LOGIKA MATEMATIKA

OLEH:
BAMBANG AVIP PRIATNA MARTADIPUTRA

Materi apa yang harus Bapak/Ibu persiapkan dalam mengajarkan Logika Matematika kepada siswa ?

- Kalimat terbuka dan kalimat tertutup
- Pernyataan
- Nilai kebenaran pernyataan
- Operasi-operasi pada logika
- 1) Negasi
- 2) Konjungsi
- 3) Disjungsi
- 4) Implikasi
- 5) Biimplikasi/ekivalensi
- Konvers, invers, dan kontraposisi
- Pernyataan berkuantor
- Cara penarikan kesimpulan: 1) Modus Ponnens; 2) Modus Tollens; dan 3) Silogisme

Kalimat Terbuka dan Tertutup

- Kalimat terbuka adalah kalimat yang tidak mengandung nilai kebenaran
- Kalimat tertutup adalah kalimat yang mengandung nilai kebenaran, yaitu bisa benar (B) atau salah (S) dan tidak bisa kedua-duanya. Kalimat tertutup disebut **pernyataan / statement**, dan dilambangkan dengan p.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN

- $\tau(p) = B$
- artinya nilai kebenaran pernyataan p adalah benar
- $\tau(p) = S$
- artinya nilai kebenaran pernyataan p adalah salah

OPERASI-OPERASI
PADA LOGIKA MATEMATIKA

1) Negasi (Ingkaran)

   Notasi : ˜p

   Dibaca: tidak benar bahwa p

τ(p)	τ(~p)
Benar	Salah
Salah	Benar

Dalam logika matematika, Negasi termasuk operasi uner, sama halnya dengan operasi komplemen pada himpunan

KONJUNGSI (DAN)

- Notasi :
- Dibaca : p dan q
- Tabel kebenaran

τ(p)	τ(p)	τ(p ∧ q)
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

- Konjungsi termasuk operasi biner, sama halnya dengan $P \cap Q$ pada himpunan

DISJUNGSI INKLUSIF ($\vee$)

- Notasi : $p \vee q$
- Dibaca : p atau q atau kedua-duanya
- Tabel kebenaran

$\tau(p)$	$\tau(q)$	$\tau(p \vee q)$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

- Disjungsi dalam logika, sama halnya dengan ($P \cup Q$) pada himpunan

DISJUNGSI EKSKLUSIF ($\underline{\vee}$)

- Notasi : $p \underline{\vee} q$
- Dibaca : p atau q atau tidak kedua-duanya
- Tabel kebenaran

τ(p)	τ(q)	$\tau(p \underline{\vee} q)$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

- Disjungsi termasuk operasi biner, sama halnya dengan operasi (P + Q) pada himpunan

IMPLIKASI (... ⇒ ...)

- Notasi : $p \Rightarrow q$
- Dibaca : jika p maka q
- Tabel kebenaran

τ(p)	τ(q)	τ(p ⇒ q)
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

- Implikasi dalam logika sama halnya dengan $(P \subseteq Q)$ pada himpunan

EKIVALENSI/BIIMPLIKASI($\Leftrightarrow$)

- Notasi : $p \Leftrightarrow q$
- Dibaca : p jika dan hanya jika q
- Tabel kebenaran

$\tau(p)$	$\tau(q)$	$\tau(p \Leftrightarrow q)$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

- Ekivalensi/biimplikasi dalam logika, sama halnya dua himpunan yang sama ($P = Q$, artinya $P \subseteq Q$ dan $P \supseteq Q$)

KONVERS, INVERS, DAN KONTRAPOSISI

Dari implikasi $p \Rightarrow q$ dapat disusun:

1) Konvers: $q \Rightarrow p$
2) Invers : $\sim p \Rightarrow \sim q$
3) Kontraposisi : $\sim q \Rightarrow \sim p$

Catatan:

Implikasi $\equiv$ Kontraposisi

Konvers $\equiv$ Invers

SIFAT-SIFAT OPERASI LOGIKA

- Komutatif : 1) $p \wedge q = q \wedge p$; 2) $p \vee q = q \vee p$
- Asosiatif : 1) $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$

  2) $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$
- Distributif : 1) $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

  2) $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- De Morgan: 1) $\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$

  2) $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$
- Negasi : 1) $\sim(p \Rightarrow q) = p \wedge \sim q$

  2) $\sim(p \Leftrightarrow q) = p \Leftrightarrow \sim q = \sim p \Leftrightarrow q$

PERNYATAAN BERKUANTOR

1) Kuantor Universal

- Simbol : ∀
- Dibaca : Untuk setiap / semua

2) Kuantor Eksistensial

- Simbol : ∃
- Dibaca : Ada / beberapa

3) Negasi pernyataan berkuantor

- 1) $\sim[\forall(x)P(x)] = \exists(x)[\sim P(x)]$
- 2) $\sim[\exists(x)P(x)] = \forall(x)[\sim P(x)]$

CARA PENARIKAN KESIMPULAN

1) Modus Ponens: $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$

premis (1)	: $p \Rightarrow q$
premis (2)	: p
konklusi	: q

2) Modus Tollens: $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$

premis (1)	: $p \Rightarrow q$
premis (2)	: $\sim q$
konklusi	: $\sim p$

3) Silogisma$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow q] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

premis (1)	: $p \Rightarrow q$
premis (2)	: $q \Rightarrow r$
konklusi	: $p \Rightarrow r$