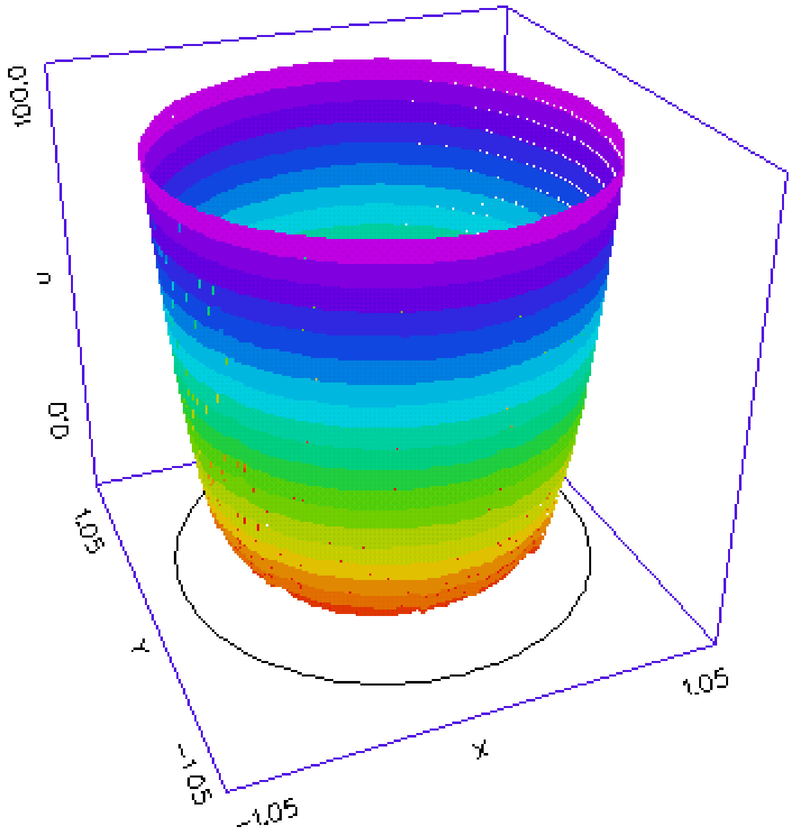
Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan mu=1, u=1 di batas



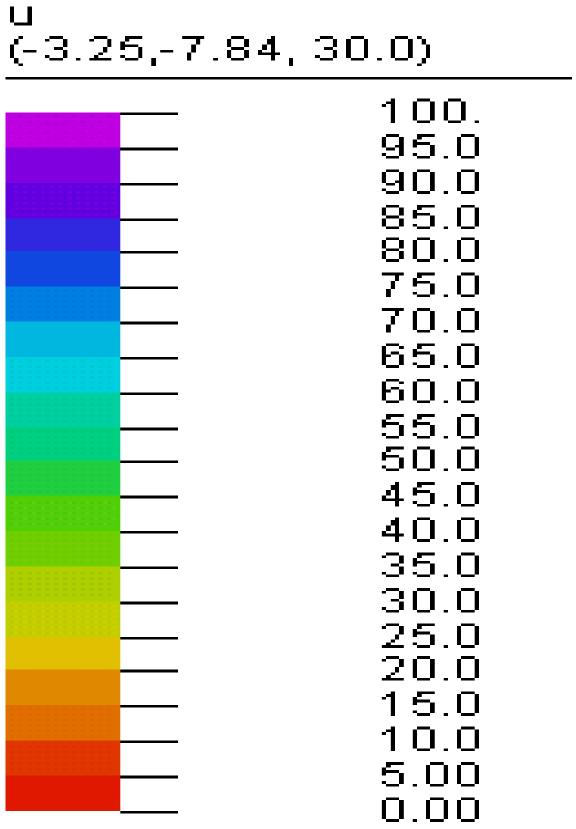
Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan mu=1, u=100 di batas



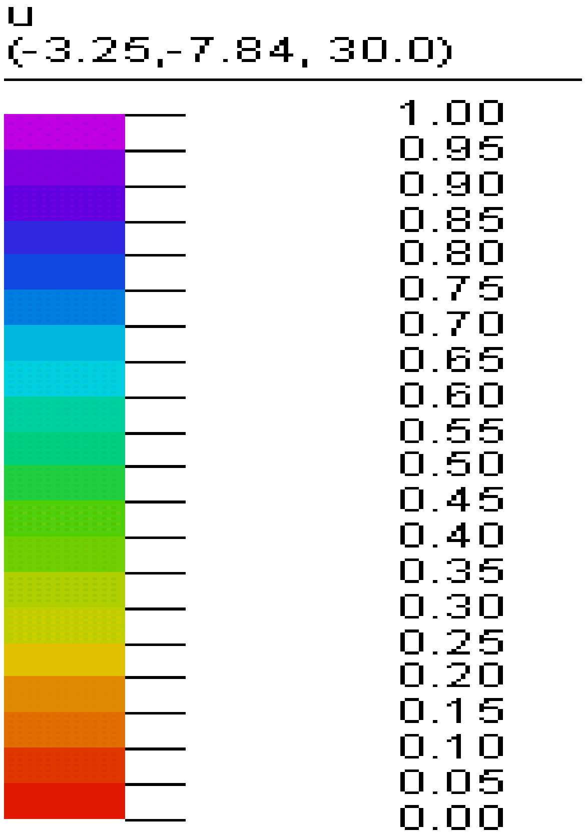
Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan
mu=100, u=100 di batas



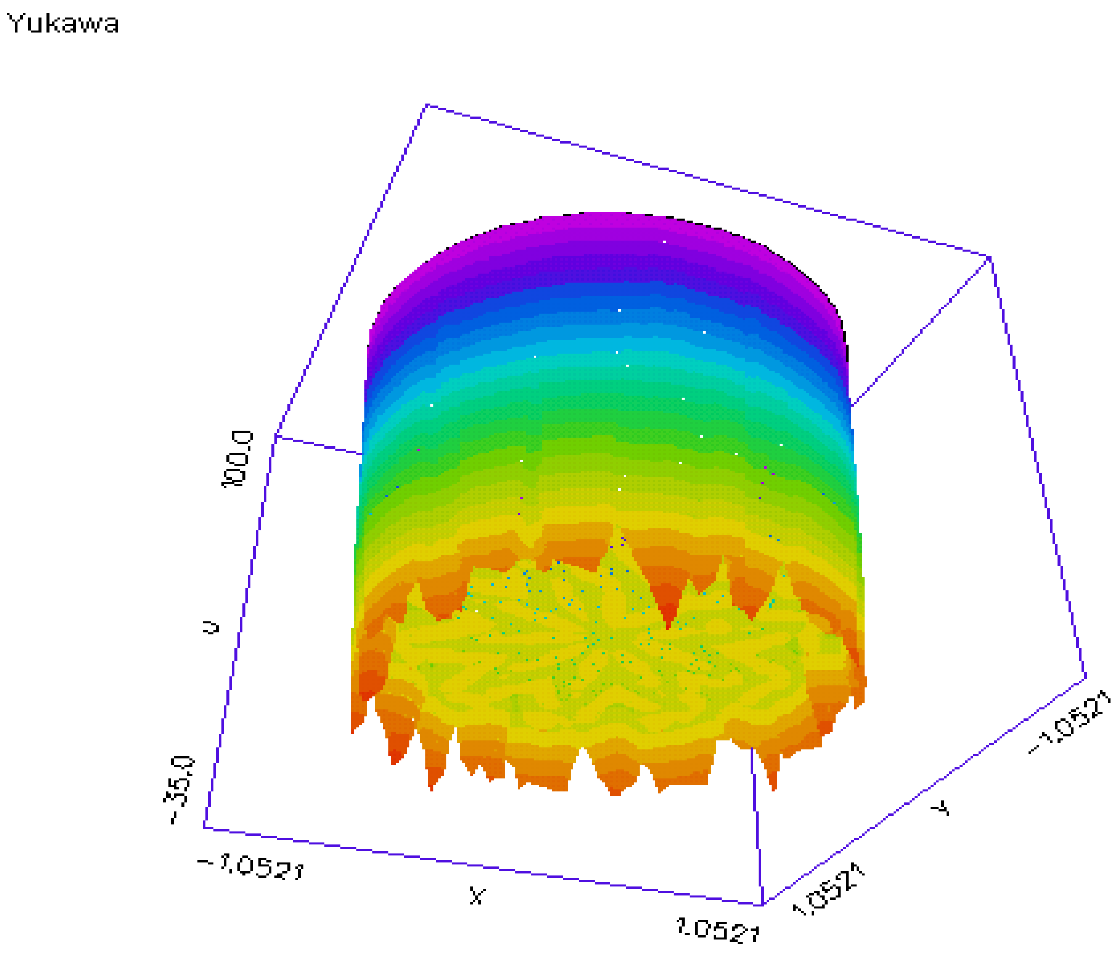
Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan mu=100, u=100 di batas



Fungsi Panharmonik pada Cakram Satuan mu=100, u=1 di batas



FUNGSI PANHARMONIK MU=10000, U=100 DI BATAS



FUNGSI PANHARMONIK
MU=10000, U=100 DI BATAS