

Prof. Dr. H. NANANG PRIATNA, M.Pd.
RICKI YULIARDI, M.Pd.

Pembelajaran Matematika

UNTUK
GURU SD
DAN CALON
GURU SD

READING COPY



Penerbit **PT REMAJA ROSDAKARYA** Bandung

Pembelajaran Matematikan

Untuk Guru SD dan Calon Guru SD

Penulis: Prof. Dr. H. Nanang Priatna, M.Pd.
Ricki Yuliardi, M.Pd.

Editor: Nita Nur Muliawati
Pipih Latifah

Proofreader: Nur Asri

Desainer sampul: Guyun

Layout: Beny S & Deni As

RR.PK.0393-01-2019

ISBN 978-602-446-304-5

Cetakan pertama, Januari 2019

Diterbitkan oleh:

PT REMAJA ROSDAKARYA

Jln. Ibu Inggit Garnasih No. 40

Bandung 40252

Tlp. (022) 5200287

Fax. (022) 5202529

e-mail: rosdakarya@rosda.co.id

www.rosda.co.id

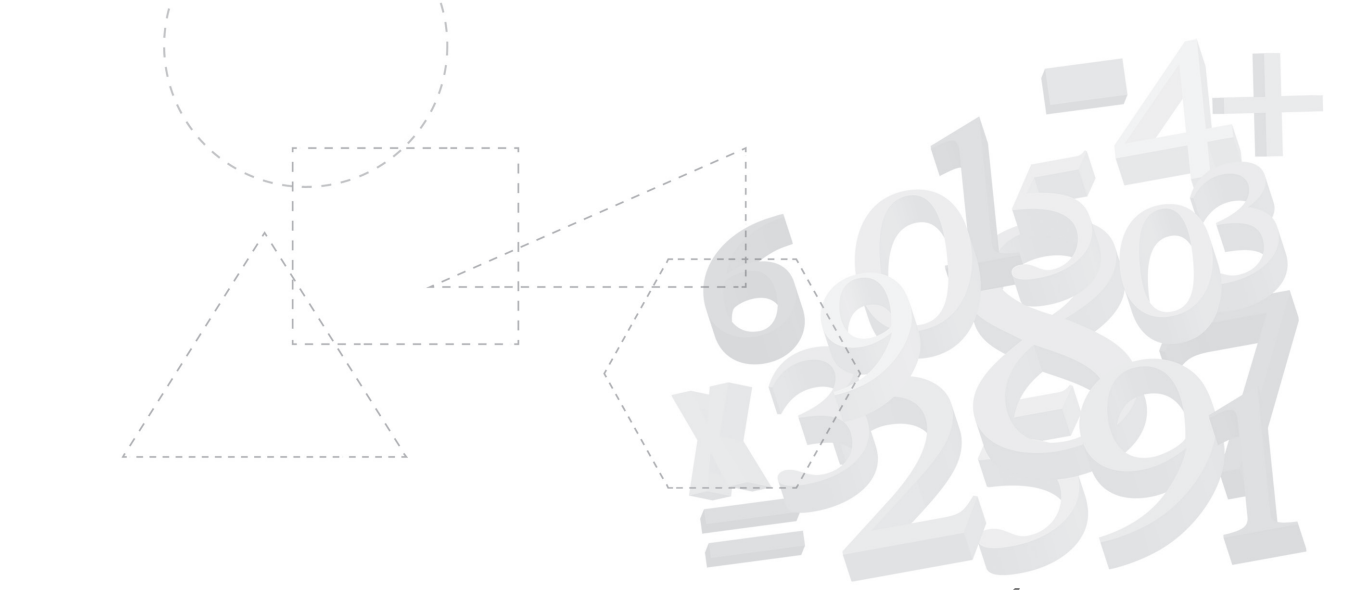
Anggota IKAPI

Hak Cipta yang dilindungi undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak
sebagian atau seluruh isi buku tanpa izin
tertulis dari Penerbit.

Copyright ©Nanang Priatna &
Ricki Yuliardi, 2018

Dicetak oleh:

PT Remaja Rosdakarya Offset -
Bandung



Pengantar

Puji dan syukur kami panjatkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabiullah Muhammad Saw. beserta keluarga dan para sahabatnya serta seluruh pengikutnya. *Alhamdulillah* atas izin dan pertolongan-Nya, buku yang berjudul *Pembelajaran Matematika untuk Mahasiswa PGSD* telah dapat dihadirkan kepada para guru matematika SD dan mahasiswa pendidikan guru sekolah dasar (PGSD).

Setiap Bab dalam buku ini mencoba menyajikan uraian tentang pembelajaran matematika untuk Guru SD dan mahasiswa PGSD, yaitu Teori Pembelajaran, Sistem Bilangan dan Operasi Bilangan, Pecahan, Bilangan Akar dan Pangkat, Bilangan Romawi, KPK dan FPB, Pengukuran, Perbandingan dan Skala, Luas dan Keliling Bangun Datar, Simetri Lipat dan Simetri Putar, Volume Bangun Ruang Sisi datar dan Sisi Lengkung, Sistem Koordinat, Statistika, Pengelolaan Pembelajaran, dan Sumber Belajar.

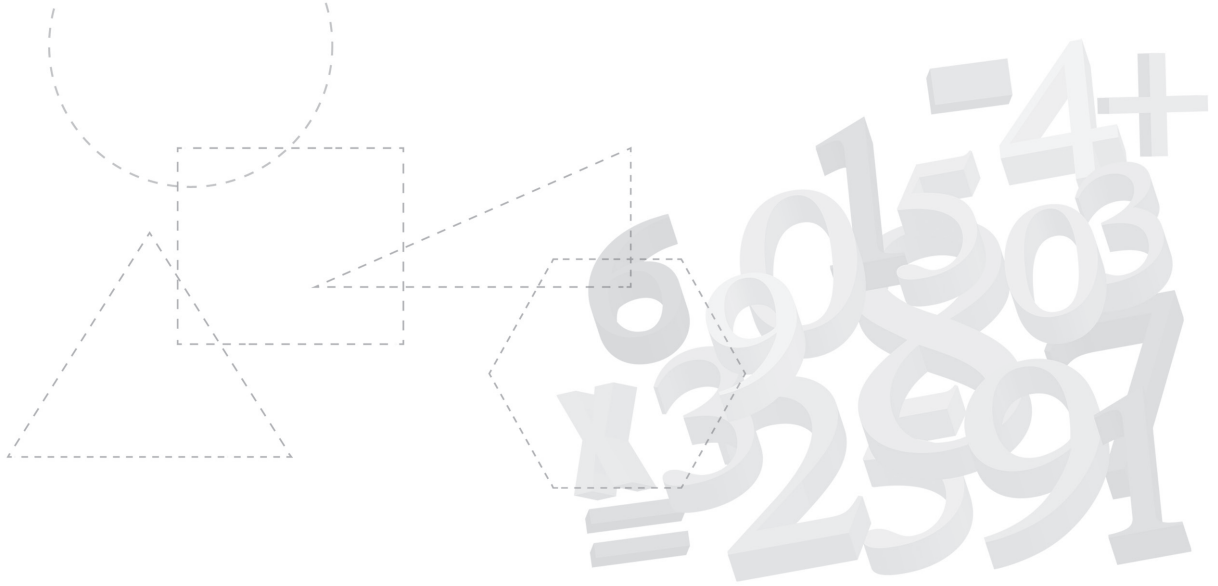
Ucapan terima kasih penulis sampaikan atas dukungan berbagai pihak, terutama media cetak dan media elektronik yang sangat membantu proses pengerjaan buku ini. Pengutipan data, gambar, foto, dan sumber pengetahuan dari media tersebut membuat buku ini menjadi lebih menarik. Terima kasih pula kami sampaikan kepada penerbit yang telah memberikan kesempatan kepada kami untuk bekerja sama dalam menerbitkan buku ini.

Kami menyadari masih terdapat kekurangan dalam buku ini. Untuk itu, kritik dan saran sangat diharapkan terutama untuk lebih memperkuat dan meluaskan lagi pemikiran yang dapat memberi kontribusi pada perbaikan pembelajaran matematika di masa yang akan datang. Semoga buku ini dapat memberi manfaat serta mampu menambah wawasan untuk masyarakat secara umum dan untuk guru SD dan mahasiswa PGSD secara khusus.

Bandung, Desember 2018

Penulis

READING COPY



Daftar Isi

Pengantar — iii

Daftar Isi — v

Bab I **Pendahuluan** — 1

- A. Hakikat Anak dalam Pembelajaran Matematika — 2
- B. Mempersiapkan Anak untuk Belajar Matematika — 5
- C. Teori-Teori Belajar Matematika di Sekolah Dasar — 10

Bab II **Sistem Bilangan** — 19

- A. Lambang Bilangan — 20
- B. Nilai Tempat Suatu Bilangan — 21
- C. Garis Bilangan — 24
- D. Macam-Macam Bilangan — 25

Bab III Operasi pada Bilangan — 31

- A. Operasi pada Bilangan Cacah — 32
- B. Penjumlahan Bilangan Cacah — 32
- C. Pengurangan Bilangan Cacah — 38
- D. Perkalian Bilangan Cacah — 43
- E. Pembagian Bilangan Cacah — 52
- F. Sifat-sifat Operasi pada Bilangan Cacah — 59
- G. Aturan Pembulatan — 63

Bab IV Pecahan — 65

- A. Pengertian Bilangan Pecahan — 66
- B. Konsep Pecahan Desimal dan Persen — 67
- C. Pecahan Senilai — 70
- D. Operasi Pecahan — 72

Bab V Bilangan Akar dan Pangkat — 85

- A. Bilangan Berpangkat Bulat Positif — 86
- B. Bilangan Berpangkat Bulat Negatif — 87
- C. Bilangan Berpangkat Nol — 87
- D. Bilangan Berpangkat Pecahan dan Bentuk Akar — 88
- E. Akar Pangkat Dua — 93
- F. Akar Pangkat Tiga — 95

Bab VI Bilangan Romawi — 101

- A. Penggunaan Bilangan Romawi — 102
- B. Lambang Pokok Bilangan Romawi — 102
- C. Cara Penulisan Bilangan Romawi — 102
- D. Aturan Penjumlahan Bilangan Romawi — 103
- E. Aturan Pengurangan Bilangan Romawi — 103
- F. Aturan Gabungan Bilangan Romawi — 104

Bab VII KPK dan FPB — 107

- A. Konsep Kelipatan — 108
- B. Kelipatan Persekutuan dan Faktor Persekutuan — 109
- C. Faktorisasi Prima — 111

Bab VIII Pengukuran — 113

- A. Pengukuran Sudut — 114
- B. Pengukuran Panjang — 117
- C. Pengukuran Berat — 119
- D. Pengukuran Satuan Waktu — 120
- E. Pengukuran Kecepatan — 122
- F. Pengukuran Kecepatan Air (Debit Air) — 123

Bab IX Perbandingan dan Skala — 127

- A. Konsep Perbandingan — 128
- B. Perbandingan Senilai — 128
- C. Perbandingan Berbalik Nilai — 129
- D. Perbandingan Skala — 130

Bab X Pengenalan Geometri — 133

- A. Istilah dalam Geometri — 134
- B. Pembuktian Teorema Pythagoras — 135
- C. Titik, Garis, dan Bidang — 136
- D. Kedudukan Titik pada Garis — 137
- E. Kedudukan Garis dengan Garis — 138
- F. Sudut — 139
- G. Bidang Segi Banyak (Segi-n) — 140
- H. Melukis Segitiga — 141
- I. Melukis Garis Istimewa pada Segitiga — 145

Bab XI Geometri Bangun Datar — 149

- A. Pengertian Bangun Datar — 150
- B. Persegi (Bujur Sangkar) — 151
- C. Persegi Panjang — 153
- D. Segitiga — 154
- E. Jajaran Genjang — 156
- F. Belah Ketupat — 157
- G. Layang-layang — 157
- H. Trapesium — 158
- I. Lingkaran — 159

Bab XII	Luas dan Keliling Bangun Datar — 165
A.	Luas dan Keliling Persegi Panjang — 166
B.	Luas dan Keliling Persegi — 168
C.	Luas dan Keliling Jajar Genjang — 169
D.	Luas Segitiga — 173
E.	Luas dan Keliling Trapesium — 175
F.	Luas dan Keliling Layang-layang — 178
G.	Luas dan Keliling Lingkaran — 180
Bab XIII	Simetri Lipat dan Simetri Putar — 183
A.	Konsep Simetri — 184
B.	Simetri Lipat — 184
C.	Simetri Putar — 190
Bab XIV	Pengenalan Bangun Ruang — 197
A.	Sifat-Sifat Kubus — 198
B.	Sifat-Sifat Balok — 200
C.	Sifat-Sifat Prisma — 202
D.	Sifat-Sifat Limas — 208
Bab XV	Volume Bangun Ruang Sisi Datar — 215
A.	Volume Balok — 216
B.	Volume Kubus — 219
C.	Volume Prisma — 220
D.	Volume Limas — 223
Bab XVI	Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung — 229
A.	Volume Tabung — 230
B.	Kerucut — 233
C.	Volume Bola — 238

Bab XVII **Sistem Koordinat** — 241

- A. Pengertian Sistem Koordinat Kartesius — 242
- B. Menentukan Koordinat suatu Titik — 243
- C. Jarak Antara 2 titik — 245
- D. Gradien/Kemiringan Garis — 246

Bab XVIII **Statistika** — 249

- A. Pengertian Statistik Dan Statistika — 250
- B. Macam-Macam Data — 250
- C. Penyajian Data — 252
- E. Ukuran Pemusatan Data — 258
- E. Ukuran Penyimpangan Data — 267

Daftar Pustaka — 271

Glosarium — 275

Indeks — 281

Lampiran 1

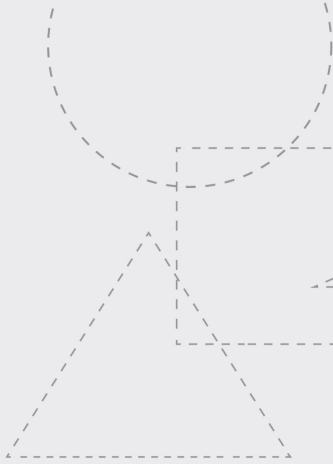
Perencanaan Pembelajaran Matematika — 283

Lampiran 2

Suplemen Soal-Soal High Order Thinking Skills (Hots) — 321

Tentang Penulis — 339

READING COPY



Bab I

Pendahuluan

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Hakikat Anak dalam Pembelajaran Matematika
- B. Mempersiapkan Anak untuk Belajar Matematika
- C. Teori-Teori Belajar Matematika di Sekolah Dasar

A. Hakikat Anak dalam Pembelajaran Matematika

1. Pentingnya Anak Belajar Matematika

Dari sejak perkembangannya sampai sekarang, matematika diakui sebagai tolok ukur utama untuk mengukur tingkat kecerdasan seseorang. Hal ini sesuai dengan karakteristik matematika sebagai ilmu yang bersifat deduktif, logis, aksiomatik, simbolik, hierarkis-sistematis, dan abstrak. Masing-masing karakter tersebut dijelaskan secara singkat sebagai berikut.

- Deduktif artinya di dalam matematika, setiap kesimpulan selalu berlaku umum, yaitu pada setiap waktu dan setiap kondisi.
- Logis artinya masuk akal, benar menurut nalar, dan sesuai dengan logika. Logika itu sendiri adalah pengetahuan tentang kaidah-kaidah berpikir, yaitu cara untuk menentukan benar atau salahnya sesuatu berdasarkan akal, nalar, dan fakta umum, bukan berdasarkan perkiraan atau perasaan.
- Formal artinya sesuai dengan aturan. Konsep matematika disusun berdasarkan aturan-aturan kesepakatan secara internasional dan bersifat logis secara nalar. Aturan tersebut dirumuskan lewat definisi, aksioma, teorema, dan sebagainya. Jika aturan-aturan tersebut dijalankan secara benar, maka hasil yang didapat juga pasti benar.
- Aksiomatik artinya matematika dibentuk lewat proses yang bermula dari konsep tak terdefinisi, definisi, dan aksioma yang berlaku lewat kesepakatan secara umum dan dapat dikembangkan menjadi konsep baru yang disebut dalil, teorema, sifat, dan sebagainya.
- Simbolik artinya matematika adalah konsep yang disajikan dengan simbol-simbol atau notasi unik yang padat dengan arti, serta digunakan secara umum di semua negara, sehingga matematika diakui sebagai bahasa tersendiri yang berlaku secara internasional, yaitu sebagai bahasa simbol.
- Hierarkis-sistematis artinya matematika dipelajari lewat konsep yang terstruktur, yaitu dari konsep yang paling sederhana untuk kemudian dikembangkan pada konsep yang lebih kompleks. Selain itu, setiap konsep dalam matematika selalu saling berkaitan dengan konsep yang lain. Misalnya dalam mempelajari geometri, diperlukan konsep operasi

bilangan. Sebaliknya, dalam mempelajari konsep bilangan, konsep geometri juga diperlukan sebagai ilustrasi. Oleh sebab itu, dalam mempelajari matematika, perlu diperhatikan urutan konsep agar pemahaman yang diperoleh bersifat utuh.

- Abstrak artinya pada tingkat yang lebih tinggi, matematika dikembangkan lewat pikiran dan imajinasi. Misalnya anak dapat menentukan luas sebuah bangun segi 20 beraturan tanpa menggambar terlebih dahulu.

Karakter-karakter matematika di atas bersifat khas, yaitu hanya dimiliki oleh matematika saja. Oleh sebab itu, dalam mempelajari matematika, anak juga perlu diperlakukan secara khas, yaitu dengan cara mengasah kemampuan berpikir, bernalar, dan berimajinasi. Dengan kata lain, jika seorang anak sedang mempelajari matematika maka anak tersebut pada hakikatnya sedang mengasah kecerdasannya secara langsung. Hal ini karena tingkat kecerdasan seseorang berkaitan erat dengan kemampuan berpikir, bernalar, dan berimajinasinya.

Menurut Howard Gardner dalam bukunya yang berjudul *Teori Kecerdasan Majemuk (Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligence: 1983)*, kecerdasan seseorang dapat diklasifikasikan ke dalam 9 (sembilan) macam, yaitu kecerdasan berpikir logis (*logic-mathematic*), kecerdasan daya bayang ruang (*spatial*), kecerdasan ritmis (*musical*), kecerdasan bahasa (*linguistic*), kecerdasan intrapersonal, kecerdasan interpersonal, kecerdasan jasmani (*bodily-kinesthetic*), kecerdasan alami (*natural*), dan kecerdasan spiritual (*existential*).

Di antara sembilan kecerdasan tersebut, yang berkaitan dengan matematika ada dua, yaitu kecerdasan berpikir logis dan daya bayang ruang. Selain itu, banyak pakar juga berpendapat bahwa kecerdasan ritmis pun berkaitan erat dengan matematika, terutama dalam kemampuan membaca dan mengatur pola irama. Karena matematika juga merupakan bahasa mandiri yang disebut bahasa simbol maka matematika juga berkaitan erat dengan kecerdasan bahasa.

Dari sembilan kecerdasan, matematika berkaitan erat dengan empat di antaranya. Hal ini juga cukup untuk menunjukkan betapa pentingnya peran matematika dalam membentuk kecerdasan seseorang secara menyeluruh. Oleh sebab itu, dalam setiap proses seleksi (siswa, mahasiswa, karyawan) untuk mendapatkan kualitas terbaik, matematika selalu ada di dalamnya. Begitu pula dalam setiap psikotes untuk mengetahui minat dan bakat seseorang, matematika pun selalu ada di dalamnya.

2. Kondisi Anak di Sekolah Dasar

Pada umumnya, anak usia SD sedang mengalami perkembangan pada tingkat berpikirnya, dari lingkungan sekitar menuju ke lingkungan yang lebih luas sebelum dapat berpikir secara umum. Tahapan berpikir anak usia SD masih belum formal, dan masih bersifat konkret. Artinya, tingkat berpikir mereka sering kali sesuai dengan apa yang sedang mereka lihat atau sedang mereka raba. Mereka masih kesulitan untuk memikirkan sesuatu yang tidak ada di hadapannya, yaitu hanya dengan menggunakan imajinasi mereka.

Di pihak lain, salah satu karakteristik matematika adalah abstrak, yang merupakan lawan dari konkret. Oleh sebab itu, perlu adanya proses yang menjembatani antara pola pikir konkret yang dimiliki siswa dengan pola pikir abstrak yang merupakan ciri khas matematika. Salah satunya adalah dengan memperkenalkan konsep matematika secara konkret, misalnya dengan menggunakan lidi, kelereng, dan sebagainya terlebih dahulu. Setelah siswa benar-benar paham, barulah ditarik kesimpulan secara umum dari beberapa kasus. Setelah ditarik kesimpulan, kemudian kesimpulan tersebut dicoba untuk kasus yang berbeda. Cara berpikir ini disebut dengan cara berpikir induktif, yaitu kebalikan dari cara berpikir deduktif.

Selanjutnya, setelah anak terlatih dalam berpikir secara induktif, barulah diberi pemahaman dan dilatih mengenai cara berpikir deduktif. Misalnya lewat pembuktian sifat yang sederhana, dan seterusnya.

3. Anak sebagai Individu yang Berkembang

Sebagaimana diketahui, perkembangan anak berbeda dengan orang dewasa, baik dari segi fisik maupun cara berpikir dan bertindak. Namun demikian, masih banyak guru, orang tua, atau orang dewasa lainnya yang menganggap bahwa anak dapat berpikir seperti kita sebagai orang dewasa. Misalnya pada saat mengajar, guru merasa kesal karena siswanya susah sekali memahami apa yang ia ajarkan. Ia merasa kesal karena ia anggap bahwa apa yang ia ajarkan itu mudah. Padahal apa yang mudah menurut orang dewasa, belum tentu mudah menurut anak-anak.

Sebagai ilustrasi, orang dewasa menganggap $20 + 30$ adalah mudah, yaitu tinggal menjumlahkan 2 dan 3 dan mengimbuhi kata “puluh”, yaitu $2 + 3 = 5$ sehingga $20 + 30 = 50$. Namun, bagi anak soal ini susah karena jari tangan

anak hanya ada 10 dan jari kakinya ada 10. Jika dijumlahkan, baru ada 20. Lalu dari mana mencari yang 30 lagi? Di pihak lain, mengajarkan anak cara $2 + 3 = 5$ ditambah kata “puluh” juga tidak tepat, sebelum anak benar-benar memahami konsep penjumlahan yang sebenarnya.

Pada kasus lain misalnya orang dewasa merasa mudah menyebutkan hasil dari 7×6 adalah 42 karena ia sudah hafal perkalian 100 di luar kepala. Namun, anak yang baru belajar konsep perkalian belum tentu menganggap soal ini mudah karena ia harus menjumlahkan bilangan 6 sebanyak 7 kali, dan ini tentu memerlukan waktu. Sebagai jembatannya, setelah anak mempelajari cara mengalikan dengan cara menjumlahkan lidi atau kelereng, untuk menghemat waktu barulah anak diberi tabel perkalian 100 untuk dihafal di luar kepala.

Metode untuk mengajarkan konsep penjumlahan dan perkalian dari mulai yang paling sederhana sampai yang paling rumit disajikan secara rinci pada bab-bab selanjutnya. Di samping perbedaan perkembangan antara anak dan orang dewasa perlu dipahami juga bahwa perkembangan setiap anak meskipun pada usia yang sama adalah berbeda. Selain dalam perkembangan fisik, berpikir, dan bertindak, antara seorang anak dengan anak yang lain juga berbeda dalam hal minat, bakat, kemampuan, kepribadian, pengalaman, dan lingkungannya. Hal-hal mendasar ini tentu harus benar-benar menjadi bahan perhatian, khususnya dalam memilih dan metode pembelajaran yang sesuai dengan setiap kondisi anak tersebut. Kesesuaian ini akan membantu anak dalam memahami konsep yang dipelajarinya.

B. Mempersiapkan Anak untuk Belajar Matematika

1. Kesiapan Intelektual Anak

Jika kita akan mengajarkan sesuatu kepada anak maka kita harus memperhatikan tingkat intelektual (kecerdasan berpikir) anak tersebut. Tanpa memperhatikan hal tersebut, pelajaran yang diberikan akan sia-sia belaka. Misalnya jika pelajaran yang diberikan terlalu tinggi kerumitannya dibandingkan dengan tingkat kecerdasan anak, pelajaran itu tidak akan dimengerti anak. Sebaliknya, jika pelajaran yang diberikan kepada anak terlalu rendah, maka pelajaran itu akan diabaikan anak.

Meskipun tidak berlaku mutlak, tetapi pada umumnya tingkat intelektual anak seiring dengan usia anak tersebut. Jean Piaget (1896-1980), seorang filsuf, ilmuwan, dan psikolog dari Swiss melalui hasil penelitiannya tentang tingkat perkembangan berpikir anak, membagi tahapan kemampuan berpikir anak menjadi empat tahapan, yaitu sebagai berikut.

- Tahap sensori motorik, yaitu dari lahir sampai usia 2 tahun.
- Tahap operasional awal (pra-operasi), yaitu dari usia 2 sampai 7 tahun.
- Tahap operasi konkret, yaitu dari usia 7 sampai 11 atau 12 tahun.
- Tahap operasi formal, yaitu usia 11 atau 12 tahun ke atas.

Penelitian Piaget dilakukan dengan sebaran umur setiap tahap secara rata-rata atau di sekitarnya sehingga tidak menutup kemungkinan ada perbedaan antara anak yang satu dengan anak yang lainnya. Hasil yang dikemukakan oleh Piaget hanya sebagai patokan awal. Pada kenyataannya, sesuai dengan perbedaan kondisi anak, kita harus menyesuaikan kembali pelajaran yang diberikan dengan tingkat kecerdasan anak terhadap kondisi yang kita hadapi.

Di sekolah dasar (SD), anak dibagi menjadi dua kelompok besar, yaitu kelas rendah (kelas I, II, dan III) dan kelas tinggi (kelas IV, V, dan VI). Pada umumnya anak usia SD berada pada tahap berpikir operasional konkret. Namun, ada juga kemungkinan beberapa anak SD kelas rendah masih berada pada tahap pra-operasi. Salah satu cirinya adalah jika anak sudah memahami konsep kekekalan maka anak sudah berada pada tahap operasi. Jika belum, artinya anak tersebut masih berada pada tahap pra-operasi. Mengenai pengertian tentang konsep kekekalan, akan dipaparkan pada bagian berikutnya.

Anak yang berada pada tahap operasional konkret belum bisa berpikir secara deduktif (umum-khusus) sehingga pembuktian dalil-dalil matematika tidak akan dapat dimengerti oleh mereka. Hanya anak yang sudah berada pada tahap operasi formal yang sudah dapat berpikir secara deduktif. Oleh karena itu, pembuktian dalil-dalil matematika untuk anak usia SD cukup dengan cara induktif (khusus-umum). Misalnya pada pembelajaran geometri, untuk membuktikan jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° cukup dengan mengukur semua sudut dari beberapa segitiga dengan menggunakan penggaris busur derajat kemudian menjumlahkannya.

Dengan demikian, supaya pelajaran dapat benar-benar dipahami dan dikuasai oleh anak maka pelajaran yang diberikan tersebut harus disesuaikan dengan kesiapan siswa dalam menerimanya. Dengan kata lain, pelajaran yang diberikan harus sesuai dengan tingkat intelektual atau kemampuan berpikir anak.

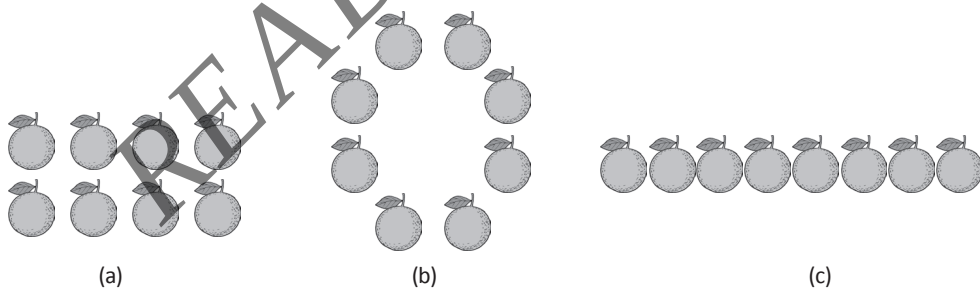
2. Mempersiapkan Anak untuk Belajar Matematika

Sebelum mempelajari matematika, anak perlu memahami beberapa konsep terlebih dahulu sebagai bekal awal untuk memahami konsep-konsep matematika selanjutnya. Konsep *pertama* adalah konsep tentang bilangan, yaitu tentang nama bilangan, lambang bilangan, urutan, dan kuantitas yang diwakilinya, seperti pada tabel 2.1 pada bab Bilangan (Bab 2). Pengenalan bilangan dapat dilakukan secara bertahap sesuai dengan usia anak.

Konsep *kedua* yang perlu dipahami anak adalah konsep tentang kekekalan, yang terdiri dari kekekalan bilangan, kekekalan materi, kekekalan panjang, kekekalan luas, kekekalan berat, dan kekekalan isi. Konsep ini penting untuk dipahami anak sebagai bekal dalam memahami konsep matematika, terutama dalam melakukan manipulasi perhitungan atau pembuktian. Konsep tentang kekekalan adalah sebagai berikut.

a. Kekekalan Bilangan

Kekekalan bilangan berhubungan dengan jumlah atau banyaknya benda. Anak perlu memahami bahwa banyaknya benda dalam suatu kumpulan tetap sama walaupun letaknya diubah-ubah. Misalnya banyaknya jeruk di atas meja tetap sama meskipun jeruk itu disusun secara melingkar, berjajar, atau dikelompokkan. Perhatikan gambar berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

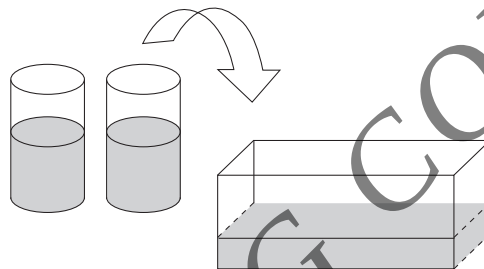
Gambar 1.1 Ilustrasi kekekalan bilangan

Jika anak belum memahami konsep kekekalan bilangan, anak akan menyebutkan bahwa banyaknya jeruk pada gambar 1.a, 1.b, dan 1.c tidak sama, karena susunannya berbeda. Namun, jika anak sudah memahami konsep kekekalan bilangan, ia akan menyebut bahwa jumlah jeruk dari ketiga gambar tersebut adalah sama, yaitu delapan buah.

Konsep kekekalan bilangan umumnya dicapai oleh anak pada usia sekitar 6 sampai 7 tahun. Konsep kekekalan bilangan ini akan sering digunakan dalam melakukan berbagai operasi matematika, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan sebagainya.

b. Kekekalan Materi

Jika sebuah air dari dalam dua buah gelas ditumpahkan ke dalam sebuah bejana (wadah), maka air sekarang akan menempati wadah sesuai dengan bentuknya.



Sumber: Dokumentasi penulis

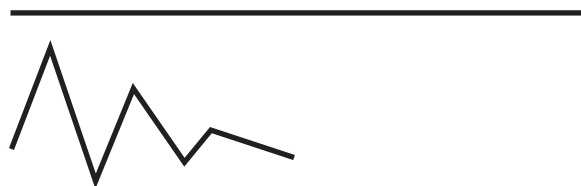
Gambar 1.2 Ilustrasi Kekekalan Materi

Jika siswa sudah memahami konsep kekekalan materi, anak akan mengatakan bahwa banyaknya air adalah sama antara sebelum dan sesudah ditumpahkan ke dalam bejana. Ia tidak akan terkecoh dengan bentuk atau ketinggian air yang sekarang berbeda dari sebelumnya.

Pemahaman tentang konsep kekekalan materi umumnya dicapai anak mulai usia 7-8 tahun.

c. Kekekalan Panjang

Misalnya ada sebuah kawat lurus. Kawat itu kemudian dibengkokkan.



Sumber: Dokumentasi penulis

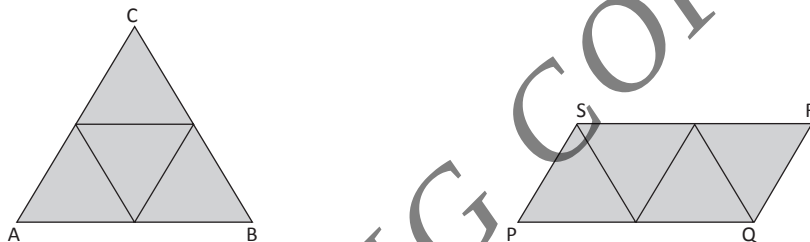
Gambar 1.3 Ilustrasi Kekekalan Panjang

Anak yang telah memahami konsep kekekalan panjang akan mengetahui bahwa panjang kawat sebelum dan sesudah dibengkokkan adalah sama. Sebaliknya, jika anak menganggap panjang kawat tidak sama, anak tersebut belum memahami konsep kekekalan panjang.

Konsep kekekalan panjang umumnya dipahami anak pada usia sekitar 8-9 tahun. Konsep ini diperlukan saat anak mempelajari konsep keliling bangun datar di dalam geometri.

d. Kekekalan Luas

Perhatikan gambar berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 1.4 Ilustrasi Kekekalan Luas

Anak yang sudah memahami konsep kekekalan luas akan menyebutkan bahwa luas segitiga ABC sama dengan luas segi empat $PQRS$. Hal ini dapat dilihat dari kedua bangun tersebut yang sama-sama dibentuk oleh 4 (empat) buah segitiga kecil, hanya susunannya saja yang diubah. Namun, anak yang belum memahami konsep kekekalan luas akan menyebutkan bahwa luas kedua bangun itu berbeda. Hal ini dikarenakan anak tersebut hanya melihat bentuknya saja.

Konsep kekekalan luas umumnya mulai dipahami anak pada usia sekitar 8-9 tahun. Konsep kekekalan luas ini diperlukan pada saat anak mempelajari luas bangun datar di dalam geometri.

e. Kekekalan Berat

Anak yang sudah memahami konsep kekekalan berat akan memahami bahwa berat benda itu sama meskipun bentuk, tempat, atau alat penimbangnya berbeda. Umumnya kekekalan berat dipahami anak pada usai sekitar 7-10 tahun. Konsep ini diperlukan saat anak mempelajari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dengan menggunakan timbangan. Selain itu, konsep ini diperlukan untuk pelajaran lain, seperti IPA, kimia, dan fisika.

f. Kekekalan Volume

Anak yang sudah memahami konsep kekekalan volume (isi) akan memahami bahwa jika ke dalam gelas yang penuh berisi air dimasukkan sebuah kelereng, maka volume air yang tumpah sama dengan volume kelereng tersebut. Dalam kasus yang sama, untuk mengukur volume sebuah benda, anak dapat melakukannya dengan cara menenggelamkan benda tersebut ke dalam gelas ukur berisi air, kemudian menghitung volumenya berdasarkan kenaikan permukaan air.

Kekekalan volume secara umum baru dipahami anak pada usia sekitar 11-15 tahun. Konsep ini diperlukan pada saat anak mempelajari volume bangun ruang di dalam geometri. Selain itu, konsep ini diperlukan pula dalam pelajaran IPA, fisika, dan kimia.

Setelah anak memahami konsep bilangan dan konsep kekekalan, barulah anak bisa dikatakan siap untuk mempelajari matematika.

C. Teori-Teori Belajar Matematika di Sekolah Dasar

1. Teori Belajar Bruner

Teori ini dikemukakan oleh Jerome S. Bruner dari Universitas Harvard. Ia menyatakan bahwa proses belajar anak terbagi menjadi 3 (tiga) tahapan, yaitu sebagai berikut.

- Tahap Enaktif (tahap kegiatan), yaitu tahap di mana anak belajar tentang suatu konsep dari benda-benda nyata atau peristiwa yang dia alami di sekelilingnya. Pada tahap ini, anak belajar dengan cara mencoba-coba dan dengan mengandalkan gerak refleksnya. Misalnya anak mengutak-atik letak benda, mencoba menyusun letak benda, membuang benda yang dianggap berbeda, dan sebagainya. Tahap ini serupa dengan tahap sensorik-motorik yang dikemukakan oleh Piaget.
- Tahap Ikonik (tahap gambar bayangan), yaitu tahap di mana anak belajar mengubah, menandai, dan menyimpan benda atau peristiwa dalam bentuk bayangan. Pada tahap ini, anak dapat membayangkan kembali atau memberikan gambaran dalam pikirannya tentang suatu benda atau

peristiwa yang pernah dijumpai atau dialaminya meskipun benda itu tidak ada di hadapannya. Tahap ini serupa dengan tahap pra-operasi dari Piaget.

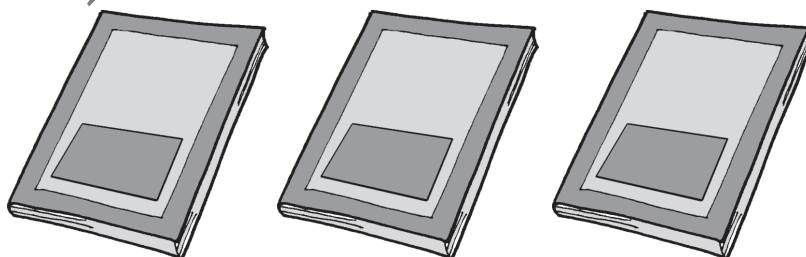
- Tahap Simbolik, yaitu tahap di mana anak dapat menyampaikan bayangan yang ada di pikirannya dalam bentuk kata-kata dan simbol. Demikian pula sebaliknya, jika ia menemukan sebuah simbol maka ia dapat mengenalnya dan menghubungkannya dengan bayangan benda atau peristiwa yang ada di dalam ingatannya. Pada tahap ini, anak sudah mampu memahami simbol-simbol dan menjelaskannya dengan kata-kata. Tahap ini serupa dengan tahap operasi konkret dan formal dari Piaget.

Berdasarkan ketiga tahapan proses belajar tersebut, pembelajaran matematika untuk anak usia SD haruslah dilakukan dalam tiga tahap, yaitu sebagai berikut.

a. Tahap Pertama

Dalam memberikan suatu konsep, fakta, atau prosedur matematika yang baru kepada anak sebaiknya diawali dari persoalan sehari-hari yang sederhana dalam bentuk cerita, atau dengan menggunakan benda-benda nyata yang ada di sekitar anak. Misalnya dalam melakukan penjumlahan, digunakan kelereng atau batang lidi, dengan didahului cerita seperti “Nita memiliki 3 buah kelereng. Suatu hari ibu memberi 5 buah kelereng lagi kepada Nita. Berapa banyaknya kelereng yang dimiliki Nita sekarang?”

Selain dengan menggunakan benda nyata, pada tahap ini dapat pula digunakan gambar dari benda nyata tersebut. Misalnya tiga buah buku dapat disampaikan kepada anak dalam bentuk gambar seperti berikut.



Gambar 1.5 Ilustrasi Bilangan

Sumber: Dokumentasi penulis

b. Tahap Kedua

Setelah anak mahir dalam mengutak-atik atau memanipulasi benda dan peristiwa nyata di sekitarnya, sekarang anak diminta untuk membentuk model dari benda atau peristiwa tersebut dalam pikirannya, dan mengubahnya ke dalam bentuk lain. Misalnya tiga buah buku digambarkan dengan tiga buah kotak, tiga buah titik, atau tiga buah garis (turus).



Gambar 1.6 Ilustrasi Bilangan

Sumber: Dokumentasi penulis

c. Tahap Ketiga

Pada tahap ini, yang merupakan tahap akhir haruslah digunakan simbol-simbol atau lambang-lambang yang bersifat abstrak sebagai bentuk dari bahasa matematika. Pada tahap ini, pengertian dari tiga atau lima dapat disampaikan tanpa bantuan apa-apa, yaitu hanya dengan menggunakan simbol “3” dan “5” yang disebut lambang bilangan. Misalnya untuk menjumlahkan tiga buku dan lima buku dapat langsung dinyatakan dengan simbol $3 + 5$.

Perlu diperhatikan bahwa ketiga tahapan tersebut sebenarnya tidak berhubungan dengan usia, melainkan berhubungan dengan tahapan belajar anak untuk suatu konsep yang baru. Misalnya untuk melakukan penjumlahan, pertama dilakukan dengan menggunakan batang lidi, lalu dengan menggambar batang lidi. Setelah anak mengerti, barulah penjumlahan menggunakan angka. Ketiga tahap ini dapat disampaikan secara tersendiri, sebelum misalnya anak mempelajari pengurangan, perkalian, pembagian, dan seterusnya.

2. Teori Belajar Dienes

Zoltan P. Dienes (1916-2014) adalah seorang guru matematika. Menurut pengalamannya, umumnya anak hanya menyenangi matematika pada permulaan saja, yaitu pada saat mereka baru berkenalan dengan matematika dan baru mempelajari matematika yang sederhana. Namun, setelah mereka menemui hal yang tidak dipahami atau dipahami secara keliru, mulailah mereka menganggap matematika sebagai ilmu yang sukar dan membingungkan.

Dienes sendiri memandang matematika sebagai pelajaran tentang struktur (bangunan), yaitu tentang pengelompokan struktur, hubungan antarstruktur, dan pengelompokan hubungan antarstruktur. Ia yakin bahwa matematika hanya dapat dipahami dengan baik oleh anak jika disajikan dalam bentuk konkret dan beragam, tetapi tetap menunjukkan keterhubungan satu konsep dengan konsep yang lain. Oleh sebab itu, ia berpendapat bahwa matematika harus disajikan dengan cara yang menyenangkan.

Menurut Dienes, agar konsep matematika bisa dipahami oleh anak, matematika harus diajarkan secara berurutan, yaitu dimulai dengan konsep murni, konsep notasi (simbol atau lambang), dan diakhiri dengan konsep terapan. Konsep murni misalnya adalah konsep tentang bilangan dan pengelompokannya (dipelajari di Bab 2). Konsep notasi misalnya penggunaan lambang “+” untuk menyatakan jumlah, dan menggunakan lambang bilangan “5646” untuk menyatakan 6 ratusan ditambah 4 puluhan ditambah 6 satuan. Untuk konsep terapan misalnya pada saat menghitung hasil dari $156 + 46$, menghitung luas kebun, menghitung sisa kembalian uang belanja, dan sebagainya.

Dienes mengurutkan tahapan belajar anak ke dalam enam tahap, yaitu sebagai berikut.

a. Tahap 1: Bermain Bebas (*Free Play*)

Ini adalah tahap paling awal dari proses belajar anak. Pada tahap ini, anak-anak bermain tanpa diarahkan dengan menggunakan benda-benda konkret. Misalnya anak diberikan sekumpulan buah-buahan, lalu anak belajar untuk memanipulasi (mengotak-atik) buah-buahan tersebut, bisa dengan mengelompokkan menurut jenis atau ukurannya, bisa juga menyusun letaknya menjadi berjajar atau melingkar. Di sinilah pertama kali anak belajar konsep matematika dengan mengenali susunan letak, ukuran, kesamaan, dan perbedaan dari benda-benda konkret yang ada di sekelilingnya.

b. Tahap 2: Permainan (*Games*)

Pada tahap ini, anak mulai mengamati pola dan keteraturan yang terdapat dalam suatu konsep. Mereka memperhatikan bahwa dalam suatu konsep terdapat aturan tertentu yang tidak dimiliki konsep lain. Melalui permainan, anak diajak untuk mulai mengenal dan memikirkan struktur-struktur dalam matematika. Misalnya permainan melangkah maju-mundur untuk mulai mengenal konsep bilangan bulat, permainan berdiri berbaris membentuk lingkaran untuk mengenal

konsep lingkaran, atau permainan mengumpulkan benda-benda berbentuk segitiga dari sekumpulan benda-benda geometri.

c. Tahap 3: Penelaahan Kesamaan Sifat (*searching for communities*)

Pada tahap ini, anak mulai diarahkan pada kegiatan menemukan sifat-sifat yang sama dalam suatu permainan yang mereka ikut. Pada tahap ini, anak mulai belajar membuat pola, keteraturan, dan sifat-sifat bersama yang dimiliki dari model-model yang disajikan. Misalnya membedakan antara bilangan genap dan bilangan ganjil dengan cara membagi bilangan tersebut oleh 2, kemudian menyimpulkan bahwa 32 adalah bilangan genap dan 65 adalah bilangan ganjil. Pengertian bilangan genap dan ganjil diuraikan pada bab 2.

Contoh yang lain adalah dari berbagai bentuk segitiga, anak menyimpulkan bahwa segitiga adalah benda yang sisinya lurus, ada tiga buah, dan titik sudutnya juga ada tiga buah. Dari kesimpulan ini maka anak dapat membedakan mana segitiga dan mana yang bukan segitiga.

d. Tahap 4: Representasi

Pada tahap ini, anak belajar tentang cara menjelaskan atau membuat pernyataan tentang sifat-sifat yang ditemukan pada tahap 3. Penjelasanannya bisa dalam bentuk gambar, diagram, atau lewat kata-kata (kalimat). Misalnya 32 adalah bilangan genap karena bila dibagi oleh 2 sisanya adalah 0. Demikian pula untuk bilangan yang lain, selain yang sudah dicoba atau dicontohkan. Contoh lain adalah anak menjelaskan lewat gambar tentang bangun-bangun yang termasuk segitiga.

e. Tahap 5: Simbolisasi

Tahap ini merupakan kelanjutan dari tahap 4, yaitu di mana anak menjelaskan apa yang diketahuinya lewat simbol matematika yang sesuai. Misalnya bilangan genap dapat dinyatakan dengan bentuk $2n$ dan bilangan ganjil dengan bentuk $2n - 1$. Anak juga dapat menjelaskan bahwa n di sini adalah sebarang bilangan asli. Pada contoh lain, anak dapat memberi nama segitiga yang dibuatnya sesuai dengan nama titik-titik sudutnya, dan menggunakan lambang " Δ " untuk menyatakan sebuah segitiga. Misalnya ΔABC dan ΔPQR .

f. Tahap 6: Formalisasi

Tahap ini merupakan tahap akhir anak dalam mempelajari dan memahami matematika. Pada tahap ini, anak belajar menyatakan kesimpulan yang didapatkannya dalam bahasa formal. Anak juga dapat mengelompokkan kesimpulannya, apakah termasuk ke dalam definisi, aksioma, atau sifat (teorema/dalil). Dengan demikian, artinya sudah dapat memahami matematika sebagai suatu struktur yang utuh beserta hubungan antarkonsepnya. Lebih jauh lagi, anak mempelajari cara membuktikan dan menerapkan suatu sifat atau dalil matematika. Misalnya sifat jika a adalah bilangan genap maka a^2 juga adalah bilangan bulat, atau sifat bahwa jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° . Tahap ini umumnya belum bisa dicapai oleh anak usia SD, dan baru mulai bisa dipelajari saat anak memasuki usia SMP atau bahkan usia SMA ke atas.

Keenam tahapan teori Dienes ini menyarankan bahwa dalam mengajarkan matematika kepada anak sebaiknya pada permulaannya dilakukan dengan cara yang menyenangkan, sesuai dengan usia anak. Misalnya lewat permainan atau dengan menggunakan alat peraga yang menarik. Permainan dan alat peraga yang diberikan juga sebaiknya beragam supaya anak memperoleh wawasan dan hubungan antarkonsep yang lebih luas. Setelah semuanya dapat dipahami anak, barulah anak dikenalkan pada tahapan yang lebih formal seperti simbolisasi dan formalisasi.

3. Teori Belajar Van Hiele

Van Hiele adalah guru matematika asal Belanda. Ia melakukan penelitian khusus tentang cara mengajarkan geometri (ilmu ukur) kepada anak. Menurut Van Hiele, dalam mengajarkan geometri kepada anak, ada tiga unsur yang harus diperhatikan, yaitu waktu, materi, dan metode pengajaran. Ketiga unsur tersebut harus dikombinasikan secara terpadu sehingga pemahaman dan kemampuan berpikir anak akan lebih optimal. Belajar geometri menurut Van Hiele sebaiknya melalui lima tahapan sebagai berikut.

a. Tahap 1: Pengenalan

Pada tahap ini, anak mulai mengenal beberapa bangun geometri beserta namanya, tetapi belum mengenal sifat-sifat khusus dari bangun geometri tersebut. Misalnya anak mengenal persegi panjang dan bisa membedakannya dengan bangun lain seperti segitiga dan trapesium. Namun, anak belum mengenal sifat

bahwa pada persegi panjang, sisi yang berhadapan panjangnya sama. Selain nama bangun geometri, anak juga dikenalkan pada unsur-unsur dari suatu bangun geometri seperti sisi, rusuk, sudut, titik sudut, jari-jari, dan sebagainya.

b. Tahap 2: Analisis

Pada tahap ini, anak mulai mempelajari sifat-sifat dari suatu bangun geometri sehingga ia mampu membedakan antara suatu bangun geometri dengan bangun geometri yang lain secara lebih jelas. Misalnya sifat bahwa pada panjang semua rusuk dari suatu kubus adalah sama dan perbandingan keliling suatu lingkaran dengan panjang diameternya selalu mendekati angka 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

c. Tahap 3: Pengurutan

Pada tahap ini, anak mulai mengelompokkan bangun-bangun geometri sesuai dengan sifat-sifatnya. Misalnya anak memahami bahwa semua persegi panjang itu adalah jajaran genjang, tetapi tidak semua jajaran genjang adalah persegi panjang. Hal ini diketahui anak lewat kenyataan bahwa semua sifat jajaran genjang dimiliki oleh persegi panjang, tetapi ada sifat persegi panjang yang tidak dimiliki oleh jajaran genjang, yaitu semua sudutnya adalah sudut siku-siku.

d. Tahap 4: Deduksi

Pada tahap ini anak telah mampu menarik kesimpulan secara deduktif, yaitu menarik kesimpulan yang bersifat umum kemudian dapat diterapkan pada kasus-kasus yang bersifat khusus. Misalnya anak sudah dapat menarik kesimpulan bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° , atau volume limas selalu sepertiga dari volume prisma yang alas dan tingginya sama. Pada tahap ini, anak juga telah memahami konsep-konsep tentang definisi, aksioma, atau teorema (dalil/sifat) meskipun belum memahami mengapa pernyataan ini termasuk aksioma atau teorema. Anak juga belum dapat membuktikan secara formal suatu sifat atau teorema.

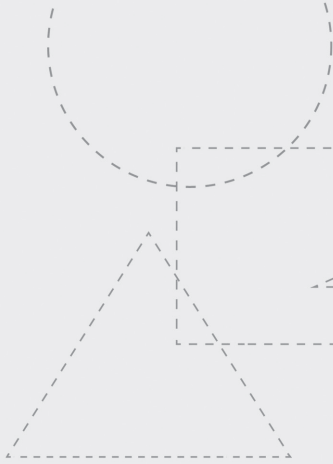
e. Tahap 5: Akurasi

Tahap ini merupakan tahap berpikir yang paling tinggi di dalam mempelajari geometri. Pada tahap ini anak sudah memahami prinsip-prinsip dasar dari geometri seperti definisi dan aksioma untuk dipakai dalam membuktikan suatu sifat/teorema. Dengan kata lain, pada tahap ini anak sudah mampu membuktikan suatu sifat secara formal. Secara umum, tahapan ini baru dapat dicapai oleh anak usia SMA ke atas.

Kelima tahapan yang dikemukakan Van Hiele memberikan gambaran bahwa matematika, khususnya geometri, hendaknya diberikan kepada anak untuk dipelajari secara bertahap, sesuai dengan tahap kemampuan berpikirnya. Van Hiele menekankan perlunya banyak contoh dan alat peraga yang diberikan kepada anak supaya anak benar-benar dapat menganalisis kesamaan dan perbedaan dari sifat-sifat suatu bangun geometri. Semakin banyak contoh atau alat peraga yang diberikan, maka pemahaman anak terhadap sifat-sifat geometris akan semakin dalam.

Selain itu, dalam mengajarkan geometri haruslah dilakukan dengan konsep yang kuat dan dengan penuh kesabaran, dan harus dapat memancing rasa penasaran anak. Rasa penasaran anak ini amat penting karena melalui pertanyaan dari anak, kita dapat mengetahui sampai di mana konsep yang dipahami anak. Misalnya pada segitiga samakaki, sering kali kita hanya memberikan pengertian bahwa segitiga samakaki memiliki dua sisi yang sama panjang. Padahal dengan pernyataan tersebut, belum tentu anak langsung memahami bahwa sudut alas segitiga samakaki adalah sama besar. Hal ini baru diketahui lewat pertanyaan anak atau lewat kesulitan yang dihadapi anak saat diberikan masalah yang melibatkan sudut pada suatu segitiga samakaki.

READING COPY



Bab II

Sistem Bilangan

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

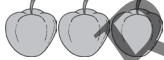
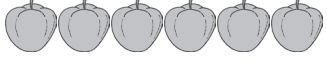
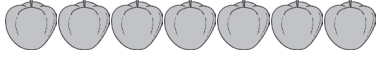
- A. Lambang Bilangan
- B. Nilai Tempat Suatu Bilangan
- C. Garis Bilangan
- D. Macam-Macam Bilangan

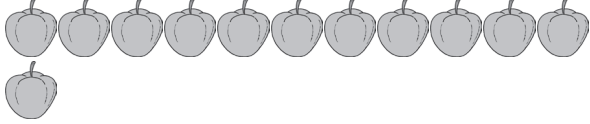
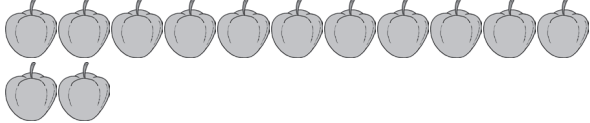
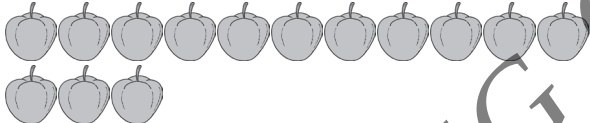
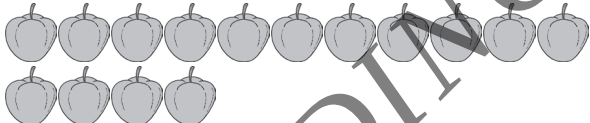
Di dalam matematika, pemahaman dan penggunaan bilangan memegang peran yang sangat penting. Hampir dalam setiap kalimat matematika terdapat bilangan di dalamnya. Lalu apa yang dimaksud dengan bilangan itu sendiri?

A. Lambang Bilangan

Bilangan (*numbers*) adalah lambang yang menyatakan suatu ukuran kuantitas. Lambang bilangan itu sendiri ada 10, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Lambang dari setiap bilangan disebut angka (*digit*). Masing-masing bilangan tersebut dapat dikombinasikan sesuai dengan nilai yang ditempatinya sehingga dengan 10 angka tersebut, dapat terwakili semua bilangan yang ada di dunia ini. Masing-masing bilangan melambangkan ukuran kuantitas suatu benda. Berikut adalah tabel tentang lambang bilangan beserta ukuran kuantitasnya.

Tabel 2.1 Ukuran kuantitas bilangan

Ukuran kuantitas	Lambang bilangan	Nama
-	0	Nol
	1	Satu
	2	Dua
	3	Tiga
	4	Empat
	5	Lima
	6	Enam
	7	Tujuh
	8	Delapan

	9	Sembilan
	10	Sepuluh
	11	Sebelas
	12	Dua belas
	13	Tiga belas
	14	Empat belas
	15	Lima belas

Sumber: Dokumentasi penulis

Jika tabel di atas diperhatikan, ternyata penulisan lambang bilangan selalu berulang, yaitu dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9, kembali lagi ke angka 0, 1, 2, 3, dan seterusnya. Inilah yang dimaksud dengan istilah sistem desimal (sepersepuluhan), yaitu sistem bilangan dengan menggunakan basis 10. Sistem inilah yang paling lazim digunakan.

B. Nilai Tempat Suatu Bilangan

Ada banyak nilai tempat dari suatu bilangan. Ada satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, dan seterusnya. Untuk menunjukkan bilangan yang lebih kecil, digunakan juga nilai tempat sepersepuluhan, seperseratusan, seperseribuan, dan seterusnya. Secara umum, angka satuan dari suatu bilangan ditulis di tempat paling akhir. Untuk sepersepuluhan, seperseratusan, dan seterusnya

ditulis pada tempat di belakang angka satuan dengan dipisahkan oleh tanda koma (.). Selain itu, sering pula digunakan tanda titik (.) untuk memisahkan angka-angka dalam kelipatan seribu (1000). Penulisan ini digunakan untuk memudahkan dalam pembacaan.

Contoh 1:

Tuliskan nilai tempat dari masing-masing angka pada bilangan 34.725.

Cara Penanaman Konsep:

Untuk memudahkan anak memahami konsep tempat bilangan, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Guru menyiapkan media pembelajaran berupa kertas atau kartu bilangan yang bertuliskan bilangan 1, 10, 100, 1000, 10.000.
2. Guru menyiapkan papan yang terdiri dari 5 kolom yang nanti akan diisi oleh siswa.
3. Guru memberi penjelasan tentang aturan nilai tempat suatu bilangan yang terdiri dari 5 digit angka.
4. Guru memberikan sebuah soal misalkan 34.725.
5. Siswa mengelompokkan kartu bilangan dan menyusun kartu bilangan tersebut sehingga nilainya sama dengan nominal yang telah disebutkan.

Lambang bilangan 34.725 dapat ditunjukkan dengan susunan kartu bilangan berikut.

Tabel 2.2 Tabel Bantuan Lambang Bilangan

34.725				
10.000 10.000 10.000	1.000 1.000 1.000 1.000	100 100 100 100 100 100 100	10 10	1 1 1 1 1 1 1
30.000	4000	700	20	5

Sumber: Dokumentasi penulis

Contoh soal:

Tuliskan nilai tempat dari masing-masing angka pada bilangan 34.725.

Jawab:

- 3 pada bilangan 34.725 menempati tempat puluhan ribu, sehingga nilainya adalah 30.000.
- 4 pada bilangan 34.725 menempati tempat ribuan, sehingga nilainya adalah 4000.
- 7 pada bilangan 34.725 menempati tempat ratusan, sehingga nilainya adalah 700.
- 2 pada bilangan 34.725 menempati tempat puluhan, sehingga nilainya adalah 20.
- 5 pada bilangan 34.725 menempati tempat satuan, sehingga nilainya adalah 5.

Dengan demikian dapat pula dituliskan bahwa:

$$34.725 = 30.000 + 4000 + 700 + 20 + 5$$

Contoh 2:

Tuliskan nilai tempat dari masing-masing angka pada bilangan 3.406,71.

Jawab:

Perhatikan bahwa tanda titik (.) digunakan untuk memisahkan angka untuk setiap kelipatan seribu, sedangkan tanda (,) digunakan untuk memisahkan satuan dengan sepersepuluhan, seperseratusan, seperseribuan, dan seterusnya.

- 3 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat ribuan sehingga nilainya adalah 3.000.
- 4 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat ratusan sehingga nilainya adalah 400.
- 0 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat puluhan sehingga nilainya adalah 0.
- 6 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat satuan sehingga nilainya adalah 6.
- 7 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat sepersepuluhan sehingga nilainya adalah $\frac{7}{10}$ atau 0,7.

- 1 pada bilangan 3.406,71 menempati tempat seperseratusan sehingga nilainya adalah $\frac{1}{100}$ atau 0,01.

Dengan demikian, dapat dituliskan bahwa:

$$3.406,71 = 3000 + 400 + 0 + 6 + \frac{7}{10} + \frac{1}{100}.$$

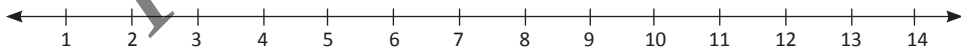
C. Garis Bilangan

Jika ada dua bilangan, misalkan bilangan pertama dan bilangan kedua, maka ada tiga kemungkinan dari dua bilangan itu, yaitu:

1. bilangan pertama lebih besar dari bilangan kedua;
2. bilangan pertama lebih kecil dari bilangan kedua; atau
3. bilangan pertama sama dengan bilangan kedua.

Untuk menentukan apakah bilangan pertama lebih besar, lebih kecil, atau sama dengan bilangan kedua, Anda cukup melihat posisi kedua bilangan tersebut pada garis bilangan. Lalu apa itu garis bilangan?

Garis bilangan merupakan garis mendatar yang berisi bilangan-bilangan yang terurut. Terurut di sini artinya dari mulai bilangan paling kecil sampai bilangan paling besar. Semakin ke kanan, maka bilangan pada garis tersebut nilainya semakin besar. Sebaliknya, semakin ke kiri nilainya semakin kecil. Berikut adalah contoh gambar sebuah garis bilangan.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 2.1 Garis bilangan

Masing-masing ujung garis bilangan diberi tanda panah ("←" dan "→") yang menunjukkan bahwa garis bilangan tersebut dapat diperpanjang ke kiri maupun ke kanan sampai tak hingga panjangnya. Dengan kata lain, garis bilangan yang kita gambar hanyalah perwakilan saja dari garis bilangan yang sesungguhnya.

Pada garis bilangan, posisi setiap bilangan menunjukkan nilai dari bilangan tersebut. Semakin ke kanan posisi suatu bilangan maka semakin besar nilai bilangan tersebut. Sebaliknya, semakin ke kiri maka semakin kecil bilangan tersebut. Jika dua bilangan menempati posisi yang sama, maka kedua bilangan itu dikatakan sama.

Karena garis bilangan menunjukkan nilai dari suatu bilangan maka dengan cara melihat garis bilangan kita dapat menentukan bilangan mana yang lebih besar atau lebih kecil. Dari garis bilangan di atas, dapat kita lihat bahwa 12 lebih kecil dari 13 dan 7 lebih besar dari 4. Selanjutnya, di dalam matematika sering digunakan notasi atau lambang-lambang berikut.

Tabel 2.3 Notasi Pertidaksamaan

Notasi	Dibaca
$>$	“lebih besar dari” atau “lebih dari”
$<$	“lebih kecil dari” atau “kurang dari”
$=$	“sama dengan”

Sumber: Dokumentasi penulis

Misalnya $8 > 5$ dibaca “delapan lebih besar dari lima” atau dapat pula dibaca “delapan lebih dari lima”.

D. Macam-Macam Bilangan

Di dalam matematika, ada banyak jenis atau macam bilangan. Masing-masing bilangan tersebut membentuk kelompok yang disebut dengan istilah himpunan bilangan. Berikut akan diuraikan satu demi satu.

1. Bilangan Asli

Bilangan asli (*natural numbers*) adalah bilangan yang ada di alam. Misalnya rusa di suatu hutan. Anda dapat mengatakan bahwa di hutan ada 1 ekor rusa, atau di hutan ada 12 ekor rusa. Namun, dapatkah Anda mengatakan bahwa di hutan ada setengah ekor rusa? Tentu tidak. Tidak mungkin ada rusa di hutan yang jumlahnya setengah. Oleh karena itu, 1 dan 12 termasuk bilangan asli, sedangkan $\frac{1}{2}$ (setengah) bukan merupakan bilangan asli.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 2.2 Rusa

Satu adalah bilangan asli, seribu juga adalah bilangan asli, dan 1 miliar juga masih termasuk bilangan asli, dan seterusnya. Oleh karena itu, banyaknya bilangan asli adalah tak hingga. Semua bilangan asli dapat dikelompokkan sehingga membentuk himpunan yang disebut himpunan bilangan asli dan biasa dilambangkan dengan N (dari kata “natural”) atau A (dari kata “asli”). Bilangan asli adalah bilangan 1 dan bilangan lain yang merupakan kelipatan dari 1, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya. Himpunan bilangan asli dapat dinyatakan dengan $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. Tanda “...” dibaca “dan seterusnya”, yaitu untuk menunjukkan bahwa penulisan dapat diteruskan sampai tak hingga banyaknya.

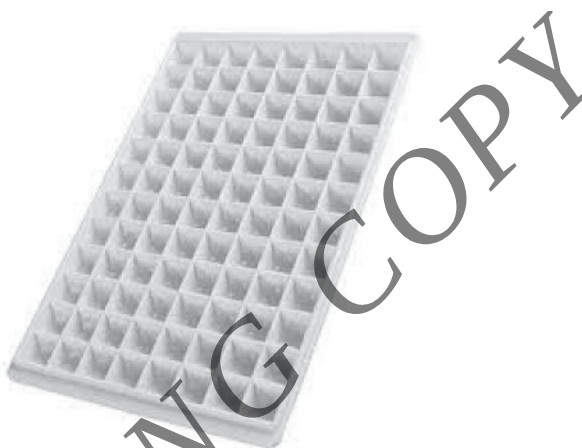
Menurut sifat keterbagian oleh 2, bilangan asli dikelompokkan menjadi dua kelompok, yaitu bilangan genap dan bilangan ganjil. Bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi oleh 2 sedangkan bilangan ganjil adalah bilangan yang tidak habis dibagi oleh 2. Dengan kata lain, bilangan ganjil adalah bilangan yang bersisa 1 jika dibagi oleh 2. Contoh bilangan asli genap adalah 2, 4, 6, dan 8 sedangkan contoh bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, dan 7. Konsep tentang pembagian dan keterbagian akan dibahas lebih dalam pada Bab Operasi Bilangan (Bab 3 dan Bab 4).

2. Bilangan Cacah

Bilangan cacah (*counting number*) adalah bilangan yang digunakan untuk menghitung banyaknya suatu benda di kehidupan sehari-hari. Misalnya Anda memiliki es batu dalam cetakan es yang disimpan di dalam kulkas. Setiap hari Anda mengambil es batu tersebut lalu bagaimana jika di dalam cetakan

tersebut sudah habis tak tersisa satu pun? Jika terjadi demikian, maka Anda dapat mengatakan bahwa banyaknya es batu di dalam kulkas adalah 0 (nol).

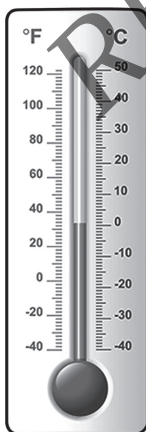
Dengan demikian, dapat Anda simpulkan bahwa bilangan cacah adalah semua bilangan asli dan bilangan 0, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, dan seterusnya. Himpunan bilangan cacah dapat ditulis $C = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. Seperti halnya bilangan asli, bilangan cacah juga dibagi menjadi dua, yaitu bilangan genap (0, 2, 4, 6, dan seterusnya) dan bilangan ganjil (1, 3, 5, 7, dan seterusnya).



Gambar 2.3 Tempat Es Batu

Sumber: Dokumentasi Penulis

3. Bilangan Bulat



Sumber: Dokumentasi penulis

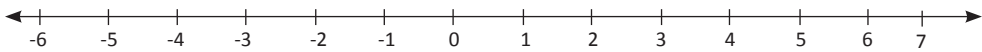
Gambar 2.4 Termometer

Pernahkah Anda memperhatikan sebuah termometer? Termometer adalah alat yang digunakan untuk mengukur suhu dari suatu benda atau ruangan.

Pada suatu termometer, selain angka 0, 1, 2, dan seterusnya, juga ada angka-angka di bawah angka 0. Angka tersebut adalah -1, -2, -3, dan seterusnya.

Bila Anda sentuhkan ujung termometer ke dalam air hangat, angka yang ditunjukkan oleh skala termometer tersebut berada di atas angka 0. Namun, bila kamu sentuhkan ujung termometer pada bongkahan es, maka angka yang ditunjukkan berada di bawah 0. Misalkan angka tersebut adalah -10. Itu artinya suhu es itu adalah sepuluh derajat di bawah 0.

Dari ilustrasi tersebut, ternyata ada bilangan lain di luar himpunan bilangan asli dan bilangan cacah. Bilangan itu adalah bilangan bulat. Bilangan bulat terdiri atas bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Bilangan positif adalah bilangan yang lebih dari nol, sedangkan bilangan bulat negatif adalah bilangan yang kurang dari nol. Sekarang perhatikan garis bilangan berikut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

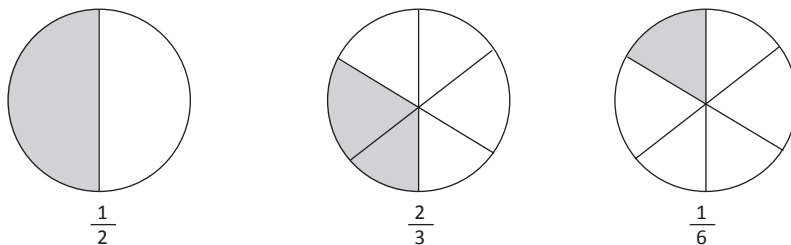
Gambar 2.5 Garis bilangan

Pada garis bilangan tersebut, bilangan bulat positif terletak di sebelah kanan angka nol, sedangkan bilangan bulat negatif terletak di sebelah kiri angka nol. Untuk membedakan, bilangan positif cukup ditulis sebagaimana biasa, sedangkan bilangan negatif ditulis dengan menyertakan tanda minus (-) di depannya.

Dengan demikian, yang dimaksud bilangan bulat adalah bilangan cacah ditambah dengan negatifnya. Dengan kata lain, bilangan bulat terdiri atas bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif. Himpunan bilangan bulat biasa dilambangkan dengan Z (dari kata) atau B (dari kata "bulat"). Himpunan bilangan bulat dapat ditulis $Z = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

4. Bilangan Rasional

Adakah bilangan lain selain bilangan bulat? Jawabannya tentu saja ada. Coba perhatikan bilangan di antara dua bilangan bulat yang berurutan. Misalnya antara 0 dan 1. Adakah bilangan lain di antara kedua bilangan tersebut? Jawabannya tentu saja ada, dan banyak sekali. Misalnya $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{6}$. Ketiga bilangan tersebut sering disebut bilangan pecahan, yaitu bilangan yang menunjukkan bagian dari keseluruhan. Ketiga bilangan tersebut dapat diilustrasikan lewat bagian yang diberi warna pada gambar berikut.

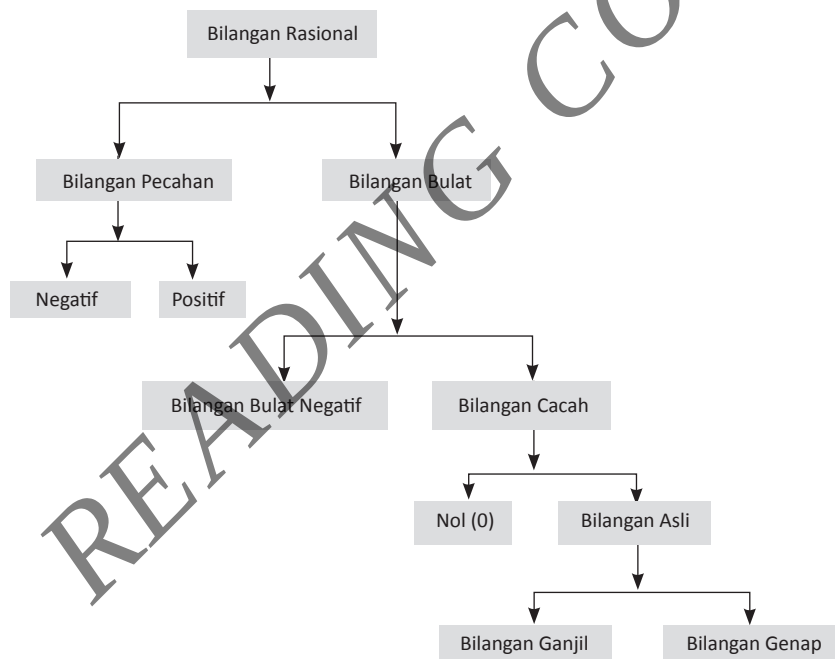


Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 2.6 Ilustrasi pecahan

Bilangan pecahan ditulis dalam bentuk $\frac{1}{3}$ (dibaca “a per b” atau “a berbanding b”), dengan a disebut “pembilang” dan b disebut “penyebut”. Pada bilangan $\frac{2}{3}$, pembilangnya adalah 2 dan penyebutnya adalah 3. Semua bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ disebut bilangan rasional. Istilah rasional diambil dari kata “rasio” yang berarti perbandingan. Lalu apakah 2 termasuk bilangan rasional? Jawabannya adalah ya karena 2 dapat pula ditulis dalam bentuk $\frac{2}{1} = 2$. Begitu pula untuk bilangan bulat yang lain.

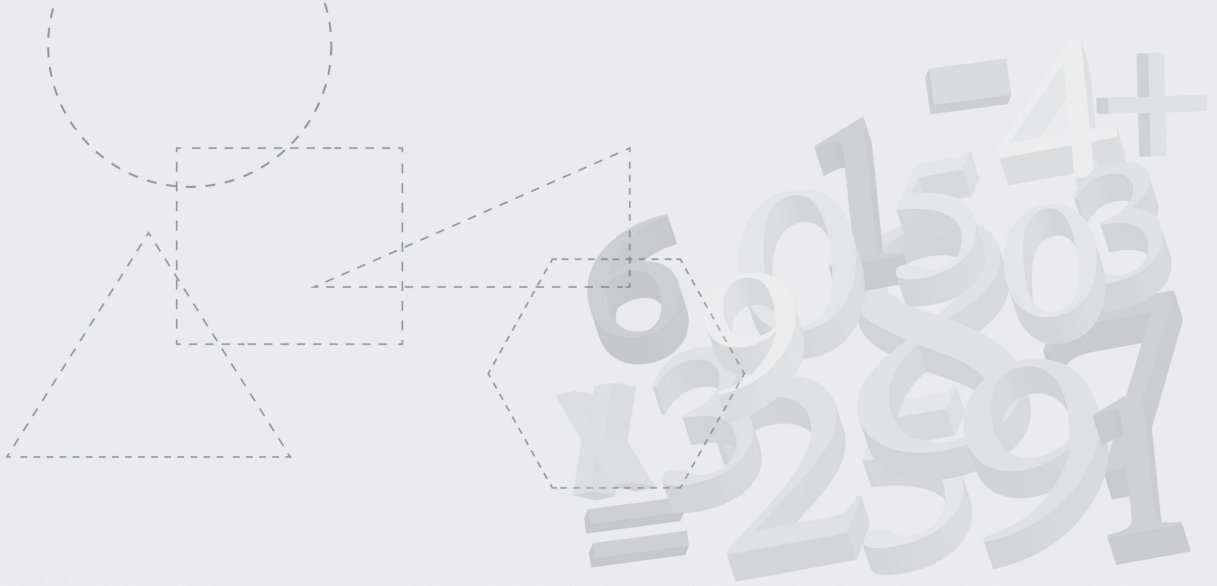
Dari uraian tersebut, dapat Anda simpulkan bahwa bilangan rasional adalah gabungan dari bilangan bulat dengan bilangan pecahan. Pembahasan khusus mengenai bilangan rasional beserta operasinya akan disajikan secara lengkap dalam Bab Pecahan. Hubungan dari bilangan-bilangan yang telah dipelajari tersebut dapat disajikan pada diagram berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 2.7 Macam-macam Bilangan

READING COPY



Bab III

Operasi pada Bilangan

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Operasi Bilangan Cacah
- B. Penjumlahan Bilangan Cacah
- C. Pengurangan Bilangan Cacah
- D. Perkalian Bilangan Cacah
- E. Pembagian Bilangan Cacah
- F. Sifat-Sifat Operasi Bilangan Cacah
- G. Aturan Pembulatan

Setelah kita mengenal pengertian dan macam-macam bilangan, pada bagian ini kita akan mempelajari tentang operasi pada bilangan. Operasi tersebut terdiri dari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Selain itu, akan dipelajari pula beberapa teknik supaya anak dapat memahami cara dan hasil dari suatu penjumlahan, pengurangan, perkalian, atau pembagian bilangan.

A. Operasi pada Bilangan Cacah

Bilangan cacah adalah bilangan yang digunakan untuk menghitung satuan benda-benda yang berada di alam. Misalnya menghitung banyaknya kambing, sapi, mobil, rumah, gunung, pohon, dan sebagainya. Bilangan cacah terdiri dari bilangan 0, 1, 2, 3, 4, dan seterusnya.

Oleh karena bilangan cacah digunakan untuk menghitung satuan benda-benda maka dalam mengajarkan kepada siswa sebaiknya didahului dengan alat peraga berupa benda-benda yang dapat dijumpai dan digunakan dengan mudah oleh siswa. Misalnya kelereng, lidi, batang korek api, dan sebagainya. Dalam melakukan suatu operasi, sebaiknya digunakan benda yang sama. Misalnya dalam melakukan operasi $2 + 1$ digunakan 2 batang dan 1 batang korek api. Jika digunakan benda yang berbeda, dikhawatirkan konsep anak akan terbentur dengan konsep saat dia mempelajari aljabar kelak di tingkat SMP.

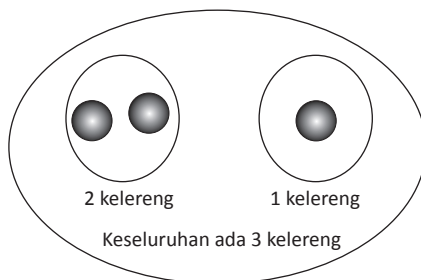
Ada tiga operasi dasar (pokok) pada bilangan bulat, yaitu penjumlahan, pengurangan, dan perkalian. Penjumlahan, pengurangan, dan perkalian pada bilangan bulat bersifat tertutup sedangkan operasi pembagian pada bilangan bulat tidak tertutup.

B. Penjumlahan Bilangan Cacah

Operasi penjumlahan (*addition*) dilambangkan dengan tanda "+". Tanda "+" biasa disebut "tambah" atau "plus". Misalnya $2 + 1$ dibaca "dua tambah satu" atau "dua ditambah satu", atau "dua plus satu". Berapakah hasil dari $2 + 1$? Hasil dari $2 + 1$ dinyatakan dengan tanda "=" yang dibaca "sama dengan". Tanda "=" digunakan untuk menyatakan kesetaraan atau kesamaan nilai. Untuk mengetahui hasil dari suatu penjumlahan dapat digunakan cara-cara sebagai berikut.

1. Penjumlahan Melalui Kumpulan

Berapakah $2 + 1$? Untuk menjawabnya, siswa dapat menggunakan benda seperti kelereng seperti ilustrasi berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.1 Penjumlahan kelereng

Dari gambar di atas, 2 kelereng ditambah dengan 1 kelereng hasilnya adalah 3 kelereng sehingga dapat ditulis $2 + 1 = 3$.

2. Penjumlahan dengan 0

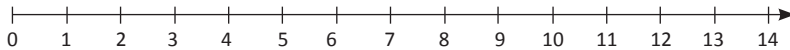
Ani dan Budi berangkat ke sekolah bersama-sama. Ani membawa 3 buah pensil sedangkan Budi tidak membawa pensil. Berapa buah pensil yang dibawa oleh mereka berdua?

Soal dalam bentuk cerita di atas adalah soal penjumlahan yang melibatkan bilangan 0, yaitu $3 + 0$. Dari cerita di atas, pensil yang dibawa oleh mereka berdua ada 3 buah, yang semuanya milik Ani. Hal ini karena Budi tidak membawa pensil. Maka didapat bahwa $3 + 0 = 3$.

Bilangan berapapun jika dijumlahkan dengan 0, hasilnya adalah bilangan itu sendiri. Misalnya $5 + 0 = 5$, $7 + 0 = 7$, $0 + 9 = 9$, dan seterusnya.

3. Penjumlahan dengan Garis Bilangan

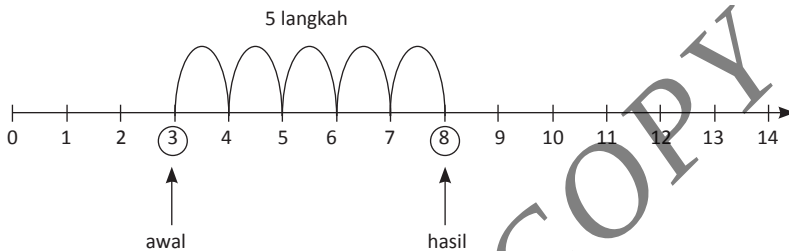
Selain dengan menggunakan benda-benda nyata, dapat juga digunakan garis bilangan cacah sebagai bantuan. Garis bilangan cacah dapat digambarkan seperti berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.2 Garis bilangan cacah

Dengan menggunakan garis bilangan, berapakah hasil dari $3 + 5$? Untuk menjawabnya, perhatikan angka 3 pada garis bilangan. Dari angka 3 tersebut, bergeraklah sejauh 5 langkah ke kanan. Angka berapakah yang ditemukan?



Sumber: Dokumentasi penulis

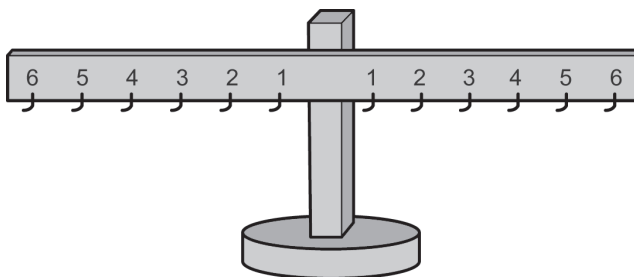
Gambar 3.3 Penjumlahan pada garis bilangan

Dari ilustrasi pada gambar di atas, setelah bergerak 5 langkah ke kanan dari angka 3, maka didapat angka 8. Dengan demikian, $3 + 5 = 8$.

Untuk penjumlahan yang lain dapat dilakukan dengan cara yang serupa.

4. Penjumlahan dengan Menggunakan Timbangan

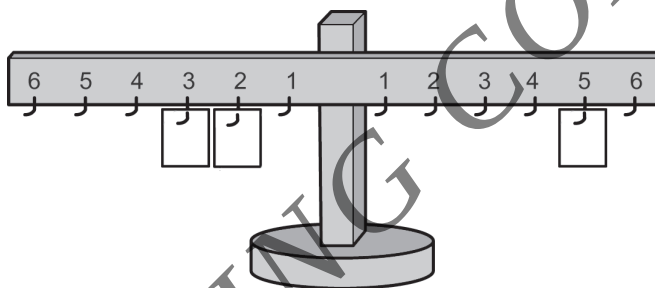
Untuk melakukan penjumlahan dengan menggunakan timbangan, terlebih dahulu harus dibuat sebuah timbangan sederhana seperti pada gambar berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.4 Timbangan bilangan

Timbangan seperti pada gambar di atas disebut *timbangan penjumlahan*. Timbangan jumlah terdiri dari mistar yang dipakukan pada sebuah penyangga. Setiap satuan berjarak sama dan diberi pengait. Pada kondisi awal, timbangan harus dalam keadaan seimbang. Selain timbangan, diperlukan juga beberapa beban dengan berat yang sama untuk dikaitkan pada pengait yang sudah tersedia. Misalnya akan dicari hasil dari $2 + 3$. Cara yang dilakukan adalah mengaitkan beban pada angka 2 dan angka 3 pada mistar sebelah kiri. Pada kondisi seperti ini, timbangan tentu akan berat ke kiri. Langkah selanjutnya adalah mengambil sebuah beban. Kaitkan beban tersebut di mistar sebelah kanan. Pada kaitan angka berapakah mistar kembali ada dalam keadaan seimbang? Ternyata mistar kembali seimbang jika beban dikaitkan pada angka 5 di sebelah kanan sehingga didapat hasil dari $2 + 3 = 5$.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.5 Penjumlahan pada timbangan bilangan

5. Penjumlahan dengan Cara Bersusun Panjang

Untuk penjumlahan yang melibatkan bilangan kecil, ketiga cara di atas dapat dilakukan. Namun, bagaimana jika penjumlahan yang dilakukan melibatkan angka yang besar, seperti $4.635 + 5.708$? Tentu akan merepotkan jika harus digunakan kelereng, garis bilangan, atau timbangan. *Nah*, penjumlahan dengan cara bersusun panjang adalah salah satu solusinya.

Pada bab sebelumnya, telah dipelajari tentang nilai tempat dari suatu bilangan, yaitu satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, dan seterusnya. Nilai tempat ini akan kita gunakan untuk melakukan penjumlahan dengan cara bersusun panjang. Perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Berapakah hasil dari $4.635 + 5.708$?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 4.635 &= 4.000 & + 600 & + 30 & + 5 \\
 5.708 &= 5.000 & + 700 & + 0 & + 8 & + \\
 \hline
 &= 9.000 & + 1.300 & + 30 & + 13 \\
 &= 9.000 & + (1.000+300) & + 30 & + (10+3) \\
 &= (9.000+1.000) & + 300 & + (30+10) & + 3 \\
 &= 10.000 & + 300 & + 40 & + 3 \\
 &= 10.343 \\
 \text{Jadi, } 4.635 + 5.708 &= 10.343.
 \end{aligned}$$

Untuk penjumlahan yang lain, dapat diselesaikan dengan cara yang serupa.

6. Penjumlahan dengan Cara Bersusun Pendek

Penjumlahan dengan cara bersusun pendek dikenal juga dengan istilah *penjumlahan dengan cara menyimpan*, yaitu penjumlahan yang dilakukan berdasarkan nilai tempat dengan cara menyimpan. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Berapakah hasil dari $9.874 + 5.609$?

Jawab:

Langkah pertama adalah menuliskan penjumlahan tersebut secara bersusun ke bawah seperti berikut.

$$\begin{array}{r}
 9.874 \\
 \underline{5.609 +} \\
 \text{.....}
 \end{array}$$

Penjumlahan ini dilakukan dimulai dari penjumlahan angka satuan, lalu puluhan, ratusan, dan seterusnya, yaitu dimulai dari sebelah kanan.

Jika kedua angka satuan dijumlahkan, yaitu $4 + 9$, didapat $4 + 9 = 13$. Angka 13 terdiri angka 1 pada tempat puluhan dan angka 3 pada tempat satuan. Tuliskan angka 3 pada tempat satuan dan simpan angka 1 pada tempat puluhan. Untuk memudahkan, simpan angka 1 di sebelah atas pada tempat puluhan.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9.874 \\ \underline{5.609} + \\ \dots 3 \end{array}$$

Setelah menjumlahkan angka satuan, sekarang kita jumlahkan angka puluhan, yaitu $1 + 7 + 0 = 8$. Tulis angka 8 di tempat puluhan. Pada langkah ini, tidak ada angka yang perlu disimpan.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9.874 \\ \underline{5.609} + \\ \dots 83 \end{array}$$

Jumlahkan angka ratusan, yaitu 4. Tulis angka 4 di tempat ratusan dan simpan angka 1 di tempat ribuan.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 9.874 \\ \underline{5.609} + \\ \dots 483 \end{array}$$

Jumlahkan angka ribuan, yaitu $1 + 9 + 5 = 15$. Karena tidak ada yang perlu dijumlahkan lagi, langsung tulis angka 15 di tempat ribuan (5 di tempat ribuan dan 1 di tempat puluh ribuan).

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 9.874 \\ \underline{5.609} + \\ 15.483 \end{array}$$

Dengan demikian, didapat bahwa $9.874 + 5.609 = 15.483$

C. Pengurangan Bilangan Cacah

Operasi pengurangan (*subtraction*) dilambangkan dengan tanda “–” yang dibaca “kurang” atau “dikurangi” atau “minus”. Misalnya $5 - 2$ dibaca “lima kurang dua”, “lima dikurangi dua”, atau “lima minus dua”. Berapakah hasil dari $5 - 2$?

Ada banyak cara yang dapat dilakukan untuk mengetahui hasil dari suatu pengurangan. Berikut adalah beberapa di antaranya.

1. Pengurangan melalui Kumpulan

Seperti halnya pada operasi penjumlahan, pada operasi pengurangan juga dapat digunakan alat bantu berupa benda-benda sejenis yang sederhana untuk mewakili bilangan. Dengan menggunakan benda-benda tersebut, ada 2 (dua) cara yang dapat dilakukan, yaitu:

a. Membuang

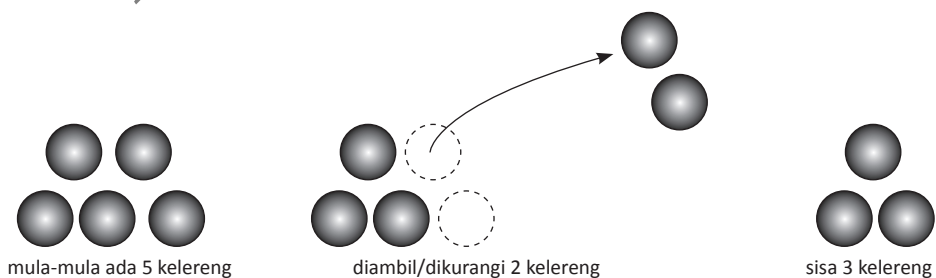
Pengurangan dengan cara membuang dilakukan dengan cara membuang atau mengambil beberapa benda dari sekumpulan benda. Setelah beberapa benda dibuang/diambil, benda yang tersisa adalah hasil dari pengurangan tersebut.

Contoh:

Berapakah hasil dari $5 - 2$?

Jawab:

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.6 Ilustrasi pengurangan

Sumber: Dokumentasi penulis

Dari ilustrasi gambar di atas, ternyata hasil dari 5 dikurangi 2 adalah 3. Kita tulis, $5 - 2 = 3$.

b. Mencari Suku yang Hilang

Mencari suku yang hilang artinya mencari berapa banyaknya benda sehingga diperoleh dua himpunan benda yang banyaknya sama.

Contoh:

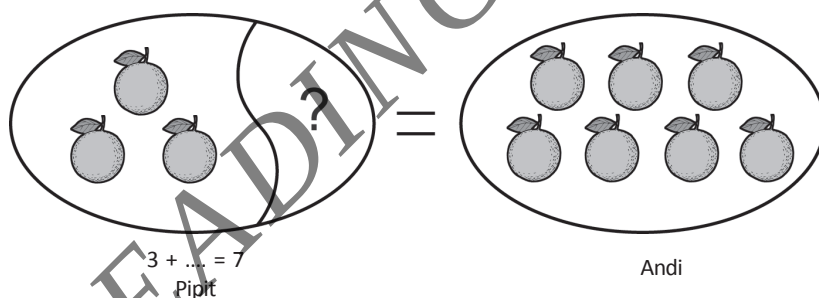
Berapakah hasil dari $7 - 3$?

Jawab:

Pengurangan $7 - 3$ dapat diilustrasikan melalui soal cerita seperti berikut.

Andi memiliki 7 buah jeruk sedangkan Pipit memiliki 3 buah jeruk. Berapa buah jeruk lagi yang harus dimiliki Pipit supaya jeruk yang dia miliki sama dengan jeruk yang dimiliki Andi?

Soal tersebut dapat disajikan dengan gambar berikut.



Gambar 37. Ilustrasi penjumlahan

Sumber: Dokumentasi penulis

Berdasarkan gambar tersebut, supaya banyaknya jeruk milik Pipit sama dengan banyak jeruk milik Andi maka Pipit memerlukan tambahan 4 buah jeruk. Dengan demikian, $7 - 3 = 4$.

2. Pengurangan oleh 0

Seperti penjumlahan dengan 0, pengurangan oleh 0 pun hasilnya adalah bilangan itu sendiri. Misalnya $5 - 0 = 5$, $10 - 0 = 10$, dan seterusnya.

3. Pengurangan dengan Menggunakan Garis Bilangan

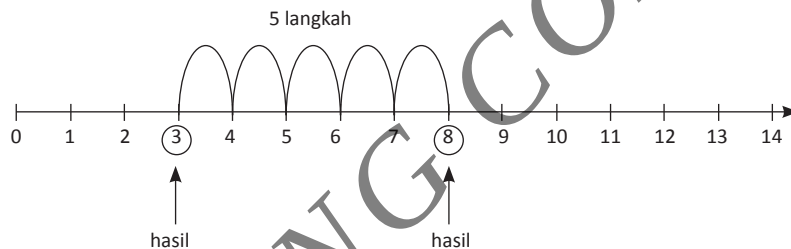
Seperti halnya pada penjumlahan, garis bilangan dapat pula dijadikan alat bantu dalam mencari hasil dari suatu pengurangan. Perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan garis bilangan, berapakah hasil dari $8 - 5$?

Jawab:

Untuk menjawab soal di atas, perhatikan angka 8 pada garis bilangan. Dari angka 8 tersebut, bergeraklah sejauh 5 langkah ke kiri. Angka berapakah yang ditemukan?



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.8 Pengurangan pada garis bilangan

Dari gambar di atas, ternyata setelah melangkah sejauh 5 langkah ke kiri dari angka 8, ditemukan angka 3, sehingga didapat bahwa $8 - 5 = 3$.

Untuk hasil dari pengurangan yang lain, dapat dilakukan dengan cara yang serupa.

4. Pengurangan dengan Menggunakan Timbangan

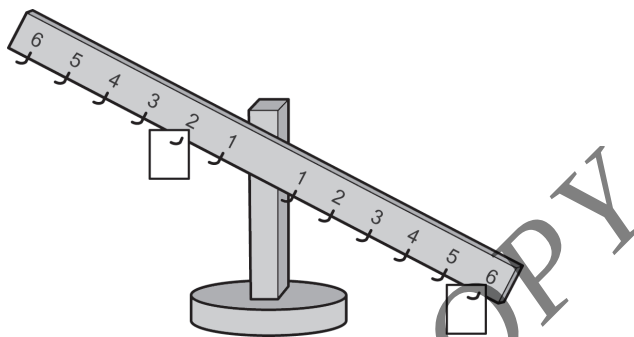
Timbangan yang digunakan untuk pengurangan sama dengan timbangan yang digunakan untuk melakukan operasi penjumlahan. Namun, sekarang yang berbeda adalah cara penggunaannya.

Contoh:

Dengan menggunakan timbangan, berapakah hasil dari $6 - 2$?

Jawab:

Langkah pertama adalah mengaitkan masing-masing sebuah beban pada angka 2 di ruas kiri dan pada angka 6 di ruas kanan. Timbangan tentu akan berat ke kanan.



Gambar 3.9 Ilustrasi pengurangan

Sumber: Dokumentasi penulis

Ambil sebuah beban, kemudian kaitkan beban tersebut di mistar kiri sedemikian sehingga posisi timbangan menjadi seimbang. Untuk siswa, bisa dilakukan dengan cara mencoba-coba.

Jika dilakukan dengan benar, posisi seimbang diperoleh jika beban yang baru tersebut dikaitkan pada angka 4 di mistar kiri. Dengan demikian, $6 - 2 = 4$.

5. Pengurangan dengan Cara Bersusun Pendek

Seperti halnya pada penjumlahan, cara bersusun pendek dilakukan jika pengurangan melibatkan bilangan yang besar. Cara ini dikenal juga dengan cara *meminjam*. Misalnya seperti pada contoh berikut.

Contoh:

Dewi berlari menempuh jarak 3.545 meter. Saat ini ia sudah menempuh jarak 1.730 meter. Berapa meter lagi jarak yang harus ditempuh Dewi?

Jawab:

Jarak yang masih harus ditempuh Dewi adalah 3.545 meter dikurangi 1.730 meter. Hasil dari $3.545 - 1.730$ dapat diperoleh dengan langkah-langkah berikut.

Langkah pertama adalah menuliskan pengurangan tersebut secara bersusun ke bawah.

$$\begin{array}{r} 3.545 \\ \underline{1.730} - \\ \dots\dots \end{array}$$

Langkah berikutnya adalah melakukan pengurangan yang dimulai dari sebelah kanan, yaitu dari angka-angka pada tempat satuan, lalu pada tempat puluhan, ratusan, ribuan, dan seterusnya.

Pada tempat satuan, $5 - 0 = 5$. Sedangkan pada tempat puluhan, $4 - 3 = 1$.

$$\begin{array}{r} 3.545 \\ \underline{1.730} - \\ \dots 15 \end{array}$$

Pada tempat ratusan, karena $5 < 7$, maka pinjam satu ribuan dari angka 3 pada tempat ribuan. Setelah meminjam satu angka ribuan, maka sekarang angka pada tempat ratusan menjadi 15, sehingga $15 - 7 = 8$. Namun jangan lupa, karena angka ribuan sudah dipinjam satu, maka angka ribumannya sekarang tinggal 2.

$$\begin{array}{r} 2 \ 15 \\ 3.5\cancel{4}5 \\ \underline{1.730} - \\ \dots 815 \end{array}$$

Langkah terakhir adalah melakukan pengurangan pada tempat ribuan, yaitu $2 - 1 = 1$.

$$\begin{array}{r} 2 \ 15 \\ 3.5\cancel{4}5 \\ \underline{1.730} - \\ 1.815 \end{array}$$

Dari uraian tersebut didapat bahwa $3.545 - 1.730 = 1.815$. Dengan demikian, jarak yang masih harus ditempuh oleh Dewi adalah 1.815 meter.

D. Perkalian Bilangan Cacah

Operasi perkalian (*multiplication*) dilambangkan dengan notasi “ $\times$ ” yang dibaca “kali”. Misalnya 3×4 dibaca “tiga kali empat”. Seperti halnya dengan penjumlahan dan pengurangan, perkalian juga dapat dilakukan dengan banyak cara. Di antaranya adalah sebagai berikut.

1. Perkalian dengan Menggunakan Kumpulan

Perkalian dengan menggunakan kumpulan artinya perkalian tersebut dilakukan dengan bantuan benda-benda sederhana yang sejenis. Misalnya pada contoh berikut.

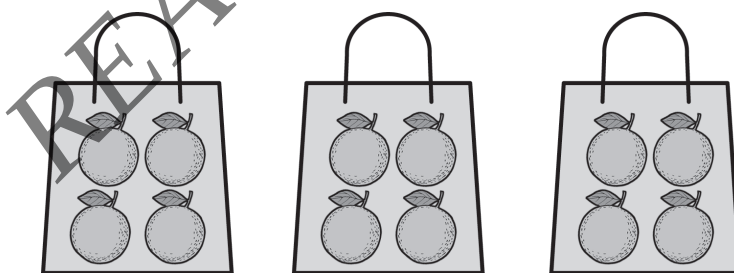
Contoh:

Berapakah hasil dari 3×4 ?

Jawab:

Untuk menggambarkan bentuk perkalian tersebut, dapat digunakan ilustrasi dalam bentuk cerita. Misalnya Ani memiliki 3 buah kantong. Setiap kantong berisi 4 buah jeruk. Berapa jeruk yang dimiliki Ani?

Untuk menjawabnya, perhatikan gambar berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

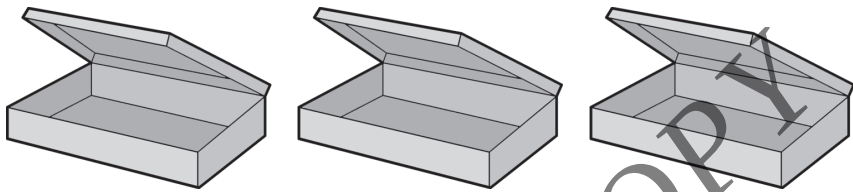
Gambar 3.10 Ilustrasi perkalian

Dari gambar tersebut, jika dihitung secara keseluruhan didapat bahwa jumlah jeruk seluruhnya ada 12 buah. Jadi, banyaknya jeruk yang dimiliki Ani adalah 12 buah. Dengan demikian, hasil dari 3×4 adalah 12, dan dapat kita tulis $3 \times 4 = 12$.

2. Perkalian dengan 0

Jika sebuah bilangan dikalikan dengan 0, hasilnya adalah 0. Misalnya $5 \times 0 = 0$, $10 \times 0 = 0$, dan seterusnya. Perkalian dengan 0 dapat digambarkan lewat soal cerita berikut.

Ani memiliki 3 buah peti. Peti tersebut tidak berisi apa-apa. Ada berapa buah jeruk di dalam peti-peti yang dimiliki Ani?



Gambar 3.11 Kotak

Sumber: Dokumentasi penulis

Karena setiap peti tidak berisi apa-apa, maka pasti tidak ada buah jeruk di dalam peti tersebut. Dengan kata lain, banyaknya jeruk adalah 0, sehingga dapat ditulis $3 \times 0 = 0$.

3. Perkalian dengan Menggunakan Garis Bilangan

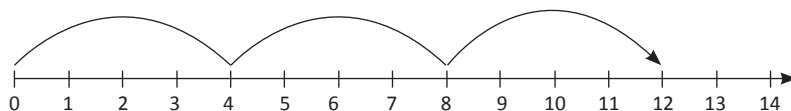
Seperti halnya penjumlahan dan pengurangan, perkalian juga dapat dilakukan dengan menggunakan garis bilangan, misalnya pada contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan garis bilangan, berapakah hasil dari 3×4 ?

Jawab:

Pada perkalian, angka 0 selalu dijadikan patokan awal. Untuk mendapatkan hasil dari 3×4 , loncatlah dari angka 0 ke kanan sebanyak 3 kali loncatan. Masing-masing loncatan jaraknya 4 satuan. Angka berapakah yang ditemukan?



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.12 Perkalian pada garis bilangan

Ternyata setelah 3 kali loncatan dari angka 0, ditemukan angka 12. Dengan demikian, hasil dari 3×4 adalah 12, kita tulis 3×2 .

4. Perkalian dengan Menggunakan Timbangan

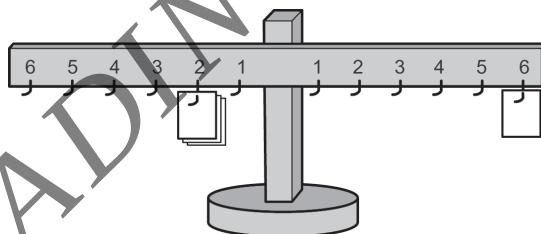
Timbangan yang digunakan dalam perkalian sama dengan timbangan yang digunakan dalam penjumlahan dan pengurangan. Berikut adalah cara penggunaannya.

Contoh:

Dengan menggunakan timbangan, berapakah hasil dari 3×2 ?

Jawab:

Untuk menunjukkan 3×2 , kaitkan 3 (tiga) buah beban sekaligus pada angka 2 di mistar sebelah kiri. Selanjutnya, ambil sebuah beban dan kaitkan beban tersebut di mistar sebelah kanan sehingga timbangan kembali berada pada posisi seimbang. Jika dilakukan dengan benar, posisi seimbang akan dicapai jika beban tersebut dikaitkan pada angka 6 di mistar kanan.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.13 Perkalian pada timbangan bilangan

Dengan demikian, didapat bahwa $3 \times 2 = 6$.

5. Perkalian dengan Menggunakan Persegi Satuan

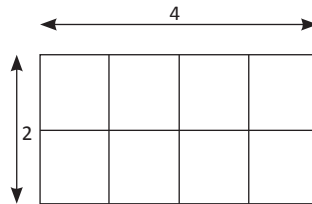
Cara ini diberikan pada siswa yang sudah mengenal konsep luas daerah suatu bangun geometri. Persegi satuan digunakan sebagai bantuan. Persegi satuan adalah bangun datar yang berbentuk kotak dengan setiap sisi panjangnya sama. Setiap sisi dianggap panjangnya adalah 1 satuan. Oleh karena itu, luas setiap persegi satuan adalah 1 satuan.

Contoh:

Dengan menggunakan persegi satuan, berapakah hasil dari $2 \times 4 = 8$?

Jawab:

Susun beberapa persegi satuan sehingga membentuk 2 baris dan 4 kolom seperti pada gambar berikut.



Setelah itu hitunglah jumlah persegi pada susunan tersebut. Ternyata banyaknya persegi pada susunan tersebut ada 8 buah. Dengan demikian, $2 \times 4 = 8$.

6. Perkalian dengan Produk Cartesius

Produk (perkalian) Cartesius adalah perkalian dari 2 (dua) buah himpunan, yaitu perkalian semua setiap anggota kedua himpunan tersebut secara berpasangan. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

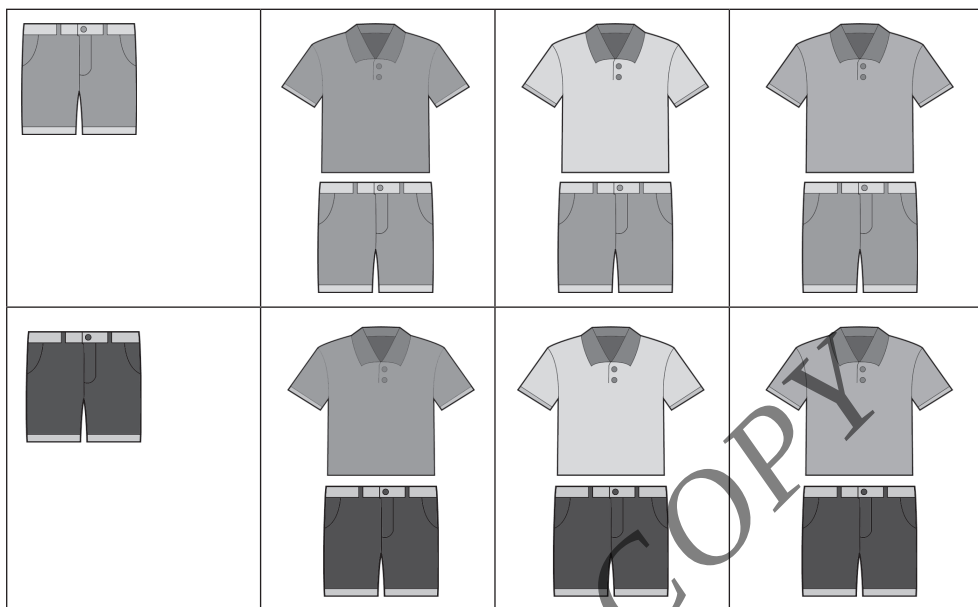
Rio akan pergi ke rumah nenek. Ibu telah menyiapkan 3 baju dan 2 celana untuk dipakai Rio. Ada berapa pasangan pakaian yang dapat dipakai oleh Rio?

Jawab:

Perhatikan tabel berikut.

Tabel 3.1 Kombinasi baju dan celana

			
--	---	---	--



Sumber: Dokumentasi penulis

Dari tabel di atas, pasangan pakaian yang dapat dipakai Rio ada 6 pasang. Dengan demikian, $3 \times 2 = 6$.

7. Perkalian dengan Menggunakan Penjumlahan Berulang

Pada dasarnya, perkalian sama dengan penjumlahan berulang. Hal ini dapat dilihat dari contoh berikut.

Contoh:

Vina senang memelihara ayam. Ia memiliki 3 buah kandang. Setiap kandang berisi 4 ekor ayam. Ada berapa ekor ayam yang dipelihara Vina?

Jawab:

Banyaknya ayam yang dimiliki Vina adalah 3×4 ekor. Vina memiliki 3 buah kandang. Di dalam setiap kandang ada 4 ekor ayam. Maka banyak ayam yang dimiliki Vina adalah $4 + 4 + 4 = 12$. Dengan demikian, $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$.

Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa perkalian sama dengan penjumlahan berulang. 3×4 artinya “3 kali penjumlahan bilangan 4”, yaitu $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$. Lalu bagaimana dengan 4×3 ?

Perkalian 4×3 artinya “4 kali penjumlahan bilangan 3”, yaitu $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$. Meskipun hasil akhirnya sama, yaitu 12, tetapi secara proses 3×4 berbeda dengan 4×3 .

Untuk mengingat perbedaan ini, siswa dapat diberi pemisalan mengenai resep dokter. Jika dokter menuliskan resep 3×1 , maka obat itu harus diminum sebanyak 3 kali dengan setiap kali minum sebanyak 1 butir pil atau kapsul. Jika dokter menulis 1×3 maka obat harus diminum 1 kali dengan sekali minum sekaligus 3 butir pil atau kapsul. Dengan demikian, 3×1 berbeda dengan 1×3 .

8. Perkalian dengan Menggunakan Tabel

Setelah siswa memahami konsep dan cara melakukan operasi perkalian, siswa perlu dibekali dengan kemampuan melakukan perkalian untuk bilangan-bilangan dasar. Bilangan-bilangan dasar itu adalah bilangan 1 sampai dengan 10. Hasil perkalian dari bilangan-bilangan dasar tersebut disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3.2 Tabel Perkalian

$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 3 = 3$	$1 \times 4 = 4$	$1 \times 5 = 5$
$2 \times 1 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times 5 = 10$
$3 \times 1 = 3$	$3 \times 2 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 4 = 12$	$3 \times 5 = 15$
$4 \times 1 = 4$	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 3 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$4 \times 5 = 20$
$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 4 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$6 \times 1 = 6$	$6 \times 2 = 12$	$6 \times 3 = 18$	$6 \times 4 = 24$	$6 \times 5 = 30$
$7 \times 1 = 7$	$7 \times 2 = 14$	$7 \times 3 = 21$	$7 \times 4 = 28$	$7 \times 5 = 35$
$8 \times 1 = 8$	$8 \times 2 = 16$	$8 \times 3 = 24$	$8 \times 4 = 32$	$8 \times 5 = 40$
$9 \times 1 = 9$	$9 \times 2 = 18$	$9 \times 3 = 27$	$9 \times 4 = 36$	$9 \times 5 = 45$
$10 \times 1 = 10$	$10 \times 2 = 20$	$10 \times 3 = 30$	$10 \times 4 = 40$	$10 \times 5 = 50$

$1 \times 6 = 6$	$1 \times 7 = 7$	$1 \times 8 = 8$	$1 \times 9 = 9$	$1 \times 10 = 10$
$2 \times 6 = 12$	$2 \times 7 = 14$	$2 \times 8 = 16$	$2 \times 9 = 18$	$2 \times 10 = 20$
$3 \times 6 = 18$	$3 \times 7 = 21$	$3 \times 8 = 24$	$3 \times 9 = 27$	$3 \times 10 = 30$
$4 \times 6 = 24$	$4 \times 7 = 28$	$4 \times 8 = 32$	$4 \times 9 = 36$	$4 \times 10 = 40$
$5 \times 6 = 30$	$5 \times 7 = 35$	$5 \times 8 = 40$	$5 \times 9 = 45$	$5 \times 10 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$6 \times 7 = 42$	$6 \times 8 = 48$	$6 \times 9 = 54$	$6 \times 10 = 60$
$7 \times 6 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$7 \times 8 = 56$	$7 \times 9 = 63$	$7 \times 10 = 70$
$8 \times 6 = 48$	$8 \times 7 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$8 \times 9 = 72$	$8 \times 10 = 80$
$9 \times 6 = 54$	$9 \times 7 = 63$	$9 \times 8 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$9 \times 10 = 90$
$10 \times 6 = 60$	$10 \times 7 = 70$	$10 \times 8 = 80$	$10 \times 9 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Sangat penting bagi siswa untuk mampu menghafal perkalian pada tabel di atas di luar kepala. Hafalan ini merupakan bekal utama bagi siswa untuk mengetahui hasil perkalian bilangan yang lebih besar. Untuk membantu hafalan, salinlah tabel tersebut ke dalam kertas dengan ukuran yang lebih besar, kemudian tempelkan di tempat yang sering dilihat siswa. Misalnya dinding kamar tidur, dinding meja makan, pintu dalam toilet, dan di setiap ruang kelas. Biasakan pula untuk mengecek hafalan siswa secara berkala. Misalnya hari pertama perkalian 1, hari kedua perkalian 2, dan seterusnya. Lakukan pengecekan tersebut sampai kita benar-benar yakin bahwa siswa sudah hafal di luar kepala.

9. Perkalian dengan Cara Bersusun Panjang

Cara-cara yang telah diuraikan di atas sebenarnya hanya sebagai pengenalan siswa terhadap konsep perkalian. Cara-cara tersebut hanya efektif digunakan jika melibatkan perkalian bilangan-bilangan yang kecil. Untuk perkalian yang melibatkan bilangan besar, cara-cara tersebut tentu cukup merepotkan untuk digunakan. Oleh sebab itulah, siswa perlu mempelajari tentang perkalian dengan cara bersusun panjang dan cara bersusun pendek.

Seperti halnya penjumlahan, perkalian dengan cara bersusun panjang dilakukan dengan memperhatikan nilai tempat dari setiap angka dalam suatu bilangan. Masing-masing nilai tempat tersebut diuraikan terlebih dahulu. Setelah itu, baru dilakukan perkalian. Untuk lebih memahaminya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Berapakah hasil dari 4×275 ?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 4 \times 275 &= 4 \times (200 + 70) + 5) \\
 &= (4 \times 200) + (4 \times 70) + (4 \times 5) \\
 &= 800 + 280 + 20 \\
 &= 1.080 + 20 \\
 &= 1.100
 \end{aligned}$$

Cara bersusun panjang selain dapat dilakukan dengan menuliskannya secara mendatar, juga dapat dilakukan dengan menuliskannya secara menurun (ke bawah), seperti berikut.

$$\begin{array}{r}
 275 \\
 4 \\
 \hline
 20 \rightarrow 4 \times 5 \\
 280 \rightarrow 4 \times 70 \\
 800 \rightarrow 4 \times 200 \\
 \hline
 1.100
 \end{array}$$

Jadi, $4 \times 275 = 1.100$.

10. Perkalian dengan Cara Bersusun Pendek

Perkalian dengan cara bersusun pendek dikenal juga dengan istilah *perkalian dengan cara menyimpan*. Langkah yang digunakan hampir sama dengan langkah pada penjumlahan bersusun pendek. Hanya kali ini yang dilakukan adalah operasi perkalian. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan cara bersusun pendek, berapakah hasil dari 4×275 ?

Jawab:

Langkah-langkah untuk melakukan perkalian dengan cara bersusun pendek adalah sebagai berikut.

Susun perkalian tersebut secara menurun (ke bawah). Untuk memudahkan, tulislah bilangan yang lebih besar di sebelah atas dan bilangan yang lebih kecil di bawahnya.

275

4 x

.....

Kalikan 4 dengan bilangan satuan, yaitu $4 \times 5 = 20$. Kita tulis 0 dan simpan angka 2 di tempat puluhan di sebelah atas.

2

275

4 x

... 0

Kalikan 4 dengan bilangan puluhan, yaitu $4 \times 7 = 28$. Karena disimpan angka 2 di tempat puluhan, maka jika dijumlahkan dengan 28 hasilnya adalah $28 + 2 = 30$. Tulis 0 dan simpan angka 3 di tempat ratusan di sebelah atas.

32

275

4 x

..00

Kalikan 4 dengan bilangan ratusan, yaitu $4 \times 2 = 8$. Jangan lupa tambahkan dengan angka 3 yang sudah disimpan di tempat ratusan, yaitu $8 + 3 = 11$. Karena sudah tidak ada yang perlu dikalikan lagi, maka angka 11 ditulis semuanya.

32

275

4 x

1100

Dengan demikian, didapat bahwa $4 \times 275 = 1.100$. Hasil ini sama dengan hasil yang didapat dengan cara menggunakan perkalian bersusun panjang.

Jika diperhatikan, perkalian dengan cara bersusun pendek lebih praktis untuk digunakan. Terutama jika perkalian tersebut melibatkan bilangan-bilangan yang besar. Namun perlu diingat bahwa perkalian bersusun pendek hanyalah

langkah-langkah praktis, dengan tujuan menghemat waktu dan mengasah keterampilan tanpa didasari oleh konsep yang mendalam. Meskipun pada penggunaan selanjutnya metode ini lebih cocok, lebih cepat, dan lebih praktis untuk digunakan, tetapi metode ini hanya boleh diperkenalkan kepada siswa jika siswa tersebut sudah paham tentang konsep perkalian yang sebenarnya.

E. Pembagian Bilangan Cacah

Operasi pembagian (*division*) dilambangkan dengan notasi “:” atau “/” yang dibaca “dibagi” atau “dibagi oleh”. Khusus untuk notasi “/”, sering pula dibaca “per”. Misalnya $12 : 3$ dibaca “dua belas dibagi tiga”. Sedangkan $\frac{15}{5}$ dibaca “lima belas dibagi lima” atau “lima belas per lima”. Seperti halnya pada operasi lain, operasi pembagian juga dapat dipelajari dengan banyak cara atau metode. Berikut adalah beberapa di antaranya.

1. Pembagian dengan Kumpulan

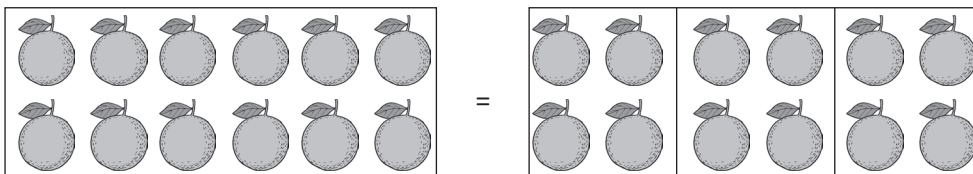
Sebagai langkah awal untuk mengenalkan cara menghitung hasil dari suatu pembagian, sebaiknya dilakukan melalui kumpulan atau himpunan dari beberapa benda sejenis yang sederhana. Misalnya kelereng, lidi, permen, buah-buahan, dan sebagainya.

Contoh:

Berapakah hasil dari $12 : 3$?

Jawab:

Jika akan digunakan benda-benda sejenis yang sederhana, pembagian tersebut dapat diilustrasikan dalam bentuk cerita. Misalnya Dian memiliki 12 buah apel. Ia akan membagikan semua apelnya kepada 3 orang temannya secara merata. Berapa buah apel yang diterima oleh masing-masing temannya? Perhatikan gambar berikut.



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.14 Ilustrasi pembagian menggunakan apel

Dari gambar tersebut, ternyata 12 buah apel dapat dibagi menjadi 3 bagian yang banyaknya sama. Masing-masing bagian terdiri dari 4 buah apel. Dengan demikian, banyaknya apel yang diterima oleh masing-masing teman Dian adalah 4 buah.

Dari ilustrasi tersebut didapat bahwa $12 : 3 = 4$.

2. Pembagian dengan Menggunakan Garis Bilangan

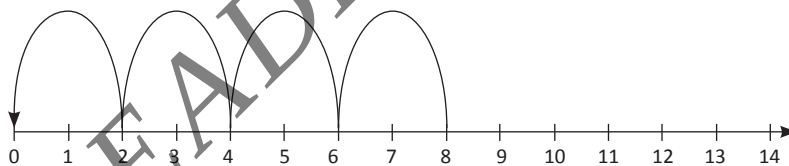
Selain dengan menggunakan benda-benda sejenis yang sederhana, pembagian juga dapat dilakukan dengan menggunakan garis bilangan. Seperti pada perkalian, pada pembagian pun angka 0 tetap dijadikan sebagai patokan. Untuk lebih jelasnya, silakan perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan garis bilangan, berapakah hasil dari $8 : 2$?

Jawab:

Untuk mengetahui hasil dari $8 : 2$, perhatikan angka 8 dan angka 0 pada garis bilangan. Dari angka 8, loncatlah dengan setiap loncatan jaraknya 2 satuan ke arah kiri. Berapa loncatan yang diperlukan sehingga sampai di angka 0?



Sumber: Dokumentasi penulis

Gambar 3.15 Ilustrasi pembagian pada garis bilangan

Dari gambar di atas, ternyata untuk sampai ke angka 0 diperlukan 4 kali loncatan. Dengan demikian, hasil dari $8 : 2$ adalah 4, ditulis $8 : 2 = 4$.

3. Pembagian dengan Menggunakan Timbangan

Melakukan operasi pembagian dengan menggunakan timbangan langkahnya mirip dengan saat melakukan perkalian. Hanya saja sekarang prosesnya merupakan kebalikannya.

Misalnya akan dicari hasil dari $6 : 2$ dengan menggunakan timbangan. Caranya adalah dengan mengaitkan sebuah beban di mistar kanan. Akibatnya tentu timbangan akan berat ke kanan. Selanjutnya perhatikan angka 2 di mistar kiri. Berapa beban yang harus dikaitkan di sana agar timbangan kembali seimbang? Jika siswa melakukan dengan benar akan diperoleh bahwa diperlukan 3 beban untuk dikaitkan di angka 2 sehingga timbangan menjadi seimbang. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa $6 : 2 = 3$.

4. Pembagian sebagai Pengurangan Berulang

Jika perkalian adalah penjumlahan berulang, maka pembagian pada dasarnya adalah pengurangan berulang. Perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan cara pengurangan berulang, berapakah hasil dari $15 : 3$?

Jawab:

Pengurangan berulang dilakukan dengan cara mengurangi 15 oleh 3 secara berturut-turut sampai tidak habis atau tidak bisa dikurangi lagi. Banyaknya proses pengurangan yang dilakukan adalah hasil dari pembagian tersebut.

$$15 - 3 = 12 \rightarrow \text{pengurangan ke-1}$$

$$12 - 3 = 9 \rightarrow \text{pengurangan ke-2}$$

$$9 - 3 = 6 \rightarrow \text{pengurangan ke-3}$$

$$6 - 3 = 3 \rightarrow \text{pengurangan ke-4}$$

$$3 - 3 = 0 \rightarrow \text{pengurangan ke-5}$$

Pada pengurangan ke-5, hasilnya adalah 0, sehingga proses pengurangan dapat dihentikan. Karena proses pengurangan berhenti pada pengurangan ke-5, maka hasil dari $15 : 3 = 5$.

Hasil pengurangan terakhir disebut sisa pembagian. Pada contoh di atas, hasil dari pengurangan terakhir adalah 0. Oleh karena itu, dikatakan bahwa sisa $15 : 3$ adalah 0. Dengan kata lain, 3 *membagi habis* 15.

Untuk lebih memahami tentang sisa pembagian, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Dengan menggunakan pengurangan berulang, berapakah hasil dari $13 : 4$?

Jawab:

$$13 - 4 = 9 \rightarrow \text{pengurangan ke-1}$$

$$9 - 4 = 5 \rightarrow \text{pengurangan ke-2}$$

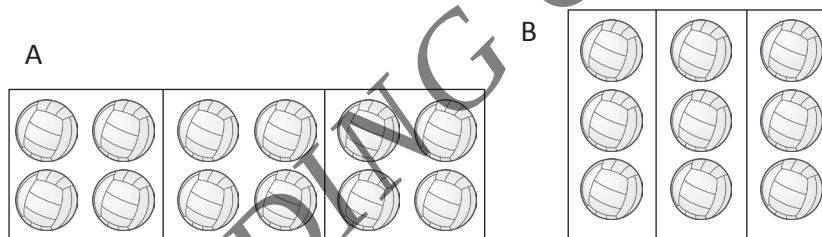
$$5 - 4 = 1 \rightarrow \text{pengurangan ke-3}$$

Pada pengurangan ke-3, hasilnya adalah 1 sehingga proses pengurangan dapat dihentikan. Karena proses pengurangan berhenti pada pengurangan ke-3 dengan hasil akhir adalah 1, maka hasil dari $13 : 4$ adalah 3 sisa 1. Dengan demikian, 4 *tidak membagi habis* 13.

Penulisan sisa dalam bentuk desimal akan dipelajari lebih lanjut pada Bab Pecahan.

5. Pembagian sebagai Kebalikan dari Perkalian

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.16 Bola Voli

Sumber: Dokumentasi penulis

Banyaknya bola pada himpunan A sama dengan banyaknya bola pada himpunan B, yaitu 12. Pada himpunan A, bola dibagi menjadi 3 bagian dengan setiap bagian berisi 4 bola. Sedangkan pada himpunan B, bola dibagi menjadi 4 bagian dengan setiap bagian berisi 3 bola. Dari himpunan A didapat bahwa banyaknya bola adalah $3 \times 4 = 12$, sedangkan dari himpunan B didapat bahwa banyaknya bola adalah $4 \times 3 = 12$.

Dari himpunan A, didapat bahwa $12 : 3 = 4$, sedangkan dari himpunan B didapat bahwa $12 : 4 = 3$. Oleh sebab itu, dapat disimpulkan bahwa pembagian merupakan kebalikan dari operasi perkalian. Dengan demikian, mencari hasil dari $15 : 3 = \dots$ sama saja dengan mencari bilangan yang jika dikalikan 3 hasilnya adalah 15, yaitu $3 \times \dots = 15$. Jawabannya adalah 5.

6. Pembagian dengan Menggunakan Tabel Perkalian

Karena pembagian adalah kebalikan dari perkalian, maka hasil dari suatu pembagian dapat dicari juga dengan menggunakan tabel perkalian.

Misalnya hasil dari $42 : 6$ adalah 7, karena berdasarkan tabel perkalian, $7 \times 6 = 42$. Demikian seterusnya.

7. Pembagian dengan 0

Berapakah hasil dari $0 : 2$? Berapa pula hasil dari $2 : 0$? Untuk menjawabnya, perhatikan uraian berikut.

Hasil dari $0 : 2$ adalah bilangan yang jika dikalikan dengan 2 hasilnya adalah 0, yaitu $2 \times \dots = 0$. Bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan lain hasilnya 0 adalah 0 sehingga $2 \times 0 = 0$, atau dengan kata lain, $0 : 2 = 0$. Hasil ini berlaku umum, yaitu jika 0 dibagi oleh bilangan berapapun, hasilnya adalah 0.

Lalu bagaimana dengan $2 : 0$? Dengan cara yang sama, untuk menentukan hasil dari $2 : 0$, kita harus mencari bilangan yang jika dikalikan dengan 0, hasilnya adalah 2. Adakah bilangan itu?

Sebelumnya kita sudah mengetahui bahwa bilangan berapapun jika dikalikan dengan 0 maka hasilnya adalah 0. Tidak mungkin ada bilangan yang jika dikalikan dengan 0 hasilnya adalah 2. Oleh sebab itu, $2 : 0$ tidak memiliki penyelesaian. Dengan kata lain, $2 : 0$ tidak terdefinisi. Hasil tersebut berlaku umum, yaitu bilangan berapapun (selain 0) jika dibagi dengan 0, maka hasilnya tidak terdefinisi (tidak ada).

8. Pembagian dengan Cara Bersusun Pendek

Pembagian dengan cara bersusun pendek dilakukan jika pembagian melibatkan bilangan yang besar. Pembagian dengan cara ini juga lebih cepat dan praktis dalam menemukan hasil pembagian. Namun, cara ini sebaiknya baru diberikan jika siswa telah memahami konsep pembagian dengan benar. Langkah-langkah pembagian dengan cara bersusun pendek diperlihatkan pada contoh berikut.

Contoh:

Berapakah hasil dari $1.652 : 7$?

Jawab:

Jika perkalian dimulai dari angka yang paling kanan (satuan), maka pembagian dilakukan dari angka yang paling kiri. Dalam hal ini adalah angka ribuan. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

- Susun pembagian tersebut secara menurun (ke bawah) seperti berikut.

$$\begin{array}{r} \text{....} \rightarrow \text{hasil bagi} \\ 3 \overline{) 1428} \rightarrow \text{bilangan yang akan dibagi} \\ \uparrow \\ \text{pembagi} \end{array}$$

- Angka ribuan adalah 1 yang lebih kecil dari 3. Oleh sebab itu, lakukan pembagian dari angka ratusan, yaitu 14 ratusan. Hasil dari $14 : 3$ adalah 4 ratusan dengan sisa 2 ratusan. Angka 4 ratusan ditulis di atas, di tempat hasil bagi, sedangkan sisa 2 ratusan ditulis di bawah.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \overline{) 3 \ 1428} \\ \underline{12} - \\ 2 \end{array}$$

- Setelah angka ratusan sekarang angka puluhan, yaitu 22 puluhan. Hasil dari $22 : 3$ adalah 7 puluhan dengan sisa 1 puluhan. Angka 7 puluhan ditulis di atas dan sisanya yaitu angka 1 puluhan ditulis di bawah.

$$\begin{array}{r} 47 \\ \overline{) 3 \ 1428} \\ \underline{12} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 1 \end{array}$$

- Setelah angka puluhan, sekarang tinggal angka satuan, yaitu 18 satuan. Hasil dari $18 : 3$ adalah 6 satuan dengan sisa 0 satuan. Angka 6 satuan ditulis di atas dan angka 0 (sisa) ditulis di bawah.

$$\begin{array}{r}
 476 \\
 3 \overline{) 1428} \\
 \underline{12} \\
 22 \\
 \underline{21} \\
 18 \\
 \underline{18} \\
 0
 \end{array}$$

- Karena sisa terakhir adalah 0, maka 1.428 habis dibagi oleh 3, yaitu $1.428 : 3 = 476$. Siswa dapat memeriksa kebenaran jawaban ini dengan cara menghitung hasil perkalian antara pembagi dengan hasil baginya, yaitu 3×476 . Jika diperoleh 1.428, artinya jawaban yang didapat sudah benar.

Dari langkah-langkah di atas, didapat bahwa $1.428 : 3 = 476$.

9. Operasi Campuran

Sering kali suatu perhitungan melibatkan lebih dari satu operasi. Perhitungan tersebut kadang dituliskan secara langsung, kadang pula dituliskan dengan menggunakan tanda kurung. Pertanyaannya adalah, operasi mana yang harus didahulukan prosesnya?

Aturan untuk menentukan hasil dari suatu perhitungan yang melibatkan lebih dari satu operasi adalah sebagai berikut.

- Jika dalam suatu perhitungan digunakan tanda kurung, maka operasi di dalam tanda kurung yang harus didahulukan.
- Jika dalam suatu perhitungan digunakan tanda kurung bertingkat (di dalam tanda kurung ada tanda kurung lagi), maka operasi di dalam tanda kurung yang paling dalam yang harus didahulukan.
- Jika dalam suatu perhitungan tidak digunakan tanda kurung, maka operasi **perkalian atau pembagian yang harus didahulukan**. Setelah itu baru operasi penjumlahan atau pengurangan.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Hitunglah hasil dari $5 + 4 \times 2$.

Jawab:

$$5 + 4 \times 2 = 5 + 8 \quad \dots \text{ (operasi perkalian didahulukan)}$$

$$= 13$$

Jadi, hasil dari $5 + 4 \times 2 = 13$.

Hasil yang didapat akan berbeda jika operasi penjumlahan yang didahulukan, yaitu $5 + 4 \times 2 = 9 \times 2 = 18$. Jawaban yang benar dari $5 + 4 \times 2$ adalah 13, bukan 18.

Contoh:

Hitunglah hasil dari:

- a. $3 \times 5 + 12 : 4 - 2$
- b. $5 \times (6 - 3) + 2$

Jawab:

$$a. \quad 3 \times 5 + 12 : 4 - 2 = 15 + 3 - 2 \dots$$

(operasi perkalian dan pembagian didahulukan)

$$= 16$$

$$b. \quad 5 \times (6 - 3) + 2 = 5 \times 3 + 2 \dots$$

(operasi di dalam tanda kurung didahulukan)

$$= 15 + 2 \dots \text{ (operasi perkalian didahulukan)}$$

$$= 17$$

Jadi, $3 \times 5 + 12 : 4 - 2 = 16$ dan $5 \times (6 - 3) + 2 = 17$.

F. Sifat-sifat Operasi pada Bilangan Cacah

Dari pembahasan mengenai operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah, kita dapat menemukan beberapa sifat dari operasi-operasi tersebut. Sifat-sifat ini perlu dipelajari dan dipahami karena dapat membantu kita dalam melakukan berbagai perhitungan dengan cara yang paling sederhana. Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai sifat-sifat tersebut beserta beberapa kegunaannya dalam membantu menyederhanakan perhitungan. Sifat-sifat operasi pada bilangan cacah adalah sebagai berikut.

1. Sifat Tertutup

Sifat tertutup pada bilangan cacah adalah jika dua bilangan cacah dioperasikan maka hasilnya adalah juga bilangan cacah. Sifat tertutup ini hanya berlaku untuk penjumlahan dan perkalian.

Pada operasi pengurangan dan pembagian tidak berlaku sifat tertutup. Misalnya $5 - 7$ hasilnya bukan bilangan cacah karena $5 - 7 = -2$. Begitu pula dengan $5 : 2$, karena $5 : 2 = 2,5$. Pengurangan yang hasilnya bilangan negatif akan dibahas pada Bab Operasi pada Bilangan Bulat, sedangkan pembagian yang hasilnya bukan bilangan bulat akan dibahas pada Bab Pecahan.

2. Sifat Komutatif

Sifat komutatif atau pertukaran hanya berlaku pada penjumlahan dan perkalian. Jika a dan b mewakili bilangan cacah, maka berlaku:

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

Sedangkan pada operasi pengurangan dan pembagian, sifat komutatif tidak berlaku, yaitu $a - b \neq b - a$ dan $a : b \neq b : a$.

Misalnya $3 + 1 = 4$ dan $1 + 3 = 4$ sehingga $3 + 1 = 1 + 3$. Demikian pula dengan $3 \times 2 = 6$ dan $2 \times 3 = 6$ sehingga $2 \times 3 = 3 \times 2$. Sifat seperti ini tidak berlaku pada operasi pengurangan dan pembagian.

3. Sifat Asosiatif

Sifat asosiatif atau pengelompokan hanya berlaku pada penjumlahan dan perkalian. Sifat asosiatif pada penjumlahan dan perkalian adalah sebagai berikut.

Jika a , b , dan c adalah bilangan cacah, maka berlaku:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Misalnya

$$\begin{aligned} 3 + 1 + 4 &= (3 + 1) + 4 \\ &= 4 + 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 + 1 + 4 &= 3 + (1 + 4) \\ &= 3 + 5 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Demikian pula untuk perkalian, yaitu misalnya

$$\begin{aligned} 3 \times 2 \times 5 &= (3 \times 2) \times 5 & 3 \times 2 \times 5 &= 3 \times (2 \times 5) \\ &= 6 \times 5 & &= 3 \times 10 \\ &= 30 & &= 30 \end{aligned}$$

Dari pemisalan di atas ternyata dengan menggunakan sifat asosiatif pada penjumlahan dan perkalian, hasil yang didapat adalah sama.

Pada operasi pengurangan dan pembagian, sifat asosiatif tidak berlaku. Misalnya $5 - 3 - 1 = 1$ dan $(5 - 3) - 1 = 2 - 1 = 1$. Namun $5 - (3 - 1) = 5 - 2 = 3$, sehingga $(5 - 3) - 1 \neq 5 - (3 - 1)$. Artinya sifat asosiatif tidak berlaku pada operasi pengurangan. Demikian pula pada operasi pembagian, tidak berlaku sifat asosiatif.

4. Sifat Distributif

Pada bilangan cacah, berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan perkalian terhadap pengurangan, yaitu sebagai berikut.

Jika a , b , dan c adalah bilangan cacah, maka berlaku:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Misalnya $2 \times (5 + 4) = 2 \times 9 = 18$ dan $2 \times 5 + 2 \times 4 = 10 + 8 = 18$, sehingga $2 \times (5 + 4) = 2 \times 5 + 2 \times 4$. Demikian pula dengan $2 \times (5 - 4) = 2 \times 1 = 2$ dan $2 \times 5 - 2 \times 4 = 10 - 8 = 2$, sehingga $2 \times (5 - 4) = 2 \times 5 - 2 \times 4$.

Sifat distributif dapat digunakan untuk menyederhanakan perhitungan. Misalnya seperti contoh berikut.

Contoh:

Berapakah hasil dari $5 \times 13 + 5 \times 87$?

Jawab:

Cara pertama adalah menghitung satu per satu, yaitu mula-mula menghitung 5×13 dan 5×87 , baru kemudian menjumlahkannya, yaitu $5 \times 13 = 65$, $5 \times 87 = 435$, dan $65 + 435 = 500$, sehingga $5 \times 13 + 5 \times 87 = 500$.

Cara yang kedua adalah dengan menggunakan sifat distributif karena ada bilangan pengali yang sama, yaitu 5. Oleh sebab itu,

$$\begin{aligned} 5 \times 13 + 5 \times 87 &= 5 \times (13 + 87) \\ &= 5 \times 100 \\ &= 500 \end{aligned}$$

Dari kedua cara pada contoh tersebut dapat dibandingkan cara mana yang lebih sederhana untuk dilakukan.

5. Sifat Bilangan 1 dan 0

Pada penjumlahan dan pengurangan, jika a adalah bilangan cacah, maka berlaku $a + 0 = a$ dan $a - 0 = a$. Misalnya $3 + 0 = 3$ dan $2 - 0 = 2$. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa jika suatu bilangan dijumlahkan dengan 0 atau dikurangi oleh 0, maka hasilnya adalah tetap, yaitu bilangan itu sendiri. Oleh sebab itu, 0 disebut *unsur identitas* operasi penjumlahan dan pengurangan.

Pada perkalian dan pembagian, jika a adalah bilangan cacah, maka berlaku $a \times 1 = a$ dan $a : 1 = a$. Misalnya $2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $5 : 1 = 5$, dan $6 : 1 = 6$. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa jika suatu bilangan dikalikan atau dibagi dengan 1, hasilnya adalah bilangan itu sendiri (tetap). Oleh karena itu, 1 disebut *unsur identitas* operasi perkalian dan pembagian.

6. Sifat Perkalian dengan Kelipatan 10

Untuk menjelaskan sifat ini, terlebih dahulu siswa diberikan beberapa perkalian yang melibatkan kelipatan 10, kemudian siswa diminta menghitung hasilnya dengan cara yang telah dikuasai siswa (penjumlahan berulang atau dengan cara bersusun panjang/pendek). Misalnya perkalian-perkalian berikut.

$$3 \times 10 = \dots$$

$$7 \times 10 = \dots$$

$$12 \times 10 = \dots$$

$$5 \times 100 = \dots$$

$$3 \times 20 = \dots$$

$$4 \times 50 = \dots$$

$$12 \times 20 = \dots$$

G. Aturan Pembulatan

Angka penting adalah aturan yang biasanya digunakan dalam pengukuran jadi jika terkadang perhitungan angka penting berbeda dengan hitungan kalkulator disebabkan memang hitungan ini ada aturan tersendiri. berikut ini adalah empat aturan untuk menyatakan apakah suatu angka termasuk angka penting atau bukan.

1. Semua angka bukan nol adalah angka penting.

Contoh:

3,458 bilangan ini terdiri dari **4** Angka Penting

32,4892 bilangan terdiri dari **6** Angka Penting

2. Angka nol yang terletak di antara angka bukan nol adalah angka penting.

Contoh:

527,003 Terdiri dari **6** Angka Penting

2,0005 Terdiri dari **5** Angka Penting

3. Untuk bilangan desimal yang lebih kecil dari satu, angka nol di kiri dan kanan tanda koma bukan angka penting, tapi disebut angka orde.

Contoh:

0,000800 ada **3** Angka Penting

0,0002051 ada **4** Angka Penting

4. Angka nol pada deretan akhir sebuah bilangan yang sama dan lebih besar dari 10 (≥ 10) termasuk angka penting, kecuali jika angka sebelum nol diberi garis bawah. Dalam hal ini angka penting berakhir pada angka yang diberi garis bawah.

Contoh:

5000 ada **4** angka penting

5000 ada **3** angka penting

5000 ada **2** angka penting

Aturan Pembulatan Angka

1. Jika < 5 : dihilangkan.

Contoh : 2,064 = 2,06

2. Jika > 5 : dibulatkan ke depan.

Contoh: $2,066 = 2,07$

3. Jika $= 5$:

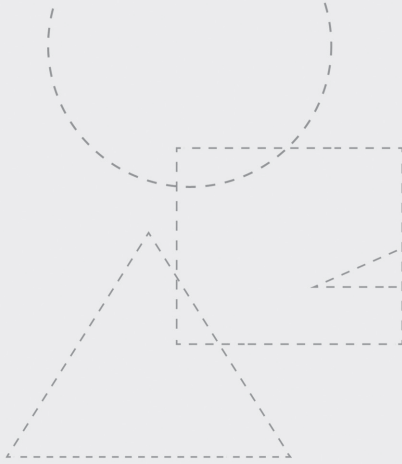
- bila di depannya angka ganjil dibulatkan.

Contoh : $2,035 = 2,04$

- bila di depannya angka genap dihilangkan.

Contoh : $2,065 = 2,06$

READING COPY



Bab IV

Pecahan

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Pengertian Bilangan Pecahan
- B. Konsep Pecahan Desimal dan Persen
- C. Pecahan yang Senilai
- D. Operasi Pecahan

A. Pengertian Bilangan Pecahan

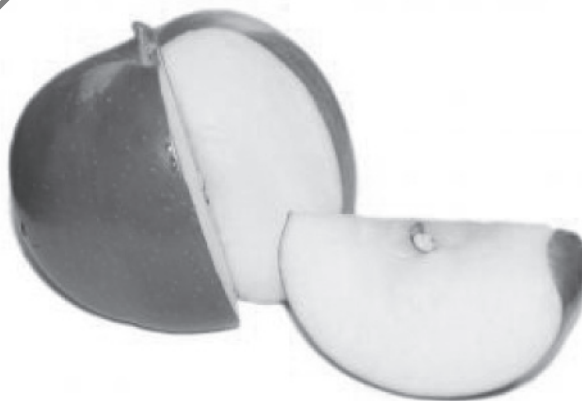
Istilah pecahan (*fraction*) merupakan konsep matematika yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Pecahan dapat diartikan sebagai bilangan rasional, tetapi juga dapat diartikan sebagai lambang bilangan untuk bilangan rasional. Pecahan sebagai bilangan rasional dinamakan bilangan pecah.

Himpunan bilangan cacah adalah $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan cacah bersifat tertutup. Hal ini berarti penjumlahan dua bilangan cacah selalu menghasilkan suatu bilangan cacah, dan perkalian dua bilangan cacah selalu menghasilkan suatu bilangan cacah. Di pihak lain, operasi pembagian pada bilangan cacah tidak bersifat tertutup, maksudnya hasil pembagian dua bilangan cacah tidak selalu merupakan bilangan cacah.

Berkaitan dengan pembagian pada bilangan cacah diperlukan bilangan baru sebagai perluasan bilangan cacah sehingga operasi pembagian bersifat tertutup pada bilangan baru itu. Bilangan baru tersebut adalah bilangan pecah. Hasil dari pembagian $3 : 5 = \frac{3}{5}$ adalah bilangan pecah. Ilustrasi berikut berkaitan dengan konsep bilangan pecah.

Contoh:

Sebuah apel dipotong dengan pisau menjadi 4 bagian yang sama. Tiap-tiap bagian apel masing-masing memberikan gambaran tentang pecahan $\frac{1}{4}$. Gabungan tiga bagian apel yang disatukan menggambarkan $\frac{3}{4}$. Gabungan 4 bagian apel yang disatukan menggambarkan $\frac{4}{4}$ atau 1 buah apel yang utuh.

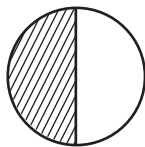


Gambar 4.1 Ilustrasi Potongan Apel

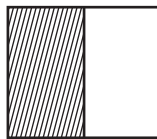
Sumber: Dokumentasi penulis

Cara Penanaman Konsep pecahan pada anak SD:

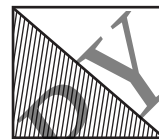
Untuk mengajarkan konsep pecahan pada anak SD sebenarnya cukup mudah, guru dapat menggunakan alat peraga yang sederhana untuk mengajarkan konsep pecahan kepada siswa-siswanya, sebagai contoh kita dapat menggunakan karton yang sudah dibentuk sedemikian rupa sehingga membentuk bangun-bangun datar. Selanjutnya, daerah bangun datar tersebut dibagi beberapa bagian sama besar kemudian diarsir, sebagai contoh ditunjukkan gambar berikut.



yang diarsir $\frac{1}{2}$



yang diarsir $\frac{1}{2}$



yang diarsir $\frac{1}{2}$

Pecahan $\frac{1}{2}$ dibaca “satu perdua” atau “seper dua, 1 disebut pembilang dan angka 2 disebut penyebut. Guru dapat menggunakan alat peraga lainnya yang dapat ditemukan dalam pembelajaran sehari-hari untuk mengajarkan konsep pecahan.

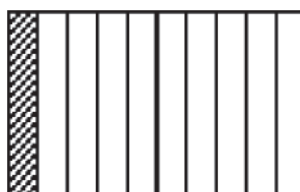
B. Konsep Pecahan Desimal dan Persen

Pembelajaran pecahan desimal dapat dimulai dengan cara guru mengenalkan konsep pecahan persepuluhan kemudian dilanjutkan konsep persen (pecahan perseratusan) dengan menggunakan potongan kertas berukuran sama yang berbentuk persegi.

1. Mengenalkan Konsep Persepuluhan

Media yang dibutuhkan:

Kertas, kertas warna-warni, pulpen, penggaris, dan gunting.

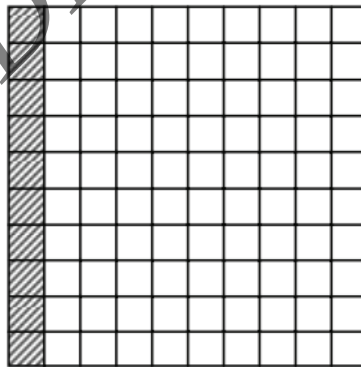


Langkah-langkah pembelajaran:

- Dari 1 lembar kertas buatlah 10 bagian yang sama besar.
- Tandai batas tiap bagian dengan menggunakan pulpen atau spidol.
- Arsirlah 1 bagian karena yang diarsir 1 bagian dari 10 bagian yang sama besar, kita dapat menuliskan bagian tersebut $\frac{1}{10}$. Bilangan $\frac{1}{10}$ ini dapat kita ubah menjadi bentuk desimal 0,1, apabila yang diarsirnya 2 bagian maka kita dapat menuliskan bagian tersebut $\frac{2}{10}$, dan seterusnya.
- Berikutnya guru memberi tugas kepada siswa untuk mengarsir dan menuliskan pecahan-pecahan $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{10}{10}$ dan sebagainya.
- Kesimpulan yang dapat diambil oleh siswa adalah bila persepuluh maka dibelakang koma hanya ada 1 angka.

2. Mengenalkan Konsep Perseratusan

Untuk mengenalkan konsep perseratusan caranya hampir sama dengan konsep persepuluh yang telah dibahas. Untuk mengajarkan konsep perseratusan dimulai mengenalkan $10/100$ dengan peragaan kertas berpetak. Satu kotak utuh dipotong menjadi 100 bagian yang sama, kemudian diambil 10 bagian.



Berikut ini cara penulisan dengan memindah pembilang di belakang koma.

$$\frac{10}{100} = 0,10$$

$$\frac{2}{100} = 0,02$$

Kesimpulan yang dapat diambil oleh siswa adalah bila perseratus maka di belakang koma terdapat 2 angka.

3. Mengenalkan Pecahan Campuran

Pecahan campuran dikenalkan kepada siswa melalui peragaan gambar dan teknik pembagian bersusun, atau dikenal dengan istilah mengubah pecahan biasa menjadi pecahan campuran, dan sebaliknya.

Contoh:

Ubahlah pecahan $\frac{1}{5}$ ke dalam bentuk pecahan campuran.

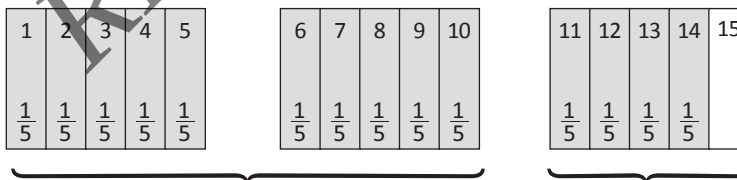
Langkah-Langkah Penanaman Konsep:

Media yang diperlukan:

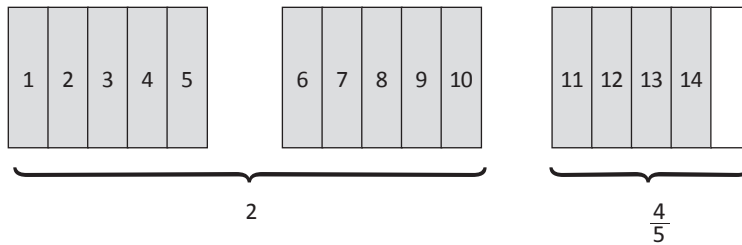
1. Kertas karton berbentuk persegi panjang sebanyak 3 buah.
2. Penggaris, pensil, dan lem.

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai kegiatan apersepsi, siswa diingatkan kembali tentang konsep persepuluhan dan konsep perseratusan.
2. Siswa menyediakan 3 buah lembar karton berbentuk persegi panjang yang luasnya sama.
3. Masing-masing karton tersebut dibagi menjadi 5 bagian sama panjang dengan menggunakan pensil dan penggaris.
4. Masing-masing bagian diberi nilai $\frac{1}{5}$ dan setiap bagian diberi nomor berurutan dari 1 sampai dengan 15.



5. Kita arsir 14 bagian dari 15 bagian. Dari gambar terlihat bahwa ada 2 bagian karton yang utuh, sedangkan yang tidak utuh ada 4 dari 5 bagian atau $\frac{4}{5}$.



6. Siswa mengambil kesimpulan bahwa hasil bagi $\frac{14}{5}$ sisanya 4 sehingga:

$$\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

C. Pecahan Senilai

Topik pecahan senilai merupakan materi prasyarat yang harus dipahami siswa sebelum melangkah lebih lanjut mempelajari konsep pecahan. Sebagai contoh bilangan pecahan $\frac{1}{2}$ senilai dengan $\frac{2}{4}$ dan senilai juga dengan $\frac{3}{6}$. Seringkali guru mengajarkan konsep pecahan senilai ini dengan cara siswa disuruh mengalikan penyebut dengan bilangan yang sama. Hal ini hanya akan membuat siswa menghafal prosedur, tetapi kurang membantu pemahaman siswa terkait konsep pecahan senilai. Berkaitan dengan hal tersebut alangkah baiknya guru membuat media bahan ajar yang konkret sehingga dapat membantu pemahaman siswa terkait konsep ini dengan lebih baik.

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan:

1. Kertas karton berwarna yang berbentuk persegi panjang sebanyak 4-6 buah.
2. Penggaris, pensil, dan lem

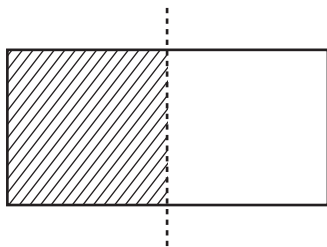
Kegiatan Pembelajaran:

1. Sebagai kegiatan apersepsi, siswa diingatkan kembali tentang nilai pecahan dan pecahan senilai.
2. Siswa menyediakan dua buah lembar kertas. Satu kertas dilipat menjadi dua bagian yang sama, sedangkan satu kertas lagi diarsir untuk menunjukkan bahwa nilai $\frac{1}{2}$ senilai dengan $\frac{2}{4}$.

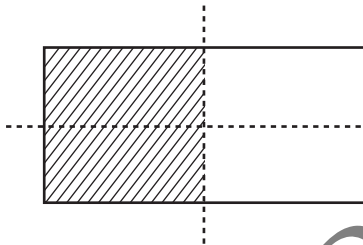
3. Siswa melanjutkan kegiatan dengan mencoba melipat kertas menjadi 4 bagian dan 8 bagian yang sama.
4. Siswa kemudian membandingkan dua kertas tersebut dan membuat kesimpulan.

Ilustrasi Peragaan dengan Kertas

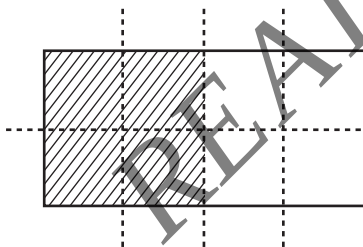
Pada peragaan ini kita akan menunjukkan contoh bahwa $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$



Kertas 1 dilipat menjadi 2 bagian yang sama, bagian yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{1}{2}$



Kertas 2 dilipat menjadi 4 bagian yang sama, bagian yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{2}{4}$

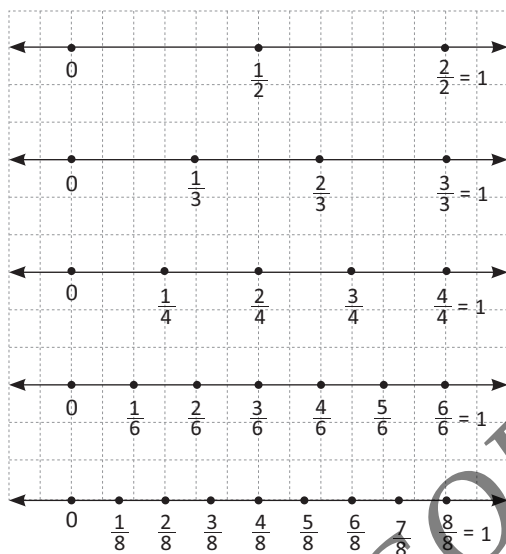


Kertas 3 dilipat menjadi 8 bagian yang sama, bagian yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{4}{8}$

Dari ilustrasi di atas dapat diambil kesimpulan bahwa pecahan $\frac{1}{2}$ senilai dengan $\frac{2}{4}$ dan senilai juga dengan $\frac{4}{8}$. Peragaan dapat dilanjutkan dengan menggunakan pecahan lainnya.

Peragaan dengan Garis Bilangan

Pecahan senilai dapat pula ditunjukkan dengan menggunakan alat peraga garis bilangan. Berikut ini ditunjukkan beberapa pecahan senilai dengan menggunakan garis bilangan yang digambarkan pada kertas berpetak.



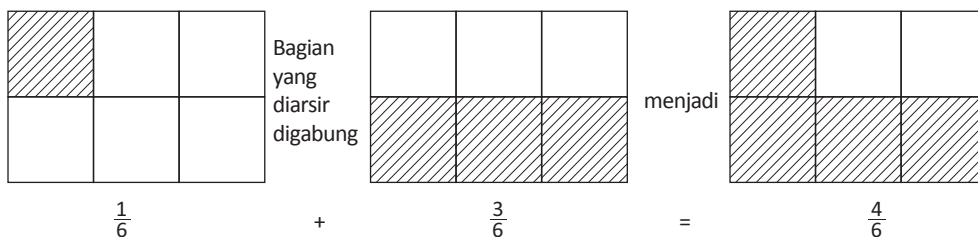
Dari ilustrasi di atas dapat diambil kesimpulan bahwa pecahan $\frac{1}{2}$ senilai dengan $\frac{4}{8}$ dan senilai juga dengan $\frac{4}{8}$.

D. Operasi Pecahan

1. Penjumlahan Pecahan

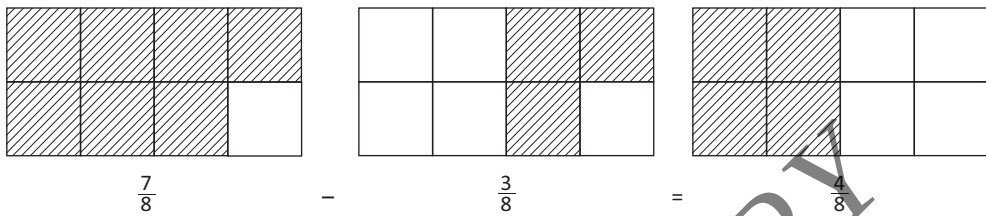
a. Penjumlahan Pecahan Biasa

Penjumlahan pecahan merupakan materi yang dipelajari siswa di kelas IV. Guru dapat mengajarkan siswa konsep penjumlahan dan pengurangan dengan membimbing siswa memperagakan dengan berbagai cara, misalnya menggunakan gambar bangun datar yang diarsir.



b. Pengurangan Pecahan Senilai

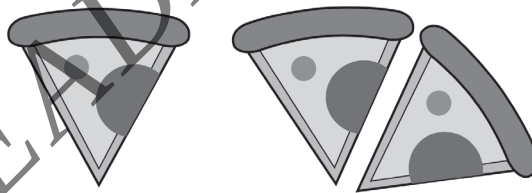
Adapun pengurangan pecahan senilai caranya persis dengan penjumlahan. Untuk pengurangan tinggal dihilangkan atau dihapus arsirannya sesuai jumlah yang dikurangi.



Simpulan yang diharapkan didapat siswa adalah penjumlahan pecahan berpenyebut sama dapat diperoleh hasilnya dengan menjumlah pembilangnya, sedangkan penyebutnya tetap.

c. Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Tidak Sama

Saat anak mempelajari materi ini, sebaiknya mereka diberikan pengalaman-pengalaman berbentuk ilustrasi kehidupan sehari-hari. Berikut sebagai contohnya.

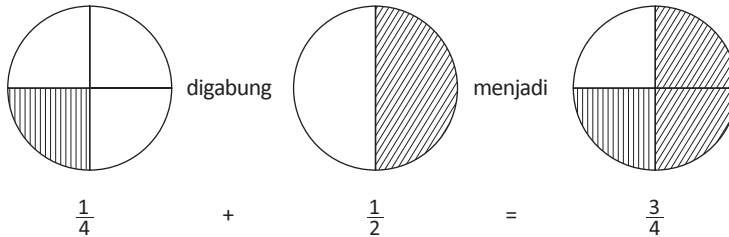


"Sepulang kerja ibunya Adit membeli pizza yang berbentuk lingkaran. Adit makan pizza $\frac{1}{4}$ bagian. Karena Adit masih lapar kemudian meminta lagi, dan ibu memberinya sepotong pizza yang besarnya $\frac{1}{2}$ bagian. Berapa bagian pizza yang dimakan oleh Adit?"

Untuk memperoleh hasil penjumlahan, guru membimbing kelompok-kelompok siswa dengan berbagai media agar pengalaman yang didapat menumbuhkan pemahaman yang mendalam bagi siswa.

Cara penyelesaian:

- a. Dengan menggunakan gambar yang diarsir.



Dari Peragaan di atas tampak bahwa Adit memakan pizza $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.
Tampak pula bahwa $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$, sehingga:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

Peragaan ini membantu siswa memperoleh pengalaman bila menjumlahkan pecahan dengan penyebut tidak sama, siswa harus mencari penyebut persekutuan dengan cara mekanik, antara lain dengan menggunakan KPK (kelipatan persekutuan terkecil). Namun, ada pula cara yang dapat dilakukan untuk membantu menentukan penyebut persekutuan yaitu dengan mendaftar pecahan-pecahan senilainya. Dari kegiatan ini siswa mempunyai pengalaman memperoleh beberapa penyebut yang senilai dan sebaiknya dipilih penyebut yang paling kecil untuk menjadi penyebut persekutuan. Hal ini sesuai dengan pembelajaran KPK yang telah dipelajari siswa di kelas IV semester 1.

Contoh:

Tentukanlah hasil dari:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3 \times 1}{4 \times 1} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

KPK dari 2 dan 4 adalah 4, maka penyebutnya adalah 4

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 2} + \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15}$$

KPK dari 3 dan 5 adalah 15, maka penyebutnya adalah 15

2. Pengurangan Pecahan

Pembelajaran pengurangan pecahan campuran dipelajari siswa di kelas V semester 2. Sebelumnya siswa harus memahami terlebih dahulu dengan materi prasyarat yaitu penjumlahan pecahan berpenyebut sama dan berpenyebut beda,

pecahan senilai, konsep pecahan campuran, dan mengubah pecahan biasa menjadi pecahan campuran, serta KPK. Pengurangan pecahan campuran dapat diperagakan dengan menggunakan kertas karton yang diarsir agar proses penggabungan yang terjadi dapat dipahami siswa. Contoh yang diperagakan sebaiknya penjumlahan sederhana agar gambar-gambar yang dibuat tidak terlalu sulit.

Penanaman Konsep

Alat/bahan/sumber belajar

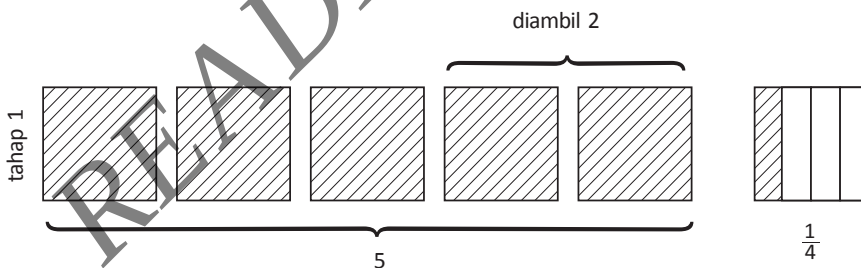
1. Blok pecahan
2. Kertas lipat 2 warna
3. Kertas ukuran besar untuk memajang hasil
4. Buku matematika

Langkah-Langkah

Pada awal kegiatan guru membuka pembelajaran dengan menyampaikan permasalahan tentang penjumlahan pecahan berbeda penyebut.

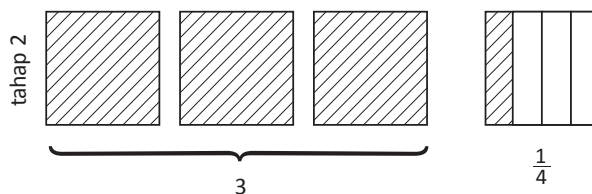
Langkah 1

Gambarkan kedua pecahan yang akan dijumlah.

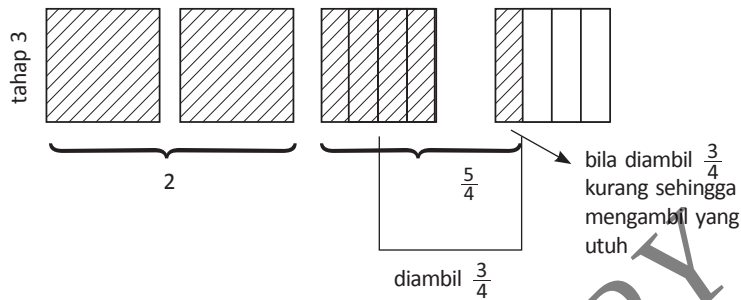


Langkah 2

Gabungkan semua bagian yang utuh kemudian gabungkan pula bagian yang tidak utuh.



Karena pecahan yang dijumlah mempunyai penyebut sama maka akan mudah digabungkan. Dari peragaan terlihat bahwa:



$$5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = 5 - 2\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 2 + \frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$$

Sehingga Hasilnya adalah $2\frac{1}{2}$

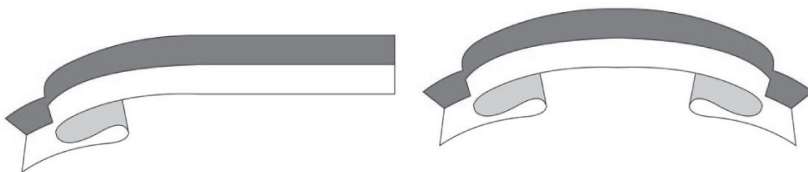
3. Perkalian Pecahan

a. Perkalian Bilangan Asli dengan Pecahan

Permasalahan perkalian bilangan asli dengan pecahan ada dalam kehidupan nyata sehari-hari dengan contoh sebagai berikut.

Contoh

Anak-anak kelas V SD Merah Putih akan menghias ruangan kelas. Ibu guru membagikan pita abu putih kepada masing-masing anak sepanjang $\frac{3}{5}$ meter. Apabila ada 5 anak yang bertugas menghias kelas, berapa meter pita yang dibutuhkan?



Gambar 4.2 Pita

Penanaman Konsep

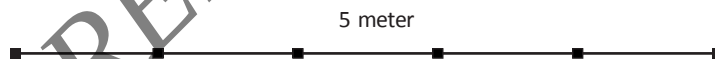
Dalam pelaksanaan pembelajaran diharapkan guru mengangkat permasalahan-permasalahan keseharian seperti contoh di atas untuk menghilangkan kesan abstrak dari konsep.

Media yang Dibutuhkan

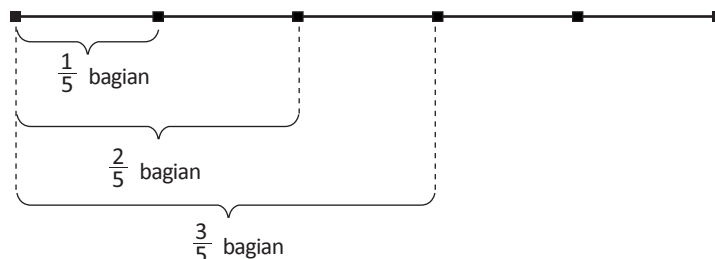
Guru dapat menyediakan benda-benda konkret sederhana seperti pita, kertas, kue *cake* kecil, dan lain-lain untuk dijadikan media pembelajaran sebelum masuk pada tahap semikonkret berupa gambar.

Langkah-Langkah Pembelajaran

1. Pada tahap awal guru mengulang materi prasyarat yang digunakan dalam pembahasan materi inti yaitu meliputi penjumlahan pecahan yang berpenyebut sama, dan konsep perkalian yang merupakan penjumlahan berulang.
2. Guru membagikan lembar soal untuk semua siswa yang berisi permasalahan-permasalahan seperti tersebut di atas untuk dibahas secara klasikal.
3. Beberapa siswa yang ditunjuk dibagi dalam kelompok-kelompok (beranggotakan 2 siswa) diberi kesempatan maju menyelesaikan permasalahan-permasalahan dengan menggunakan benda-benda konkret yang telah disiapkan oleh guru.
4. Guru menyuruh siswa mengukur tali yang panjangnya 5 meter dengan memberi tanda setiap 1 meter.



Tali dibagi menjadi 5 bagian yaitu berdasar penyebut dari pecahan yang digunakan dan menentukan $\frac{3}{5}$ bagiannya serta menetapkan hasilnya yaitu 3 m.



untuk kalimat matematikanya dapat dituliskan:

$$5 \times \frac{3}{5} = \cancel{5} \times \frac{3}{\cancel{5}} = 3$$

Jadi, panjang pita yang dibutuhkan adalah 3 meter.

5. Guru bersama dengan siswa membuat kesimpulan dari kegiatan yang telah dilakukan.

Kesimpulan: pecahan biasa dikalikan bilangan asli hasilnya adalah pembilang dikalikan bilangan asli, sedangkan penyebutnya tetap” atau dalam bentuk umum:

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

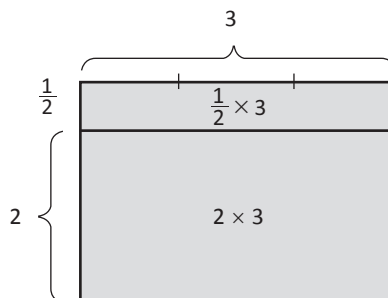
b. Perkalian Pecahan Campuran

Untuk menghitung nilai perkalian pecahan dengan bilangan bulat, kita dapat menggunakan bantuan konsep perkalian menghitung luas.

Contoh 1

Hitunglah $2\frac{1}{2} \times 3 = \dots$

Buatlah sebuah persegi dari karton dengan ukuran panjang $2\frac{1}{2}$ satuan (bisa cm, dm, dan lain-lain sesuai kebutuhan) dan lebar 3 satuan luas. Beri garis untuk memisahkan panjang 2 satuan luas dengan panjang $\frac{1}{2}$ satuan luas. Untuk memudahkan perhitungan, hitung terlebih dahulu luas persegi yang pertama, di mana $2 \times 3 = 6$. Selanjutnya, kita hitung perkalian luas $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$. Kemudian kita jumlahkan kedua luas tersebut. Secara ilustrasi ditunjukkan oleh gambar berikut.



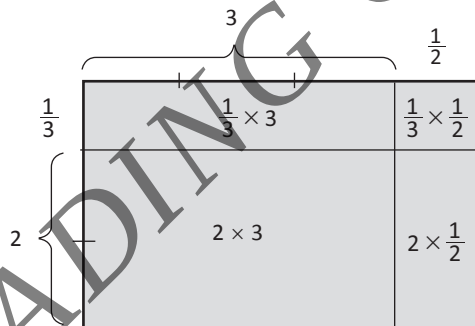
Secara perhitungan matematika:

$$2\frac{1}{2} \times 3 = \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \times 3 = (2 \times 3) + \left(\frac{1}{2} \times 3\right) = 6 + 1\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$$

Contoh 2

Hitunglah $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{2} = \dots$

Untuk menghitung perkalian antara dua pecahan campuran, buatlah sebuah persegi dari karton dengan ukuran panjang $2\frac{1}{3}$ satuan (bisa cm, dm, dan lain-lain sesuai kebutuhan) dan lebar $3\frac{1}{2}$ satuan luas, kita beri garis untuk memisahkan panjang 2 satuan luas dengan panjang $\frac{1}{3}$ dan lebar 3 satuan dengan lebar $\frac{1}{2}$ satuan luas. Untuk memudahkan perhitungan, hitung terlebih dahulu luas persegi antara dua bilangan bulat, yaitu $2 \times 3 = 6$. Selanjutnya kita hitung perkalian luas $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$. Kemudian kita jumlahkan kedua luas tersebut. Secara ilustrasi ditunjukkan oleh gambar berikut.



$$\begin{aligned} 2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{2} &= \left(2 + \frac{1}{3}\right) \times \left(3 + \frac{1}{2}\right) = (2 \times 3) + \left(\frac{1}{3} \times 3\right) + \left(2 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right) \\ &= 6 + \frac{3}{3} + \frac{2}{2} + \frac{1}{6} = 6 + 1 + 1 + \frac{1}{6} = 8\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Berdasarkan kegiatan di atas dapat disimpulkan bahwa pecahan dikalikan pecahan hasilnya adalah pembilang dikalikan pembilang dan penyebut dikalikan penyebut, atau dalam bentuk umum:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

4. Pembagian Pecahan

a. Pembagian Bilangan Asli dengan Pecahan Biasa

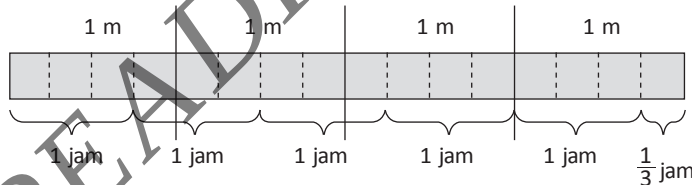
Permasalahan pembagian bilangan asli dengan pecahan ada dalam kehidupan nyata sehari-hari dengan contoh sebagai berikut.

Contoh

Pada saat liburan ayah membangun tembok yang terbuat dari batu-bata di belakang rumah yang panjangnya 4 meter. Setiap jam ayah dapat membangun tembok sepanjang $\frac{3}{4}$ m, maka waktu yang dibutuhkan ayah untuk mendirikan seluruh tembok adalah... jam.

Penyelesaian

Kita dapat menggunakan pendekatan ilustrasi gambar untuk menerangkan konsepnya. Pertama, kita gambarkan tembok yang panjangnya 4 meter. Kita bagi masing-masing bagian setiap 1 meter. Dalam bagian 1 meter tersebut, kita bagi menjadi 4 bagian yang menunjukkan pecahan $\frac{1}{4}$ karena ayah mampu membangun tembok sepanjang $\frac{3}{4}$ m setiap jamnya sehingga kita tandai setiap $\frac{3}{4}$ m dengan waktu 1 jam,



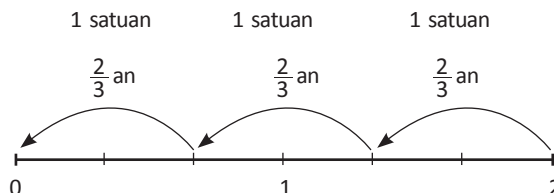
Berdasarkan gambar di atas, terdapat 5 jam plus $\frac{1}{3}$ jam untuk menyelesaikan pembangunan semua tembok.

Secara matematis dapat ditulis: $4 : \frac{3}{4} = 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$

Contoh-contoh konkret dapat diperbanyak untuk memberikan pemahaman kepada siswa tentang materi yang disajikan. Pada tahap berikutnya guru dapat mengulang menjelaskan materi tersebut dengan peragaan menggunakan garis bilangan.

Hitunglah

$$2 : \frac{2}{3} = \dots$$



Dari garis bilangan nampak bahwa ada 2 bagian terdapat $\frac{2}{3}$ sebanyak 3. Pola hubungan yang terbentuk itu perlu diberikan sebagai kata kuncinya kepada siswa yaitu: "apabila bilangan asli dibagi dengan pecahan biasa maka pembagian berubah menjadi perkalian tetapi pecahannya dibalik (penyebut menjadi pembilang dan pembilang menjadi penyebut)" atau dalam bentuk umum:

$$a : \frac{b}{c} = \frac{a \times c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Pembagian pecahan dengan pecahan

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Pada pembelajaran di sekolah kita sering menemui saat menjelaskan tentang pembagian pecahan dengan pecahan, biasanya guru menjelaskan bahwa saat pecahan dibagi pecahan maka siswa harus menjadikannya menjadi bentuk perkalian, tetapi pecahan pembagi, harus dibalik antara penyebut dan pembilangnya...", sangat jarang guru menjelaskan kenapa hal tersebut dapat terjadi. Untuk itulah seorang guru juga harus mampu untuk menerapkan pemahaman konsep kepada peserta didik.

Untuk lebih memahami logika sederhana $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3$, perhatikan permasalahan berikut.

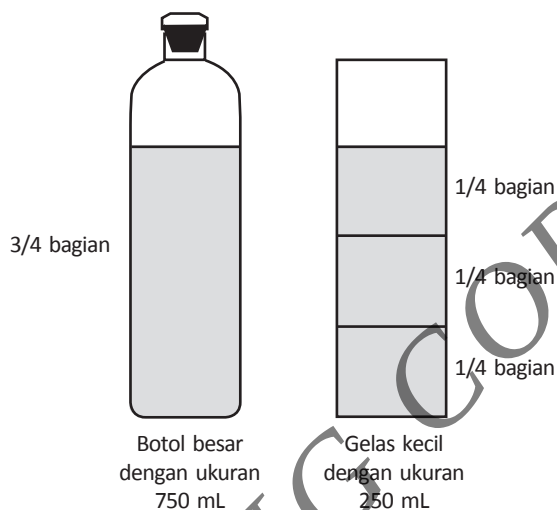
Contoh

Imas membeli satu botol air mineral ukuran 1000 ml. Karena haus Imas meminumnya sehingga botol tinggal terisi air $\frac{3}{4}$ nya. Kemudian adik Imas ingin menuangkannya pada gelas ukuran 250 ml. Berapa botol baru yang terisi oleh air?

Penyelesaian

Pertama gelas ukuran 250 ml setara dengan $\frac{1}{4}$ bagian dari 1000 ml bentuk matematika dari permasalahan di atas adalah $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \dots$

Berikut adalah salah satu alternatif penyelesaian permasalahan di atas.

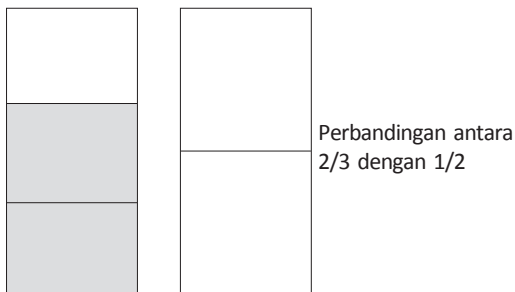


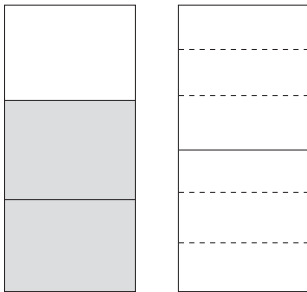
Dari gambar di atas, terlihat bahwa terdapat 3 gelas terisi penuh oleh air. Maka hasil dari $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ adalah 3.

Untuk permasalahan $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ memang terlihat lebih mudah karena memiliki penyebut yang sama. Lebih lanjut akan diberikan contoh permasalahan yang sedikit lebih rumit dengan menggunakan cara yang sama seperti sebelumnya.

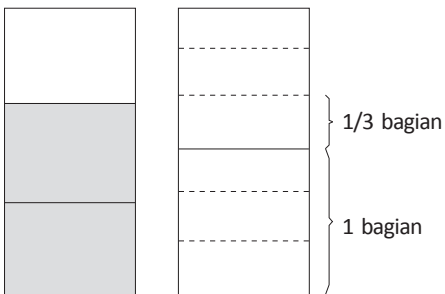
Contoh

Hitunglah nilai dari $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \dots$



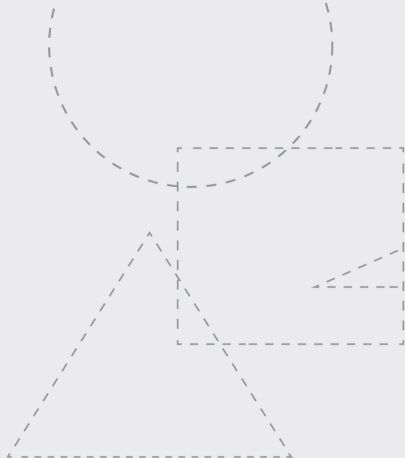


Kita bagi tiap bagian menjadi 3 bagian yang disesuaikan gambar di samping. Buat garis putus-putus untuk memperjelas hasilnya.



Dari gambar sebelumnya, satu botol terisi penuh dan botol kedua hanya terisi $\frac{1}{3}$ bagiannya. Maka kita dapat $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 1\frac{1}{3}$ atau $\frac{4}{3}$

READING COPY



Bab V

Bilangan Akar dan Pangkat

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep:

- A. Bilangan Berpangkat Bulat Positif
- B. Bilangan Berpangkat Bulat Negatif
- C. Bilangan Berpangkat Nol
- D. Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar
- E. Akar Pangkat Dua
- F. Akar Pangkat Tiga

A. Bilangan Berpangkat Bulat Positif

Bilangan berpangkat dapat dinyatakan sebagai bentuk perkalian berulang dari suatu bilangan. Contohnya sebagai berikut.

3×3 ditulis 3^2 dibaca *tiga pangkat dua* atau *tiga kuadrat*.

$5 \times 5 \times 5$ ditulis 5^3 dibaca *lima pangkat tiga*.

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ ditulis $(-2)^4$ dibaca *negatif dua pangkat empat*.

$(0,7) \times (0,7) \times (0,7) \times (0,7) \times (0,7)$ dibaca $(0,7)^5$ dibaca *nol koma tujuh pangkat lima*.

Bilangan berpangkat dapat didefinisikan sebagai berikut.

Jika $a \in P$ (bilangan riil) dan n adalah bilangan bulat positif maka bilangan a^n (dibaca a pangkat n) didefinisikan sebagai perkalian berulang a sebanyak n kali (faktor).

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

a^n disebut bilangan berpangkat, a disebut bilangan pokok, dan n disebut pangkat (eksponen).

Sifat-sifat operasi pada bilangan berpangkat adalah sebagai berikut.

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
3. $(a \times b)^p = a^p \cdot b^p$
4. $(a^p)^q = a^{p \times q}$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

B. Bilangan Berpangkat Bulat Negatif

Bilangan berpangkat bulat negatif didefinisikan sebagai berikut.
Jika $a \in \mathbb{R}$ (bilangan riil) dan n adalah bilangan bulat negatif maka:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Contoh Soal:

Hitunglah nilai 2^{-7}

Jawab:

$$2^{-7} = \frac{1}{2^7}$$

$$\frac{1}{2^7} = \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_7 = \frac{1}{128}$$

C. Bilangan Berpangkat Nol

Bilangan berpangkat bulat nol didefinisikan sebagai berikut.
Jika $a \in \mathbb{R}$ (bilangan real) maka:

$$a^0 = 1; \quad a \neq 0$$

Contoh Soal:

Hitunglah nilai 100^0

Jawab:

$$100^0 = 1$$

D. Bilangan Berpangkat Pecahan dan Bentuk Akar

Bilangan berpangkat pecahan didefinisikan sebagai berikut.

Jika $a \in \mathbb{R}$ (bilangan riil) dan $n \neq 0$ maka:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; a \neq 0$$

Perhitungan akar kuadrat suatu bilangan didefinisikan sebagai berikut.

$$\sqrt{a^2} = a, a \in \mathbb{R}^+$$

$\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ tidak memenuhi sifat di atas karena tidak ada bilangan riil positif yang dikuadratkan hasilnya sama dengan 3, 5, 6, dan 7. Inilah yang disebut bentuk akar.

Contoh Soal

Hitunglah nilai $2^{\frac{5}{2}}$

Jawab:

$$2^{\frac{5}{2}} = \sqrt{2^5}$$

$${}^2\sqrt{2^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2} = 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Penanaman Konsep

Masalah 1

Tentukan dan jabarkan bentuk:

a. 3^5 b. $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ c. 10^5

Penyelesaian

$$3^5 = 3 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 243$$

$$\frac{1^6}{2} = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = \dots$$

$$10^5 = 10 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = \dots$$

Penarikan kesimpulan

$$a^n = \underbrace{a \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

Dimana: a^n dibaca a pangkat n

a disebut bilangan pokok atau basis

n disebut pangkat atau eksponen

a^n disebut bilangan berpangkat

Masalah 2

Tentukan nilai dari:

a. $5^3 \times 5^2$

b. $2^4 \times 2^5$

Penyelesaian:

a. $5^3 \times 5^2 = \underbrace{5 \times \dots \times 5}_{3 \text{ faktor}} \times \underbrace{(5 \times \dots)}_{2 \text{ faktor}} = \underbrace{(5 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots)}_{(3+2) \text{ faktor}} = 5^{3+2} = 5^5$

b. $2^4 \times 2^5 = (2 \times \dots \times \dots \times \dots) \times (2 \times \dots \times \dots \times \dots \times 2)$
 $= (\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots) = 2^9$

Penarikan kesimpulan

$$a^p \cdot a^q = \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{p \text{ faktor}} \times \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{q \text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{(p + q) \text{ faktor}} = a^{p+q}$$

Sifat 1: $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

Masalah 3

Tentukan nilai dari: a. $\frac{4^5}{4^3}$ b. $\frac{3^8}{3^4}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \frac{4^5}{4^3} &= \frac{\overbrace{(4 \times 4 \times \dots \times \dots \times \dots)}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{(4 \times \dots \times \dots)}_{3 \text{ faktor}}} = \frac{\overbrace{(4 \times \dots \times \dots)}^{3 \text{ faktor}}}{\underbrace{(4 \times \dots \times \dots)}_{3 \text{ faktor}}} \times \underbrace{(4 \times \dots)}_{2 \text{ faktor}} \\
 &= 1 \times (4 \times \dots) = 4^2 = 4^{5-3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } \frac{3^8}{3^4} &= \frac{\overbrace{(3 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times 3)}^{8 \text{ faktor}}}{\underbrace{(3 \times \dots \times \dots \times 3)}_{4 \text{ faktor}}} \\
 &= \frac{\overbrace{(3 \times \dots \times \dots \times 3)}^{4 \text{ faktor}}}{\underbrace{(3 \times \dots \times \dots \times 3)}_{4 \text{ faktor}}} \times \underbrace{(3 \times \dots \times \dots \times 3)}_{4 \text{ faktor}} \\
 &= 1 \times \underbrace{(3 \times \dots \times \dots \times 3)}_{4 \text{ faktor}} \\
 &= (3 \times \dots \times \dots \times 3) = 3^4 = 3^{\dots-\dots}
 \end{aligned}$$

Penarikan kesimpulan

$$\begin{aligned}
 \frac{a^p}{a^q} &= \frac{\overbrace{(a \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times a)}^{p \text{ faktor}}}{\underbrace{(\dots \times \dots \times \dots \times a)}_{q \text{ faktor}}} \times \frac{\overbrace{(a \times \dots \times \dots \times a)}^{q \text{ faktor}}}{\underbrace{(\dots \times \dots \times \dots \times a)}_{q \text{ faktor}}} \times \overbrace{(a \times \dots \times \dots \times a)}^{(p-\dots) \text{ faktor}} \\
 &= 1 \times \underbrace{(a \times \dots \times \dots \times a)}_{(\dots-\dots) \text{ faktor}} = \underbrace{(a \times \dots \times \dots \times a)}_{(\dots-\dots) \text{ faktor}} = a^{\dots-\dots}
 \end{aligned}$$

Sifat 2:

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{\dots-\dots}$$

Masalah 4

Tentukan nilai dari: $(2 \times 5)^2$

Penyelesaian

$$(2 \times 5)^2 = \overbrace{(2 \times 5) \times (\dots \times \dots) \times (\dots \times \dots)}^{3 \text{ faktor}} = \overbrace{(2 \times \dots \times 2)}^{3 \text{ faktor}} = \overbrace{(5 \times \dots \times \dots)}^{p \text{ faktor}} = 2^{\dots} \times 5^{\dots}$$

Penarikan kesimpulan

$$(a \times b)^p = \underbrace{(a \times b)(\dots \times \dots) \times \dots \times (\dots \times b)}_{p \text{ faktor}} = \underbrace{(a \times \dots \times \dots \times a)}_{p \text{ faktor}} \underbrace{(b \times \dots \times \dots \times b)}_{p \text{ faktor}}$$

$$= a \times b^p$$

Sifat 3: $(a \times b)^p = a \times b^p$

Masalah 5

Tentukan nilai dari: $(5^3)^4$

Penyelesaian

$$(5^3)^4 = \overbrace{5^3 \times 5^3 \times \dots \times 5^3}^{4 \text{ faktor}} = \overbrace{(5 \times \dots \times 5)(5 \times \dots \times 5) \times (5 \times \dots \times 5)(5 \times \dots \times 5)}^{4 \text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{5 \times \dots \times 5 \times \dots \times 5 \times \dots \times 5 \times \dots \times 5}_{2 \text{ faktor atau } [(3 \times \dots \times 3) \text{ faktor}]} = 5^{\dots} = 5^{\dots}$$

Sifat 4: $(a^p)^q = a^{\dots}$

Masalah 6

Tentukan nilai dari: $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

Penyelesaian

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5} \times \overbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots}^{4 \text{ faktor}} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times \dots \times \dots \times \dots \times 2}{\underbrace{5 \times \dots \times \dots \times \dots \times 5}_{4 \text{ faktor}}} = \frac{2^{\dots}}{5^{\dots}}$$

Sifat 5: $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^{\dots}}$

Masalah 7 Buktikan bahwa:

- a. $a^0 = 1$
 b. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Bukti

- a. Akan dibuktikan $a^0 = 1$

Ambil sifat 1:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad ; \text{ Misalkan: } p = 0$$

$$\Leftrightarrow a^{\dots} \cdot a^q = a^{0+\dots} = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow a^0 = \frac{a^q}{a^{\dots}} = \dots \quad ; \text{ Terbukti.}$$

Sifat 6: $a^0 = 1$

- b. Akan dibuktikan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Ambil sifat 1:

$$a^p \times a^q = a^{p+q} \quad ; \text{ Misalkan: } q = -p$$

$$\Leftrightarrow a^{\dots} \times a^q = a^{-p} = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow a^{-p} = \frac{a^{\dots}}{a^{\dots}} = \frac{\dots}{a^{\dots}} \quad ; \text{ Terbukti.}$$

Sifat 7: $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

Bentuk akar ialah akar bilangan rasional yang tidak dapat dinyatakan sebagai bilangan rasional.

Definisi

$\sqrt{a}$ adalah bilangan nonnegatif sehingga $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

Masalah 8

Akan dibuktikan hubungan pangkat pecahan dan bentuk akar.

Penyelesaian

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a \text{ berarti } a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\dots+\dots} = a^{\dots} \text{ sehingga } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{\dots}}$$

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a \text{ berarti } a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\dots+\dots+\dots} = a^{\dots} = a^{\dots} \text{ sehingga } \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{\dots}}$$

Sehingga dapat disimpulkan berlakunya:

Sifat 8:

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$$

E. Akar Pangkat Dua

Akar pangkat dua adalah kebalikan dari kuadrat, di mana akar pangkat dua merupakan hasil dari kuadrat suatu bilangan. Konsep akar pangkat dua banyak digunakan dalam konsep mencari sisi persegi apabila luasnya diketahui. Misalnya diketahui luas dari sebuah persegi adalah 625 cm^2 . Hitunglah panjang sisi persegi tersebut.

Perlu diingat bahwa luas persegi = $s \times s = s^2$

Definisi:

akar pangkat dua dari y adalah a sedemikian hingga $a \times a$ atau a^2 adalah y . Pangkat dua disebut dengan kuadrat, hasil pangkat dua disebut bilangan kuadrat, sedangkan untuk pangkat tiga disebut kubik.

Contoh

$$\sqrt{64} = \dots$$

$\sqrt{64}$ atau ditulis $\sqrt{64}$ (tanpa akar 2) dibaca akar pangkat 2 dari 64

Karena 64 adalah hasil dari 8×8 , maka hasil dari $\sqrt{64}$ adalah 8.

Penarikan Akar Pangkat Dua

Berikut ini ada cara untuk mencari akar pangkat dua dari suatu bilangan sederhana.

$$\text{Carilah } \sqrt{361} = \dots$$

Secara ilustrasi langkah-langkah mencari akar pangkat dua dari 361 adalah sebagai berikut.

Tentukan $\sqrt{361}$

Langkah 1

Langkah 2

$$\begin{array}{rcl}
 & & 1 \times 1 \\
 & \swarrow & \\
 1 + 1 = 2 & & \\
 & \nwarrow & \\
 & & 2 \dots \times \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \sqrt{361} \\
 1 - \\
 \hline
 261
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \sqrt{361} \\
 1 - \\
 \hline
 261 \\
 2 9 \times 9 - \\
 \hline
 261 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Penjelasan**Langkah pertama**

Kelompokkan angka 361 menjadi dua bagian, dua angka dari belakang, sisanya 1 angka, menjadi 3 dan 61. Ambil angka terdepan dari bilangan akar yang dicari.

Langkah kedua

Carilah perkalian dari dua bilangan yang sama atau mendekati dari angka pertama bilangan akar yang dicari. Dari soal di atas cari bilangan kuadrat yang mendekati atau sama dengan 3, didapat 1. (kalau 2 hasilnya 4, melewati)

Langkah ketiga

kurangi angka pertama dari akar tersebut dengan hasil kuadrat angka yang dihasilkan dari langkah sebelumnya. Tulis 1×1 didapat 1, kurangi dengan 3, sisa 2.

Langkah keempat

Jumlahkan angka yang didapat di langkah kedua, letakkan sejajar dengan hasil pengurangan di langkah sebelumnya. Turunkan 61 menjadi 261. Angka 1 dijumlahkan, $1 + 1 = 2$

Langkah kelima

Tentukan pasangan bilangan yang memenuhi $2\dots \times \dots = 261$

- nilainya sama. Kuadrat yang hasil belakangnya 1 adalah 1 dan 9 sedangkan $21 \times 1 = 21$ tidak memenuhi. Dan hasilnya didapat angka 9, karena $29 \times 9 = 261$, jadi Hasil dari $\sqrt{361} = 19$

Untuk memperjelas, lihat contoh berikut. Carilah akar dari 225.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{rcl}
 1 \times 1 & = & \sqrt{225} = 15 \\
 & & \underline{1} \\
 & & 125 \\
 25 \times 5 & = & \underline{125} \\
 & & 0
 \end{array}$$

Penjelasan

- Langkah pertama** Ambil angka terdepan dari bilangan akar tersebut, yaitu 2.
- Langkah kedua** Perkalian dari dua bilangan yang sama atau mendekati dari angka 2 adalah $1 \times 1 = 1$, maka 1 sebagai angka awal dari hasil akar tersebut.
- Langkah ketiga** Kurangi 225 dengan kuadrat dari 1 yaitu 1, jadi hasilnya 125.
- Langkah keempat** Jumlahkan angka yang didapat di langkah kedua, yaitu 1, menjadi $1 + 1 = 2$. Letakkan sejajar dengan 125.
- Langkah kelima**
cari perkalian bilangan yang memenuhi " $2 \dots \times \dots = 125$ " yaitu 5, sehingga menjadi $25 \times 5 = 125$. Jadi angka kedua hasil dari akar tersebut adalah 5. Jadi, hasil akar dari 225 adalah 15.

F. Akar Pangkat Tiga

Untuk mempelajari dan menjelaskan tentang penarikan akar pangkat tiga dari suatu bilangan, siswa dapat diingatkan kembali tentang bagaimana menentukan volume kubus. Misalnya ada sebuah kubus yang memiliki volume 27 cm^3 , bagaimana mencari panjang rusuknya?

Perlu diingat bahwa rumus mencari volume kubus $= r \times r \times r$.

Maka:

$$27 \text{ cm}^3 = r^3 = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \text{ cm}$$

Melalui contoh tersebut, akar pangkat tiga adalah operasi kebalikan dari pangkat tiga. Seperti halnya penarikan akar pangkat dua yang merupakan kebalikan dari pangkat dua. Simbol dari akar pangkat tiga adalah " $\sqrt[3]{x}$ " di mana " x " adalah

bilangan pangkat tiga. Hubungan antara pangkat tiga dengan penarikan akar pangkat tiga suatu bilangan adalah sebagai berikut.

$$3^3 = 27 \rightarrow \sqrt[3]{27} = 3 \text{ (jika } 3^3 = 27, \text{ maka } \sqrt[3]{27} = 3)$$

Penarikan akar pangkat tiga dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai cara yang dapat diterapkan untuk anak SD kelas V, di antaranya sebagai berikut.

1. Menggunakan Taksiran

$1^3 = 1$	maka $\sqrt[3]{1} = 1$
$2^3 = 8$	maka $\sqrt[3]{8} = 2$
$3^3 = 27$	maka $\sqrt[3]{27} = 3$
$4^3 = 64$	maka $\sqrt[3]{64} = 4$
$5^3 = 125$	maka $\sqrt[3]{125} = 5$
$6^3 = 216$	maka $\sqrt[3]{216} = 6$
$7^3 = 343$	maka $\sqrt[3]{343} = 7$
$8^3 = 512$	maka $\sqrt[3]{512} = 8$
$9^3 = 729$	maka $\sqrt[3]{729} = 9$
$10^3 = 1.000$	maka $\sqrt[3]{1.000} = 10$

Contoh: Carilah $\sqrt[3]{1.728} =$

- Perhatikan pola bilangan kubik, 1.728 terletak di antara 1.000 dan 8.000 atau diantara 10^3 dan 20^3 , sehingga hasil dari $\sqrt[3]{1.728}$ terletak antara 10 dan 20.
- Karena satuan dari bilangan yang ditarik akarnya adalah 8, $8 = 2^3$ jadi nilai yang didapat adalah 12.

Contoh lain

$$\sqrt[3]{79.507}$$

Hasil pangkat tiga yang mendekati 79 adalah $4^3 = 64$

Bilangan pangkat tiga dengan akhir 7 adalah $3^3 = 27$

4 puluhan + 3 satuan = 43

$$\text{Pembuktian} = 43 \times 43 \times 43 = 79.507$$

$$\sqrt[3]{79.507}$$

2. Cara Faktorisasi Prima

Langkah-langkah menarik akar pangkat tiga dengan faktorisasi prima adalah sebagai berikut.

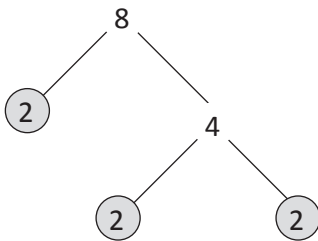
Langkah 1 : Menentukan faktorisasi prima dari bilangan pangkat tiga dengan menggunakan pohon faktor.

Langkah 2 : Mengelompokkan tiap-tiap tiga faktor prima yang sama menjadi faktorisasi prima berpangkat tiga.

Contoh 1:

$$\sqrt[3]{8} = \dots$$

Penyelesaian langkah 1:



Faktor prima dari 8 adalah 2.

Penyelesaian langkah 2:

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

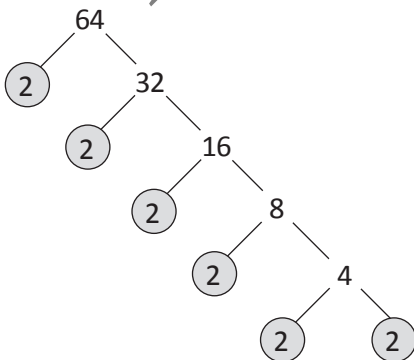
Jadi,

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \\ &= \sqrt[3]{2^3} \\ &= 2\end{aligned}$$

Contoh 2:

$$\sqrt[3]{64} = \dots$$

Penyelesaian langkah 1:



Faktor prima dari 64 adalah 2.

Penyelesaian langkah 2:

$$\begin{aligned}64 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \\ &= 2^3 \times 2^3\end{aligned}$$

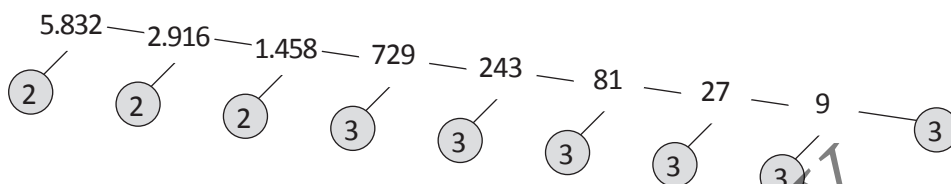
Jadi,

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{64} &= \sqrt[3]{2^3 \times 2^3} \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

Contoh 3:

$$\sqrt[3]{5.832} = \dots$$

Penyelesaian langkah 1:



Faktor prima dari 5.832 adalah 2 dan 3.

Penyelesaian langkah 2:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{5.832} &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 2^3 \times 3^3 \times 3^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{5.832} &= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 3^3} \\ &= 2 \times 3 \times 3\end{aligned}$$

3. Cara Pendekatan Tabel

Cara pendekatan menggunakan tabel hanya dapat digunakan untuk akar pangkat tiga sempurna dan di bawah 1.000.000. Sebelum menggunakan cara pendekatan tabel untuk menarik akar pangkat tiga suatu bilangan, maka siswa dapat membuat tabel pangkat tiga bilangan 1 sampai dengan 9.

Tabel 5.1 Bilangan pangkat tiga 1 s.d 9

Bilangan yang dipangkatkan	Hasil perpangkatan tiga	Angka terakhir jawaban
1	1	1
2	8	8
3	27	7
4	64	4

5	125	5
6	216	6
7	343	3
8	512	2
9	729	9

Sumber: Dokumentasi Penulis

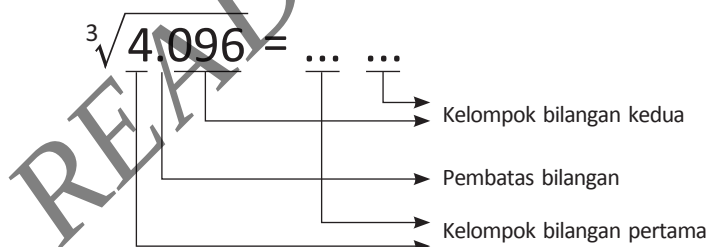
Dari tabel tersebut, siswa diminta untuk terampil melakukan perpangkatan tiga bilangan 1 sampai dengan 9, dan mengingat pola satuan hasil bilangan perpangkatan tiga tersebut. Dengan demikian, hal tersebut diharapkan akan memudahkan siswa dalam menentukan akar pangkat tiga dari suatu bilangan dengan menggunakan pendekatan tabel.

Contoh 1:

$$\sqrt[3]{4.096} = \dots$$

Penyelesaian langkah 1:

Hitung tiga angka dari belakang karena pangkat tiga bilangan satu angka maksimal terdiri dari tiga angka, kemudian berikan tanda titik (.) sebagai batasan kelompok bilangan.



Penyelesaian langkah 2:

Menentukan bilangan kubik yang sama atau kurang dari kelompok bilangan pertama (menentukan perkiraan letak bilangan kubik tersebut).

$$\sqrt[3]{4.096} = 1 \dots$$

4 adalah bilangan kubik antara 1 dan 9, yang mendekati adalah bilangan kubik 1 karena $1^3 = 1$ dan 1 adalah bilangan kubik yang kurang dari 4 (kelompok bilangan pertama). Kemudian tulis akar pangkat tiganya.

Penyelesaian langkah 3:

Menentukan satuan dari bilangan kubik pada kelompok bilangan kedua.

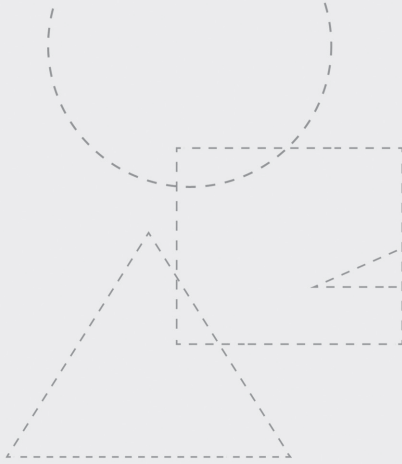
$$\sqrt[3]{4.096} = \underline{16}$$

Pada kelompok bilangan kedua 096, bilangan kubik yang akhirnya 6 adalah 216. Maka hasil akhirnya kita tuliskan 6.

Jadi, $\sqrt[3]{4.096} = 16$

Selesaikan soal cerita di bawah ini.

1. Jika panjang sisi suatu ruangan yang berbentuk kubus adalah 7 m maka berapa m³ volume ruang tersebut?
2. Sebuah bak mandi yang berbentuk kubus memiliki panjang sisi 99 cm, berapakah volumenya?
3. Sebuah kaleng roti berbentuk kubus memiliki volume 17.576 cm³, berapakah panjang sisi kaleng roti tersebut?
4. Jika suatu kubus diketahui volumenya 941.192 cm³, hitunglah berapa panjang sisinya.
5. Sebuah kolam ikan berbentuk kubus memiliki volume 658.503 cm³, Hitunglah berapa panjang sisinya.



Bab VI

Bilangan Romawi

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Penggunaan Bilangan Romawi
- B. Lambang Pokok Bilangan Romawi
- C. Cara Penulisan Bilangan Romawi
- D. Aturan Penjumlahan Bilangan Romawi
- E. Aturan Pengurangan Bilangan Romawi
- F. Aturan Gabungan Bilangan Romawi

A. Penggunaan Bilangan Romawi

Bilangan Romawi adalah lambang bilangan yang menggunakan bilangan Romawi dalam penulisannya. Kita sering menemukan penulisan bilangan Romawi di sekitar kita, contohnya penulisan nama jalan, seperti Jalan Kenanga VI, penomoran dalam buku referensi asing, dan banyak lagi yang menggunakan angka Romawi dalam penomorannya.

Mari kita perhatikan contoh-contoh kalimat berikut.

1. Sinta tinggal bersama neneknya di Jalan Melati III nomor 9.
2. Daerah Istimewa Jogjakarta dipimpin oleh Sri Sultan Hamengku Buwono X.
3. Memasuki abad XXI, arus informasi begitu cepat sehingga bagi orang yang tidak memahami teknologi akan tertinggal dari perkembangan zaman.

B. Lambang Pokok Bilangan Romawi

Bilangan Romawi memiliki bilangan utama yang akan menjadi patokan untuk penulisan bilangan-bilangan seterusnya. Bilangan tersebut antara lain:

I = 1

V = 5

X = 10

L = 50

C = 100

D = 500

M = 1000

C. Cara Penulisan Bilangan Romawi

Sistem pengulangan

Pengulangan bilangan Romawi dilakukan paling banyak 3 kali.

Lambang bilangan Romawi yang dapat diulang adalah: I, X, C, dan M. Lambang bilangan Romawi V, L, dan D tidak boleh diulang.

Contoh:

I = 1	C = 100
II = 2	CC = 200
III = 3	CCC = 300
X = 10	M = 1000
XX = 20	MM = 2000
XXX = 30	MMM = 3000

D. Aturan Penjumlahan Bilangan Romawi

Apabila bilangan Romawi diikuti dengan bilangan Romawi yang sama atau lebih kecil maka bilangan Romawi tersebut harus ditambahkan. Penjumlahan ini hanya dapat dilakukan paling banyak 3 angka.

Contoh:

VI = 5 + 1 = 6	CL = 100 + 50 = 150
VII = 5 + 2 = 7	DC = 500 + 100 = 600
VIII = 5 + 3 = 8	MD = 1000 + 500 = 1500
XI = 10 + 1 = 11	
XII = 10 + 2 = 12	
XIII = 10 + 3 = 13	
XV = 10 + 5 = 15	
XVI = 10 + 6 = 16	
LX = 50 + 10 = 60	

E. Aturan Pengurangan Bilangan Romawi

Apabila bilangan Romawi yang di sebelah kiri lebih kecil daripada yang sebelah kanannya, maka bilangan yang di sebelah kanan dikurangi dengan bilangan yang di sebelah kirinya. Pengurangan ini hanya dapat dilakukan 1 kali.

Contoh:

$$IV = 5 - 1 = 4$$

$$IX = 10 - 1 = 9$$

$$XL = 50 - 10 = 40$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

$$CD = 500 - 100 = 400$$

$$CM = 1000 - 100 = 900$$

F. Aturan Gabungan Bilangan Romawi

Gabungan antara sistem pengurangan dan penjumlahan:

Contoh:

$$XIV = 10 + (5-1) = 14$$

$$CXLVII = 100 + (50-10) + (5+2) = 147$$

$$CMXCIX = (1000 - 100) + (100 - 10) + (10-1) = 999$$

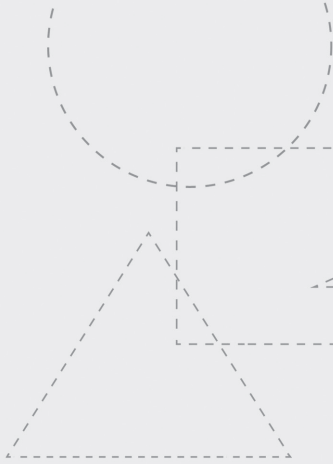
Tabel 6.1 Penulisan Bilangan Romawi dari 1 sampai 1 Miliar

Lambang Bilangan Romawi	Nilai Bilangan	Lambang Bilangan Romawi	Nilai Bilangan
I	1	CXL	140
II	2	CL	150
III	3	CXC	190
IV	4	CC	200
V	5	CD	400
VI	6	D	500
VII	7	CM	900
VIII	8	M	1000
IX	9	V	5000
X	10	$\overline{X}$	10.000
XX	20	$\overline{V}$	50.000

XXX	30	$\overline{C}$	100.000
XL	40	$\overline{D}$	500.000
L	50	$\overline{M}$	1.000.000
LX	60	$\overline{V}$	5.000.000
LXX	70	$\overline{X}$	10.000.000
LXXX	80	$\overline{L}$	50.000.000
XC	90	$\overline{C}$	100.000.000
C	100	$\overline{M}$	500.000.000
CX	110	$\overline{D}$	1.000.000.000
CXX	120		

Sumber: Dokumentasi Penulis

READING COPY



Bab VII

KPK dan FPB

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Konsep Kelipatan
- B. Kelipatan Persekutuan dan Faktor Persekutuan
- C. Faktorisasi Prima

A. Konsep Kelipatan

Konsep KPK dan FPB di sekolah dasar dapat dipelajari setelah siswa memahami makna dari kelipatan dan faktor persekutuan suatu bilangan. Untuk menerapkan konsep KPK dan FPB kepada siswa dapat dilakukan secara bertahap seperti berikut.

1. Siswa Memahami Konsep dari Kelipatan Suatu Bilangan

Untuk memberikan pemahaman mengenai kelipatan suatu bilangan kepada anak, guru dapat melakukannya dengan pemberian soal cerita.

Contoh

Andi, Anto, Burhan, dan Dimas masing-masing memiliki 3 buah kelereng. Ketika Andi dan Anto menggabungkan kelereng, jumlahnya menjadi 6 buah. Ketika Burhan bergabung jumlah kelerengnya menjadi 9, dan ketika Anto bergabung jumlah kelereng mereka berjumlah 12 kelereng.

Dari aktivitas tersebut, dapat disampaikan kepada siswa hasil yang telah didapatkan merupakan suatu kelipatan 3.

Kelipatan 3 = 3, 6, 9, 12,dst

Guru juga dapat memberikan soal cerita dengan kelipatan berbeda untuk memberikan pemahaman yang lebih dalam kepada siswanya.

Contoh

Kelipatan dari 5 = 5, 10, 15, 20, 25, ...dst

Kelipatan dari 10 = 10, 20, 30, 40, 50, ...dst

Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa kelipatan suatu bilangan adalah hasil kali bilangan dengan bilangan asli. Karena kelipatan merupakan hasil dari perkalian maka kelipatan dapat diartikan juga sebagai suatu bilangan yang dapat dibagi.

2. Siswa Memahami Faktor dari Suatu Bilangan

Untuk memberikan pemahaman tentang faktor bilangan kepada siswa, guru dapat bertanya kepada siswa tentang hubungan antara operasi perkalian dan pembagian. Misalnya dengan mengajak siswa memperhatikan contoh operasi pembagian dan perkalian seperti berikut.

Ani menyiapkan 12 buah jeruk yang akan disuguhkan kepada teman-temannya pada saat belajar kelompok nanti siang. Apabila jumlah yang hadir ada 2, maka jeruk yang akan diterima tiap orang adalah 6 buah. Apabila ada 3 orang maka tiap orang akan memperoleh 4 buah jeruk, apabila ada 4 orang yang hadir maka jeruk yang akan diterima tiap orang adalah 3 buah dan apabila yang hadir ada 6 orang, tiap orang akan memperoleh 2 buah jeruk.

Bilangan 12 dalam bentuk perkalian dapat ditulis:

$12 : 1 = 12$		$12 = 1 \times 12$
$12 : 2 = 6$		$12 = 2 \times 6$
$12 : 3 = 4$		$12 = 3 \times 4$
$12 : 4 = 3$	atau	$12 = 4 \times 3$
$12 : 6 = 2$		$12 = 6 \times 2$
$12 : 12 = 1$		$12 = 12 \times 1$

Dari contoh perkalian dan pembagian bilangan 12 tersebut, guru dapat menjelaskan bahwa bilangan-bilangan 1, 2, 3, 4, 6 dan 12 disebut faktor dari bilangan 12. Baru kemudian siswa dapat memahami faktor suatu bilangan adalah pembagi suatu bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut. Dengan kata lain, hasil pembagiannya merupakan bilangan bulat.

B. Kelipatan Persekutuan dan Faktor Persekutuan

Setelah memahami konsep kelipatan dan faktor dari suatu bilangan, siswa akan belajar tentang kelipatan persekutuan dan faktor persekutuan. Dalam mengajarkan konsep persekutuan dari dua bilangan, guru dapat mengawali pemahaman siswa dengan memberikan contoh sebagai berikut.

Contoh

Pak Asep dan Pak Anto merupakan satpam di sebuah perusahaan. Pak Asep bertugas jaga setiap 3 hari sekali, sedangkan pak anto bertugas jaga 4 hari sekali. Kapan Pak Asep dan Pak Anto bertugas jaga bersama-sama?

Penyelesaian

Kelipatan 3 adalah 3, 6, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Kelipatan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

Dari kelipatan 3 dan 4 dapat diketahui, Pak Asep dan Pak Anto akan bertugas bersama pada hari ke 12 dan hari ke 24.

Setelah siswa memahami konsep kelipatan tersebut, selanjutnya guru dapat menjelaskan bahwa bilangan 12 dan 24 disebut dengan kelipatan persekutuan dari 3 dan 4.

- Konsep Faktor Persekutuan

Faktor dari 18 adalah 1, 2, 3, 6, 9, 18

Faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 12

Faktor yang sama adalah bilangan 1, 2, 3, dan 6. bilangan tersebut dinamakan dengan faktor persekutuan dari 18 dan 12.

1. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

KPK merupakan kepanjangan dari Kelipatan Persekutuan Terkecil. KPK dapat diartikan juga sebagai kelipatan dari suatu bilangan tetapi yang nilainya paling kecil.

Contoh

Tentukan KPK dari 3 dan 5.

Penyelesaian

Kelipatan dari 3 adalah 3, 6, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Kelipatan dari 5 adalah 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, ...

Maka, KPK dari 3 dan 5 adalah 15

2. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

FPB merupakan kepanjangan dari faktor persekutuan terbesar. FPB dapat diartikan sebagai faktor-faktor atau angka-angka pembagi yang paling besar dari suatu bilangan.

Contoh

Tentukan FPB dari 8 dan 24.

Penyelesaian

Faktor dari 8 adalah 1, 2, 4, 8

Faktor dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Maka, FPB dari 8 dan 12 adalah 8.

C. Faktorisasi Prima

Metode lain untuk menentukan KPK dan FPB juga dapat menggunakan faktorisasi prima (pohon faktor). Metode Faktorisasi prima dengan ketentuan sebagai berikut.

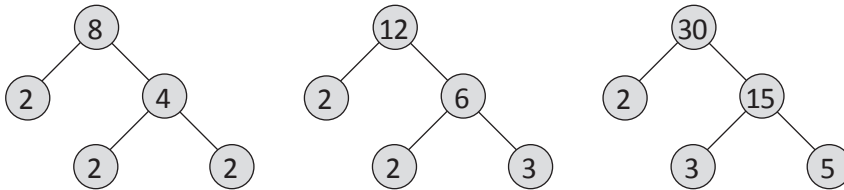
1. Cara mencari KPK dengan faktorisasi prima yaitu semua bilangan faktor dikalikan. Apabila ada yang sama maka ambil yang terbesar. Apabila keduanya sama maka ambil salah satunya.
2. Cara mencari FPB dengan faktorisasi prima yaitu dengan mengambil bilangan faktor yang sama dan ambil yang terkecil dari 2 atau lebih bilangan.

Contoh 1

Cari KPK dari 8, 12, dan 30.

Penyelesaian

Buat pohon faktornya.



Faktor prima dari $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

Faktor prima dari $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

Faktor prima dari $30 = 2 \times 3 \times 5$

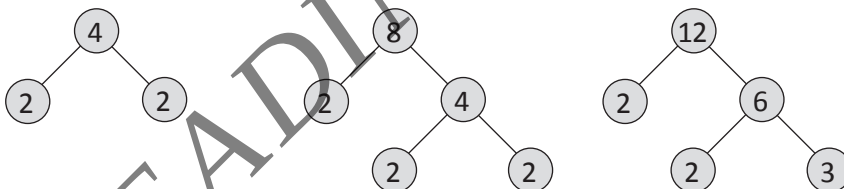
Untuk mencari KPK dilakukan dengan cara mengkalikan semua faktor prima dengan pangkat terbesar, sehingga dari 8, 12, dan 30 adalah $2^3 \times 3 \times 5 = 120$.

Contoh 2

Cari FPB dari 4, 8, dan 12.

Penyelesaian

Buat pohon faktornya.

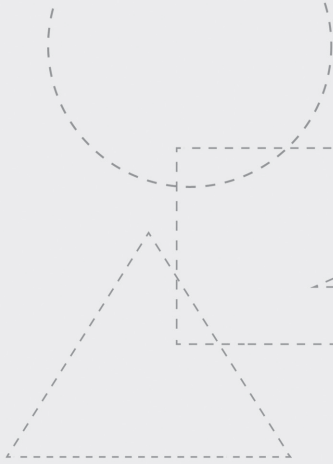


Faktor prima dari $4 = 2 \times 2 = 2^2$

Faktor prima dari $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

Faktor prima dari $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

Faktor dari 4, 8, 12 yang sama adalah 2, dan yang terkecil adalah $2^2 = 4$.
Jadi, FPB dari 4, 8, 12 adalah 4.



Bab VIII

Pengukuran

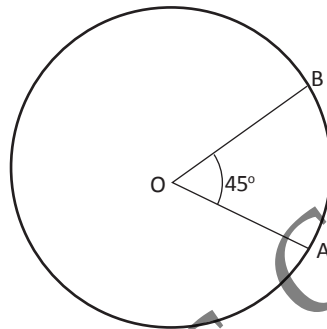
Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat:

- A. Pengukuran Sudut
- B. Pengukuran Panjang
- C. Pengukuran Berat
- D. Pengukuran Satuan Waktu
- E. Pengukuran Kecepatan
- F. Pengukuran Kecepatan Air (Debit Air)

A. Pengukuran Sudut

Sudut adalah daerah yang dibentuk oleh pertemuan dua sinar garis lurus yang memiliki pangkal yang sama. Sinar garis lurus tersebut disebut kaki sudut dan pangkal sinar disebut titik sudut. Pada gambar di bawah ini AO dan BO adalah kaki sudut dan O adalah titik sudut. Notasi (simbol) untuk sudut adalah $\angle$.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 8.1 Sudut AOB

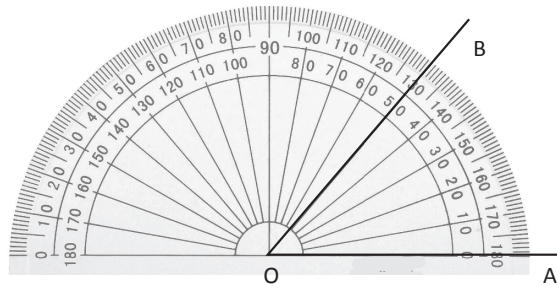
Pengukuran merupakan kegiatan membandingkan suatu besaran yang diukur dengan alat ukur yang digunakan sebagai satuan. Jadi, Pengukuran sudut adalah membandingkan sudut yang akan diukur dengan sudut pembanding. Sebuah sudut dapat ditempatkan pada sudut yang lain untuk memperoleh bahwa yang pertama lebih kecil, sama atau lebih besar dari sudut yang kedua.

Pengukuran besar sudut dapat dilakukan melalui pengukuran sudut dengan satuan baku dan pengukuran sudut dengan satuan tidak baku.

Penanaman Konsep

1. Pengukuran Sudut dengan Satuan Baku

Pengukuran sudut dengan satuan baku merupakan pengukuran sudut yang hasilnya tetap atau sesuai dengan standar, yaitu menggunakan busur derajat dengan derajat sebagai satuannya. Contoh cara mengukur besar sudut derajat adalah sebagai berikut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 8.2 Pengukuran dengan busur derajat

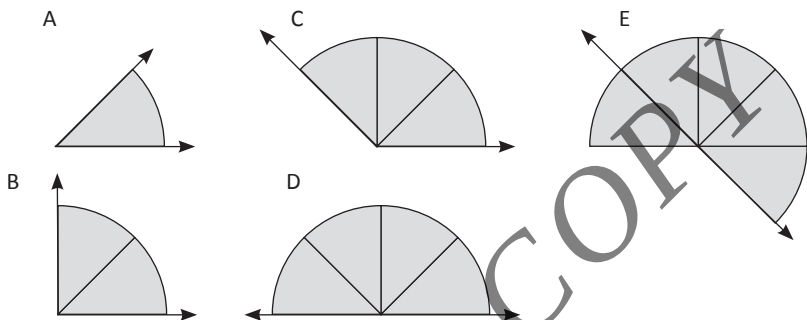
- Himpitkan titik tengah busur derajat dengan titik B sehingga kaki sudut OA berhimpitan dengan garis yang melalui titik O dan titik busur derajat.
- Perhatikan angka 0 pada busur derajat yang terletak pada garis OA dan perhatikan garis OB. Besar sudut ABC dapat dibaca pada skala yang ditunjukkan oleh busur derajat.

Secara lengkap satuan sudut yang baku ada tiga macam, yaitu sebagai berikut.

- Sistem Sexasimal (Derajat, Menit, Detik)
Satuan derajat ditulis 1° adalah besarnya sudut yang dihasilkan oleh perputaran sejauh $\frac{1}{360}$ keliling lingkaran.
1 derajat = 60 menit (ditulis $1^\circ = 60'$)
1 menit = 60 detik (ditulis $1' = 60''$)
- Sistem Centesimal (*Grad, Decigrad, Centigrad, Miligrad*, dan sebagainya)
Satuan grad ditulis 1° adalah besar sudut yang dihasilkan oleh perputaran yang sejauh $\frac{1}{400}$ keliling lingkaran.
 $360^\circ = 400^\circ$
 $1^\circ = 10 \text{ dgr (decigrad)}$
 $1 \text{ dgr} = 10 \text{ cgr (centigrad)}$
 $1 \text{ cgr} = 10 \text{ mgr (miligrad)}$
- Radian
Satu radian ditulis 1 rad adalah besarnya sudut yang dihasilkan oleh perputaran sebesar jari-jari lingkaran. $1 \text{ rad} = 180^\circ$

2. Pengukuran Sudut dengan Satuan Tidak Baku

Pengukuran sudut dengan satuan tidak baku merupakan pengukuran sudut yang hasilnya berbeda-beda karena menggunakan alat ukur yang tidak baku atau tidak standar. Pengukuran sudut dengan satuan tidak baku misalnya menggunakan sudut satuan. Contoh cara mengukur sudut satuan tidak baku adalah sebagai berikut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 8.3 Pengukuran sudut dengan satuan tidak baku

Misalnya sudut A merupakan sudut satuan, maka:

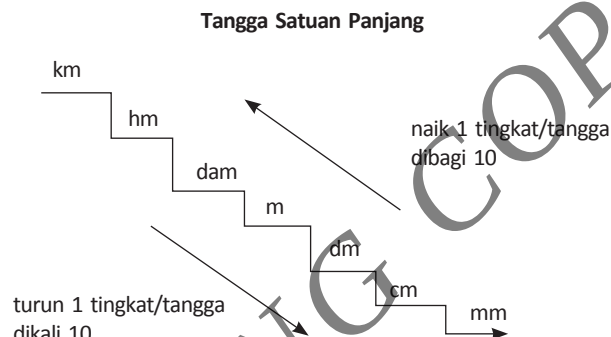
- Besar sudut B adalah 2 sudut satuan.
- Besar sudut D adalah 4 sudut satuan.

Berikut ini beberapa macam sudut yang dibedakan berdasarkan ukurannya.

1. Sudut 0° adalah sudut yang terbentuk jika kedua kaki saling berhimpit dengan jarak 0° .
2. Sudut Siku-Siku adalah sudut yang besarnya 90° .
3. Sudut Lancip adalah sudut yang besarnya antara 0 sampai 90° .
4. Sudut Tumpul adalah sudut yang besarnya antara 90° sampai 180° .
5. Sudut Lurus adalah sudut yang besarnya 180° .
6. Sudut Refleksi adalah sudut yang besarnya antara 180° sampai 360° .
7. Sudut Satu putaran penuh adalah sudut yang besarnya 360° .

B. Pengukuran Panjang

Penanaman konsep pengukuran satuan panjang dapat dilakukan oleh guru dengan cara melibatkan siswa dalam kegiatan pengukuran langsung oleh siswa. Biasanya dalam pengukuran satuan panjang, guru langsung menerangkan mengenai tangga satuan ukuran panjang. Siswa diberikan pengertian bahwa setiap turun satu tingkat dikali 10, seperti contohnya $1 \text{ km} = 10 \text{ hm}$, sedangkan setiap naik 1 tingkat dibagi 10, seperti contoh ilustrasi tangga satuan panjang digambarkan sebagai berikut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

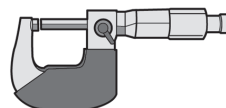
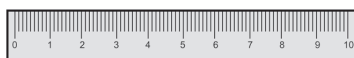
Gambar 8.4 Tangga satuan panjang

Ada baiknya pengenalan tangga satuan ukuran panjang diberikan setelah siswa memahami konsep satuan ukuran panjang melalui serangkaian kegiatan berikut.

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan:

1. Berbagai alat ukur panjang seperti penggaris, mikrometer sekrup, meteran, pita, dan sebagainya.
2. Lidi atau sedotan

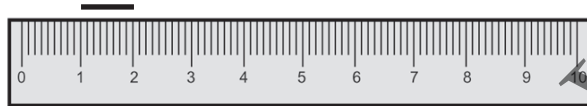


Sumber: Dokumentasi penulis

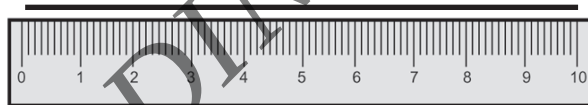
Gambar 8.5 Macam-macam alat pengukur panjang

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar, siswa diingatkan kembali tentang pengukuran dengan menggunakan satuan tidak baku, misalnya lidi, jengkal tangan, pensil.
2. Siswa kemudian menganalisis alat ukur yang digunakan.
3. Siswa mengukur panjang lidi atau lidi sepanjang 1 cm, kemudian memotongnya.



4. siswa mengamati ukuran panjang 1 cm dan siswa merasakan panjang 1 cm.
5. siswa membuat garis sepanjang 1 cm di buku tulis dengan menggunakan penggaris.
6. siswa kemudian mengukur lagi lidi yang lain sepanjang 1 dm (10 cm), kemudian siswa memotongnya, masing-masing siswa memegang lidi yang panjangnya 1 dm.



7. Guru memberikan instruksi agar siswa memotong lidi yang berukuran 1 dm menjadi lidi yang berukuran 1 cm.
8. Guru memberikan pertanyaan ada berapa lidi berukuran yang dapat dibuat dari lidi yang panjangnya 10 cm? (siswa menjawab dengan benar 10 batang lidi).
9. Guru bersama-sama dengan siswa membuat kesimpulan bahwa lidi berukuran 1 dm panjangnya setara dengan 10 lidi berukuran 1 cm.
10. Untuk kegiatan selanjutnya guru dan siswa membuat perbandingan antara cm, dm, dan m.

C. Pengukuran Berat

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan:

1. Berbagai alat ukur berat seperti timbangan, anak timbangan sederhana atau neraca Ohaus.
2. Benda-benda yang telah ditimbang seberat 1 kg dan 10 benda dengan berat masing-masing 1 ons.



Sumber: Dokumentasi Penulis

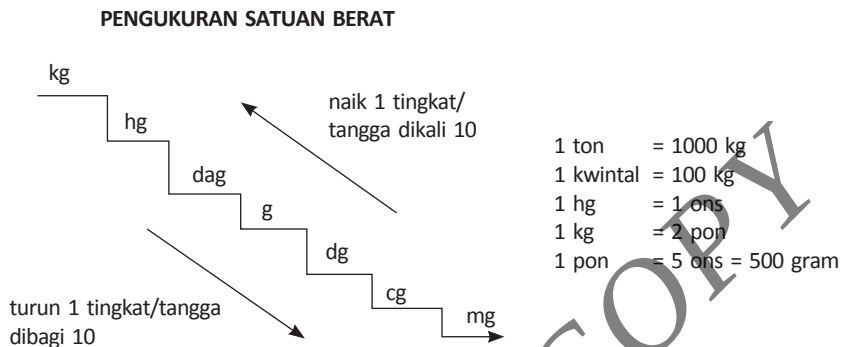
Gambar 8.6 Macam-macam alat ukur berat

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar, siswa diingatkan kembali tentang pengukuran antarsatuan panjang yang telah mereka kenal.
2. Siswa mempersiapkan media yang akan digunakan berupa timbangan dan anak timbangan. Diusahakan anak timbangan yang digunakan tidak hanya satu, tetapi harus mencapai berat 1 kg, misal anak timbangan seberat 1 ons dipersiapkan sebanyak 10 buah. Sebagai alternatif anak timbangan juga dapat dibuat dari tanah liat sehingga kita dapat mengatur beratnya sesuai dengan yang kita inginkan.
3. Siswa secara berkelompok melakukan penimbangan berat benda 1 kg yang ternyata setara dengan 10 anak timbangan seberat 1 ons. Apabila menggunakan anak timbangan seberat 2 ons maka berapa anak timbangan yang dibutuhkan?
4. Guru dan siswa membuat kesimpulan tentang hubungan antarsatuan berat.

Pembinaan Keterampilan

Agar lebih memudahkan siswa memahami ukuran satuan berat yang lain, guru dan siswa membuat tangga satuan berat di mana apabila naik 1 tangga dibagi 10 dan apabila turun 1 tangga dikali 10.



Contoh:

$$\frac{1}{2} \text{ ton} + 10 \text{ ons} + 20 \text{ pon} = \dots \text{ kg}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 1000\right) + (10 : 10) + (20 : 2) = 500 + 1 + 1 = 511 \text{ kg}$$

D. Pengukuran Satuan Waktu

Waktu dapat berarti jarak antara dua tempat seperti waktu untuk melakukan sesuatu. Waktu juga berarti suatu ketika tertentu, seperti waktu yang ditunjukkan oleh jam. Panjang waktu ialah satuan besaran yang tak dapat dilihat. Kita tidak tahu di mana waktu itu mulai dan di mana berakhir.



Gambar 8.7 Alat ukur satuan waktu

Sumber: Dokumentasi Penulis

Menurut SI, satuan waktu dinyatakan dalam detik (dt) atau second (sec). Pada mulanya, penetapan satuan waktu adalah perputaran Bumi terhadap porosnya. Namun ternyata, perputaran bumi pada porosnya selalu berubah. Kemudian satuan waktu ditetapkan berdasarkan hari matahari rata-rata. Penetapan satuan standar untuk waktu adalah 1 detik = 186400 hari matahari rata-rata. Sebab 1 hari = 24 jam = (24×60) menit = $(24 \times 60 \times 60)$ detik = 86400 detik.

Selanjutnya, satuan ini pun dirasakan belum sesuai dengan persyaratan satuan standar, karena setelah dilakukan pengamatan yang lebih teliti, diketahui bahwa satu hari rata-rata matahari dari tahun ke tahun tidak sama. Kemudian tahun 1967, untuk pengukuran waktu yang lebih teliti, standar waktu dirubah. Satu sekon didefinisikan sebagai *selang waktu yang dibutuhkan atom cesium-133 untuk melakukan getaran radiasi sebanyak 9.192.631.770 kali*. Standar satuan waktu ini memiliki ketelitian yang sangat tinggi, yaitu kemungkinan kesalahan waktu hanya 1 detik dalam kurun waktu 500 tahun.

Beberapa alat pengukur waktu di antaranya adalah:

1. Jam

Jam digunakan untuk mengukur waktu dalam kehidupan sehari-hari dan paling sering digunakan. Pada jam biasanya menggunakan satuan terkecil yaitu detik dan terbesar yaitu jam dengan 1 detik adalah skala terkecil pada jam, jadi ketelitian jam adalah 0,5 sekon (detik). Dengan adanya satuan tersebut kita dapat dengan mudah mengetahui waktu yang telah berlalu atau menghitung waktu yang dibutuhkan.

2. Stopwatch

Stopwatch adalah alat ukur waktu yang mana di dalamnya terdapat satuan menit, detik, dan jam. Alat ini biasanya digunakan untuk kegiatan yang memerlukan hitungan dari 0 untuk mempermudah dan mempercepat pendataan. Contohnya adalah saat pelari menggunakan alat ini untuk mengukur kecepatan larinya dengan jarak 100 meter. Ketelitian stopwatch juga lebih tinggi dari jam yaitu 0,1 sekon. Tapi, sekarang telah berkembang stopwatch yang memiliki ketelitian lebih tinggi seperti milisecond bahkan microsecond.

3. Kalender

Kalender atau sistem penanggalan adalah alat ukur waktu yang digunakan untuk mengukur waktu yang lama seperti hari, bulan dan tahun. Skala terkecil dari kalender adalah satu hari, jadi ketelitiannya adalah setengah hari.

Pengukuran Waktu juga dapat dilakukan dengan satuan tidak baku. Contohnya jam pasir atau lilin. Jam pasir yang satu dengan yang lain tentu tidak tetap ukurannya, begitupun lilin. Oleh karena itu jam pasir dan lilin disebut satuan tidak baku untuk waktu.

Kesetaraan Satuan Waktu

1 abad	= 100 tahun
1 dasawarsa	= 10 tahun
1 windu	= 8 tahun
1 lustrum	= 5 tahun
1 tahun	= 12 bulan
1 bulan	= 30 hari
1 minggu	= 7 hari
1 hari	= 24 jam
1 jam	= 60 menit
1 menit	= 60 detik

E. Pengukuran Kecepatan

Kecepatan adalah besarnya jarak yang ditempuh oleh benda tiap satuan waktu. Kecepatan adalah besaran vektor, sehingga tidak hanya mencakup jumlah, tetapi juga bagaimana arah bergerak dalam ruang. Arah ditentukan oleh perpindahan, yang merupakan jarak antara di mana benda dimulai dan di mana ia berhenti.



Gambar 8.8 Alat pengukur kecepatan

Sumber: Dokumentasi Penulis

Kecepatan merupakan hasil bagi antara jarak yang ditempuh oleh waktu yang dibutuhkan. Kecepatan yang merupakan turunan dari hasil bagi besaran waktu terhadap besaran jarak menghasilkan satuan kecepatan dalam SI sebagai meter/detik (m/det). Rumus untuk jarak adalah

$$s = v \times t$$

Dengan ketentuan:

s = jarak yang ditempuh mempunyai satuan meter (dalam satuan metrik)

v = kecepatan mempunyai satuan meter/detik

t = waktu yang diperlukan mempunyai satuan detik (dalam satuan metrik)

Kecepatan (v) merupakan perbandingan antara jarak yang ditempuh (s) dengan waktu yang diperlukan (t), sehingga hubungan antara v , s , dan t dinyatakan pula dengan formula $v = s/t$. Sedangkan waktu yang diperlukan (t) adalah perbandingan jarak yang ditempuh (s) dengan kecepatan (v), sehingga hubungan antara t , s , dan v dapat dinyatakan sebagai $t = s/v$.

F. Pengukuran Kecepatan Air (Debit Air)

Langkah Pembelajaran

- Guru membagi siswa menjadi 5 kelompok kemudian membagi lembar kegiatan siswa.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 8.9 Ilustrasi debit air

Langkah-langkah Pembelajaran:

- Guru membimbing siswa mengukur debit air mengalir yang dibuat guru dari barang-barang bekas sehingga peserta didik mampu menemukan rumus mencari debit air yang mengalir.
- Guru meminta siswa untuk berkelompok untuk mendiskusikan hasil temuannya dan membuat laporan secara kelompok maupun individu.
- Peserta didik melaporkan hasil diskusi kelompoknya dengan didiskusikan secara klasikal.
- Guru memberikan klarifikasi hasil laporan peserta didik.
- Guru menegaskan kepada peserta didik penggunaan penghitungan debit dalam kehidupan sehari-hari. Satuan debit biasanya digunakan untuk menentukan volume air yang mengalir dalam suatu satuan waktu.
- Guru membagikan lembar evaluasi
 - a. Volume Akuarium 50 liter. Karena bocor dalam waktu 15 menit airnya tinggal 20 liter. Berapa liter/menit debit kebocorannya?

Jawaban:

$$\text{Debit} = \frac{\text{volume}}{\text{waktu}} = \frac{30 \text{ liter}}{15 \text{ menit}} = 2 \frac{\text{liter}}{\text{menit}}$$

- b. Sebuah bak penampungan yang berbentuk balok dengan ukuran panjang 2 m, lebar 90 cm dan tinggi 75 cm dapat terisi air sampai penuh selama 45 menit. Berapa liter/menit debit air yang mengalir pada bak tersebut?

Jawaban:

$$\text{Volume} = 20 \text{ dm} \times 9 \text{ dm} \times 7,5 \text{ dm} = 1350 \text{ liter.}$$

$$\text{Debit} = \frac{\text{volume}}{\text{waktu}} = \frac{1350 \text{ liter}}{45 \text{ menit}} = 30 \frac{\text{liter}}{\text{menit}}$$

- c. Volume sebuah tangki minyak tanah 7.500 liter. Setelah sampai pangkalan minyak diisikan pada 25 drum dalam waktu 40 menit. Jika sisa minyak dalam tangki tersebut 1.500 liter. Berapa debit aliran pada drum?

Jawaban:

$$\text{Debit} = \frac{\text{volume}}{\text{waktu}} = \frac{6000 \text{ liter}}{40 \text{ menit}} = 150 \frac{\text{liter}}{\text{menit}}$$

- Guru memberi kesempatan kepada peserta didik untuk menuliskan simpulan langkah-langkah mencari debit air yang mengalir dan rumus debit air yang mengalir di papan tulis.

Contoh soal

1. Jika volume air di sebuah wadah adalah 5.000 L, dan kecepatan air keluar dari wadah itu adalah 1 liter per jam. Perlu waktu berapa lamakah agar seluruh air itu habis mengalir keluar dari wadah tersebut?

$$\text{Waktu} = \frac{\text{volume}}{\text{debit}} = \frac{5000 \text{ liter}}{1 \text{ liter/jam}} = 5000 \text{ jam}$$

2. Sebuah drum berukuran besar dapat menampung air sebanyak 150 liter. Sebuah drum berukuran lebih kecil dapat menampung air 10% dari jumlah air yang bisa ditampung drum berukuran besar tadi. Berapa banyak air yang dapat ditampung oleh lima drum berukuran besar dan lima drum berukuran kecil secara keseluruhan?

Jawaban:

drum besar = 150 liter

drum kecil = 15 liter

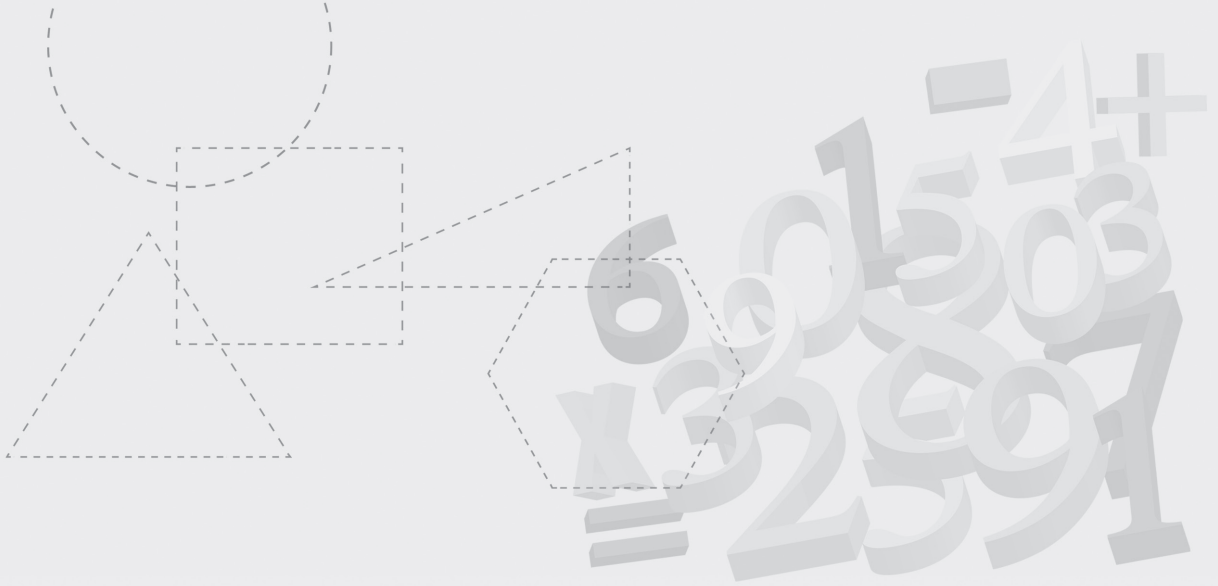
Total = $150 \times 5 + 15 \times 5 = 825$ liter

3. Di sebuah rumah yang berpenghuni lima orang terdapat 60 botol air minum yang masing-masing berisi $\frac{1}{2}$ liter. Jika setiap orang di rumah itu memerlukan air minum sebanyak 2 liter setiap hari, dalam berapa hari air yang tersedia di rumah itu akan habis?

Jawaban:

$$60 \times \frac{1}{2} : 2 = 15 \text{ hari}$$

READING COPY



Bab IX

Perbandingan dan Skala

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Konsep Perbandingan
- B. Perbandingan Senilai
- C. Perbandingan Berbalik Senilai
- D. Perbandingan Skala

A. Konsep Perbandingan

Konsep perbandingan sering kali digunakan dalam kehidupan sehari-hari, contohnya adalah perbandingan antara jumlah siswa laki-laki dan perempuan dalam suatu kelas, perbandingan banyaknya jumlah kelereng warna merah dengan warna biru di suatu kotak dan sebagainya.

Definisi

Perbandingan adalah pasangan terurut dari bilangan yang ditulis dengan notasi $a : b$, dengan $b \neq 0$ yang menyatakan hubungan yang ada di antara kedua bilangan tersebut.

Secara umum perbandingan dapat dikelompokkan menjadi dua bagian, Perbandingan Senilai dan Perbandingan Berbalik Nilai.

B. Perbandingan Senilai

Perbandingan senilai adalah perbandingan dari dua atau lebih besaran di mana suatu *variable* bertambah maka *variable* lainnya bertambah pula begitupun sebaliknya atau disebut juga dengan perbandingan yang memiliki nilai yang sama.. Untuk perhitungan hasil perbandingan dapat digunakan rumus perbandingan senilai berikut.

$$\frac{a^1}{b_1} = \frac{a^2}{b_2}$$

Contoh 1

Sebuah mobil melaju dari kota Bandung menuju Surabaya. Setiap 12 km menghabiskan bensin sebanyak 1 liter. Apabila jarak antara Bandung-Surabaya sejauh 720 km, berapa estimasi liter bensin yang dihabiskan untuk menempuh perjalanan Bandung–Surabaya?

Jawab

Soal di atas merupakan salah satu soal perbandingan senilai, di mana semakin jauh perjalanan yang ditempuh maka berbanding lurus dengan banyaknya konsumsi bahan bakar yang dihabiskan.

Dari soal di atas diketahui:

$$a_1 = 12$$

$$b_1 = 1$$

$$a_2 = 720$$

$$b_2 = ?$$

Rumus Perbandingan Senilai:

$$\frac{a^1}{b_1} = \frac{a^2}{b_2}$$

$$\frac{12}{1} = \frac{720}{b_2}$$

$$b_2 = \frac{720}{12} \times 1 = 60$$

Jadi Estimasi banyaknya bensin yang dibutuhkan sebanyak 60 liter.

Contoh 2

Di sebuah peternakan memiliki 30 ekor sapi. Setiap bulan pemilik peternakan harus menyediakan 600 pakan ternak. Apabila pemilik peternakan menambah jumlah sapi sebanyak 15 ekor, berapa banyak pakan ternak yang harus ditambah untuk 1 bulan?

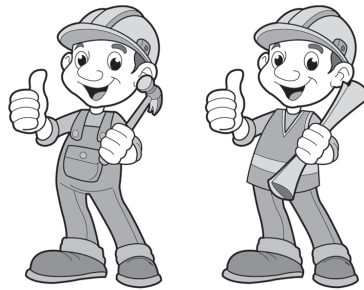
C. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan berbalik senilai adalah perbandingan dua besaran yang mana bila salah satu besaran bertambah nilai maka besaran lainnya akan berkurang nilai atau semakin kecil. Untuk perhitungan hasil perbandingan dapat digunakan rumus perbandingan berbalik nilai sebagai berikut

$$\frac{a^1}{b_2} = \frac{a^2}{b_1}$$

Contoh Soal

Proyek pembangunan sebuah apartemen dapat diselesaikan selama 60 hari oleh 100 orang pekerja. Untuk mempercepat proyek pembangunan, kontraktor menambah 50 orang pekerja lagi. Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek tersebut?

**Jawab:**

Soal di atas merupakan salah satu soal perbandingan berbalik nilai, di mana semakin banyak jumlah pekerja maka akan semakin sedikit waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek. Dari soal di atas diketahui:

$$a_1 = 100$$

$$b_1 = 60$$

$$a_2 = 100 + 50 = 150$$

$$b_2 = ?$$

Rumus Perbandingan Senilai:

$$\frac{a^1}{b_2} = \frac{a^2}{b_1}$$

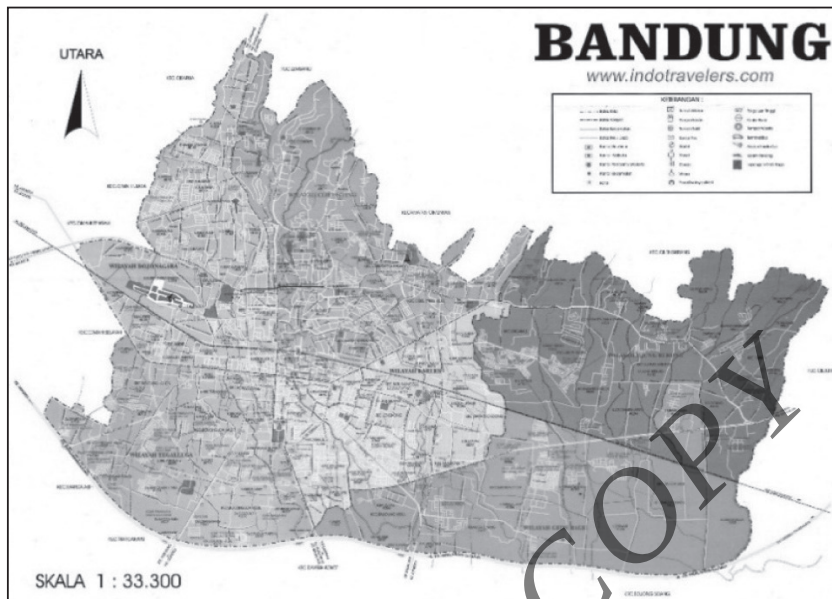
$$\frac{100}{b_2} = \frac{150}{60}$$

$$b_2 = \frac{60 \times 100}{150} = 40$$

Jadi estimasi waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek tersebut adalah 40 hari.

D. Perbandingan Skala

Jika kita memperhatikan benda-benda di sekeliling ruang kelas, kita pasti pernah menemukan peta. Peta merupakan gambaran suatu wilayah yang dituangkan dalam gambar dua dimensi, memiliki keterangan dan ukuran perbandingan yang disebut skala. Coba perhatikan peta kota Bandung berikut.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Gambar 9.1 Peta Kabupaten Bandung

Peta di atas menggunakan skala 1 : 33.300. Artinya tiap 1 cm pada peta mewakili 33.300 cm pada jarak sesungguhnya, dan 33.300 cm itu sama dengan jarak 3,33 km sehingga tiap 1 cm pada peta mewakili 3,33 km jarak sesungguhnya. Begitu juga dengan skala 1 : 100.000, artinya tiap 1 cm pada peta mewakili 100.000 cm pada jarak sesungguhnya. 100.000 cm sama dengan 1 km. Sampai di sini sudah paham ya? kalau belum jangan dilanjutkan pahami dulu pengertian skala di atas.

Skala dirumuskan sebagai:

$$\text{Skala: } \frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Jarak sesungguhnya}}$$

Atau biasanya untuk memudahkan disingkat menjadi:

$$\text{Skala} = \frac{JP}{JS}$$

Di mana JP adalah jarak pada peta dan JS adalah jarak sesungguhnya.

Contoh soal

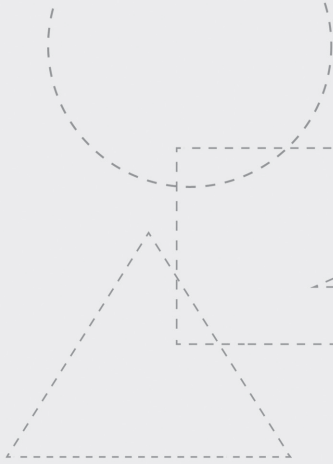
Skala sebuah peta adalah 1 : 500.000. Jika jarak kota A ke kota B pada peta 6 cm, maka jarak sebenarnya kota A ke kota B adalah

$$\text{Skala: } \frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Jarak sesungguhnya}}$$

$$\text{Jarak sebenarnya} = \frac{\text{Jarak peta}}{\text{Skala}}$$

$$= \frac{6}{1/500.000}$$

$$= 6 \times 500.000 = 3.000.000 \text{ cm} = 30 \text{ km}$$



Bab X

Pengenalan Geometri

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, anda diharapkan dapat memahami:

- A. Istilah dalam Geometri
- B. Pembuktian Teorema Pythagoras
- C. Titik, Garis, Sudut dan Bidang
- D. Kedudukan Titik pada Garis
- E. Kedudukan Garis dengan Garis
- F. Sudut
- G. Bidang Banyak (Segi-n)
- H. Melukis Segitiga
- I. Melukis Garis Istimewa pada Segitiga

A. Istilah dalam Geometri

Sebagaimana struktur matematika lainnya, geometri memiliki pedoman-pedoman atau aturan-aturan yang terangkum dalam istilah. Bagi siapa pun yang ingin mempelajari geometri, sudah tentu harus memahami istilah-istilah tersebut. Istilah-istilah tersebut adalah sebagai berikut.

1. Unsur-Unsur yang Tidak Didefinisikan (*Undefined Terms*)

Unsur yang tidak didefinisikan adalah konsep yang mudah dipahami dan sulit dibuatkan definisinya, seperti titik, garis, dan bidang. Apabila kita paksakan untuk membuat definisi unsur primitif tersebut maka akan terjadi blunder. Misalnya, kita akan membuat definisi untuk titik, seperti titik adalah sesuatu yang menempati tempat. Kemudian kita harus mendefinisikan lagi sesuatu yang menempati tempat itu apa, misalnya noktah yang ada pada bidang. Kemudian kita harus mendefinisikan tentang noktah itu apa, dan seterusnya, sehingga dalam definisi terdapat definisi dan begitu seterusnya. Oleh karena itu semua konsep yang memiliki sifat demikian dimasukkan ke dalam kategori unsur primitif atau unsur yang tidak terdefinisi.

2. Unsur-Unsur yang Didefinisikan (*Defined Terms*)

Unsur-unsur yang didefinisikan adalah konsep yang mempunyai definisi atau batasan sehingga dengan definisi konsep-konsep tersebut menjadi jelas, tidak ambigu atau tidak bermakna ganda. Syarat sebuah definisi adalah harus singkat, padat, jelas, dan tidak mengandung pengertian ganda. Unsur yang didefinisikan adalah konsep-konsep yang dikembangkan dari unsur yang tidak didefinisikan. Misalnya, sinar garis, ruas garis, segitiga, segi empat dikembangkan dari konsep garis sebagai unsur yang tidak didefinisikan.

3. Aksioma/Postulat

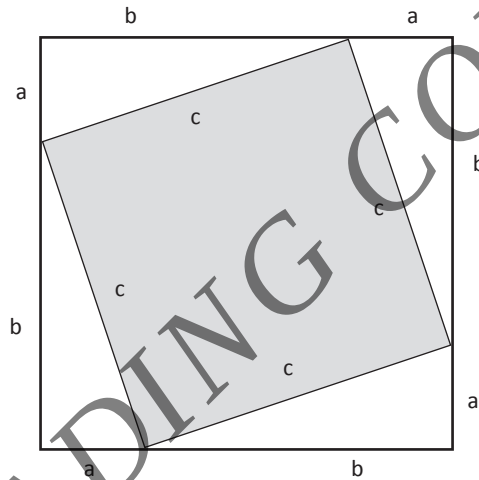
Aksioma/postulat sangat erat kaitannya dengan penerimaan suatu anggapan tanpa menuntut adanya pembuktian. Aksioma/postulat adalah anggapan dasar yang secara logika dapat diterima dan tidak harus dibuktikan kebenarannya.

4. Teorema/Dalil/Rumus

Teorema/dalil/rumus adalah bentuk kritis dari suatu anggapan yang menuntut adanya pembuktian kebenaran secara nyata. Anggapan ini harus dibuktikan dengan rangkaian deduktif yang menuju pada suatu kesimpulan yang dapat digeneralisasi.

B. Pembuktian Teorema Pythagoras

Apabila kita mengajukan pembuktian melalui menunjukkan/memberi contoh dalam segitiga siku-siku dengan panjang sisi masing-masing 3 dan 4 satuan panjang, serta panjang sisi miringnya sama dengan 5 satuan panjang (tripel Pythagoras), sehingga diperlihatkan hubungan $3^2 + 4^2 = 5^2$ ini bukan pembuktian, tetapi sekadar menunjukkan satu kasus. Teorema Pythagoras sejak ditemukannya sampai sekarang telah dibuktikan lebih dari 200 cara. Berikut salah satu pembuktian teorema tersebut.



Luas daerah persegi kecil dengan sisi c sama dengan luas persegi besar dengan sisi $a + b$ dikurangi 4 kali luas daerah segitiga siku-siku. Secara aljabar dapat kita selesaikan menjadi:

$$c^2 = (a + b)^2 - 4 \cdot \text{luas daerah segitiga}$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi}$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} ab$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

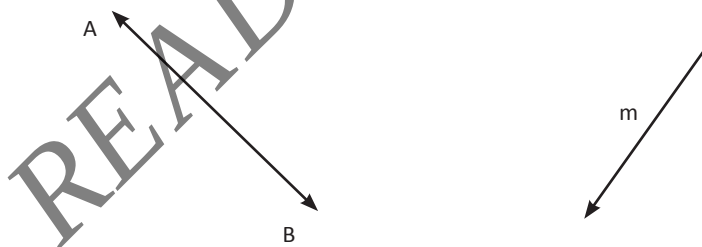
$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ terbukti}$$

C. Titik, Garis, dan Bidang

Titik adalah bagian terkecil dari suatu objek, yang menempati suatu tempat, yang tidak memiliki panjang, lebar, dan tinggi. **Titik** adalah suatu ide atau bisa disebut abstrak. Karena **titik** tidak bisa dijelaskan dengan cara biasa, **Titik** termasuk sesuatu yang tak terdefinisi. Titik dapat digambar sebagai noktah, dan dapat dimodelkan dengan suatu benda yang berukuran bulat kecil. Titik diberi nama dengan satu huruf kapital, misalnya titik A, titik P, titik M.

- A • M
- P

Garis merupakan suatu himpunan titik-titik yang anggotanya terdiri dari lebih satu buah titik. Dan titik-titik tersebut berderet ke dua arah yang berlawanan hingga jauh tidak terhingga. Sedangkan model ataupun representasi suatu garis misalkan seperti seutas benang atau juga tali lurus yang bisa diperpanjang pada kedua arah yang berlawanan hingga jauh tak terhingga. Garis hanya memiliki ukuran yang panjang, berbeda dengan titik yang diberikan nama menggunakan satu buah dari huruf kapital, garis diberi nama dengan menggunakan sebuah huruf kecil seperti g, h, k dan juga seterusnya ataupun dua buah huruf kapital misalkan AB, AC, BC dan juga seterusnya.



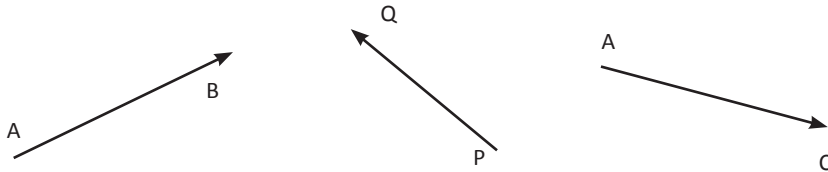
Ruas garis adalah bagian dari garis yang dibatasi oleh dua titik.



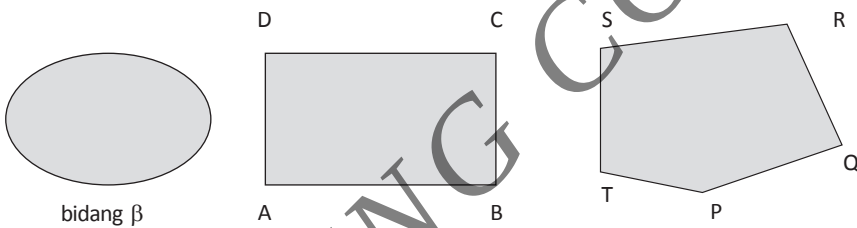
Ruas garis AB ditulis dengan notasi $\overline{AB}$,

Ruas garis PQ ditulis dengan notasi $\overline{PQ}$

Sinar garis adalah bagian dari garis yang diawali oleh titik pangkal berupa titik menuju tak terbatas. Menggambar sinar garis dapat diawali dari titik pangkal menuju arah tak terbatas yang diberi tanda dengan anak panah.



Bidang datar dapat didefinisikan sebagai suatu daerah berupa kurva yang dibatasi oleh ruas garis. Sebuah bidang dapat diberi nama dengan satu huruf Yunani, seperti: α , β , γ , ψ , dan seterusnya, atau dengan huruf-huruf kapital sesuai dengan nama-nama titik-titik sudut bidang itu, misalnya bidang ABCD, bidang PQRST.

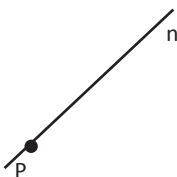


Dalam pembelajarannya titik, garis, dan bidang dapat direpresentasikan dengan benda-benda konkret. Misalnya, titik dapat dimodelkan dengan benda yang berbentuk bulat kecil. Ruas garis dapat dimodelkan dengan sebatang sedotan. Sebuah bidang dapat dimodelkan dengan sebuah alas meja atau benda-benda lain yang tipis dan lebar.

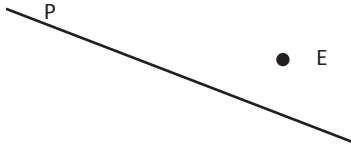
D. Kedudukan Titik pada Garis

Kedudukan suatu titik terhadap suatu garis dapat terjadi kemungkinan berikut.

- Titik terletak pada garis
Misalkan titik P terletak pada garis n.



- Titik berada di luar garis
Misalkan titik E di luar garis p.

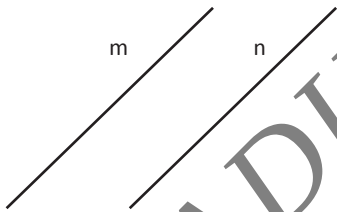


E. Kedudukan Garis dengan Garis

Kedudukan dua garis pada bidang dapat terjadi sebagai berikut.

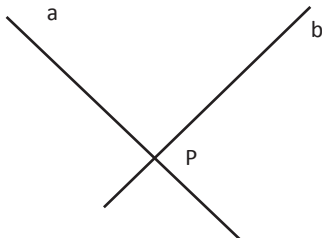
1. Dua buah garis sejajar

Dinyatakan sejajar apabila dua garis yang berada dalam satu bidang tidak memiliki titik persekutuan. Misalnya, garis $m \parallel n$.



2. Dua garis berpotongan

Dinyatakan berpotongan apabila dua garis yang berada dalam satu bidang memiliki tepat satu titik persekutuan.



Garis a dan b berpotongan di titik P.
Titik P disebut titik potong.

3. Dua garis berimpit

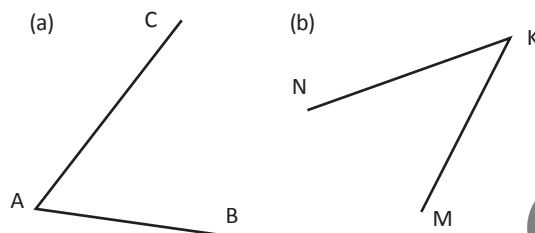
Pada dua garis yang berimpit semua titik pada masing-masing garis itu merupakan titik persekutuan dari kedua garis tersebut.

F. Sudut

Sudut dapat dibentuk dari dua sinar yang titik pangkalnya berimpit.

Suatu sudut diberi nama dengan:

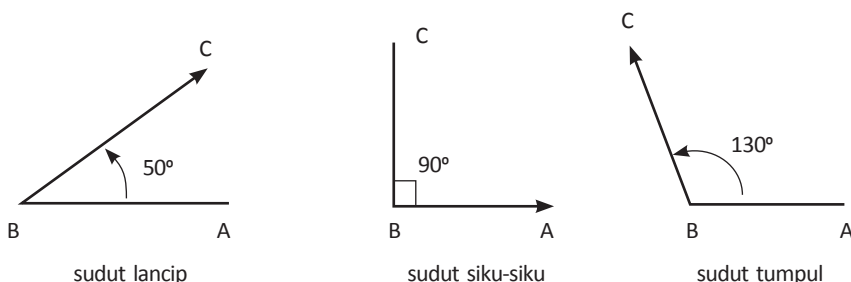
1. satu huruf kapital sesuai dengan nama titik sudutnya.
2. Tiga huruf kapital, nama titik sudutnya ditulis di tengah di antara dua huruf yang lain.

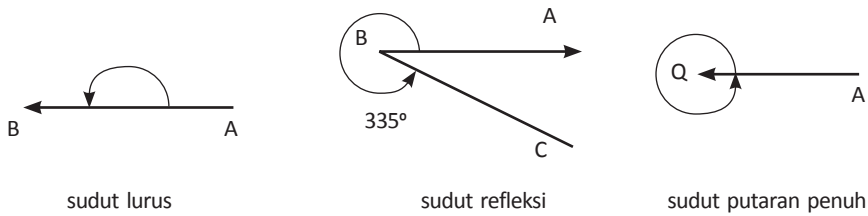


Pada gambar di atas, huruf A dan K adalah nama titik sudut, maka tempat penulisannya harus di tengah. Misalnya : (a) $\angle BAC$, $\angle CAB$, atau $\angle A$; dan (b) $\angle MKN$, $\angle NKM$, dan $\angle K$. Satuan besar sudut dapat dinyatakan dalam derajat atau dalam radian. Satuan besar sudut dalam derajat dapat diukur dengan alat busur derajat.

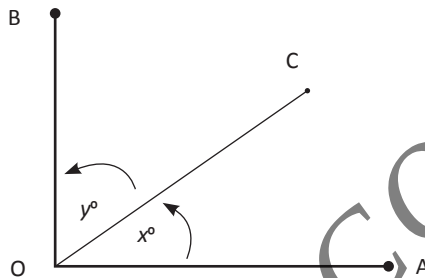
Jika pusat suatu lingkaran dibagi menjadi empat bagian sama besar maka setiap bagian sudut pusat tersebut besarnya 90° atau $\pi/2$ radian. Sudut yang besarnya 90° disebut sudut siku-siku. Macam-macam sudut adalah sebagai berikut.

- (a) Sudut lancip, yaitu sudut yang besarnya antara 0 dan 90 derajat.
- (b) Sudut siku-siku, yaitu sudut yang besarnya 90° .
- (c) Sudut tumpul, yaitu sudut yang besarnya antara 90 dan 180 derajat.
- (d) Sudut lurus, yaitu sudut yang kedua kakinya membentuk garis lurus, atau sudut yang besarnya 180.
- (e) Sudut yang besarnya lebih dari 180° disebut sudut refleks.



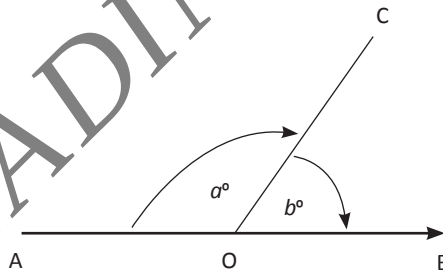


Dua sudut yang jumlah besarnya 90° disebut saling berpenyiku.



$\angle AOC = 55^\circ$ dan $\angle BOC = 35^\circ$ dikatakan saling berpenyiku karena $55^\circ + 35^\circ = 90^\circ$.

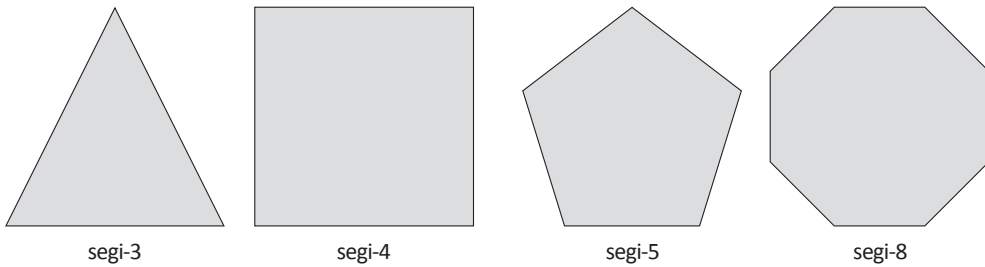
Dua sudut yang jumlah besarnya 180° disebut saling berpelurus.



$\angle AOC = 105^\circ$ dan $\angle BOC = 75^\circ$ saling berpelurus karena jumlahnya $105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$.

G. Bidang Segi banyak (Segi-n)

Kurva tertutup sederhana yang terbentuk dari tiga atau lebih ruas garis dan membatasi suatu daerah cembung (konveks) disebut segi banyak (poligon). Berikut adalah contoh poligon.

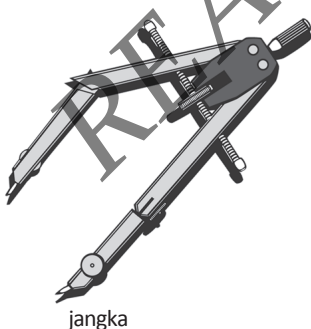


Segi banyak yang semua sisinya sama panjang dan semua sudutnya sama besar disebut segi banyak beraturan. Segitiga beraturan disebut juga segi tiga sama sisi, segi empat beraturan disebut juga persegi (bujur sangkar). Ada segi enam beraturan, segi tujuh beraturan, dan lain-lain.

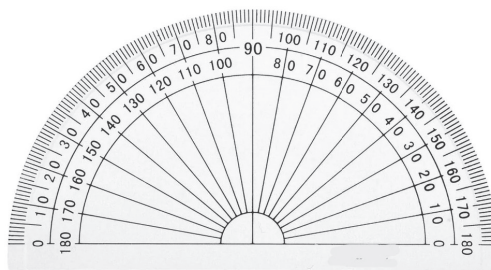
H. Melukis Segitiga

Melukis segitiga dan garis istimewa pada segitiga merupakan salah satu keterampilan yang harus dimiliki oleh guru matematika. Melukis segitiga akan memberikan pemahaman yang jauh lebih mendalam terkait konsep segitiga yang akan dipelajari oleh siswa.

Media yang diperlukan adalah jangka, busur derajat, penggaris, dan alat tulis lainnya.



jangka



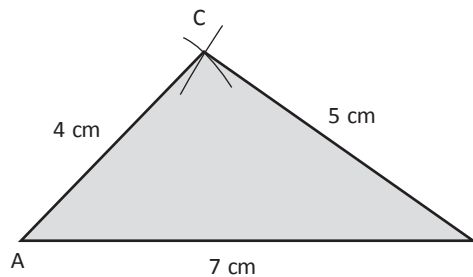
busur derajat



penggaris

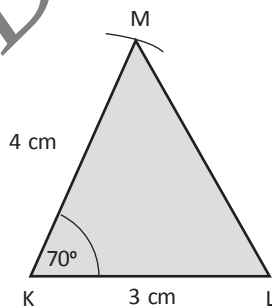
Adapun cara melukis segitiga adalah sebagai berikut.

1. Melukis Segitiga apabila Diketahui Panjang Ketiga Sisinya (Sisi, Sisi, Sisi)
Misalkan kita akan melukis $\triangle ABC$ jika diketahui $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm, dan $AC = 4$ cm.



Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- a. Buatlah ruas garis AB dengan panjang 7 cm.
 - b. Dengan pusat titik A buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 4 cm.
 - c. Kemudian dengan pusat titik B buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm sehingga memotong busur pertama di titik C .
 - d. Hubungkan titik A dengan titik C dan titik B dengan titik C , sehingga terbentuk $\triangle ABC$.
2. Melukis Segitiga jika Diketahui Dua Sisi dan Sudut Apit Kedua Sisi Tersebut (Sisi, Sudut, Sisi)

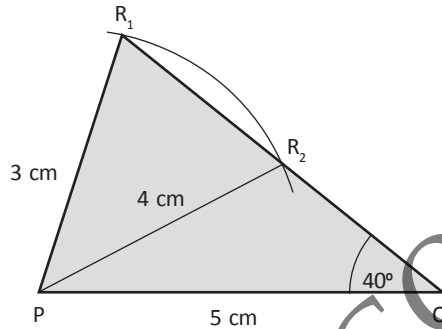


Misalkan kita akan melukis segitiga KLM jika diketahui panjang $KL = 3$ cm, sudut $LKM = 70^\circ$, dan panjang $KM = 4$ cm.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- a. Buatlah ruas garis KL dengan panjang 3 cm.
- b. Dengan menggunakan busur derajat, pada titik K buatlah sudut yang besarnya 70° .

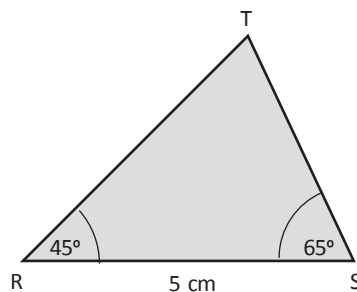
- c. Kemudian dari titik K buatlah busur lingkaran dengan panjang jari-jari 4 cm, sehingga berpotongan di titik M.
 - d. Hubungkan titik L dan M sehingga terlukislah segitiga KLM.
3. Melukis Segitiga jika Diketahui Dua Sisi dan Satu Sudut di Hadapan Salah Satu dari Kedua Sisi Tersebut



Misalkan kita akan melukis segitiga PQR dengan $PQ = 5$ cm; $PR = 3$ cm; dan sudut $PQR = 40^\circ$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- a. Buatlah ruas garis PQ dengan panjang 5 cm.
 - b. Lukislah sudut di titik Q sebesar 40° dengan menggunakan busur derajat.
 - c. Dengan titik P sebagai pusat, buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 3 cm, sehingga memotong garis tersebut di titik R_1 dan R_2 .
 - d. Hubungkan titik P dengan R_1 dan titik P dengan R_2 , sehingga diperoleh sudut PQR_1 dan sudut PQR_2 .
4. Melukis Segitiga jika Diketahui Satu Sisi dan Dua Sudut pada Kedua Ujung Sisi Tersebut (Sudut, Sisi, Sudut)



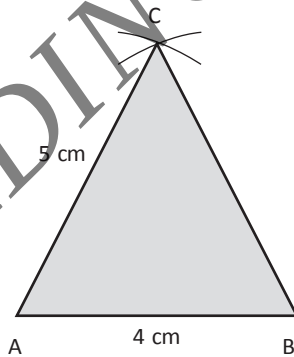
Misalkan kita akan melukis segitiga RST apabila diketahui panjang $RS = 5$ cm, sudut $TRS = 45^\circ$, dan sudut $TSR = 65^\circ$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Buatlah ruas garis RS dengan panjang 5 cm.
- Dari titik R, buatlah sudut yang besarnya 45° dengan menggunakan busur derajat.
- Kemudian dari titik S, buatlah sudut yang besarnya 65° sehingga berpotongan di titik T.
- Segitiga RST adalah segitiga yang dimaksud.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa suatu segitiga dapat dilukis jika diketahui

- panjang ketiga sisinya;
 - panjang dua buah sisi dan besar sudut yang mengapit kedua sisi tersebut;
 - panjang dua buah sisi dan besar sudut di hadapan salah satu sisi tersebut;
 - besar dua buah sudut dan panjang sisi di antara sudut tersebut.
5. Melukis Segitiga Sama Kaki



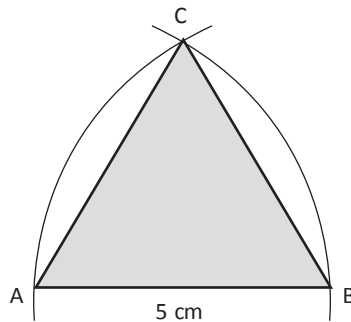
Misalkan kita akan melukis segitiga ABC sama kaki dengan

$AB = 4 \text{ cm}$ dan $AC = BC = 5 \text{ cm}$.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Buatlah ruas garis AB yang panjangnya 4 cm.
- Dengan pusat titik A buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm.
- Kemudian dengan jari-jari yang sama, buatlah busur lingkaran dengan pusat titik B, sehingga berpotongan dengan busur pertama di titik C.
- Hubungkan titik A dengan titik C dan titik B dengan titik C, sehingga diperoleh segitiga ABC yang merupakan segitiga sama kaki.

6. Melukis Segitiga Sama Sisi



Misalkan kita akan melukis segitiga ABC sama sisi dengan panjang setiap sisinya 5 cm.

Langkah-langkahnya sebagai berikut.

- Buatlah ruas garis AB dengan panjang 5 cm.
- Dengan pusat titik A, buatlah busur lingkaran dengan jari-jari 5 cm.
- Kemudian dengan jari-jari yang sama, buatlah busur lingkaran dengan pusat titik B, sehingga memotong busur pertama di titik C.
- Hubungkan titik A dengan C dan titik B dengan C, sehingga diperoleh segitiga ABC sama sisi dengan $AB = BC = AC = 5$ cm.

I. Melukis Garis Istimewa pada Segitiga

Ada empat garis istimewa yang terdapat pada suatu segitiga, yaitu:

- Garis tinggi,
- Garis bagi,
- Garis sumbu, dan
- Garis berat

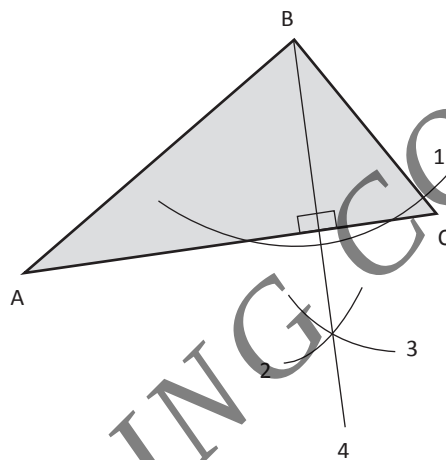
1. Garis Tinggi

Garis Tinggi Segitiga adalah garis yang melalui salah satu titik sudut segitiga dan tegak lurus dengan sisi di depannya.

Langkah-langkah membuat garis tinggi adalah sebagai berikut.

Diketahui segitiga ABC. Jika ingin membuat garis tinggi di titik B, maka:

- Lukislah busur lingkaran pada titik B sehingga memotong sisi AC di 2 titik.
- Dari 2 titik potong, lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama.
- Kedua busur bertemu di satu titik.
- Hubungkan titik B ke perpotongan kedua busur tadi.



Kesimpulan: Garis tinggi segitiga adalah garis yang ditarik dari sebuah titik sudut segitiga tegak lurus sisi di hadapannya.

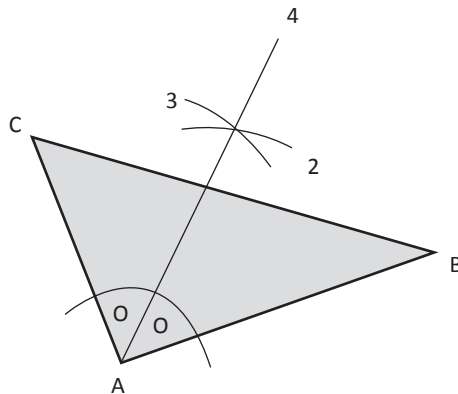
2. Garis Bagi

Garis Bagi Segitiga adalah garis yang ditarik dari salah satu sudut pada segitiga sehingga membagi sudut tersebut menjadi dua sama besar.

Langkah-langkah membuat garis bagi adalah sebagai berikut.

Diketahui segitiga ABC. Jika ingin membuat garis bagi pada sudut A, maka:

- Lukislah busur lingkaran dari titik A sehingga memotong garis AB dan AC.
- Dari titik potong garis AB dan AC, lukislah busur lingkaran dengan jari-jari yang sama.
- Kedua busur lingkaran bertemu di satu titik.
- Hubungkan titik A ke perpotongan kedua busur tadi.



Kesimpulan: Garis bagi segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut segitiga dan membagi sudut menjadi dua sama besar.

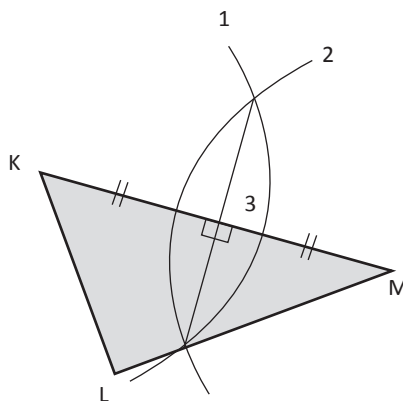
3. Garis Sumbu

Garis Sumbu Segitiga adalah garis yang membagi sisi segitiga menjadi dua bagian yang sama panjang dan tegak lurus pada sisi tersebut.

Langkah-langkah membuat garis sumbu adalah sebagai berikut.

Diketahui segitiga KLM. Jika ingin membuat garis sumbu sisi KM, maka:

- Lukislah busur di titik K dengan jari-jari lebih dari setengah KM.
- Dengan jari-jari yang sama, lukislah busur lingkaran dari titik M sehingga kedua busur berpotongan di dua titik
- Hubungkan kedua titik potong busur sehingga garis tersebut merupakan garis sumbu sisi KM.



Kesimpulan: Garis sumbu suatu segitiga adalah garis yang dilukis membagi sisi segitiga menjadi dua bagian sama panjang dan tegak lurus pada sisi tersebut.

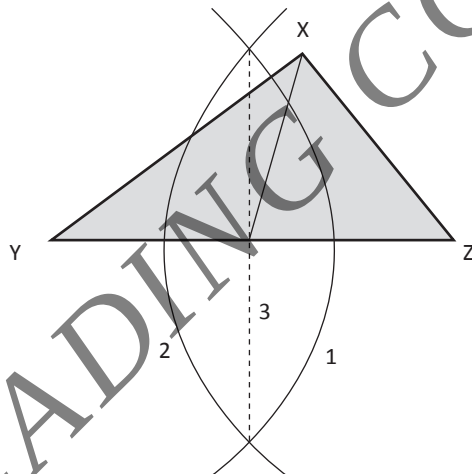
4. Garis Berat

Garis Berat suatu segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga sehingga membagi sisi di depannya menjadi dua bagian sama panjang.

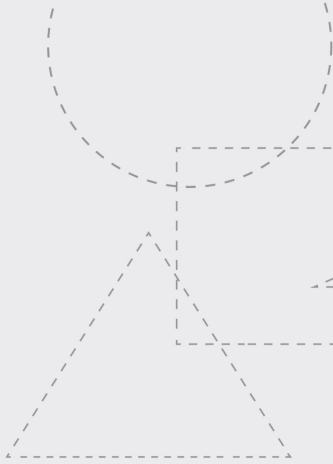
Langkah-langkah membuat garis berat adalah sebagai berikut.

Diketahui segitiga XYZ. Untuk membuat garis berat dari titik X, maka:

- Lukislah busur lingkaran di titik Y dengan jari-jari lebih dari setengah YZ.
- Dengan jari-jari yang sama lukislah busur lingkaran di titik Z.
- Buatlah garis sumbu sehingga memotong sisi YZ di satu titik.
- Hubungkan titik X ke perpotongan sisi YZ sehingga terbentuk garis berat.



Kesimpulan : Garis berat suatu segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sisi di hadapannya menjadi dua bagian sama panjang.



Bab XI

Geometri Bangun Datar

Tujuan Pembelajaran:

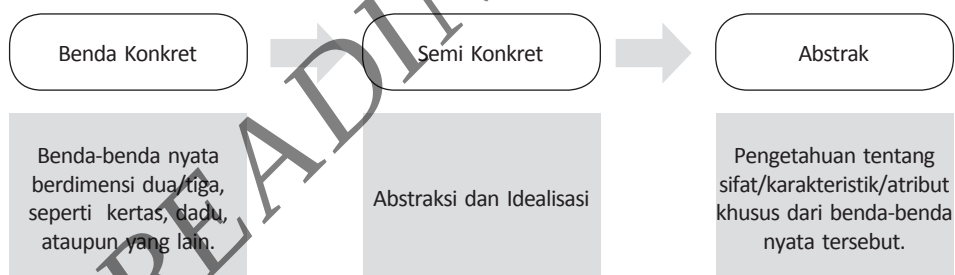
Setelah mempelajari bab ini, anda diharapkan dapat memahami konsep:

- A. Pengertian Bangun Datar
- B. Persegi (Bujur Sangkar)
- C. Persegi Panjang
- D. Segitiga
- E. Jajaran Genjang
- F. Belah Ketupat
- G. Layang-Layang
- H. Trapesium
- I. Lingkaran

A. Pengertian Bangun Datar

Pada kehidupan sehari-hari kita senantiasa menemukan benda-benda yang berbentuk unik, misalnya bingkai foto yang berbentuk persegi, penggaris yang berbentuk segitiga dan lain-lain, bangun-bangun tersebut termasuk ke dalam bangun datar. Bangun datar merupakan bagian dari bidang datar yang dibatasi oleh garis-garis lurus atau lengkung. (Imam Roji, 1997). Bangun-bangun geometri baik kelompok bangun datar maupun kelompok bangun ruang merupakan sebuah konsep abstrak yang artinya bangun-bangun tersebut bukan merupakan sebuah benda konkret yang dapat dilihat ataupun diraba.

Dalam pembelajaran geometri di kelas, khususnya bagi siswa sekolah dasar, hendaknya guru menyesuaikan metode pembelajarannya menggunakan benda-benda konkret yang dapat dilihat atau dapat diraba oleh siswa, berikanlah kesempatan bagi siswa untuk mengamati dan mengeksplorasi khususnya berkaitan dengan ciri, sifat dan karakteristik yang membedakan antara bangun datar yang satu dengan yang lainnya, kemudian secara perlahan menuntun siswa untuk mulai berpikir abstrak. Adapun alur pembelajaran geometri di Sekolah dasar sebagai berikut.



Secara Ringkas Petunjuk pembelajaran Geometri SD:

1. Gunakan benda-benda konkret.
2. Terapkan asas-asas didaktik (asas: apersepsi, peragaan, motivasi, bekerja sendiri, kerja sama, penyesuaian individu anak, korelasi, dan ulangan yang teratur).
3. Gunakan pendekatan pemahaman konsep dari:
 - a. konkret → semi konkret → abstrak.
 - b. sederhana → kompleks.
 - c. contoh dekat → contoh jauh.
 - d. Gunakan contoh dan non-contoh yang memadai.

- e. Gunakan variasi contoh-contoh peragaan dalam menanamkan konsep.
- f. Perbanyak keterlibatan siswa dalam mengeksplorasi.
- g. Gunakan pendekatan secara informal.

Demikian pula dengan konsep bangun geometri, bangun-bangun tersebut merupakan suatu sifat, sedangkan yang konkret, yang biasa dilihat maupun dipegang, adalah benda-benda representasi geometri yang memiliki sifat bangun geometri. Misalnya persegi panjang, konsep persegi panjang merupakan sebuah konsep abstrak yang direpresentasikan melalui sebuah karakteristik. Karakteristik ini merupakan ciri khas yang membedakan persegi panjang dengan bangun datar lainnya. Dari uraian di atas maka bangun datar dapat didefinisikan sebagai bangun yang rata yang mempunyai dua dimensi, yaitu panjang dan lebar, tetapi tidak mempunyai tinggi dan tebal. Dengan demikian, pengertian bangun datar adalah abstrak.

B. Persegi (Bujur Sangkar)

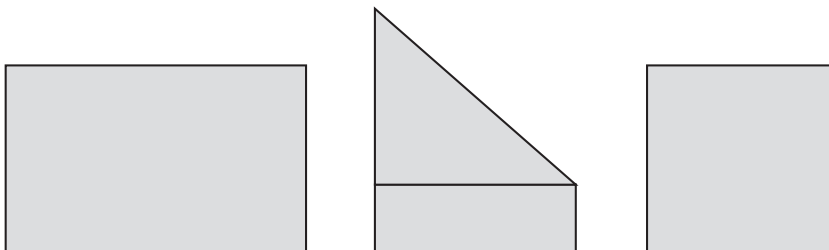
Penanaman Konsep

Media yang diperlukan:

1. Lembaran kertas karton
2. Benda-benda di sekitar yang berbentuk persegi

Kegiatan Pembelajaran

1. Guru menugaskan siswa untuk membawa 2 lembar kertas berukuran A4, agar lebih menarik, dapat digunakan kertas berwarna atau kertas origami.
2. Siswa bersama-sama guru melipat kertas secara diagonal. Himpitkan sisi-sisinya kemudian potonglah dengan menggunakan gunting.



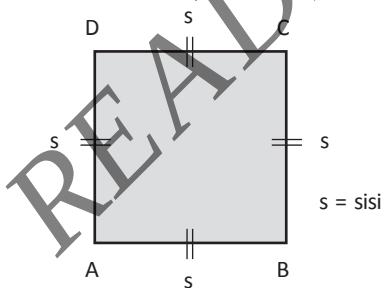
- Setelah kertas yang ada pada siswa tersebut berbentuk bangun yang baru, maka guru bertanya tentang nama bangun tersebut, apabila siswa belum mengetahui, maka guru memberi tahu bahwa bangun tersebut merupakan persegi.
- Secara perorangan atau berkelompok siswa mengamati sifat-sifat persegi.

No	Ciri-Ciri	Benar	Salah
1	Mempunyai 4 sisi sama panjang		
2	Mempunyai 4 sudut		
3	Tidak semua sudutnya siku-siku		
4	Memiliki diagonal yang sama panjang		
5	Jumlah semua sudutnya 360 derajat		

- Ulangi kegiatan di atas dengan menggunakan bangun persegi dengan ukuran yang berbeda.
- Bersama guru, siswa menyimpulkan ciri-ciri persegi.

Kesimpulan

Segi empat adalah yang keempat sisinya sama panjang dan keempat sudutnya siku-siku



Panjang $AB = BC = CD = DA$
 Luas = sisi x sisi
 Keliling = 4 x sisi

Sifat-sifat persegi:

- Semua sisinya sama panjang dan sisi-sisinya yang berhadapan sejajar.
- Setiap sudutnya siku-siku.
- Mempunyai dua buah diagonal yang sama panjang, berpotongan di tengah-tengah, dan membentuk sudut siku-siku.
- Setiap sudutnya dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.
- Memiliki 4 sumbu simetri.

C. Persegi Panjang

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan:

1. Lembaran kertas karton
2. Benda-benda di sekitar yang berbentuk persegi

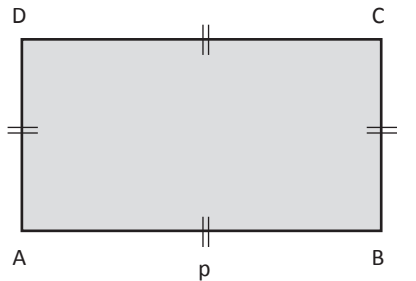
Kegiatan Pembelajaran

1. Guru menugaskan siswa untuk membawa 2 lembar kertas berukuran A4, agar lebih menarik, dapat digunakan kertas berwarna atau kertas origami.
2. Setelah kertas yang ada pada siswa tersebut berbentuk bangun yang baru, maka guru bertanya tentang nama bangun tersebut, apabila siswa belum mengetahui maka guru memberi tahu bahwa bangun tersebut merupakan persegi.
3. Secara perorangan atau berkelompok siswa mengamati sifat-sifat persegi. Berapakah jumlah sisi persegi panjang tersebut? (siswa kemudian menghitung)
4. Untuk membimbing siswa dalam menganalisis bangun persegi panjang ini guru dapat memberikan serangkaian pertanyaan penggiring sebagai berikut:

No	Ciri-Ciri	Benar	Salah
1	Mempunyai 4 sisi sama panjang		
2	Mempunyai 4 sudut		
3	Tidak semua sudutnya siku-siku		
4	Memiliki diagonal yang sama panjang		
5	Jumlah semua sudutnya 360 derajat		

5. Ulangi kegiatan di atas dengan menggunakan bangun persegi panjang dengan ukuran yang berbeda.
6. Guru bersama siswa membuat kesimpulan dari kegiatan di atas.

Definisi Persegi panjang: Segiempat yang kedua sisi yang berhadapan sama panjang dan keempat sudutnya siku-siku.



Sifat-sifat persegi panjang

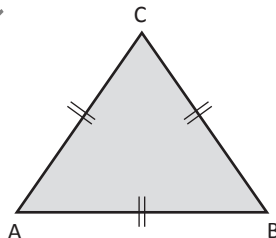
1. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
2. Setiap sudutnya siku-siku.
3. Mempunyai dua buah diagonal yang sama panjang dan saling berpotongan di titik pusat persegi panjang. Titik tersebut membagi diagonal menjadi dua bagian sama panjang.
4. Mempunyai 2 sumbu simetri, yaitu sumbu vertikal dan horizontal.

D. Segitiga

Segitiga adalah suatu bangun datar yang jumlah sudutnya 180° dan dibentuk dengan cara menghubungkan tiga buah titik yang tidak segaris dalam satu bidang.

1. Segitiga Sama Sisi

Segitiga yang ketiga sisinya sama panjang.



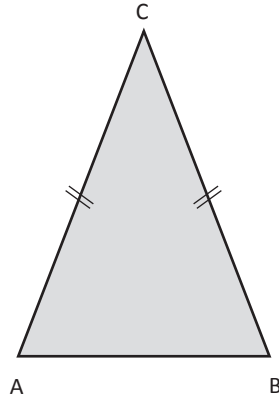
Panjang $AB = BC = CA$
 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Di dalam segitiga sama sisi terdapat:

- a. Tiga sisi yang sama panjang.
- b. Tiga sudut yang sama besar.
- c. Tiga sumbu simetri.

2. Segitiga Sama Kaki

Segitiga yang mempunyai dua buah sisi yang sama dan dua buah sudut yang sama.



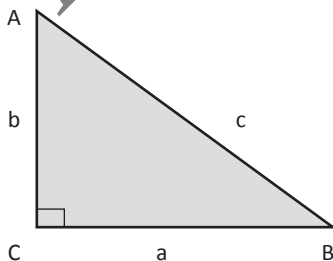
Panjang $AC = BC$
 $\angle A = \angle B$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Di dalam segitiga sama kaki terdapat:

- Dua sisi yang sama panjang, sisi tersebut sering disebut kaki segitiga.
- Dua sudut yang sama besar yaitu sudut yang berhadapan dengan sisi yang panjangnya sama.
- Satu sumbu simetri.

3. Segitiga Siku-Siku

Segitiga yang salah satu sudutnya 90° Pada segitiga siku-siku berlaku dalil pythagoras.



$\angle C = 90^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Dalil Phytagoras:

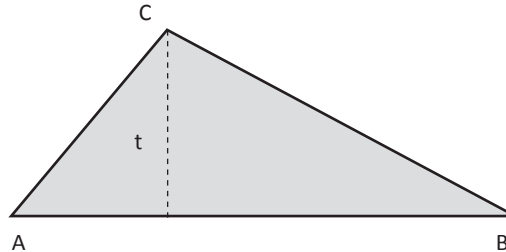
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \rightarrow b^2 = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Segitiga siku-siku mempunyai dua siku-siku yang mengapit sudut siku-siku dan satu sisi miring (*hypotenuse*).

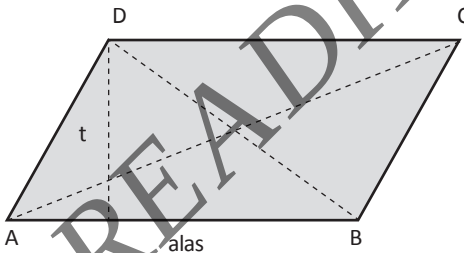
4. Segitiga Sembarang



- Ketiga sisinya tidak sama panjang ($AB \neq BC \neq CA$)
 - Ketiga sudutnya tidak sama besar ($\angle A \neq \angle B \neq \angle C$)
- $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

E. Jajaran Genjang

Jajaran genjang adalah segi empat yang sisi sejajarnya sama panjang dan sudut-sudut yang berhadapannya sama besar.

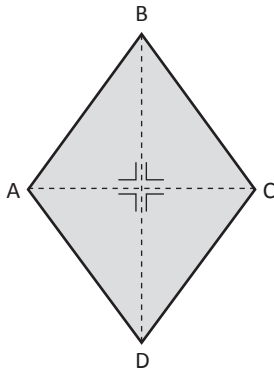


Panjang $AB = CD$ (AB sejajar CD)
 $BC = DA$ (BC sejajar DA)
 $\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$
 Keliling = $AB + BC + CD + DA$

1. Sifat-sifat yang dimiliki oleh jajar genjang adalah:
 - a. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
 - b. Sudut-sudut berhadapan sama besar.
 - c. Mempunyai dua buah diagonal yang berpotongan di satu titik dan saling membagi dua sama panjang.
 - d. Mempunyai simetri putar tingkat dua dan tidak memiliki simetri lipat.

F. Belah Ketupat

Belah ketupat adalah bangunan jajaran genjang yang keempat sisinya sama dan perpotongan diagonalnya membentuk sudut siku-siku.



Panjang $AB = BC = CD = DA$

$\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$

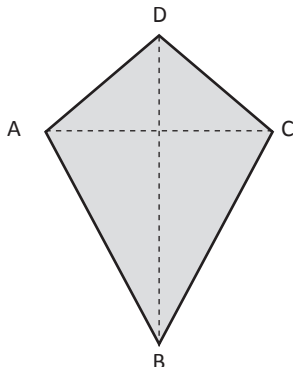
Keliling = $AB + BC + CD + DA$

Sifat-sifat belah ketupat:

1. Semua sisinya sama panjang.
2. Sudut-sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.
3. Kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang dan saling tegak lurus.
4. Kedua diagonal belah ketupat merupakan sumbu simetrisnya.

G. Layang-Layang

Layang-layang adalah bangunan segi empat di mana dua sisi yang berhadapan dan berdekatan sama besar.



Panjang $AD = DC$ & $AB = BC$

$\angle A = \angle C$

Keliling = $AB + BC + CD + DA$

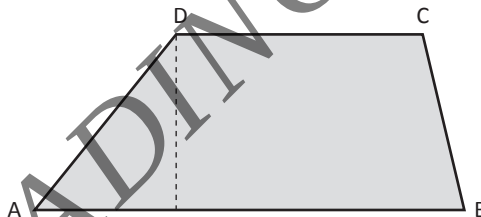
Sifat-sifat yang dimiliki oleh layang-layang adalah:

1. Pada layang-layang terdapat dua pasang sisi yang sama panjang.
2. Pada layang-layang terdapat sepasang sudut berhadapan yang sama besar.
3. Pada layang-layang terdapat satu sumbu simetri yang merupakan diagonal terpanjang.
4. Pada layang-layang salah satu diagonalnya membagi dua sama panjang diagonal lainnya secara tegak lurus.

H. Trapezium

Trapezium adalah Segiempat yang mempunyai dua sisi (sepasang sisi) yang berhadapan sejajar. Macam-macam trapezium adalah sebagai berikut.

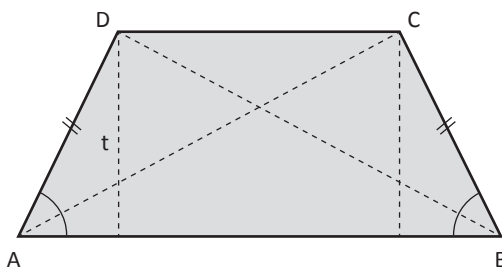
1. Trapezium Sembarang



Sisi AB dan CD disebut sisi-sisi sejajar. Sisi AD dan BC disebut kaki trapezium. Sisi terpanjang trapezium disebut alas trapezium.

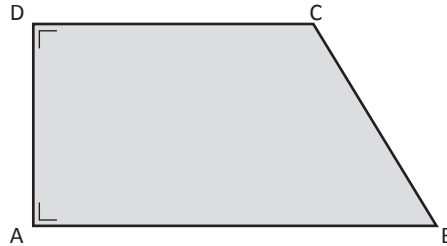
Keliling = jumlah seluruh sisi = $AB + BC + CD + DA$

2. Trapezium sama kaki



Panjang $AC = BD$ dan $\angle A = \angle B$

3. Trapesium siku-siku



$$\angle A = \angle D = 90^\circ$$

Sifat-sifat yang dimiliki oleh trapesium adalah:

- Sisi-sisi yang berhadapan sejajar.
- $\angle A + \angle D = 180^\circ$ (sudut dalam sepihak).
- $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (sudut dalam sepihak).

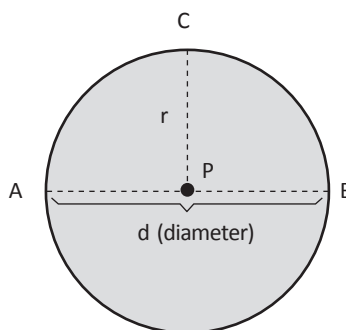
Sifat-sifat khusus yang dimiliki oleh trapesium sama kaki adalah:

- Terdapat dua pasang sudut berdekatan yang sama besar.
- Dalam trapesium sama kaki terdapat diagonal-diagonal yang sama panjang.

I. Lingkaran

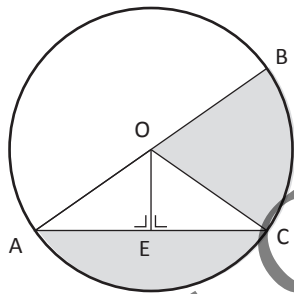
Lingkaran adalah sebuah bangun datar yang merupakan himpunan titik-titik yang mempunyai jarak yang sama terhadap suatu titik tertentu yang disebut dengan pusat lingkaran dan mempunyai besar sudut 360° .

Perhatikan gambar lingkaran di bawah ini:



1. r = jarak titik pada lingkaran terhadap pusat lingkaran (jari-jari).
2. P = pusat lingkaran.
3. AB = diameter lingkaran.
4. $AB = 2 \times PC$ atau $d = 2 \times r$.

Selain titik pusat, diameter, dan jari-jari, lingkaran pun mempunyai unsur-unsur lain. Perhatikan kembali gambar lingkaran berikut ini.



Adapun unsur-unsur lingkaran di atas:

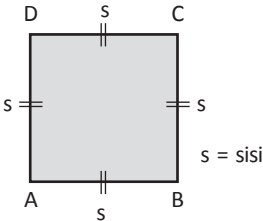
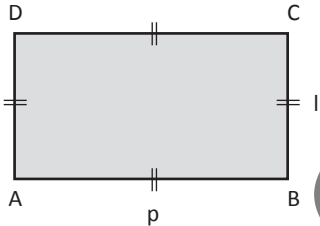
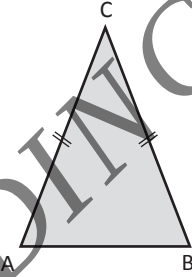
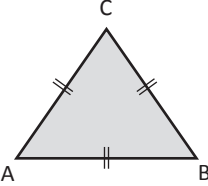
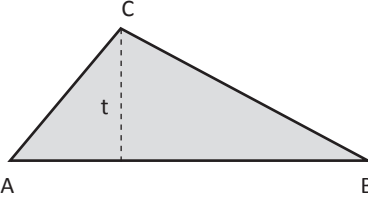
1. AB disebut diameter.
2. AO dan BO adalah Jari-jari.
3. AC disebut tali busur.
4. sisi lengkung AC disebut busur.
5. daerah yang dibatasi oleh tali busur AC dan busur AC disebut tembereng.
6. daerah yang dibatasi jari-jari BO dan jari-jari CO serta busur BC disebut juring.

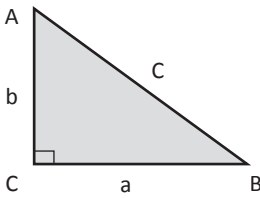
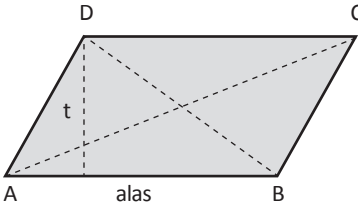
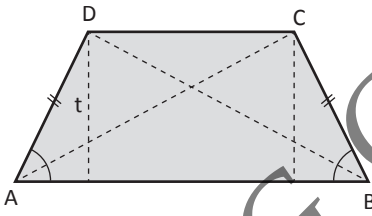
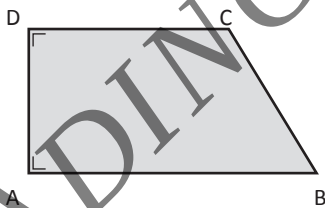
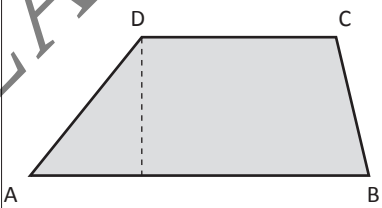
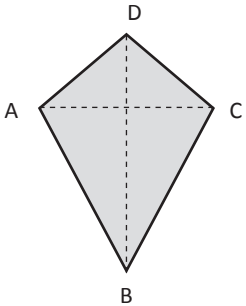
Pembinaan Keterampilan

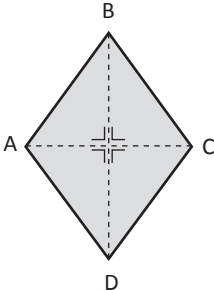
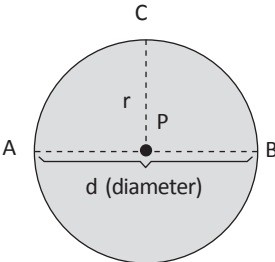
Setelah siswa mengidentifikasi sifat-sifat bangun-bangun di atas, maka selanjutnya siswa mengisi tabel di bawah ini.

Tulislah nama bangun datarnya. Kemudian, hitung banyaknya sisi dan titik sudutnya!

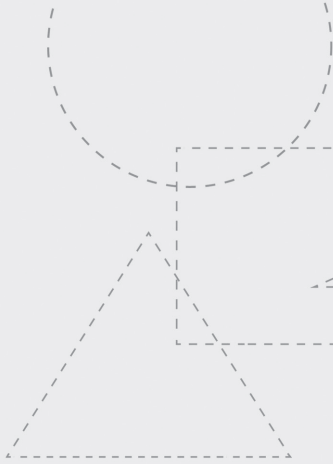
Tabel 11.1 Jenis-Jenis Bangun Datar

No	Nama Bangun Datar	Gambar	Titik Sudut	Sisi	Diagonal
1	Persegi				
2	Persegi Panjang				
3	Segitiga sama kaki				
4	Segitiga sama sisi				
5	Segitiga sembarang				

6	Segitiga siku-siku				
7	Jajar genjang				
8	Trapesium sama kaki				
9	Trapesium siku-siku				
10	Trapesium sembarang				
11	Layang-layang				

12	Belah ketupat				
13	Lingkaran				
14	Segi enam Beraturan				

READING COPY



Bab XII

Luas dan Keliling Bangun Datar

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, anda diharapkan dapat mengetahui:

- A. Luas dan Keliling Persegi Panjang
- B. Luas dan Keliling Persegi
- C. Luas dan Keliling Jajar genjang
- D. Luas dan Keliling Segitiga
- E. Luas dan Keliling Trapesium
- F. Luas dan Keliling Layang-Layang
- G. Luas dan Keliling Lingkaran

Materi Luas dan keliling bangun datar merupakan materi yang esensial dalam pembelajaran geometri di SD, guru dapat melibatkan siswa dalam menemukan konsep-konsep luas bangun datar dengan menggunakan media yang dapat ditemukan siswa dalam kehidupan sehari-hari.

A. Luas dan Keliling Persegi panjang

Penanaman Konsep:

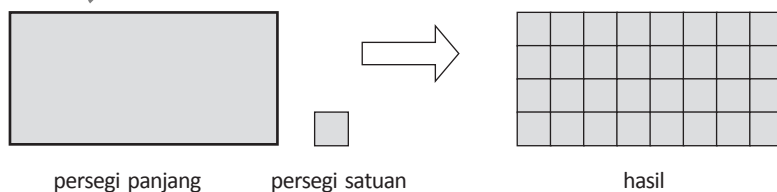
Media yang dibutuhkan:

1. Kertas Karton
2. Penggaris
3. Gunting

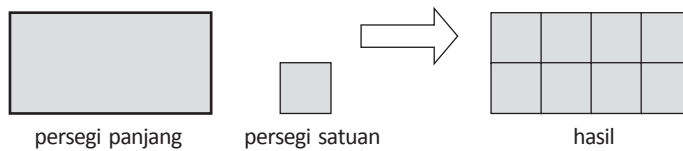
Langkah-Langkah Pembelajaran:

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi panjang adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengenal bentuk persegi panjang dan memahami apa itu panjang dan lebar.
2. Guru menyiapkan kertas dengan panjang dan lebar berukuran tidak sama, guru juga menyiapkan kertas berbentuk persegi dengan ukuran panjang dan lebar sama, misal 1 cm x 1 cm, atau 2 cm x 2 cm dan seterusnya.
3. Siswa menutup kertas bangun persegi panjang dengan satuan luas berupa persegi satuan seperti pada contoh berikut ini :



Selanjutnya dibuat variasi persegi satuan lain



Untuk pemahaman awal, buatlah persegi panjang yang luasnya dapat ditutup oleh persegi satuan secara pas (persegi satuan semuanya utuh), kemudian dikembangkan dengan berbagai macam variasi.

4. Siswa menghitung banyaknya persegi satuan yang menutupi daerah persegi panjang tersebut. Persegi panjang yang pertama memiliki jumlah persegi satuan sebanyak 32 di mana panjangnya 8 satuan dan lebarnya 4 satuan. Jika dihitung hasil kali dari 8 dan 4 adalah 32 yang berarti senilai dengan luas persegi panjang yang telah dihitung:

$$L = (8 \times 4) \text{ persegi satuan} = 32 \text{ persegi satuan}$$

5. Lanjutkan proses seperti ini dengan berbagai variasi persegi panjang dan persegi satuan sebagai penutupnya. Untuk memudahkan dalam penarikan kesimpulan sebaiknya di buat tabel seperti di bawah:

Persegi Panjang	Panjang (p)	Lebar (l)	Luas (L)
1	8	4	
2	4	2	
3			24

6. Guru bersama siswa mengambil kesimpulan, diharapkan setelah mengamati hasil-hasil yang telah diperoleh pada tabel di atas, siswa menemukan hubungan antara kolom panjang, lebar dan luas yaitu:

$$\text{Luas persegi panjang} = \text{panjang} \times \text{lebar}$$

atau

$$L = p \times l$$

Contoh

Seorang petani mempunyai ladang jagung berbentuk persegi panjang dengan panjang 45 m dan lebar 20 m. Berapa luas ladang jagung petani tersebut?

Jawab

Karena satuannya sama, yaitu meter (*m*) maka persegi satuan yang dipakai adalah meter persegi. Jadi, luas tanah petani tersebut adalah $L = (45 \times 20) \text{ meter persegi} = 900 \text{ meter persegi} = 900 \text{ m}^2$.

Sedangkan keliling persegi panjang adalah :

$$\text{Keliling} = p + p + l + l$$

$$\text{Keliling} = 2p + 2l$$

$$\text{Keliling} = 2(p+l)$$

B. Luas dan Keliling Persegi

Persegi merupakan persegi panjang yang memiliki ukuran panjang dan lebar yang sama.

Penanaman Konsep

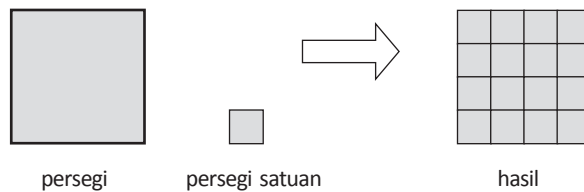
Media yang Dibutuhkan:

1. Kertas Karton.
2. Penggaris.
3. Gunting.

Langkah-Langkah Pembelajaran:

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengenal bentuk persegi panjang dan memahami apa itu panjang dan lebar.
2. Guru menyiapkan kertas dengan panjang dan lebar berukuran sama, guru juga menyiapkan kertas berbentuk persegi dengan ukuran panjang dan lebar sama, misal 1 cm x 1 cm, atau 2 cm x 2 cm dan seterusnya.
3. Siswa menutup kertas bangun persegi dengan satuan luas berupa persegi satuan seperti pada contoh di bawah ini.



Untuk pemahaman awal, buatlah persegi yang panjang dan lebarnya 1 x 1, kemudian dikembangkan dengan berbagai macam variasi persegi satuan seperti 2 x 2, 4 x 4 dan seterusnya.

4. Siswa menghitung banyaknya persegi satuan yang menutupi daerah persegi tersebut. Persegi yang pertama memiliki jumlah persegi satuan sebanyak 16 di mana panjangnya 4 satuan dan lebarnya 4 satuan. Jika dihitung hasil kali dari 4 dan 4 adalah 16 yang berarti senilai dengan luas persegi yang telah dihitung:

$$L = (4 \times 4) \text{ persegi satuan} = 16 \text{ persegi satuan}$$

5. Lanjutkan proses seperti ini dengan berbagai variasi persegi dan persegi satuan sebagai penutupnya. Untuk memudahkan dalam penarikan kesimpulan sebaiknya di buat tabel seperti di bawah ini.

No.	Panjang (p)	Lebar (l)	Luas (L)
1	4	4	
2	8	...	64
3			225

6. Guru bersama siswa mengambil kesimpulan, diharapkan setelah mengamati hasil-hasil yang telah diperoleh pada tabel di atas, siswa menemukan hubungan antara kolom panjang, lebar dan luas yaitu:

$$\text{Luas persegi} = \text{panjang} \times \text{lebar}$$

Karena panjang = lebar = sisi

$$L = s \times s$$

Sedangkan keliling persegi panjang adalah:

$$\text{Keliling} = s + s + s + s$$

$$\text{Keliling} = 4s$$

C. Luas dan Keliling Jajar Genjang

Penanaman Konsep

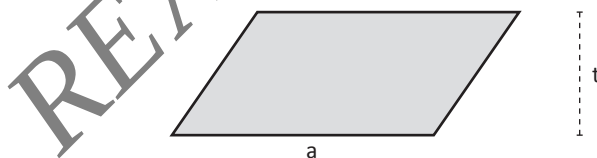
Media yang Dibutuhkan yaitu.

1. Kertas Karton.
2. Penggaris.
3. Gunting.

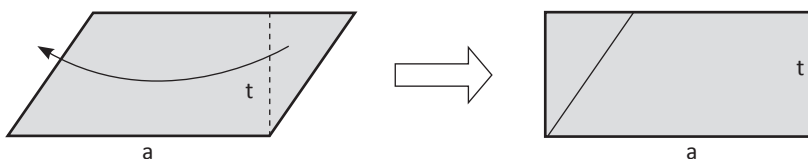
Langkah-langkah Pembelajaran

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah jajaran genjang adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengenal bentuk persegi panjang dan memahami apa itu panjang dan lebar
2. Guru menyiapkan kertas yang berbentuk jajar genjang. Sebelum membahas mengenai luas jajar genjang perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai: suatu jajar genjang tidak harus alasnya lebih panjang dari tingginya dan juga tidak harus alasnya horizontal, jajar genjang memiliki alas dan tinggi.
3. Guru menggambar di papan tulis kemudian diikuti oleh siswa dengan menggambar jajar genjang di kertas atau karton dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang dapat dihapus seperti contoh gambar di bawah ini.



4. Setelah itu guru mengarahkan siswa untuk membuat garis tinggi yang melalui titik sudut jajar genjang seperti pada gambar, pindahkan (hapus) segitiga yang terbentuk ke sebelah kiri sampai terbentuk persegi panjang.



5. Gambar terakhir menghasilkan bentuk persegi panjang. Karena luas persegi panjang sudah diperoleh maka:

$$\text{Luas jajar genjang} = \text{Luas Persegi panjang} = p \times l$$

dengan :

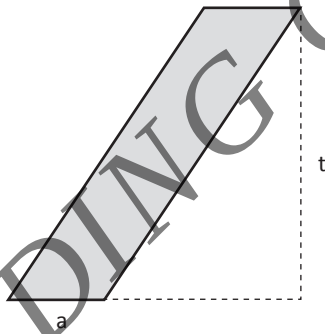
$$p = \text{alas} = a$$

$$l = \text{tinggi} = t$$

Jadi :

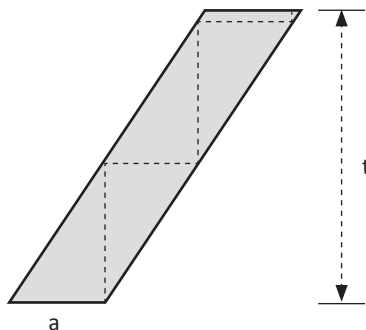
$$\text{Luas jajar genjang} = a \times t$$

Bagaimana untuk jajar genjang seperti gambar berikut?

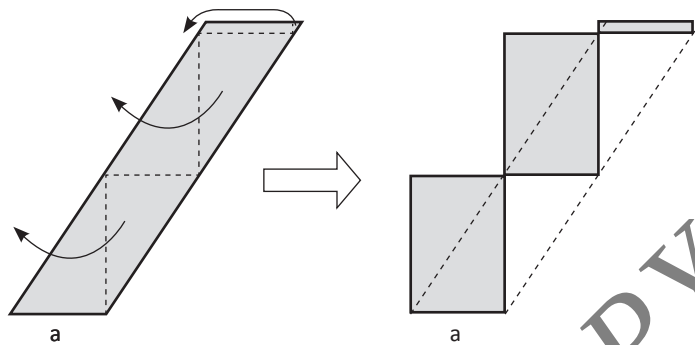


Untuk jajar genjang seperti gambar di atas dapat menggunakan cara sebagai berikut.

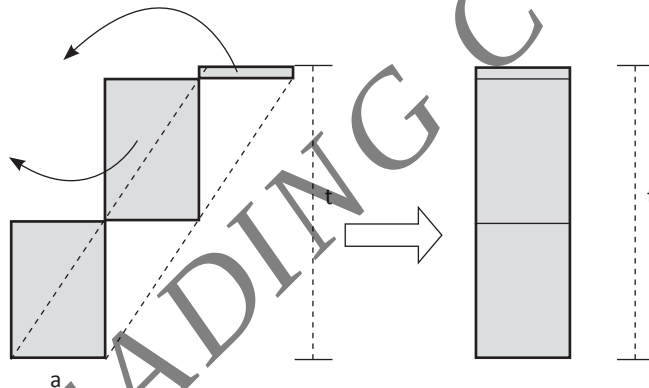
1. Gambarkanlah jajar genjang bentuk di atas dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang bisa dihapus. Setelah itu buatlah ruas garis vertikal dan horizontal sampai bertemu pada suatu titik dimulai dari titik sudut jajar genjang seperti pada gambar di bawah.



2. Kemudian pindahkan (hapus) segitiga-segitiga yang terbentuk ke sebelah kiri seperti pada gambar berikut:



3. Dari gambar terakhir pindahkan (hapus) sekali lagi untuk mendapatkan bentuk persegi panjang.



4. Gambar terakhir menghasilkan bentuk persegi panjang sehingga dapat disimpulkan bahwa:

$$\text{Luas jajar genjang} = \text{Luas Persegi panjang} = p \times l$$

dengan :

$$p = \text{alas} = a$$

$$l = \text{tinggi} = t$$

Jadi :

$$\text{Luas jajar genjang} = a \times t$$

Kesimpulan: Bagaimanapun bentuk jajar genjang maka:

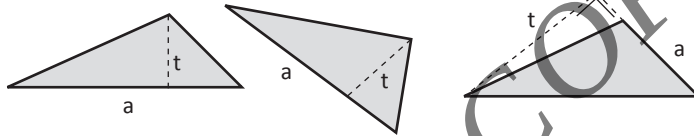
$$\text{Luas jajar genjang} = \text{alas} \times \text{tinggi} \text{ atau } \text{Luas jajar genjang} = a \times t$$

Sedangkan keliling jajar genjang adalah:

$$\text{Keliling} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

$$\text{Keliling} = \text{panjang semua sisi}$$

D. Luas Segitiga



Untuk menentukan luas suatu segitiga, dapat diturunkan dari luas jajar genjang. Caranya sebagai berikut.

Penanaman Konsep

Media yang Dibutuhkan, yaitu:

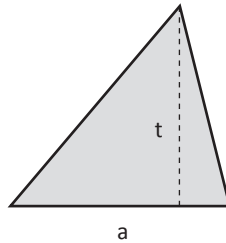
1. Kertas Karton.
2. Penggaris, pensil, penghapus.
3. Gunting.
4. Busur Derajat.

Langkah-Langkah Pembelajaran

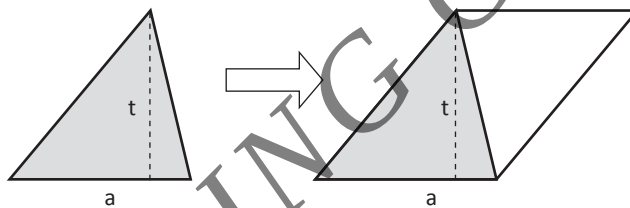
Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah segitiga adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi jajar genjang.
2. Guru menyiapkan kertas yang berbentuk segitiga. Sebelum membahas mengenai luas segitiga perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai: suatu segitiga selalu mempunyai alas dan tinggi dan alasnya tidak harus pada sisi yang mendatar (horizontal), tetapi semua sisi dapat dijadikan sebagai alas.

3. Guru menggambar segitiga di papan tulis kemudian diikuti oleh siswa dengan menggambar segitiga di kertas atau karton dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang dapat dihapus seperti contoh gambar di bawah.



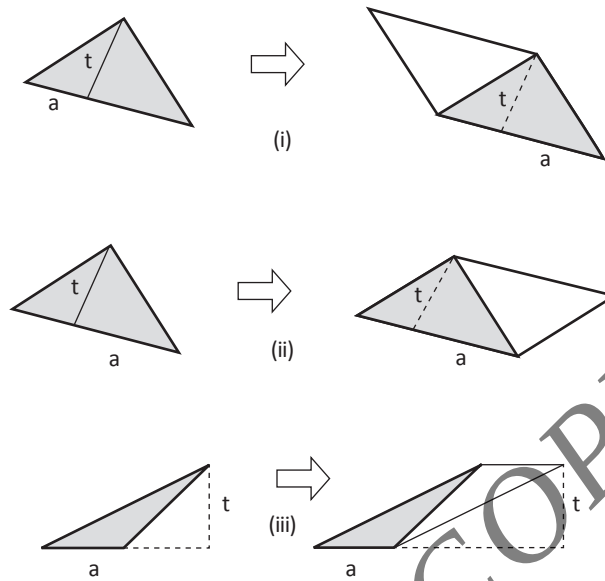
4. Setelah itu buatlah segitiga dengan ukuran sama dengan posisi diputar 180° kemudian sisi yang bersesuaian digabung sehingga terbentuk jajar genjang seperti gambar berikut ini.



5. Guru bersama dengan siswa membuat kesimpulan, dengan memperhatikan gambar terakhir maka:

$$\text{Luas segitiga} = \frac{1}{2} \times \text{Luas jajar genjang} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

Selanjutnya perhatikan segitiga-segitiga dan jajar genjang yang terbentuk berikut ini.



$$\text{Luas segitiga} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

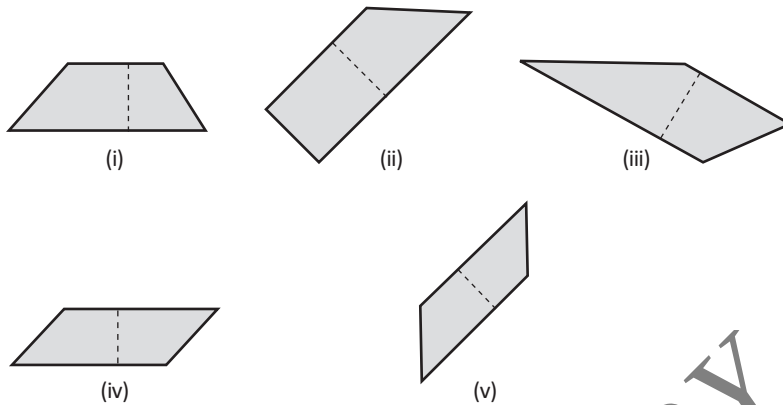
Sedangkan keliling segitiga adalah:

$$\text{Keliling} = s_1 + s_2 + s_3$$

Keliling = panjang semua sisi

E. Luas dan Keliling Trapesium

Suatu trapesium pasti mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar dan sepasang sisi tersebut tidak harus horizontal, selain mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar, suatu trapesium juga memiliki tinggi dan tingginya tidak harus vertikal, Terkait dengan keterangan di atas, gambar berikut ini semuanya merupakan trapesium.



Penanaman Konsep

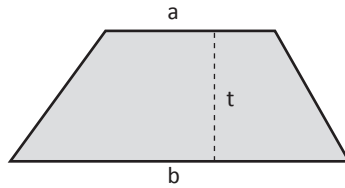
Media yang Dibutuhkan

1. Kertas Karton.
2. Penggaris, pensil, penghapus.
3. Gunting.
4. Busur Derajat.

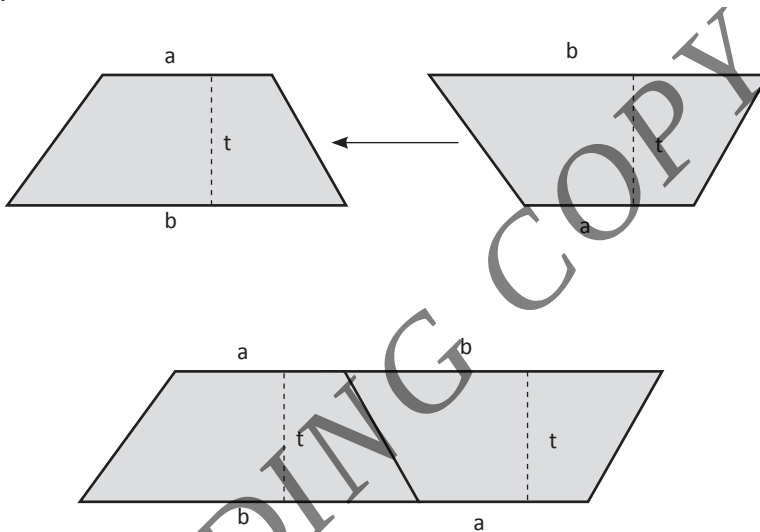
Langkah-Langkah Pembelajaran

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah trapesium adalah sebagai berikut.

1. Untuk menentukan luas trapesium dapat diturunkan dari luas jajar genjang, Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi jajar genjang.
2. Guru menyiapkan kertas yang berbentuk trapesium. Sebelum membahas mengenai luas trapesium perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai: suatu trapesium pasti mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar dan sepasang sisi tersebut tidak harus horizontal, selain mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar, suatu trapesium juga memiliki tinggi dan tingginya tidak harus vertikal.
3. Guru menggambar trapesium di papan tulis kemudian diikuti oleh siswa dengan menggambar trapesium di kertas atau karton dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang dapat dihapus seperti contoh gambar di bawah ini.



4. Setelah itu buatlah trapesium dengan ukuran sama dengan posisi diputar 180° kemudian sisi yang bersesuaian digabung seperti gambar di bawah ini.

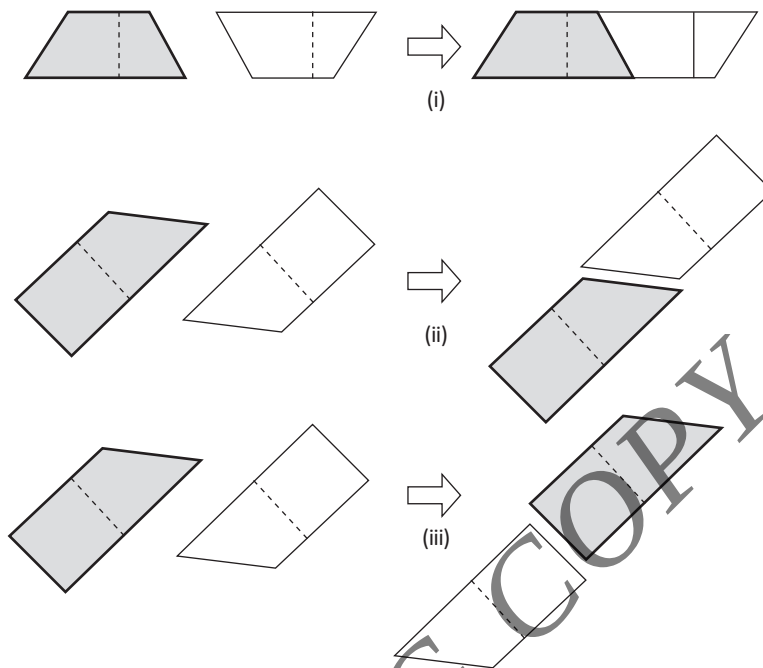


5. Guru dan siswa membuat kesimpulan, dari gabungan dua trapesium akan terbentuk jajar genjang, Dengan mengingat luas jajar genjang, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}\text{Luas trapesium} &= \frac{1}{2} \times \text{Luas jajar genjang} \\ &= \frac{1}{2} \times ((a + b) \times t)\end{aligned}$$

Sering kali rumus luas trapesium tersebut dinyatakan dengan

$$\text{Luas trapesium} = \frac{1}{2} \times \text{Jumlah panjang garis sejajar} \times \text{tinggi}$$



Dari sini jelas terlihat bahwa dari trapesium dapat dibentuk menjadi jajargenjang dengan menduplikasi (membentuk sama persis) trapesium tersebut kemudian diputar 180° selanjutnya digabung pada sisi yang sesuai.

Kesimpulan: Untuk menghitung luas trapesium digunakan rumus:

$$\begin{aligned}\text{Luas trapesium} &= \frac{1}{2} \times \text{Luas jajargenjang} \\ &= \frac{1}{2} \times ((a + b) \times t)\end{aligned}$$

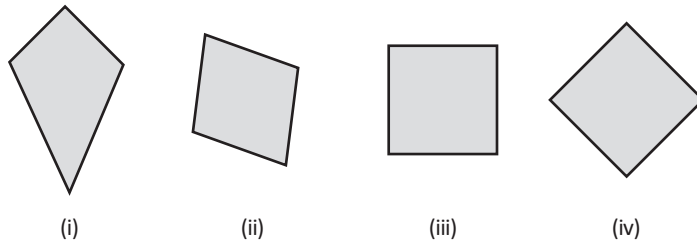
Sedangkan keliling trapesium adalah:

$$\text{Keliling} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

Keliling = panjang semua sisi

F. Luas dan Keliling Layang-layang

Sebelum membahas mengenai luas layang-layang perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai bentuk layang-layang dan sifat layang-layang. Selain itu, perlu diingatkan lagi bahwa layang-layang tidak harus pada posisi vertikal atau horizontal. Oleh karena itu, gambar berikut ini semuanya merupakan layang-layang.



Penanaman Konsep

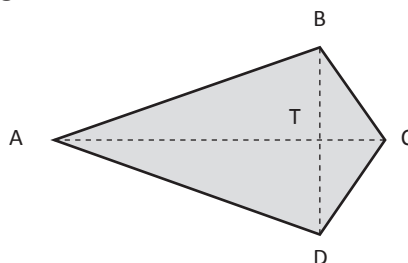
Media yang Dibutuhkan yaitu:

1. Kertas Karton.
2. Penggaris, pensil, penghapus.
3. Gunting.
4. Busur Derajat.

Langkah-langkah Pembelajaran

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi panjang adalah sebagai berikut.

1. Untuk menentukan luas trapesium dapat diturunkan dari luas jajar genjang, Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi jajar genjang.
2. Guru menyiapkan kertas yang berbentuk layang-layang. Sebelum membahas mengenai luas layang-layang perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai bangun segitiga: suatu layang-layang pasti mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar dan sepasang sisi tersebut tidak harus horizontal, selain mempunyai paling tidak sepasang sisi sejajar, suatu layang-layang juga memiliki tinggi dan tingginya tidak harus vertikal.
3. Guru menggambar layang-layang ABCD di papan tulis kemudian diikuti oleh siswa dengan menggambar layang-layang di kertas atau karton dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang dapat dihapus seperti contoh gambar berikut ini.



Perhatikan bahwa layang-layang dapat dibagi menjadi dua buah segitiga yang bentuk dan ukurannya sama. Dalam hal ini adalah segitiga ABC dan segitiga ACD. Karena bentuk dan ukurannya sama, jelas bahwa:

$$\text{Luas segitiga ABC} = \text{Luas segitiga ACD}$$

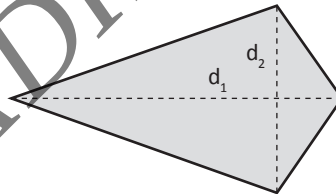
Dengan demikian maka:

$$\begin{aligned}\text{Luas Layang-layang ABCD} &= \text{Luas segitiga ABC} + \text{Luas segitiga ACD} \\ &= 2 \times \text{Luas segitiga ABC} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times AC \times BT \\ &= AC \times BT\end{aligned}$$

Karena $BT = \frac{1}{2} \times BD$ maka:

$$\begin{aligned}\text{Luas Layang-layang ABCD} &= AC \times \frac{1}{2} BD \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times BD\end{aligned}$$

Diagonal-diagonal pada layang-layang sering ditulis dengan d_1 dan d_2 seperti gambar berikut ini.



Dengan memperhatikan hasil di atas, maka:

$$\text{Luas layang-layang} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

Sedangkan keliling layang-layang adalah:

$$\text{Keliling} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

Keliling = panjang semua sisi

G. Luas dan Keliling Lingkaran

Sebelum membahas mengenai luas lingkaran perlu diingatkan kembali beberapa hal mengenai lingkaran, yaitu: Setiap lingkaran pasti memiliki jari-jari yang biasanya dilambangkan dengan r . Setiap lingkaran mempunyai keliling $K = 2\pi r$

Penanaman Konsep

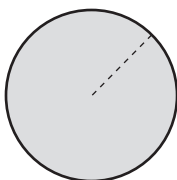
Media yang dibutuhkan yaitu:

1. Kertas Karton.
2. Penggaris, pensil, penghapus.
3. Gunting.
4. Busur Derajat.

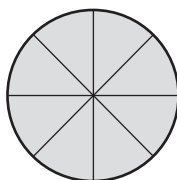
Langkah-Langkah Pembelajaran:

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah lingkaran adalah sebagai berikut.

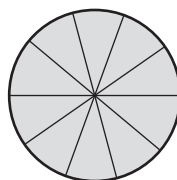
1. Untuk menentukan luas lingkaran dapat diturunkan dari luas jajar genjang, Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi jajar genjang.
2. Guru menyiapkan kertas yang berbentuk lingkaran. Sebelum membahas mengenai luas lingkaran perlu diingat kembali (apersepsi) mengenai bangun lingkaran: Setiap lingkaran pasti memiliki jari-jari yang biasanya dilambangkan dengan r , Setiap lingkaran mempunyai keliling $K = 2\pi r$
3. Guru menggambar lingkaran dengan jari-jari r di papan tulis kemudian diikuti oleh siswa dengan menggambar lingkaran di kertas atau karton dengan menggunakan pensil atau alat tulis lain yang dapat dihapus, setelah itu bagi lingkaran menjadi bagian-bagian (juring) sebanyak 8, 10 dan 12.



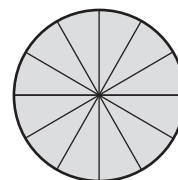
(i)



(ii)

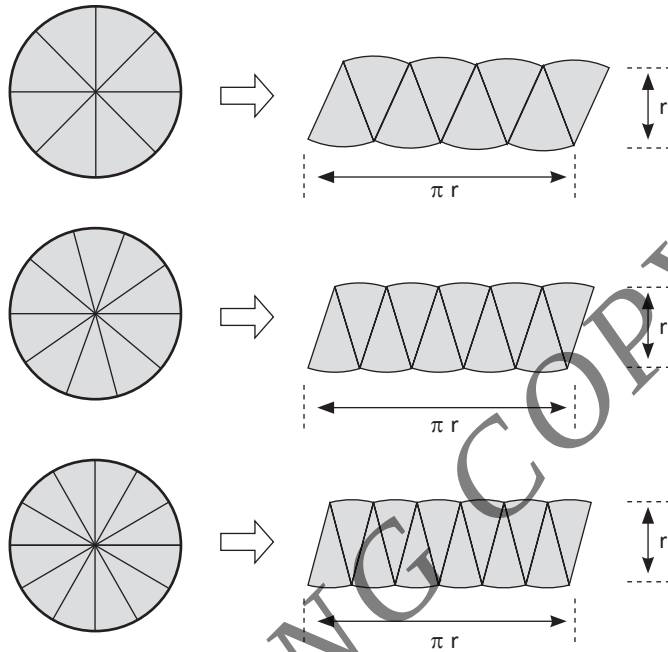


(iii)



(iv)

4. Dari bagian-bagian (juring) lingkaran seperti pada gambar di atas kemudian disusun menjadi bentuk menyerupai jajar genjang sebagai berikut.



Dari gambar di atas dan mengingat hasil (2) maka dapat disimpulkan bahwa:

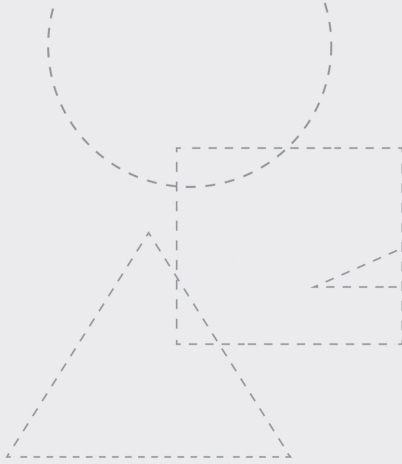
Luas Lingkaran = Luas jajar genjang = $a \times t$, $a = \pi r$,

$t = r = \pi \times r \times r = \pi r^2$

Catatan:

Semakin banyak juringnya maka semakin baik bentuk jajar genjang yang dihasilkan. Kesimpulan dari hasil di atas diperoleh kesimpulan bahwa.

$$\text{Luas Lingkaran} = \pi r^2$$



Bab XIII

Simetri Lipat dan Simetri Putar

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, anda diharapkan dapat memahami:

- A. Konsep Simetri
- B. Simetri Lipat
- C. Simetri Putar

A. Konsep Simetri

Simetris adalah sebuah benda atau gambar yang memiliki sisi yang bisa menyatu dengan cocok jika dibelah dua, tidak lebih dan tidak kurang. Sisi objek bisa dari sebelah kiri dan kanan ataupun antara atas dan bawah serta dari sisi diagonal atau miring. Untuk memperjelas konsep simetri perhatikanlah gambar di bawah ini.



Gambar 13.1 Kupu-kupu

Apabila pada binatang kupu-kupu kita taris garis secara vertikal, maka akan terbentuk dua bagian sama besar, garis vertikal tersebut dinamakan sumbu simetri. Sumbu simetri adalah garis yang membagi suatu bangun menjadi dua bagian sama besar.

B. Simetri Lipat

Simetri lipat pada bangun datar dapat diartikan sebagai jumlah lipatan yang ada pada bangun datar yang dapat membagi bangun datar itu hingga setengah bagiannya menutupi setengah bagian bangun datar yang lainnya. Singkatnya garis yang mampu membagi bangun datar menjadi dua buah dan kongruen disebut sumbu simetri. Tidak semua jenis bangun datar memiliki sumbu simetri karena ada beberapa bangun datar yang tidak memiliki sumbu simetri bahkan memiliki sumbu simetri yang tidak terbatas.

Untuk mencari simetri lipat dari suatu bangun datar, maka dapat dilakukan percobaan dengan potongan kertas. Lipat-lipat kertas tersebut untuk menjadi dua bagian sama besar. Jika suatu bangun dilipat menjadi dua dapat menutup bagian yang lain dengan tepat, maka dikatakan bangun tersebut memiliki simetri lipat.

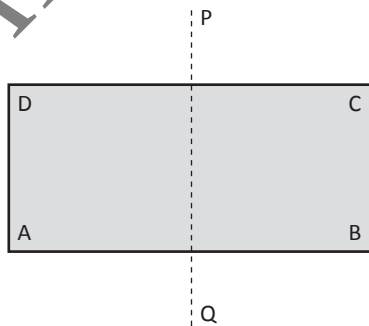
Pada pembelajaran di SD sebaiknya menggunakan model pembelajaran kelompok. Model atau pendekatan ini bertujuan agar lebih mengaktifkan siswa selama proses belajar berlangsung. Alat peraga yang digunakan cukup beberapa kertas misalnya berbentuk persegi panjang.

Langkah-Langkah Pembelajaran

1. Buat kelompok kerja siswa dan bagikan kertas berbentuk persegi panjang.
2. Instruksikan siswa untuk melipat kertas menjadi dua bagian.
3. Beri pertanyaan apakah kedua bangun hasil lipat itu memiliki kekongruenan atau tidak. Karena tidak ada instruksi awal untuk melipat secara kongruen, maka siswa akan ada yang menjawab iya dan tidak.
4. Kemudian mintalah mereka menulis sudut-sudut A, B, C, D pada kertas kedua (yang belum digunakan).

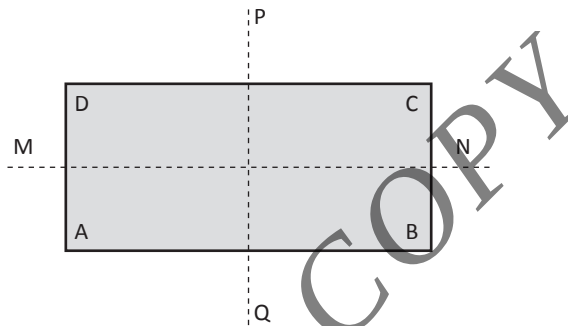


5. Mintalah mereka membuat garis PQ pada bagian tengah kertas sehingga membagi persegi ABCD menjadi dua bagian yang kongruen.

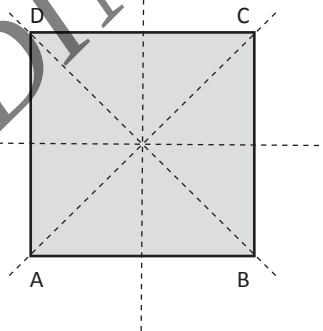


6. Mintalah siswa melipat persegi panjang ABCD itu sepanjang garis PQ dan tanyakan apa yang terjadi antara A dan B serta antara C dan D. Jika persegi panjang ABCD dilipat sepanjang garis PQ, maka A berimpit dengan B, D berimpit dengan C, P berimpit dengan P, dan Q berimpit dengan Q. AD berimpit dengan BC.

7. Sampaikan kepada siswa bahwa persegi panjang ABCD itu mempunyai simetri lipat. karena dapat dilipat menjadi dua bagian yang kongruen dan garis PQ sebagai sumbu simetrisnya. Sampaikan pula bahwa banyak simetri lipat ditentukan oleh banyak cara melipat yang menghasilkan dua bagian yang kongruen.
8. Tanyakan kepada siswa apakah kita dapat menemukan simetri lipat yang lain pada persegi panjang ABCD.

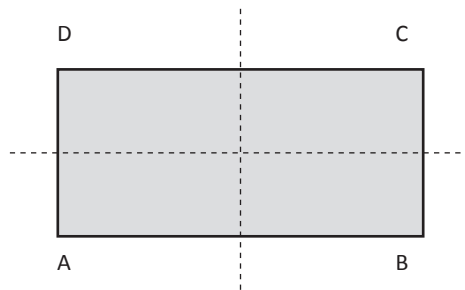


1. Simetri Lipat pada Persegi



- simetri lipat pertama: A bertemu dengan D dan B bertemu dengan C.
- simetri lipat kedua: A bertemu dengan B dan C bertemu dengan D.
- simetri lipat ketiga: A bertemu dengan C (BD adalah sumbu simetri yang membagi bangunan menjadi dua bagian yang sama besar).
- simetri lipat keempat: B bertemu dengan D (AC adalah sumbu simetri yang membagi bangunan menjadi dua bagian yang sama besar).

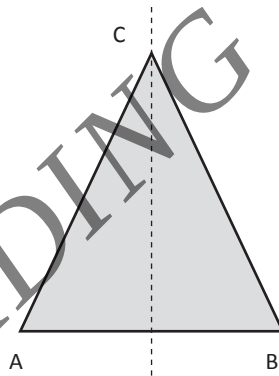
2. Simetri Lipat pada Persegi Panjang



Persegi panjang mempunyai 2 simetri lipat

- a. simetri lipat pertama : A bertemu dengan D dan B bertemu dengan C.
- b. simetri lipat kedua : A bertemu dengan B dan D bertemu dengan C.

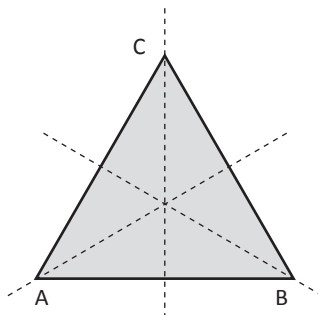
3. Simetri Lipat pada Segitiga Sama Kaki



Segitiga sama kaki mempunyai 1 simetri lipat

A bertemu dengan B, di mana C sebagai sumbu simetri.

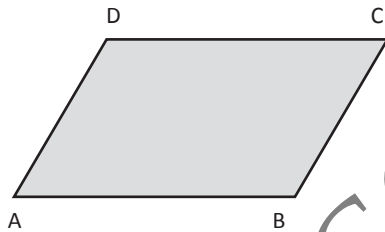
4. Simetri Lipat pada Segitiga Sama Sisi



Segitiga sama sisi mempunyai 3 simetri lipat:

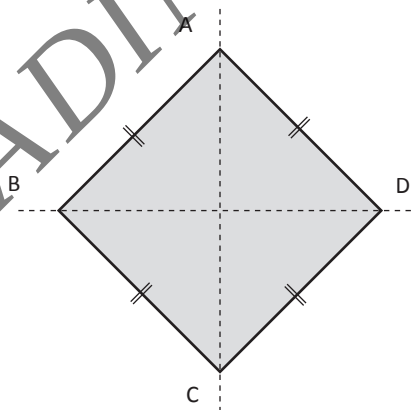
- simetri lipat pertama: C sebagai sumbu simetri maka A bertemu dengan B
- simetri lipat kedua: A sebagai sumbu simetri maka B bertemu dengan C
- simetri lipat ketiga: B sebagai sumbu simetri maka A bertemu dengan C

5. Simetri Lipat pada Jajaran Genjang



Simetri lipat pada jajaran genjang adalah 0

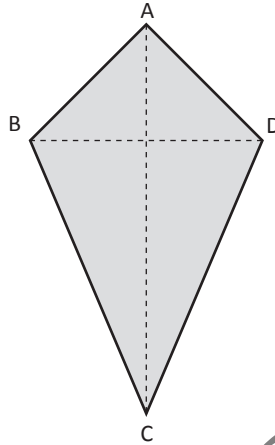
6. Simetri Lipat pada Belah Ketupat



- simetri lipat pertama: B bertemu dengan D dengan AC sebagai sumbu simetri
- simetri lipat kedua: A bertemu dengan C dengan BD sebagai sumbu simetri

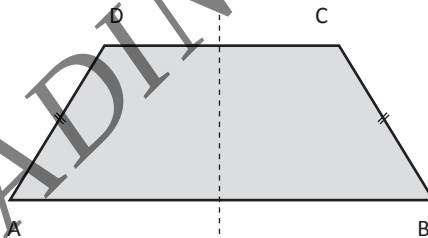
Kesimpulan: Belah ketupat mempunyai 2 simetri lipat

7. Simetri Lipat pada Layang-Layang



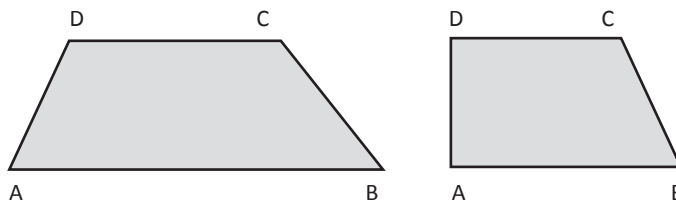
Layang-layang mempunyai 1 simetri lipat B bertemu dengan D dengan BD sebagai sumbu simetri.

8. Simetri Lipat pada Trapesium Sama Kaki



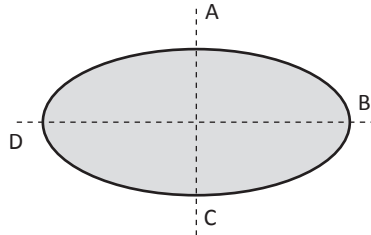
Trapesium sama kaki mempunyai 1 simetri lipat yaitu: A bertemu dengan B dan D bertemu dengan C.

9 Simetri Lipat pada Trapesium Sembarang



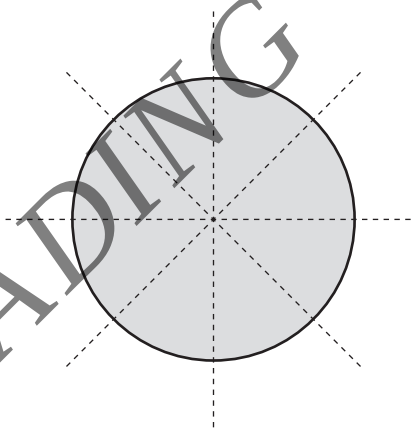
Simetri lipat trapesium sembarang dan siku-siku adalah 0

10. Simetri Lipat pada Elips Oval



- simetri lipat pertama: B bertemu dengan D dengan AC sebagai sumbu simetri
- simetri lipat kedua: A bertemu dengan C dengan BD sebagai sumbu simetri

11. Simetri Lipat pada Lingkaran



Lingkaran mempunyai simetri lipat yang jumlahnya takterhingga, Karena lingkaran bisa dibagi dua dengan jumlah tak terhingga dengan banyak (tak terhingga) sumbu simetri.

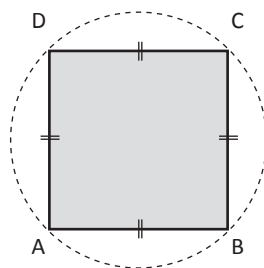
C. Simetri Putar

Suatu bangun mempunyai simetri putar jika ada satu titik pusat dan bangun tersebut dapat diputar kurang dari satu putaran penuh sehingga bayangannya tepat pada bangun semula. Pembelajaran ini lebih baik menggunakan pendekatan kelompok. Salah satu langkahnya adalah sebagai berikut.

Langkah-Langkah Pembelajaran:

1. Berikan kertas berbentuk persegi panjang pada setiap kelompok..
2. Instruksikan siswa meletakkan bangun itu di atas kertas putih.
3. Bimbinglah siswa untuk menentukan titik putarnya dan lubangi titik putar bangun itu, serta mintalah siswa memberikan noktah (titik) pada kertas putih tepat di bawah titik putar bangun itu.
4. Mintalah siswa menjiplak bangun itu dengan pensil di atas kertas putihnya dan menuliskan pula huruf A, B, C, dan D pada sudut-sudutnya.
5. Mintalah siswa memutar bangun itu sebesar $\frac{1}{4}$ putaran atau 90 derajat berlawanan arah dengan arah jarum jam.
6. Mintalah siswa memutar bangun itu sebesar 180 derajat berlawanan arah dengan arah putar jarum jam dan berikan pertanyaan-pertanyaan seperti pada nomor 5.
7. Tanyakan ada berapa simetri putar yang dimiliki oleh suatu persegi dan berapa besar sudut putarnya.

Catatan: Bangun datar dikatakan tidak mempunyai simetri putar jika hanya dapat diputar satu keliling lingkaran penuh atau satu putaran. Contohnya: segitiga sama kaki, segi tiga siku-siku sama kaki, trapesium sama kaki, dan layang-layang.

1. Simetri Putar pada Persegi

Putaran pertama: $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ (A ke D, D ke C, C ke B dan B ke A)

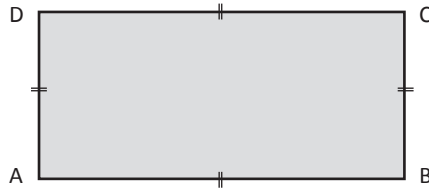
Putaran kedua: $A \rightarrow C$; $B \rightarrow D$; $C \rightarrow A$; $D \rightarrow B$

Putaran ketiga: $A \rightarrow B$; $B \rightarrow C$; $C \rightarrow D$; $D \rightarrow A$

Putaran keempat: $A \rightarrow A$; $B \rightarrow B$; $C \rightarrow C$; $D \rightarrow D$ (Posisi semula)

Bujur sangkar mempunyai 4 simetri putar

2. Simetri Putar pada Persegi Panjang

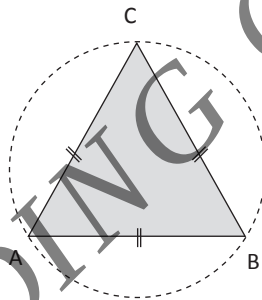


Putaran pertama: $A \rightarrow C$; $B \rightarrow D$; $C \rightarrow A$; $D \rightarrow B$

Putaran kedua: $A \rightarrow A$; $B \rightarrow B$; $C \rightarrow C$; $D \rightarrow D$

Persegi panjang mempunyai 2 simetri putar.

3. Simetri Putar pada Segitiga Sama Sisi



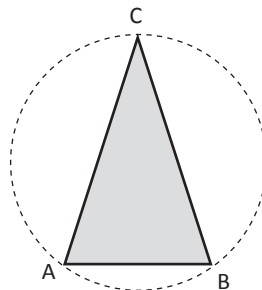
Putaran pertama: $A \rightarrow C$; $B \rightarrow A$; $C \rightarrow B$

Putaran kedua: $A \rightarrow B$; $B \rightarrow C$; $C \rightarrow A$

Putaran ketiga: $A \rightarrow A$; $B \rightarrow B$; $C \rightarrow C$

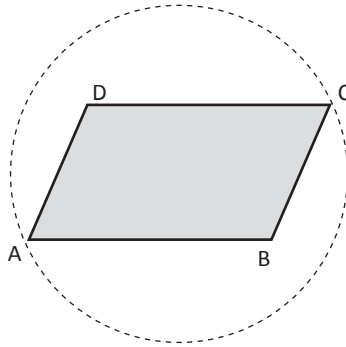
Segitiga sama sisi mempunyai 3 simetri putar

4. Simetri Putar Segitiga Sama Kaki



Segitiga mempunyai 0 simetri putar

5. Simetri Putar Jajargenjang

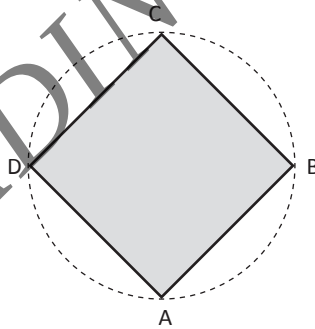


Putaran pertama: $A \rightarrow C$; $B \rightarrow D$; $C \rightarrow A$; $D \rightarrow B$

Putaran kedua : $A \rightarrow A$; $B \rightarrow B$; $C \rightarrow C$; $D \rightarrow D$

Jajargenjang mempunyai 2 simetri putar

6. Simetri Putar pada Belah Ketupat

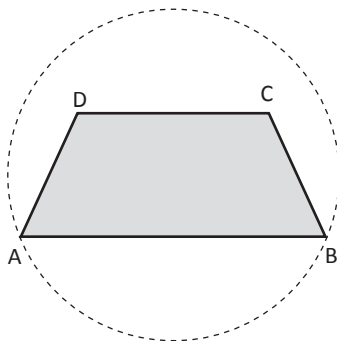


Belah ketupat mempunyai 2 simetri putar

Putaran pertama: $A \rightarrow C$; $B \rightarrow D$; $C \rightarrow A$; $D \rightarrow B$

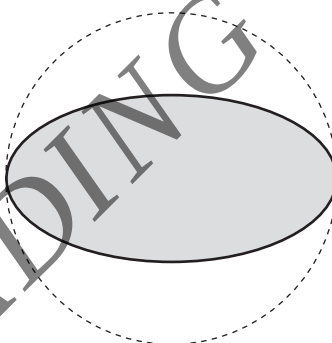
Putaran kedua : $A \rightarrow A$; $B \rightarrow B$; $C \rightarrow C$; $D \rightarrow D$

7. Simetri Putar pada Trapesium



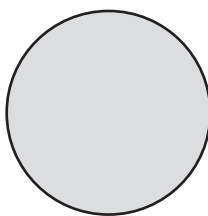
Trapezium mempunyai 0 simetri putar

8. Simetri Putar pada Elips Oval



Elips oval mempunyai 2 simetri putar

9. Simetri Putar pada Lingkaran



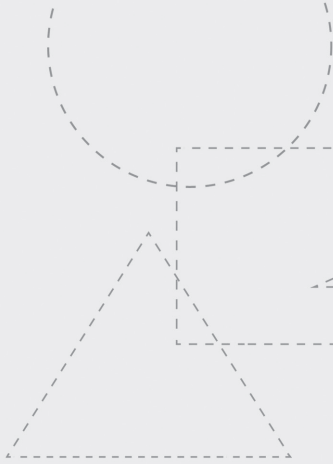
Lingkaran mempunyai tak terhingga simetri putar

Pembinaan Keterampilan

Siswa mengisi lembar kegiatan berkenaan dengan simetri lipat dan simetri putar

No	Nama Bangun Datar	Simetri Lipat	Simetri Putar
1	Persegi	...	...
2	Persegi Panjang	...	...
3	Segitiga samakaki	...	...
4	Segitiga samasisi	...	...
5	Segitiga sembarang	...	...
6	Segitiga siku-siku samakaki	...	...
7	Jajar genjang	...	...
8	Trapesium samakaki	...	...
9	Trapesium siku-siku	...	...
10	Trapesium sembarang	...	...
11	Layang-layang	...	...
12	Belah ketupat	...	...
13	Lingkaran	...	...
14	Oval/Elips	...	...
15	Segi enam Beraturan	...	...

READING COPY



Bab XIV

Pengenalan Bangun Ruang

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat

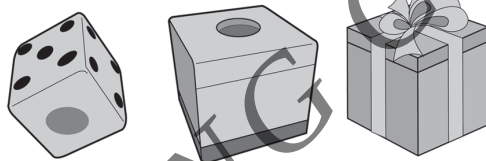
- A. Mengidentifikasi sifat-sifat bangun ruang sisi Kubus
- B. Mengidentifikasi sifat-sifat bangun ruang sisi Balok
- C. Mengidentifikasi sifat-sifat bangun ruang sisi Prisma
- D. Mengidentifikasi sifat-sifat bangun ruang sisi Limas

A. Sifat-Sifat Kubus

Kubus merupakan bangun ruang yang sering kita lihat dalam kehidupan sehari-hari misalnya kotak kado, dadu dan lain-lain, untuk mengajarkan konsep bangun ruang kubus, guru hendaknya memanfaatkan benda-benda di sekitar siswa yang dapat dilihat dan diraba untuk membantu penanaman konsep.

Penanaman Konsep

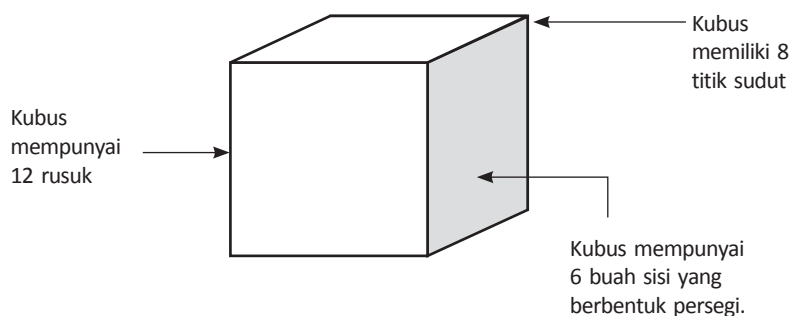
1. Kubus atau kerangka kubus yang terbuat dari kawat, karton, plastik, atau kayu.
2. Benda-benda di sekitar yang berbentuk kubus.



Gambar 14.1 Contoh benda-benda seperti kubus

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar, guru memberikan pertanyaan mengenai bangun datar persegi dan persegi panjang yang sudah dikenal siswa.
2. Secara berkelompok atau perorangan, siswa kemudian mengamati bangun kubus yang sudah disiapkan. Setelah itu, guru memberikan pertanyaan penggiat sebagai berikut.
 - a. Berapa jumlah sisi kubus? (Siswa kemudian mengamati dan menghitung sendiri. Jawaban yang diharapkan: Kubus mempunyai 6 sisi).
 - b. Berapa jumlah rusuknya? (Siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 12 rusuk).
 - c. Berapa jumlah titik sudutnya? Siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 8 titik sudut.
 - d. Bagaimana bentuk sisi-sisi kubus tersebut? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi kubus berbentuk persegi).

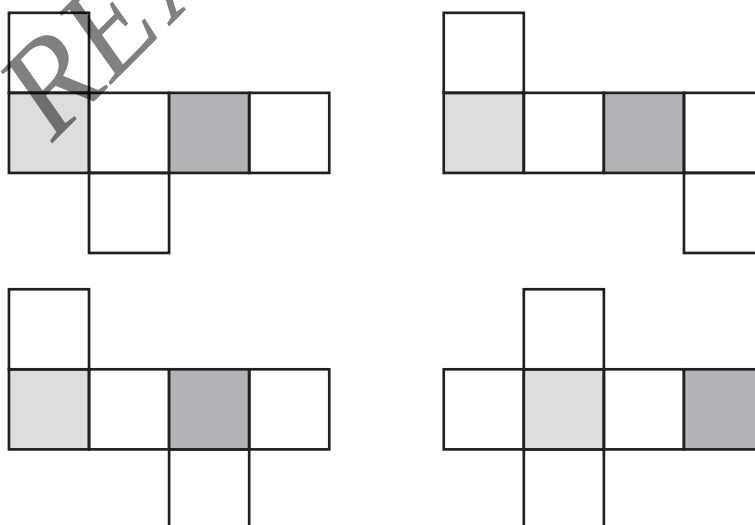


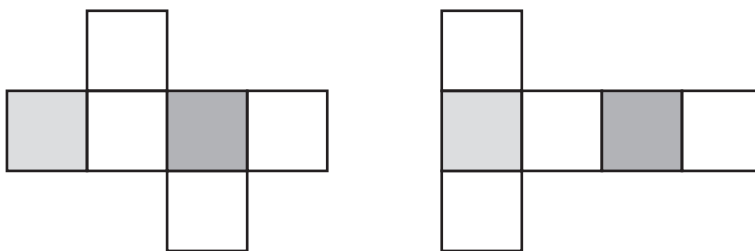
3. Lakukan kegiatan di atas pada bangun kubus dengan ukuran berbeda, agar siswa yakin bahwa bangun kubus memiliki ciri yang sama.
4. Guru dan siswa kemudian menyimpulkan hasil pengamatan bangun kubus tadi sebagai berikut.

Jumlah sisi kubus	6 sisi
Jumlah rusuk	12 buah
Bentuk sisi	Persegi

Pembinaan Keterampilan

Pembinaan keterampilan dilakukan dengan memberikan tugas pada siswa untuk membuat jaring-jaring kubus, kemudian membentuknya menjadi bangun kubus yang utuh.



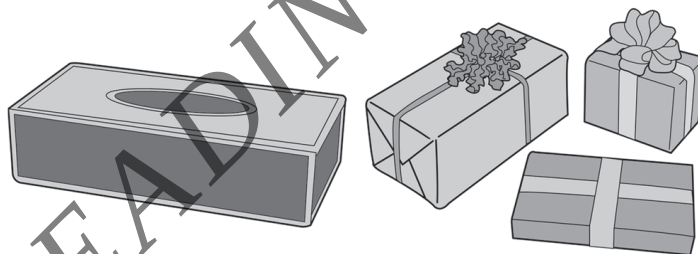


Gambar 14.2 Jaring-jaring kubus

B. Sifat-Sifat Balok

Penanaman Konsep

1. Balok atau kerangka balok yang terbuat dari kawat, karton, plastik, atau kayu.
2. Benda-benda di sekitar yang berbentuk balok.



Gambar 14.3 Contoh benda-benda seperti balok

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar, siswa diingatkan kembali tentang bangun persegi panjang dan kubus yang telah mereka kenal.
2. Secara berkelompok atau perorangan, siswa mengamati bangun balok yang telah disiapkan. Kemudian, guru memberikan pertanyaan penggiring sebagai berikut.

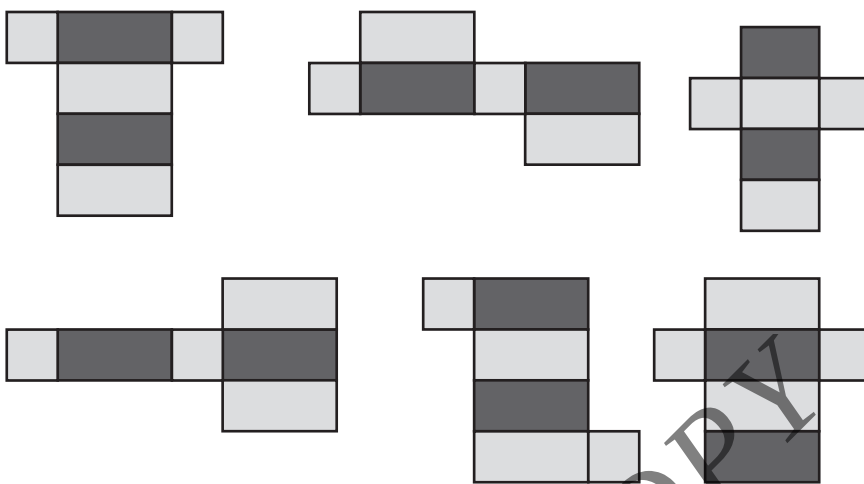
- a. Berapa jumlah sisi balok? (siswa kemudian mengamati dan menghitung sendiri. Jawaban yang diharapkan: Balok mempunyai 6 sisi).
 - b. Berapa jumlah rusuknya? (Siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 12 rusuk).
 - c. Bagaimana bentuk sisi-sisi balok tersebut? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi balok berbentuk persegi panjang).
3. Setelah melakukan kegiatan pengidentifikasian kubus dan balok tersebut, siswa ditugaskan menuliskan ciri-ciri kubus dan balok yang telah mereka ketahui pada tabel berikut.

Ciri-ciri	Kubus	Balok
Jumlah sisi kubus	6 sisi	6 sisi
Jumlah rusuk	12 buah	12 buah
Bentuk sisi	Persegi	Persegi Panjang

4. Berdasarkan tabel tersebut, siswa diberikan serangkaian pertanyaan berikut.
- a. Apa persamaan antara kubus dan balok? (Dengan membaca tabel, siswa diharapkan dapat menjawab bahwa kubus dan balok memiliki jumlah sisi dan rusuk yang sama).
 - b. Apa perbedaan antara kubus dan balok? (Jawaban yang diharapkan: Sisi kubus berbentuk persegi dan sisi balok berbentuk persegi panjang).
5. Ulangi kegiatan di atas pada balok dengan ukuran yang berbeda, agar siswa yakin bahwa setiap bangun balok memiliki ciri yang sama.
6. Guru bersama siswa kemudian menyimpulkan hasil pengamatan pada bangun balok tersebut.

Pembinaan Keterampilan

Pembinaan keterampilan dilakukan dengan memberikan tugas pada siswa untuk membuat jaring-jaring balok, kemudian membentuknya menjadi bangun balok yang utuh.

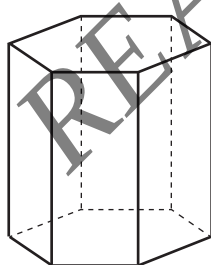


Gambar 14.4 Jaring-jaring balok

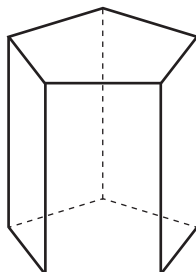
C. Sifat-Sifat Prisma

Penanaman Konsep

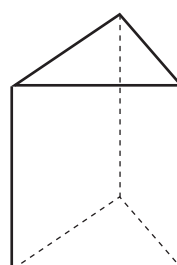
1. Prisma segitiga atau kerangka prisma yang terbuat dari kawat, karton, plastik, atau kayu.
2. Benda-benda di sekitar yang berbentuk prisma segitiga, prisma segi lima dan prisma segi enam.



(i)



(ii)



(iii)

Gambar 14.5 Contoh-contoh prisma

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar dalam mempelajari bangun prisma segitiga, siswa diingatkan kembali tentang bangun kubus dan balok yang telah mereka kenal.

2. Secara berkelompok atau perorangan, siswa mengamati bangun prisma segitiga, prisma segi empat dan prisma segi lima yang telah disiapkan. Kemudian, guru memberikan pertanyaan penggiring sebagai berikut.
 - a. Berapa jumlah sisi prisma segitiga? (siswa kemudian mengamati dan menghitung sendiri. Jawaban yang diharapkan: Prisma segitiga mempunyai 5 sisi).
 - b. Berapa jumlah rusuknya? (Siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 9 rusuk).
 - c. Bagaimana bentuk sisi alasnya? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi alas prisma segitiga berbentuk segitiga).
 - d. Bagaimana bentuk sisi atasnya? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi atas prisma segitiga berbentuk segitiga).
 - e. Bagaimana bentuk sisi tegaknya? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi tegak prisma segitiga berbentuk persegi panjang).
 - f. Begitupun pula dilanjutkan untuk prisma segi empat dan prisma segi lima.
3. Setelah melakukan kegiatan pengidentifikasian prisma segitiga tersebut, siswa ditugaskan menuliskan ciri-ciri prisma dan prisma segitiga yang telah mereka ketahui pada tabel berikut.

Ciri-ciri	Prisma Segitiga	Prisma Segi empat	Prisma Segi lima
Jumlah sisi	5 sisi	6 sisi	
Jumlah rusuk	9 buah		
Bentuk sisi tegak	Segiempat	Segiempat	
Bentuk sisi alas dan sisi atas	Segitiga	Segiempat	

5. Berdasarkan tabel tersebut, siswa diberikan serangkaian pertanyaan berikut.
 - a. Apa persamaan antara prisma dan prisma segitiga? (Dengan membaca tabel, siswa diharapkan dapat menjawab bahwa keduanya memiliki sisi tegak berbentuk persegi panjang).
 - b. Apa perbedaan antara prisma dan prisma segitiga? (Jawaban yang diharapkan: Perbedaan terletak pada jumlah sisi, jumlah rusuk, dan bentuk sisi alas serta sisi atasnya).

6. Lakukan kegiatan di atas pada bangun prisma segitiga ukuran yang berbeda, agar siswa yakin bahwa setiap bangun prisma segitiga memiliki ciri yang sama.
7. Guru bersama siswa kemudian menyimpulkan hasil pengamatan pada bangun prisma segitiga tersebut.

Sifat-Sifat Prisma

1. Bidang alas dan bidang atas prisma dapat berupa segi banyak.
2. Bidang alas dan bidang atas prisma sejajar dan kongruen.

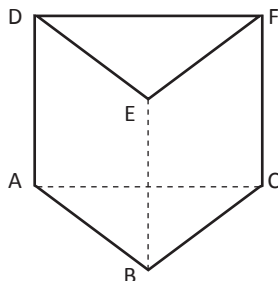
Pembinaan Keterampilan

Pembinaan keterampilan dilakukan dengan memberikan tugas pada siswa untuk membuat jaring-jaring prisma segitiga, segi empat dan segi lima kemudian membentuknya menjadi bangun prisma yang utuh.

Jaring-Jaring Prisma

Berbeda dengan balok dan kubus, pada bangun ruang prisma segitiga ada dua buah sisi yang bentuknya berupa segitiga. Sehingga apabila digambarkan secara mendatar, jaring-jaring pada prisma segitiga akan terdiri dari dua buah segitiga dan tiga buah persegi atau persegi panjang.

1. Prisma Segitiga

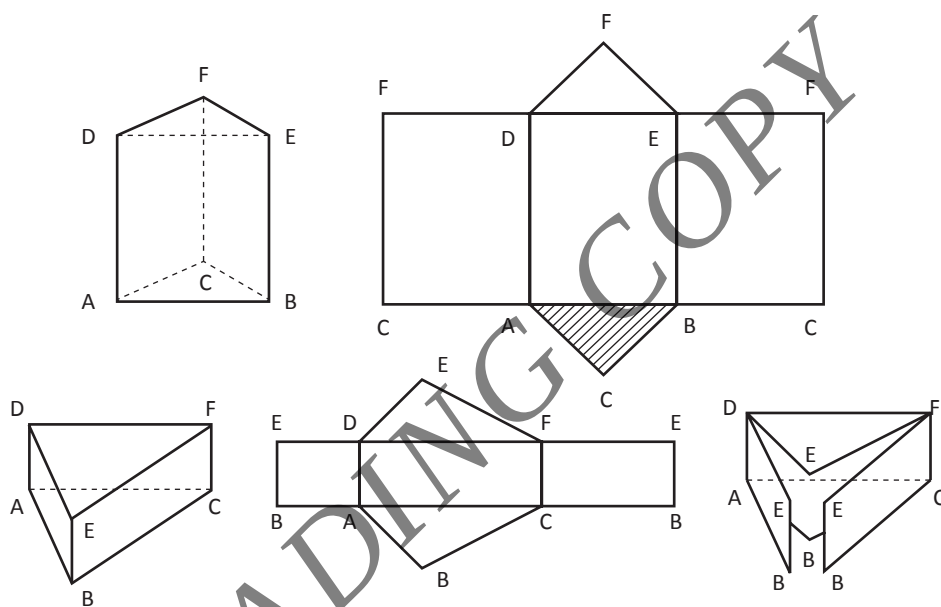


Gambar 14.6 Prisma segitiga

Prisma segitiga adalah prisma yang bentuk alas dan atapnya berbentuk segitiga. Unsur yang dimiliki prisma segitiga ABC.DEF adalah sebagai berikut.

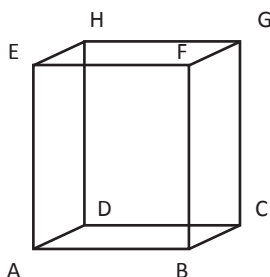
- Sisi/bidang = memiliki 5 sisi atau bidang yaitu sisi alas (ABC), sisi atas (DEF), dan tiga sisi tegak (ABED, BCFE, ACFD).
- Rusuk = memiliki 9 rusuk yaitu rusuk alas (AB, BC, AC), rusuk atas (DE, EF, DF) Rusuk tegak (AD, BE, dan CF).
- Titik Sudut = memiliki 6 titik sudut yaitu titik sudut A, B, C, D, E, dan F.

Adapun jaring-jaring prisma sebagai berikut:



Gambar 14.7 Jaring-jaring prisma segitiga

2. Prisma Segi Empat

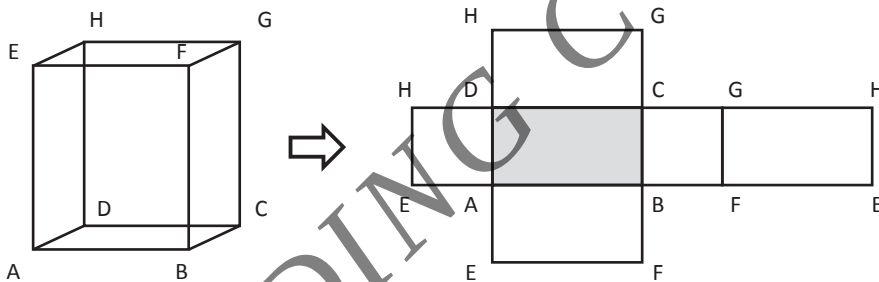


Gambar 14.8 Prisma segi empat

Prisma segi empat adalah prisma yang bentuk alas dan atapnya berbentuk segi empat. Unsur yang dimiliki prisma segi empat ABCD.EFGH adalah sebagai berikut:

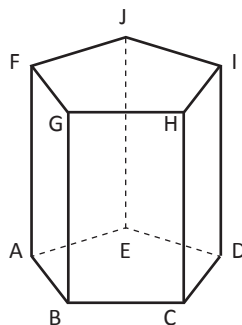
- Sisi/bidang = memiliki 6 sisi atau bidang yaitu sisi alas (ABCD), sisi atas (EFGH) dan empat sisi tegak ABFE, BCGF, CDGH dan ADHE
- Rusuk = memiliki 12 rusuk yaitu rusuk alas (AB, BC, CD, DA), Rusuk atas (EF, FG, GH, HE), Rusuk tegak (EA, FB, HC, GD)
- Titik Sudut = memiliki 8 titik sudut yaitu titik sudut A, B, C, D, E, F, G dan H.

Adapun jaring-jaring prisma segi empat sebagaimana ditunjukkan oleh gambar berikut ini.



Gambar 14.9 Jaring-jaring prisma segi empat

3. Prisma Segi Lima

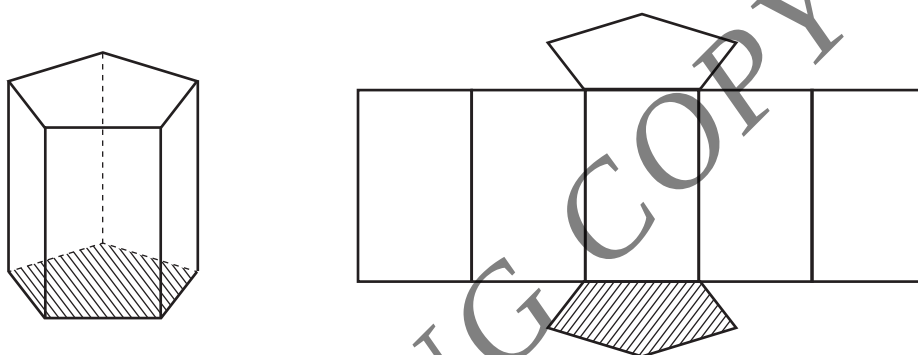


Gambar 14.10 Prisma segi lima

Prisma segi lima adalah bangun prisma yang bentuk alas dan atapnya berbentuk segi lima. Unsur yang dimiliki prisma segi lima ABCDE.FGHIJ adalah sebagai berikut.

- a. Sisi/bidang = memiliki 7 sisi atau bidang yaitu sisi alas (ABCDE), sisi atas (FGHIJ), Sisi tegak (ABGF, BCHG, CDIH, DEJI, AEJF).
- b. Rusuk = memiliki 15 rusuk yaitu rusuk alas (AB, BC, CD, DE, EA), Rusuk atas (FG, GH, HI, IJ, JF) rusuk tegak (FA, GB, HC, ID, JE).
- c. Titik Sudut = memiliki 10 titik sudut yaitu titik sudut A, B, C, D, E, F, G, H, I, dan J.

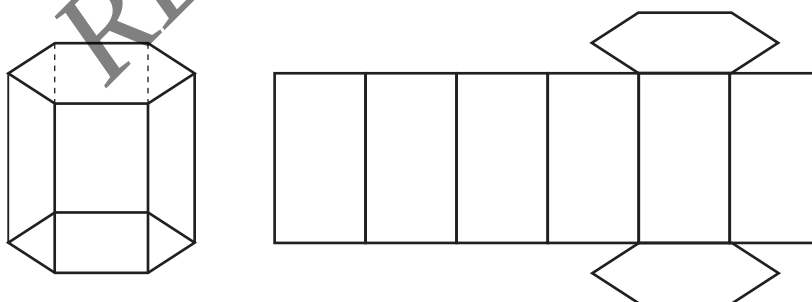
Adapun jaring-jaring prisma segi lima ditunjukkan oleh gambar berikut.



Gambar 14.11 Jaring-jaring prisma segi lima

4. Prisma Segi Enam

Prisma segi enam adalah prisma yang bentuk alas dan atapnya berbentuk segi enam.



Gambar 14.12 Jaring-jaring prisma segi enam

5. Prisma Segi-n

Untuk prisma segi enam, segi tujuh, dst, Segi-n, Anda dapat menggunakan formula:

- Banyak sisi/bidang prisma segi-n = $n + 2$
- Banyak rusuk prisma segi-n = $3n$
- Banyak titik sudut prisma segi-n = $2n$

Rumus Luas Permukaan pada prisma:

$$\text{Luas} = (2 \times \text{luas alas}) + \text{luas sisi tegak}$$

D. Sifat-Sifat Limas

Alat dan Bahan yang Diperlukan

- Benda-Benda di sekitar yang berbentuk limas.
- Tusuk gigi.
- Malam.

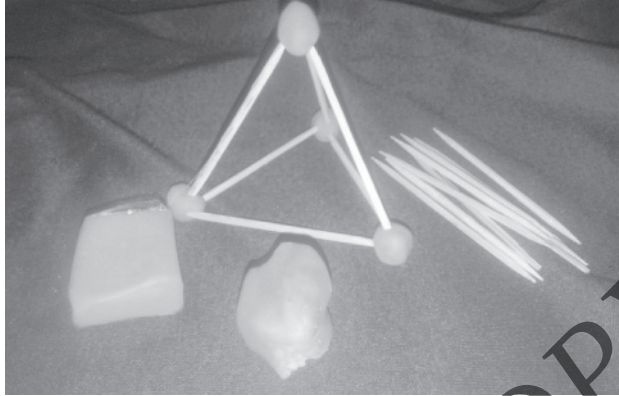


Sumber: Dokumentasi Penulis

Kegiatan Pembelajaran

- Sebagai pengantar dalam mempelajari bangun limas persegi panjang, siswa diingatkan kembali tentang bangun prisma yang telah mereka kenal.

2. Guru menginstruksikan siswa untuk membuat kerangka bangun ruang dengan menggunakan tusuk gigi dan malam.



Sumber: Dokumentasi Penulis

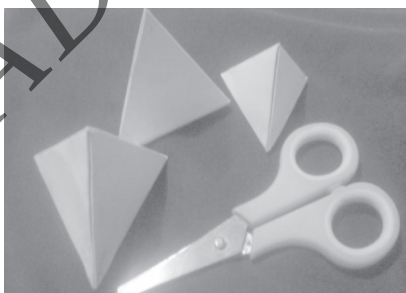
3. Gunakan malam untuk menyatukan tusuk gigi, agar menjadi kerangka bangun ruang limas.
4. Secara berkelompok atau perorangan, siswa mengamati bangun limas persegi panjang yang telah disiapkan. Kemudian, guru memberikan pertanyaan penggiring sebagai berikut.
 - a. Berapa jumlah sisi limas? (Siswa kemudian mengamati dan menghitung sendiri. Jawaban yang diharapkan: Limas mempunyai 5 sisi).
 - b. Berapa jumlah rusuknya? (Siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 8 rusuk).
 - c. Bagaimana bentuk sisi alasnya? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi alas limas berbentuk persegi panjang).
 - d. Bagaimana bentuk sisi tegaknya? (Siswa mengamati, dan jawaban yang diharapkan: Sisi tegak limas berbentuk segitiga).
5. Setelah melakukan kegiatan pengidentifikasian limas persegi panjang tersebut, siswa ditugaskan menuliskan ciri-ciri prisma segitiga dan limas persegi panjang yang telah mereka ketahui pada tabel berikut.

Ciri-ciri	Limas Segi Tiga	Limas Segi Empat	Limas Segi Lima
Jumlah sisi	5 sisi		
Jumlah rusuk	9 buah		
Bentuk sisi tegak	Persegi Panjang		
Bentuk sisi alas dan sisi atas	Segitiga		

6. Berdasarkan tabel tersebut, siswa diberikan serangkaian pertanyaan berikut:
 - a. Apa persamaan antara prisma segitiga dan limas segitiga? (Dengan membaca tabel, siswa diharapkan dapat mengetahui perbedaan antara prisma dan limas, di mana limas memiliki titik puncak yang menghubungkan rusuk tegaknya).
 - b. Apa perbedaan antara limas segitiga dan limas segi lima? (Jawaban yang diharapkan: Perbedaan terletak pada jumlah rusuk dan bentuk sisinya).
7. Lakukan kegiatan di atas pada bangun limas persegi panjang maupun limas persegi dengan ukuran yang berbeda, agar siswa yakin bahwa setiap bangun limas memiliki ciri yang sama.
8. Siswa diberi kesempatan untuk mempresentasikan hasilnya di depan.
9. Guru bersama siswa kemudian menyimpulkan hasil pengamatan pada bangun limas persegi panjang tersebut.

Pembinaan Keterampilan Jaring-Jaring Limas

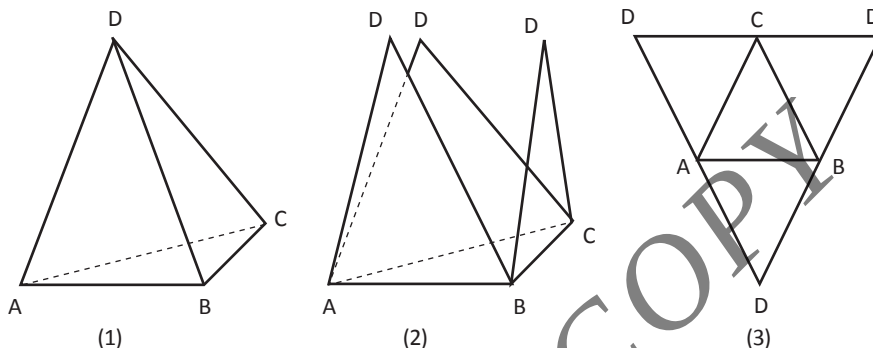
1. Media yang digunakan:
 - a. Bentuk bangun ruang terbuat kertas karton.
 - b. Gunting.



2. Kegiatan pembelajaran:
 - a. Guru memperlihatkan kepada siswa bangun ruang limas segitiga, segi empat dan segi lima yang terbuat dari kertas karton.
 - b. Kemudian guru membagi siswa ke dalam 3 kelompok.
 - c. Guru menginstruksikan siswa untuk membuka bangun ruang limas segitiga, tetapi jangan sampai terputus potongannya.
 - d. Setelah dibuka bangun ruang limas tersebut, akan menjadi jaring-jaring dari limas tersebut.

1. Limas Segitiga

Karena limas segitiga dibentuk oleh empat buah sisi yang semuanya berbentuk segitiga, maka jaring-jaringnya akan terdiri dari empat buah segitiga seperti pada gambar berikut ini:



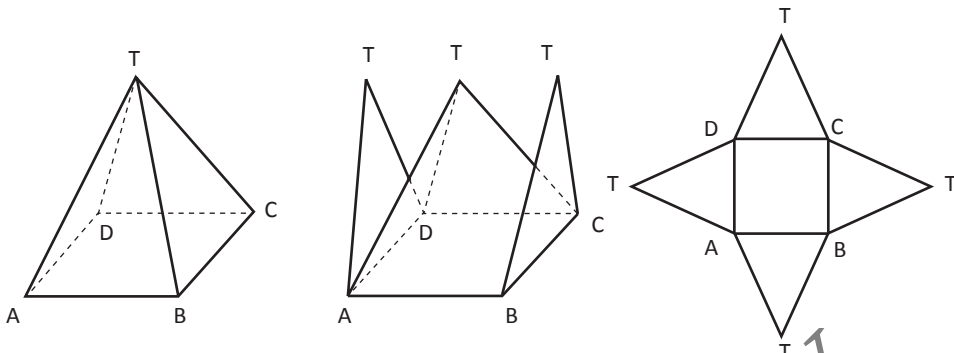
Gambar 14.13 Limas

Limas segi tiga D.ABC karena alasnya berbentuk segitiga. Unsur-unsur yang dimiliki limas segi-tiga D.ABC sebagai berikut.

- Bidang alas, yaitu bidang ABC.
- Sisi tegak, yaitu bidang DAB, DBC, dan DAC.
- Rusuk tegak, yaitu DA, DB, dan DC.
- Rusuk alas, yaitu AB, BC, dan AC.
- Titik Puncak, yaitu titik D.
- Garis tinggi yaitu garis yang ditarik dari titik D dan tegak lurus bidang alas ABC.

2. Limas Segi Empat

Berbeda dengan limas segitiga, untuk limas segi empat, gambar jaring-jaringnya berupa sebuah persegi atau persegi panjang yang pada tiap sisinya berbatasan dengan sisi berbentuk segitiga seperti terlihat pada gambar ini:



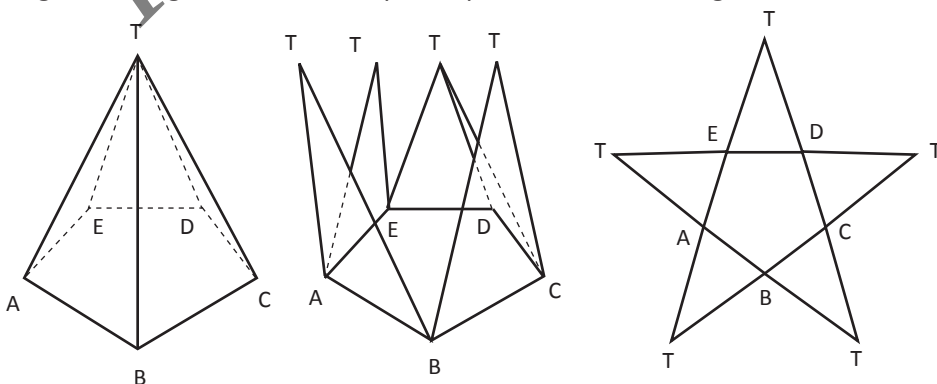
Gambar 14.14 Limas segi empat dan jaring-jaringnya

limas segi empat T.ABCD karena alasnya berbentuk segi empat. Unsur-unsur yang dimiliki limas segi empat T.ABCD sebagai berikut:

- Bidang alas, yaitu bidang ABCD.
- Sisi tegak, yaitu bidang TAB, TBC, TCD, dan TAD.
- Rusuk tegak, yaitu TA, TB, TC, dan TD.
- Rusuk alas, yaitu AB, BC, CD, dan DA.
- Titik Puncak, yaitu titik T.
- Garis tinggi yaitu garis yang ditarik dari titik T dan tegak lurus bidang alas ABCD

3. Limas Segi Lima

limas segi lima terbentuk oleh sebuah alas berbentuk segi lima di mana setiap sisinya berbatasan dengan 5 buah segitiga. maka jaring-jaring dari bangun ruang limas segi lima akan tampak seperti sebuah bintang.



Gambar 14.15 Limas Segilima dan jaring-jaringnya

Limas segi lima T.ABCDE karena alasnya berbentuk segi lima. Unsur-unsur

yang dimiliki limas segi-lima T.ABCDE sebagai berikut:

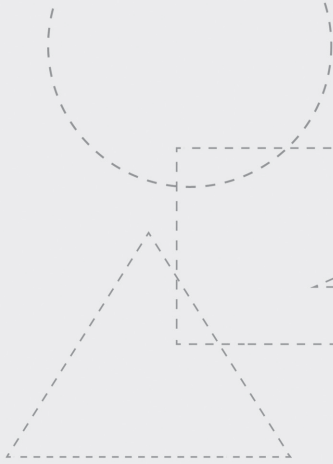
- a. Bidang alas, yaitu bidang ABCDE.
- b. Sisi tegak, yaitu bidang TAB, TBC, TCD, TDE, dan TAE.
- c. Rusuk tegak, yaitu TA, TB, TC, TD, dan TE.
- d. Rusuk alas, yaitu AB, BC, CD, DE, dan AE.
- e. Titik Puncak, yaitu titik T.
- f. Garis tinggi yaitu garis yang ditarik dari titik T dan tegak lurus bidang alas ABCDE.

4. Limas Segi-n

Untuk limas segi-n memiliki unsur-unsur, yaitu:

- a. Bidang sisi = $n + 1$
- b. Titik sudut = $n + 1$
- c. Rusuk = $2n$

READING COPY



Bab XV

Volume Bangun Ruang Sisi Datar

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat:

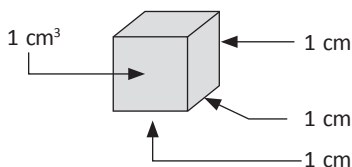
- A. Menghitung Volume Balok
- B. Menghitung Volume Kubus
- C. Menghitung Volume Prisma
- D. Menghitung Volume Limas

Dalam kehidupan sehari-hari, kita banyak menemukan kejadian-kejadian/peristiwa-peristiwa yang berhubungan dengan pengukuran, salah satunya pengukuran tentang volume. Contoh: berapa liter bensin yang dibutuhkan kendaraan ayah dari rumah ke tempat kerja, berapa sendok gula yang Anda masukkan ke dalam satu gelas teh, dan sebagainya. Selain itu, suatu saat setiap orang pasti akan menemui beberapa masalah mengenai volume. Misalnya jika pergi ke suatu toko atau supermarket, Anda mungkin perlu membandingkan antara harga dan isi dari beberapa merek yang berbeda dari suatu produk untuk mencari harga yang terbaik.

A. Volume Balok

Di lingkungan peserta didik SD, konsep volume bangun ruang yang pertama kali dipelajari adalah volume balok. Hal ini karena mudah menyampaikan konsep awal volume bangun ruang, dan karena terbantu dengan kebiasaan siswa menemui benda-benda berbentuk balok di kehidupan sekitarnya. Misalnya kotak makanan, meja, ruang kelas, dan sebagainya. Belajar mengenal volume balok bagi peserta didik di SD dapat dilakukan secara induktif, yaitu dengan cara mengisi balok tanpa tutup dengan kubus satuan. Untuk mengukur panjang suatu ruas garis diperlukan satuan panjang, satuan ukuran luas diperlukan untuk mengukur luas suatu daerah. Demikian juga untuk mengukur volume suatu bangun ruang diperlukan satuan volume, yang biasanya berupa kubus satuan. Kubus satuan adalah kubus yang panjang rusuknya satu satuan panjang, misalnya 1 cm, 1 dm, 1 m. Satu sentimeter kubik (1 cm^3) adalah suatu kubus yang memiliki panjang rusuk 1 cm.

Berikut ilustrasi kubus satuan yang masing-masing panjang, lebar dan tingginya 1 cm.



Penanaman Konsep

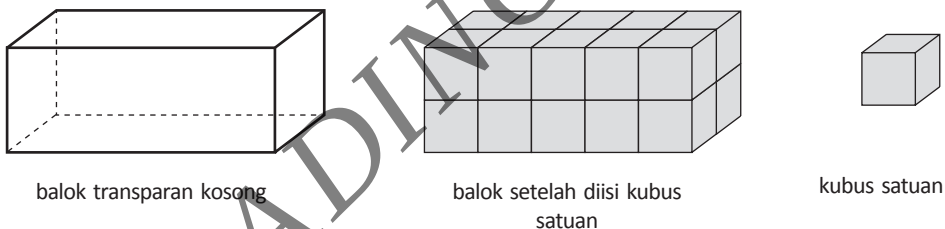
Media yang dibutuhkan, yaitu:

1. Balok berongga tanpa tutup (boleh terbuat dari karton, kardus, kayu dan lain-lain).
2. Kubus Satuan terbuat dari karton, yang memiliki ukuran sama.
3. Pensil, gunting, dan alat tulis lainnya.

Langkah-Langkah Pembelajaran

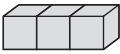
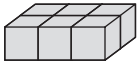
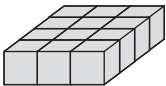
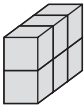
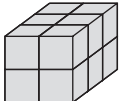
Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi panjang adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi balok dan jaring-jaring balok.
2. Guru menyiapkan balok berongga tanpa tutup (kalau bisa diusahakan yang transparan) serta kubus-kubus satuan seperti gambar di bawah.



3. Guru mengisi kubus satuan tersebut ke dalam balok tersebut sampai penuh yang diperagakan di hadapan peserta didik dengan membilang satu demi satu sampai hitungan terakhir 20. Satu balok = 20 kubus satuan.
4. Setelah peserta didik mempunyai pengalaman menghitung volume balok dengan cara membilang banyaknya kubus satuan yang dapat memenuhi balok berongga tersebut, selanjutnya peserta didik dapat mencoba melakukannya sendiri. Penurunan rumus volume balok sebaiknya dapat ditemukan sendiri oleh peserta didik secara berkelompok maupun berpasangan, dengan melihat volume beberapa balok, seperti dalam lembar kerja berikut.

Petunjuk kegiatan: Isikan jawabanmu pada bagian bertitik-titik di bawah ini, setelah itu amatilah isian pada tiap kolom.

No	Gambar Bangun	Volume (v)	Panjang (p)	Lebar (l)	Tinggi (t)
1	2	3	4	5	6
1.		3	3	1	1
2.		6	3	2	...
3.		9	3	...	...
4.		18	...	...	...
5.		...	...	...	...
6.		...	...	...	...

5. Siswa dibantu oleh guru membuat kesimpulan dari kegiatan pengisian tabel di atas, siswa diminta menghubungkan antara kolom volume dengan kolom-kolom p (panjang), l (lebar), dan t (tinggi)? Apa yang dapat Anda simpulkan? Kesimpulan:

Volume balok = ... $\times$... $\times$...

Diharapkan setelah mengamati hasil-hasil yang telah diperoleh pada tabel di atas, peserta didik dapat menemukan hubungan antara volume dengan kolom-kolom p (panjang), l (lebar), dan t (tinggi), yaitu: Volume = $p \times l \times t$. Jadi volume balok:

$$V = p \times l \times t$$

Apabila $p \times l$ menyatakan luas alas balok, maka volume balok dapat juga dinyatakan sebagai berikut.

$$\text{Volume Balok} = p \times l \times t = (p \times l) \times t$$

$$\text{Volume Balok} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

Contoh

Jika suatu balok memiliki ukuran panjang 5 cm, lebar 2 cm, dan tinggi 4 cm. Berapa cm^3 volume balok tersebut?

Penyelesaian

Volume balok tersebut = $(5 \times 4 \times 2) \text{ cm}^3 = 40 \text{ cm}^3$

B. Volume Kubus

Penanaman Konsep

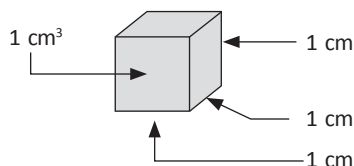
Media yang dibutuhkan yaitu:

1. Kubus Berongga tanpa tutup dengan panjang, lebar dan tinggi berukuran sama. (Boleh terbuat dari karton, kardus, kayu dan lain-lain).
2. Kubus Satuan yang lebih kecil terbuat dari karton, yang memiliki ukuran sama.
3. Pensil, gunting, dan alat tulis lainnya.

Langkah-Langkah Pembelajaran

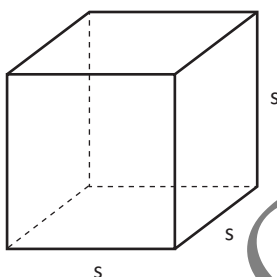
Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi panjang adalah sebagai berikut.

1. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang volume balok.
2. Guru menyiapkan kubus berongga tanpa tutup (kalau bisa diusahakan yang transparan) serta kubus-kubus satuan seperti gambar di bawah.



3. Guru mengisi kubus satuan tersebut ke dalam kubus tersebut sampai penuh yang diperagakan di hadapan peserta didik dengan membilang satu demi satu sampai hitungan terakhir.

4. Setelah peserta didik mempunyai pengalaman menghitung volume kubus dengan cara membilang banyaknya kubus satuan yang dapat memenuhi balok berongga tersebut, selanjutnya peserta didik dapat mencoba melakukannya sendiri.
5. Pada hakikatnya sebuah kubus adalah sebuah balok yang semua rusuknya sama panjang atau $p = l = t$, sehingga rumus volume kubus dapat diturunkan dari rumus volume balok. Jika s menyatakan panjang rusuk kubus, maka:



$$\text{Volumee kubus (V)} = s \times s \times s \text{ atau } V = s^3$$

Contoh

Sebuah kontainer berbentuk kubus dengan panjang rusuknya 20 cm. Tentukan banyak cairan (dalam liter) yang dapat dimuat kontainer tersebut (hal ini sering disebut sebagai kapasitas kontainer).

Penyelesaian

Volume kontainer = $(20 \times 20 \times 20) \text{ cm}^3 = 8000 \text{ cm}^3$ $1.000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ l}$.

Jadi volume kontainer = 8 liter.

C. Volume Prisma

Untuk mencari volume prisma dimulai dengan volume prisma tegak segitiga siku-siku, volume prisma tegak segitiga sama kaki, volume prisma segitiga sembarang, dan volume prisma segi-n.

1. Volume Prisma Tegak Segitiga Siku-Siku

Penanaman Konsep

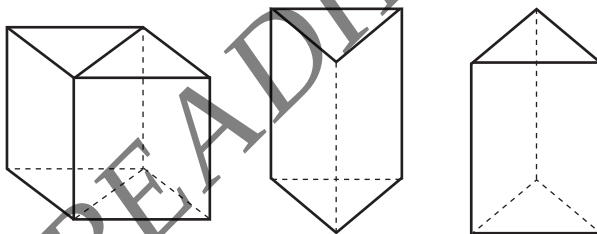
Media yang dibutuhkan yaitu:

1. Balok (boleh terbuat dari karton, kardus, kayu dan lain-lain).
2. Kubus Satuan terbuat dari karton, yang memiliki ukuran sama.
3. Pensil, gunting, dan alat tulis lainnya.

Langkah-Langkah Pembelajaran

Langkah-langkah dalam menemukan luas daerah persegi panjang adalah sebagai berikut.

- a. Guru melakukan apersepsi, yaitu dengan mengingatkan kembali tentang materi balok dan jaring-jaring balok.
- b. Guru menyiapkan dua buah prisma tegak siku-siku yang direkatkan oleh selotip menjadi bangun balok (kalau bisa diusahakan yang transparan).
- c. Prisma tegak segitiga siku-siku diperoleh dengan membelah balok menjadi dua bagian melalui salah satu bidang diagonalnya. Seperti yang ditunjukkan oleh gambar di bawah ini.



- d. Siswa mencoba sendiri dan mengamati hasil dari setengah balok yang berbentuk prisma tegak segitiga.
- e. Siswa dibantu oleh guru membuat sebuah kesimpulan:

Volume prisma tegak segitiga siku-siku = $\frac{1}{2}$ volume balok

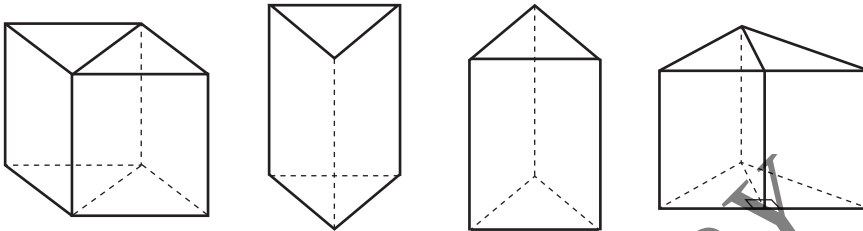
$$V = \frac{1}{2} \times p \times l \times t$$

Mengingat ($\frac{1}{2} \times p \times l$) adalah luas alas prisma segitiga siku-siku, jadi
volume prisma tegak segitiga siku-siku = luas alas $\times$ tinggi

$$\text{volume prisma tegak segitiga siku-siku} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

2. Volume Prisma tegak segitiga sama kaki

Untuk mencari volume prisma tegak segitiga sama kaki langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.



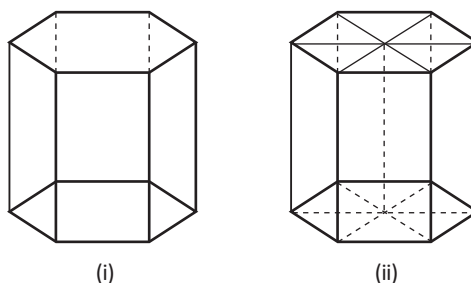
- Potonglah sebuah balok sepanjang salah satu bidang diagonalnya.
- Potongan yang terbentuk adalah dua buah prisma segitiga siku-siku yang sama bentuk dan ukurannya.
- Gabungkan dua prisma tersebut pada sisi siku-sikunya, sehingga akan terbentuk sebuah prisma segitiga sama kaki seperti tampak pada gambar.
- Volume prisma segitiga sama kaki = volume balok
 $\text{Luas alas prisma segitiga sama kaki} = \text{luas alas balok}$
 $\text{Tinggi prisma segitiga sama kaki} = \text{tinggi balok}$. Dari uraian tersebut di atas dapat dinyatakan bahwa:

$$\text{Volume prisma segitiga sama kaki} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

3. Volume Prisma Tegak Segi-n

Untuk mencari volume prisma yang alasnya bukan segitiga, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

- Misalkan volume yang akan dicari adalah volume prisma segi enam beraturan seperti tampak pada gambar di bawah ini:



- b. Untuk menentukan volumenya, potong prisma tersebut menjadi enam bagian yang sama. Masing-masing potongan merupakan prisma segitiga.
- c. Sehingga: Volume prisma segi enam = $6 \times \text{volume prisma segitiga} = 6 \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$ (alas berupa segitiga sama sisi) = $\text{luas segienam} \times \text{tinggi} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$ Untuk mencari prisma tegak segi-n dapat kita lakukan dengan cara yang sama pada prisma tegak segi enam. Jadi untuk mencari volume sembarang prisma tegak sebagai berikut.

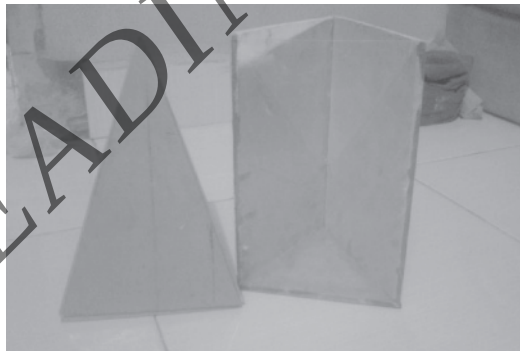
$$\text{Volum prisma segi-n} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

D. Volume Limas

1. Limas Segitiga

Media yang digunakan, yaitu:

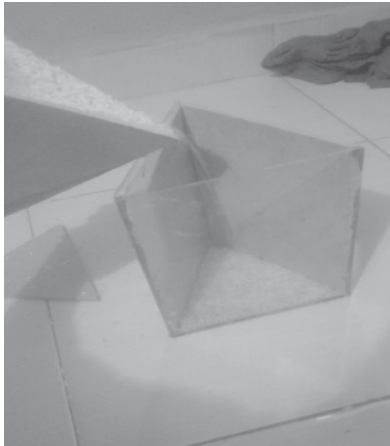
- a. Prisma segitiga dan limas segitiga yang terbuat dari kayu
- b. Beras



Sumber: Dokumentasi Penulis

Kegiatan Pembelajaran

- a. Siswa diingatkan kembali tentang rumus bangun ruang limas.
- b. Guru menyuruh salah satu siswa ke depan untuk membantu guru demonstrasi tentang volume bangun ruang limas.
- c. Langkah pertama isi limas dengan beras, selanjutnya tuangkan isi limas pada prisma.



Sumber: Dokumentasi Penulis

- d. Lakukan berulang-ulang sampai isi prisma penuh.
- e. Setelah dilakukan, ternyata isi prisma penuh dengan 3x takar limas.



Sumber: Dokumentasi Penulis

- f. Selanjutnya guru menunjukkan perbandingan volume prisma terhadap volume limas.

$$\begin{aligned}
 V_{\text{prisma}} &= 3 \times V_{\text{limas}} \\
 V_{\text{limas}} &= \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma}} \\
 V_{\text{limas}} &= \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times \frac{1}{3} \times t
 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times l_{\text{alas}} \times \text{tinggi}$$

2. Limas Segi Empat

Media yang digunakan

- Kubus yang terbentuk dari limas.
- Gunting, selotip.

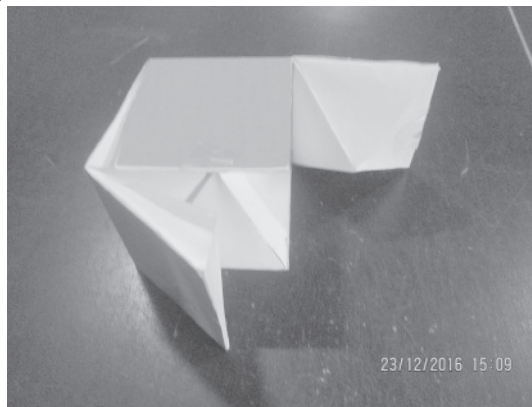
Langkah-Langkah Pembelajaran

- Siswa diingatkan kembali mengenai volume kubus.
- Guru membagi siswa ke dalam beberapa kelompok kecil.
- Setiap siswa diberikan kubus yang terbentuk dari limas.



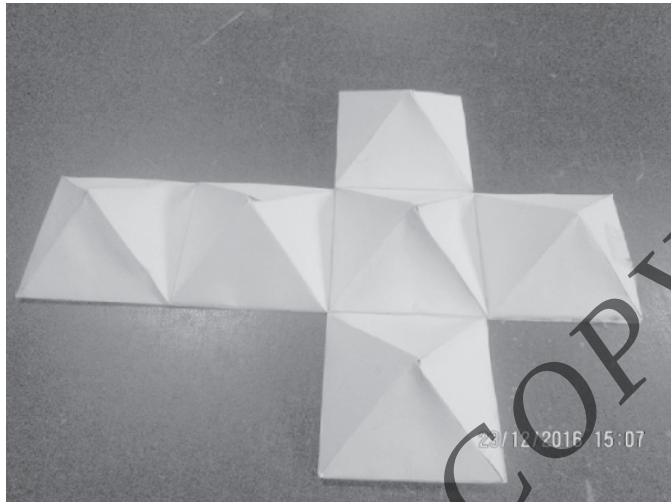
Sumber: Dokumentasi Penulis

- Siswa membuka kubus yang terbuat dari limas dengan hati-hati.



Sumber: Dokumentasi Penulis

- e. Terbentuklah jaring-jaring kubus padat yang terbentuk dari limas segi empat.



Sumber: Dokumentasi Penulis

Dari alat peraga kubus dan limas yang telah dibuat dapat disimpulkan:

- Berapa banyak limas yang dapat membentuk kubus? Yaitu 6 buah limas
- Berapa tinggi limas tersebut jika dibandingkan dengan tinggi kubus? Tinggi limas = $\frac{1}{2}$ Tinggi kubus
- Berapa panjang sisi alas limas? Panjang sisi alas limas = Panjang sisi alas persegi
- Berapakah Volume dari Limas tersebut?

Jika volume masing-masing limas pada gambar adalah 'V' maka volume enam buah limas sama dengan volume kubus, sehingga diperoleh hubungan berikut.

Volume 6 limas = Volume kubus

$$\begin{aligned}
 6V &= s \times s \times s \\
 &= (s \times s) \times s \\
 &= (s \times s) \times (\tfrac{1}{2} s \times 2), \text{ jika } s \times s = L \text{ dan } \tfrac{1}{2} s = t \\
 &= L \times t \times 2 \\
 6V &= 2 Lt
 \end{aligned}$$

Volume 1 limas adalah $6V = 2 Lt$

$$\begin{aligned} V &= \frac{2}{6} Lt \\ &= \frac{1}{3} Lt \end{aligned}$$

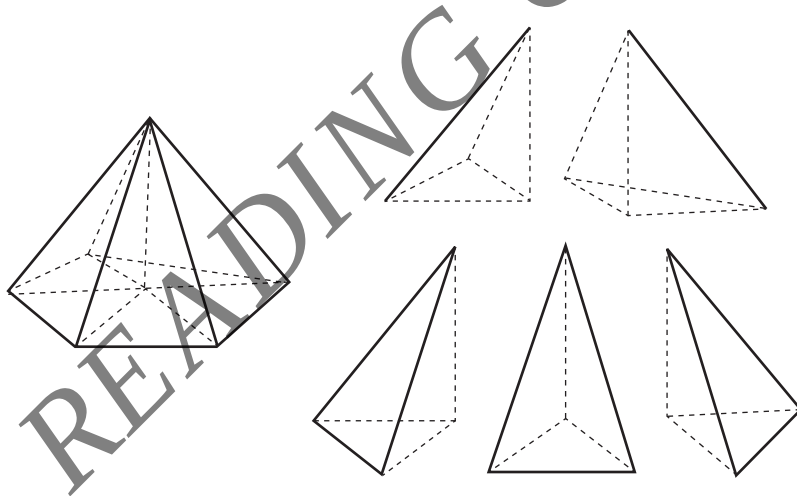
Jadi Rumus:

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{L.alas} \times t$$

3. Volume Bangun Ruang Limas Segi lima

Untuk mencari volume limas segi lima, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

- Untuk mencari rumus volume limas segi lima, langkah pertama sediakan bangun ruang limas kemudian belah atau potong limas tersebut menjadi lima bagian, dan potongan tersebut menghasilkan limas segi tiga sembarang.



- Guru bertanya jawab dengan peserta didik tentang rumus limas segitiga.
- Untuk membuktikan rumus volume limas yaitu dengan menyiapkan bangun ruang prisma segitiga tegak kemudian belah atau potong prisma tersebut menjadi tiga bagian dan potongan tersebut menghasilkan limas segitiga, tiga buah potongan limas ini mempunyai alas dan tinggi yang sama berarti dapat disimpulkan bahwa ketiga limas tersebut mempunyai volume yang sama, kemudian ambil tiga potongan limas menjadi $\frac{1}{3}$ dan dimasukkan ke dalam rumus volume limas segi lima.

- d. Bangun ruang limas segi lima yang sudah dipraktikkan sebelumnya yang memperoleh lima potongan bagian, lima potongan tersebut menjadi luas alas dan kemudian dimasukkan ke dalam rumus volume limas sehingga menjadi,

Rumus Volume Limas Segi Lima:

$$\begin{aligned} V \text{ limas Segilima} &= \frac{1}{3} (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) \times t \quad \text{atau} \\ &= \frac{1}{3} A \times t \end{aligned}$$

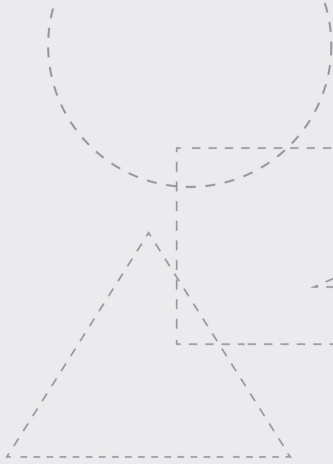
Ket:

A = Luas alas limas

t = Tinggi limas

Sehingga Volume Limas:

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{L.alas} \times t$$



Bab XVI

Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung

Tujuan Pembelajaran

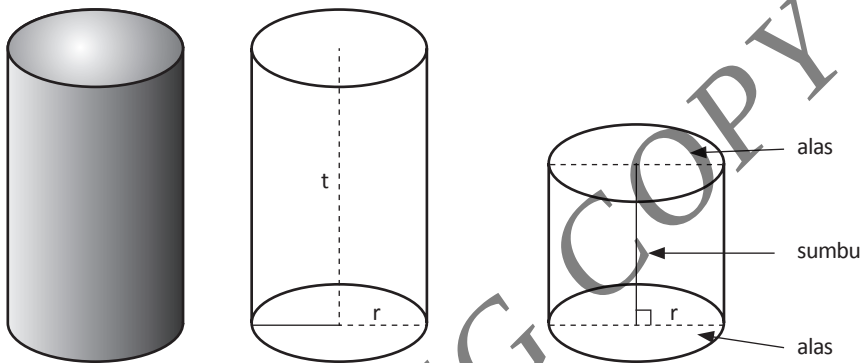
Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep:

- A. Volume Tabung
- B. Volume Kerucut
- C. Volume Bola

A. Volume Tabung

1. Pengertian Tabung

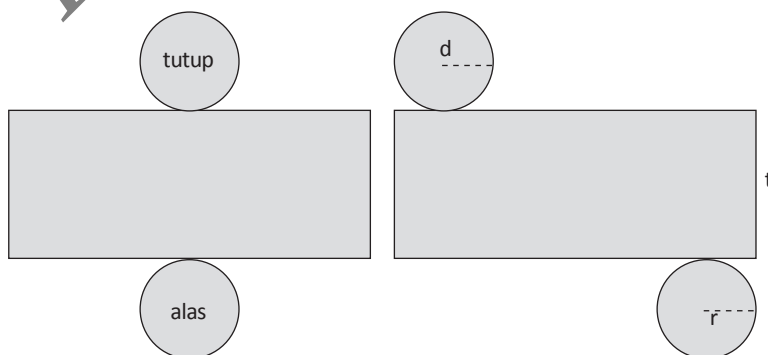
Tabung adalah bangun ruang berbentuk silinder yang memiliki tutup dan alas berbentuk lingkaran yang sama besar. Beberapa benda yang berbentuk tabung adalah tisu gulung, gelas, cangkir, makanan kaleng, minuman kaleng, dan sebagainya.



Gambar 16.1 Tabung

2. Jaring-Jaring Tabung

Untuk bangun ruang tabung gambar jaring-jaringnya cukup sederhana karena tabung hanya terdiri dari dua buah lingkaran yang sama besar sebagai tutup dan alasnya serta sebuah selimut yang jika dipotong akan membentuk sebuah persegi panjang. Berikut adalah beberapa gambar jaring-jaring tabung:



Gambar 16.2 Jaring-jaring tabung

Untuk lebih detailnya kita akan mencoba membuat tabung dari kertas karton yang disamakan dengan jaring-jaring tabung seperti gambar.

Perhatikan langkah-langkah di bawah ini:

- a. Membuat atap dan alas berbentuk lingkaran yang sama besar dan tentukan diameter atau jari-jarinya.
- c. Menentukan panjang persegi panjang untuk selimut tabung dengan cara panjang = keliling atas

$$= 2 \times \pi \times r$$

untuk tinggi tabung kita bebas menentukannya berapa saja.

- d. Gabungkan semua sisi-sisi tabung tersebut sesuai gambar jaring-jaring di bawah dan rekatkan dengan lem atau pelekat lainnya.

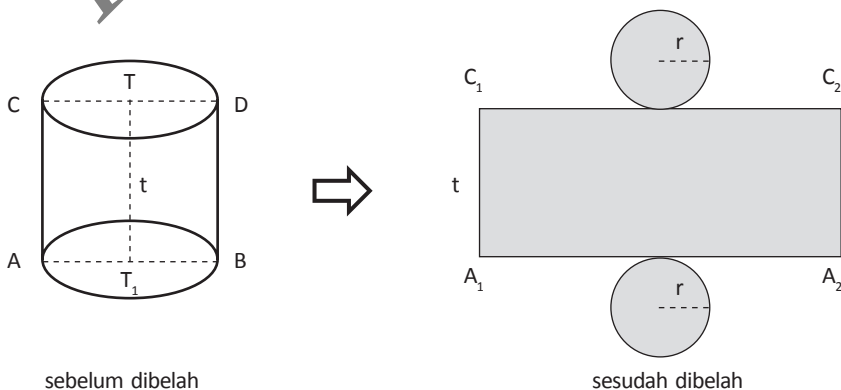
3. Luas Selimut Tabung

Dari sebuah tabung jika dibelah, diperoleh 2 buah lingkaran dan sebuah selimut tabung. Luas dari sebuah lingkaran $= \pi r^2$. Karena unsur tabung memiliki 2 buah lingkaran maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Luas seluruh lingkaran} &= 2 \times \text{luas lingkaran} \\ &= 2 \times \pi r^2 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi luas selimut tabung} = 2\pi r \times t$$

Salah satu unsur dari tabung adalah selimut tabung. Jika sebuah tabung direbahkan/dibelah dengan cara memotong sepanjang ruas garis AC, keliling alas, dan keliling tutup tabung ditempatkan pada bidang datar maka diperoleh *jaring-jaring tabung*, seperti gambar di bawah ini.



Gambar 16.3 Jaring-jaring tabung

4. Luas Permukaan Tabung

L. tabung = L. alas + L. tutup + L. selimut

L. tabung = 2.(L. alas) + L. selimut

L. tabung = $2\pi r^2 + 2\pi rt$

L. tabung = $2\pi r(r + t)$

Jadi, untuk menghitung luas permukaan tabung dapat digunakan rumus:

$$L. \text{ tabung} = 2\pi r (r + t).$$

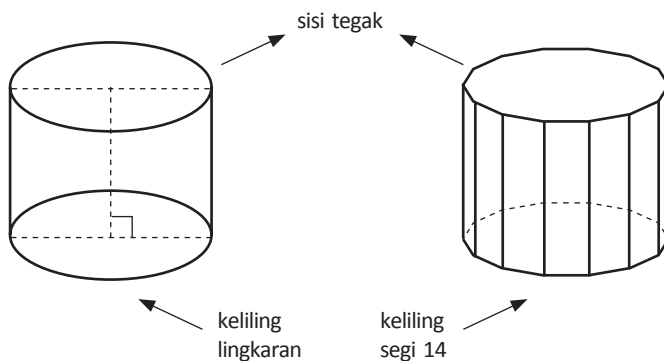
5. Volume Tabung

Untuk menentukan rumus volume tabung merupakan bangun ruang prisma dengan alasnya berbentuk lingkaran. Jadi supaya kita paham cara menentukan volume tabung, harus dipahami terlebih dahulu cara menentukan volume prisma.

Untuk membuktikan volume tabung, dapat dilakukan beberapa cara di antaranya sebagai berikut.

Suatu tabung dapat dipikirkan sebagai suatu prisma yang banyak sisi dari bidang alasnya banyak sekali tidak berhingga. Perhatikan gambar di bawah ini, yaitu adanya persesuaian antara sisi tegak dan alas tabung dengan sisi tegak dan keliling prisma segi 14.

Di sini kita pandang bahwa tabung adalah prisma tegak segi-n beraturan dengan “n” tak terhingga. Oleh karena itu, kita akan memperoleh:



Dari uraian-uraian tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa tabung adalah suatu prisma yang alasnya berbentuk lingkaran, sehingga volume (V) tabung dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$V = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$V = \pi r^2 \times t \text{ alas berupa lingkaran}$$

$$V = \pi r^2 t$$

Jadi untuk setiap tabung berlaku rumus:

$$V_{\text{tabung}} = V_{\text{prisma segi-n}}$$

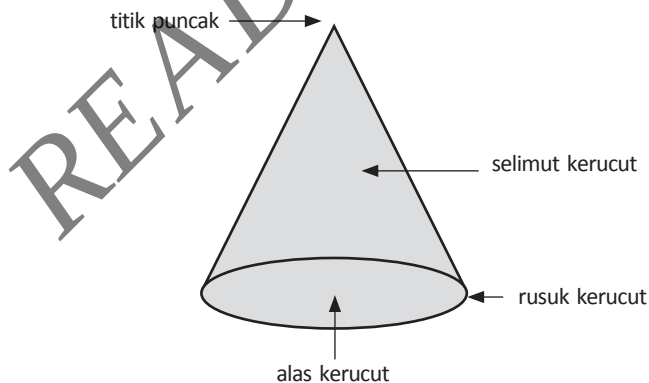
$$V_{\text{tabung}} = l \text{ alas} \times \text{tinggi}$$

$$V_{\text{tabung}} = \pi r^2 t$$

B. Kerucut

1. Pengertian Kerucut

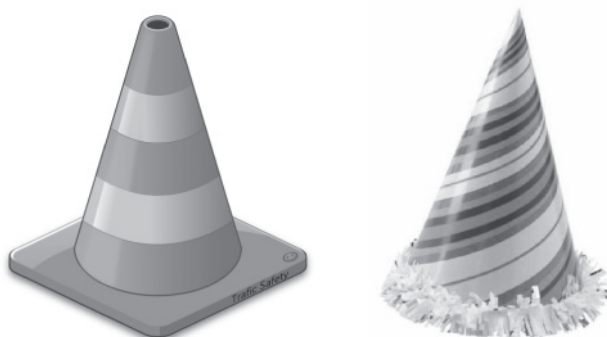
Kerucut adalah suatu bangun ruang yang merupakan suatu limas beraturan yang bidang alasnya berbentuk lingkaran.



Penanaman Konsep

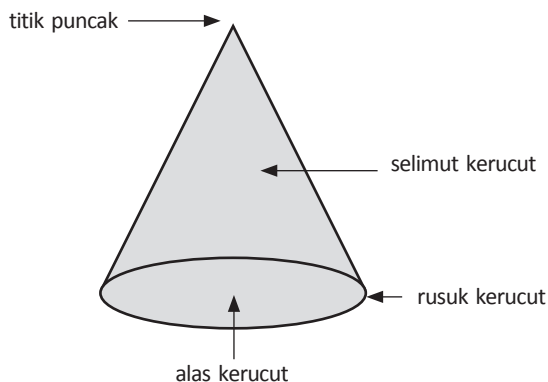
Media yang diperlukan, yaitu:

- Kerucut yang terbuat dari karton, plastik, mika, kaleng, dan sebagainya.
- Benda-benda di sekitar yang berbentuk kerucut.



Kegiatan Pembelajaran

- a. Sebagai pengantar dalam mempelajari bangun kerucut ini, siswa diingatkan kembali tentang berbagai bangun ruang yang telah mereka kenal, seperti prisma, limas, dan tabung.
- b. Secara berkelompok atau perorangan siswa mengamati bangun kerucut yang telah disiapkan. Kemudian guru memberikan pertanyaan pengiring sebagai berikut.
 - 1) Berapa jumlah sisi kerucut? (siswa kemudian mengamati dan menghitung sendiri. Jawaban yang diharapkan: Kerucut mempunyai 2 sisi, yaitu sisi alas dan selimut).
 - 2) Berapa jumlah rusuknya? (siswa menghitungnya, dan jawaban yang diharapkan: 1 rusuk).
 - 3) Bagaimana bentuk alasnya? (siswa mengamati dan jawaban yang diharapkan: sisi alas kerucut berbentuk lingkaran).
 - 4) Bagaimana bentuk sisi atasnya? (siswa mengamati dan jawaban yang diharapkan: Kerucut tidak memiliki sisi atas, melainkan titik puncak).



- c. Siswa kemudian membandingkan bangun kerucut dengan bangun tabung. Oleh guru, mereka selanjutnya diberikan serangkaian pertanyaan berikut.
- 1) Apa persamaan antara kerucut dan tabung? (dari pengamatan, siswa diharapkan dapat menjawab bahwa keduanya memiliki sisi alas yang berbentuk lingkaran).
 - 2) Apa perbedaan antara kerucut dan tabung? (dari pengamatan, siswa diharapkan dapat menjawab bahwa tabung memiliki sisi atas, sedangkan kerucut memiliki titik puncak. Bentuk sisi tegak kerucut dan tabung juga berbeda).
- d. Lakukan kegiatan di atas pada bangun kerucut dengan ukuran yang berbeda, agar siswa yakin bahwa setiap bangun kerucut memiliki ciri yang sama.
- e. Guru dan siswa kemudian menyimpulkan hasil pengamatan pada bangun kerucut tersebut.

Jumlah sisi	2 sisi
Jumlah rusuk	1 rusuk
Bentuk sisi alas	Lingkaran
Banyak titik puncak	1 buah

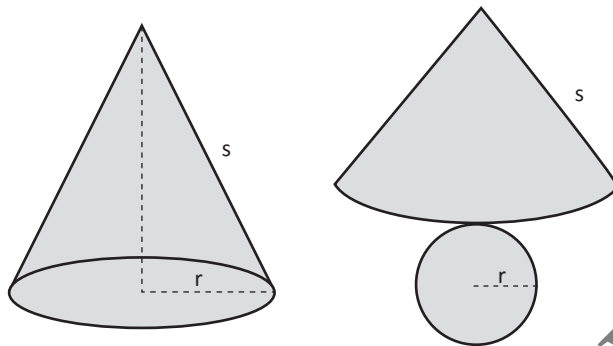
Pembinaan Keterampilan Kerucut

Media yang digunakan, yaitu:

- a. Bentuk bangun ruang terbuat kertas karton.
- b. Gunting.

Kegiatan Pembelajaran

- a. Guru memperlihatkan kepada siswa bangun ruang kerucut yang terbuat dari kertas karton.
- b. Kemudian guru membagi siswa ke dalam 3 kelompok.
- c. Guru menginstruksikan siswa untuk membuka bangun kerucut, tetapi jangan sampai terputus potongannya.
- d. Setelah dibuka bangun ruang kerucut tersebut, akan menjadi jaring-jaring dari kerucut tersebut.



Gambar 16.4 Kerucut dan jari-jari kerucut

- e. Guru bersama siswa membuat kesimpulan mengenai rumus luas permukaan dan volume kerucut.

Rumus Kerucut:

- Luas selimut = $\pi \times r \times s$
- Luas alas = $\pi \times r^2$
- Luas Permukaan kerucut = Luas alas + Luas Selimut
- Luas Permukaan kerucut = $\pi r^2 + \pi rs = \pi r (r + s)$
- Volume Kerucut = $\frac{1}{3} \times \text{Luas alas} \times \text{tinggi} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 t$

2. Volume Kerucut

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan, yaitu:

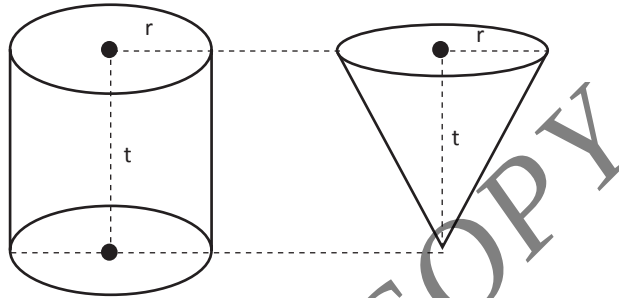
- a. Kerucut dan tabung pasangannya yang terbuat dari kayu atau plastik.
- b. Benda yang dapat ditakar, seperti beras, pasir, maupun kacang hijau.

Kegiatan Pembelajaran

- a. Sebagai pengantar, siswa diingatkan kembali tentang volume tabung dan limas.
- b. Guru kemudian akan menunjukkan perbandingan volume kerucut terhadap volume tabung.

- c. Sama seperti dengan pembuktian rumus pada volume tabung, untuk membuktikan rumus volume kerucut bisa juga dengan melalui cara induktif.

Yang dimaksud dengan tabung pasangan di sini adalah tabung yang luas alas dan tingginya sama dengan kerucut. Perhatikan gambar di bawah:



- d. Langkah kerja pada kegiatan ini yaitu mula-mula tabung diisi beras atau pasir sampai penuh. Selanjutnya, tuangkan isi tabung pada kerucut, untuk menghitung perbandingan volume tabung dibandingkan dengan kerucut.

Dari hasil peragaan, diharapkan bahwa volume tabung adalah 3 kali volume kerucut, atau dengan kata lain:

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Volume tabung} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi tabung}$$

Selanjutnya, langkah penakaran ditukar. Kerucut diisi beras atau pasir terlebih dahulu, kemudian dituangkan pada tabung, untuk menunjukkan berapa takaran kerucut yang diperlukan sampai tabung terisi penuh. Dari hasil penakaran yang pernah dilakukan (boleh dibuktikan sendiri di rumah), ternyata isi tabung sama dengan 3 kali isi kerucut. Itu berarti bahwa volume tabung sama dengan tiga kali volume kerucut sehingga:

$$V_{\text{tabung}} = 3 \times V_{\text{kerucut}} \quad \text{Atau} \quad V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{tabung}}$$

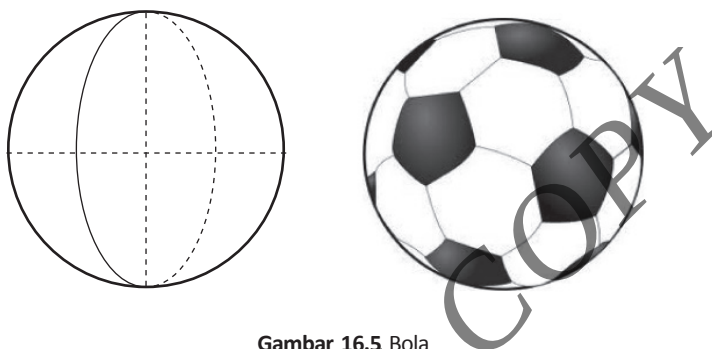
$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} V_{\text{tabung}}$$

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 t$$

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 t \quad \text{Maka } V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

C. Volume Bola

Untuk bangun ruang bola kita tidak bisa membuat jaring-jaringnya karena bentuk lengkung 3 dimensi pada bola tidak dapat diubah ke dalam bentuk datar atau bentuk 2 dimensi secara sempurna, maka tidak ada gambar jaring-jaring untuk bangun ruang bola.



Gambar 16.5 Bola

Mencari Volume Bola

Pembuktian rumus volume bola dengan cara induktif dapat dilakukan dengan menggunakan peragaan. Peragaan di sini adalah menakar dengan alat takar yang berbentuk setengah bola yang akan ditakarkan ke tabung pasangannya. Tabung pasangan yang dimaksud adalah tabung yang tepat menyinggung bola pada bagian atas, kiri, kanan dan bawah.

Penanaman Konsep

Media yang diperlukan, yaitu:

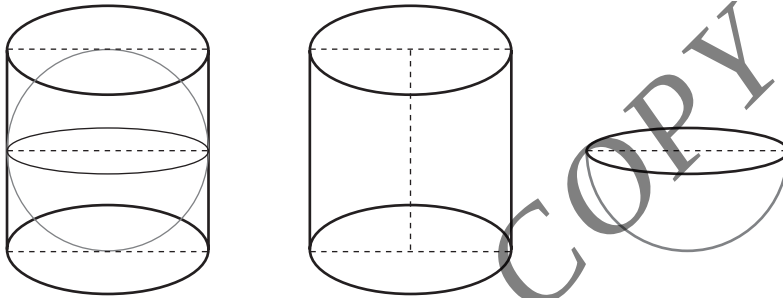
1. Bola dan tabung pasangannya yang terbuat dari kayu atau plastik.
2. Benda yang dapat ditakar, seperti beras, pasir, maupun kacang hijau.

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai pengantar, siswa diingatkan kembali tentang volume tabung dan limas.
2. Guru kemudian menunjukkan perbandingan volume bola terhadap volume tabung.

3. Sama seperti dengan pembuktian rumus pada volume tabung, untuk membuktikan rumus volume bola bisa juga dengan melalui cara induktif. Di sini, kita juga membuktikannya melalui peragaan dengan menakar menggunakan bola dan tabung pasangannya.

Yang dimaksud dengan tabung pasangan di sini adalah tabung yang luas alas dan tingginya sama dengan bola. Agar lebih memudahkan pengukuran bola dibelah menjadi dua bagian. Perhatikan gambar di bawah ini.



4. Mula-mula tabung diisi beras atau pasir sampai penuh. Selanjutnya, tuangkan isi tabung pada setengah bola, untuk menghitung perbandingan volume tabung dibandingkan dengan bola.

Dari hasil menakar didapatkan bahwa volume tabung sama dengan 3 kali volume setengah bola atau dapat diformulasikan dengan persamaan:

$$V_{\text{tabung}} = 3 \times V_{\text{setengah bola}} \quad \text{Atau} \quad V_{\text{setengah bola}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{tabung}}$$

$$V_{\text{bola}} = 2 \left(\frac{1}{3} \times V_{\text{tabung}} \right)$$

$$V_{\text{bola}} = \frac{2}{3} V_{\text{tabung}}$$

$$V_{\text{bola}} = \frac{2}{3} \times \pi r^2 t, \text{ karena } t = 2r, \text{ maka :}$$

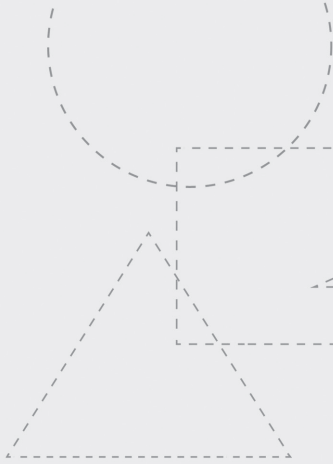
$$V_{\text{bola}} = \frac{2}{3} \times \pi r^2 (2r)$$

$$V_{\text{bola}} = \frac{2}{3} \times \pi r^3$$

$$V_{\text{bola}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Maka } V_{\text{bola}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

READING COPY



Bab XVII

Sistem Koordinat

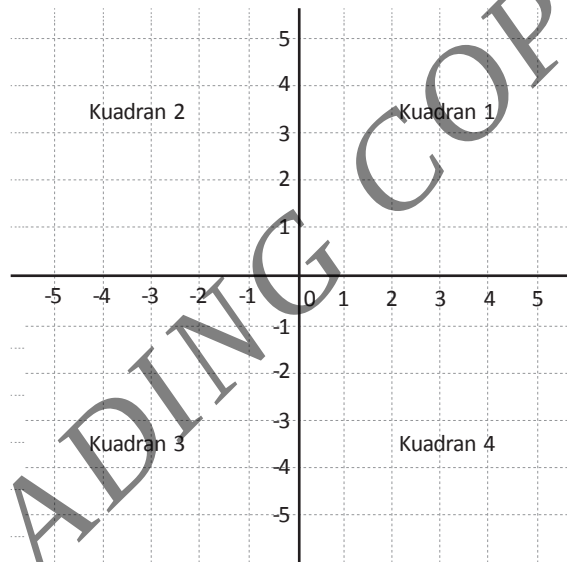
Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat memahami:

- A. Sistem Koordinat Kartesius
- B. Menentukan Koordinat Suatu Titik
- C. Jarak antara Dua Titik
- D. Gradien/Kemiringan Garis

A. Pengertian Sistem Koordinat Kartesius

Sistem koordinat kartesius digunakan untuk menentukan posisi atau letak dari sebuah titik pada suatu bidang datar. Posisi titik tersebut ditentukan oleh dua buah garis yang ditarik secara vertikal dan horizontal di mana titik pusatnya berada di 0 (titik asal). Garis horizontal disebut sumbu X, di mana X bernilai positif digambarkan mendatar ke kanan sedangkan X negatif digambarkan mendatar ke kiri. Sementara itu garis vertikal disebut dengan sumbu Y, di mana Y positif digambarkan ke atas dan Y negatif digambarkan ke bawah. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 17.1 Kuadran pada diagram kartesius

Nilai letak Suatu Koordinat:

Kuadran 1 koordinat x bernilai positif, dan koordinat y bernilai positif $\rightarrow (x,y)$

Kuadran 2 koordinat x bernilai negatif, dan koordinat y bernilai positif $\rightarrow (-x,y)$

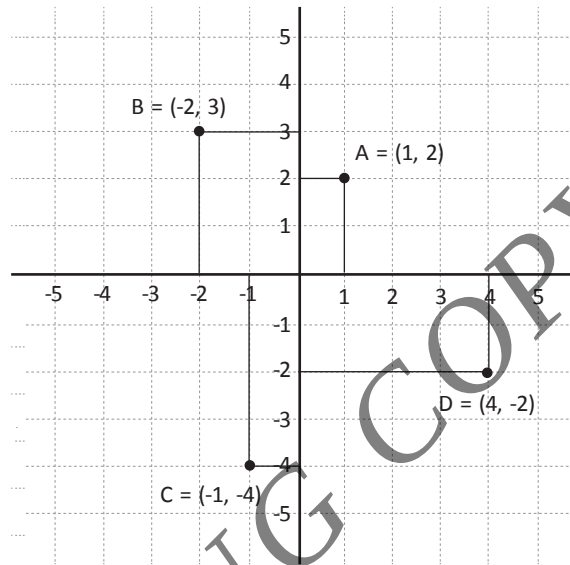
Kuadran 3 koordinat x bernilai negatif, dan koordinat y bernilai negatif $\rightarrow (-x,-y)$

Kuadran 4 koordinat x bernilai positif, dan koordinat y bernilai negatif $\rightarrow (x,-y)$

Keterangan : Koordinat x disebut juga dengan istilah *absis* dan koordinat y disebut dengan istilah *ordinat*. Absis merupakan unsur pertama dari pasangan terurut dari dua suku (x, y) pada sistem koordinat Kartesius dan ordinat merupakan unsur kedua dari pasangan terurut dari dua suku (x, y) pada sistem koordinat Kartesius.

B. Menentukan Koordinat Suatu Titik

Coba perhatikanlah gambar koordinat di bawah ini!



Gambar 17.2 Contoh titik-titik koordinat

Berdasarkan koordinat titik-titik di atas:

No	Koordinat Titik	Keterangan
1	A (1,2)	Titik A berjarak 1 satuan dan berada di sebelah kanan sumbu Y. Titik A berjarak 2 satuan dan berada di sebelah atas sumbu X.
2	B (-2,3)	Titik B berjarak 2 satuan dan berada di sebelah kiri sumbu Y. Titik B berjarak 3 satuan dan berada di sebelah atas sumbu X.
3	C (-1,-4)	Titik C berjarak 1 satuan dan berada di sebelah kiri sumbu Y. Titik C berjarak 4 satuan dan berada di sebelah bawah sumbu X.
4	D (4,-2)	Titik D berjarak 4 satuan dan berada di sebelah kanan sumbu Y. Titik D berjarak 2 satuan dan berada di sebelah bawah sumbu X.

Penanaman Konsep

Alat dan bahan yang dibutuhkan yaitu:

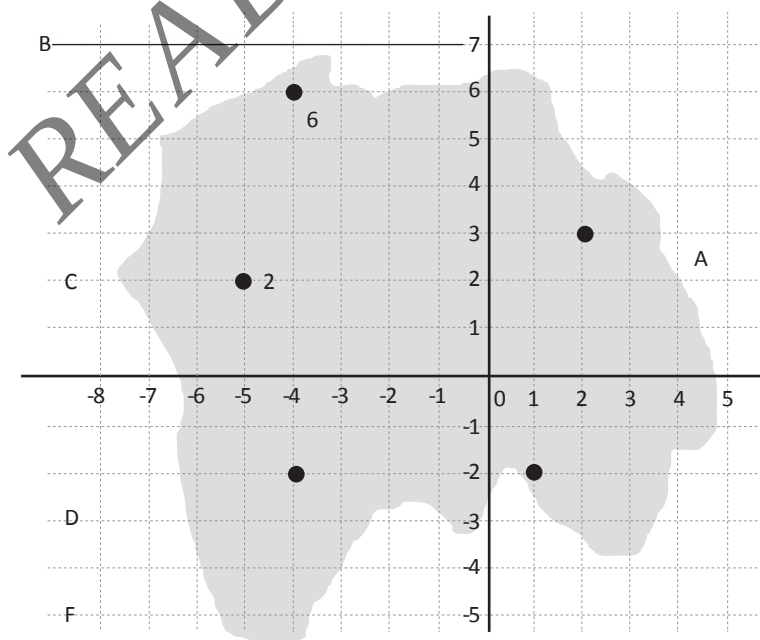
1. Kertas Berpetak
2. Pensil dan Penggaris

Kegiatan Pembelajaran

1. Sebagai kegiatan apersepsi, siswa diingatkan kembali tentang nilai letak suatu titik pada koordinat kartesius.
2. Guru memberikan LKS yang berkaitan dengan konsep letak titik pada koordinat kartesius.
3. Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok.
4. Siswa berdiskusi menyelesaikan LKS yang telah diberikan.
5. Siswa menyampaikan hasil diskusi di depan kelas.
6. Siswa bersama dengan guru membuat kesimpulan tentang materi yang telah dipelajari.

Berikut Contoh Soal pada Lembar Kerja Siswa

Perhatikan sketsa suatu pulau yang terdapat di Samudra Pasifik yang tampak pada gambar di bawah ini!



1. Dapatkah kamu menentukan koordinat tentukanlah pasangan koordinat untuk kota A, C, dan D.
2. Kota-kota manakah yang terletak pada $(-7,-4)$, $(-4,6)$ dan $(4,-3)$?
3. Jika tiap-tiap petak mewakili jarak 15 km. Tentukanlah!
 - a. Jarak dari kota D ke kota F.
 - b. Jarak dari kota B ke kota E.

C. Jarak Antara 2 titik

Cara mencari jarak antara dua titik, adalah sebagai berikut.

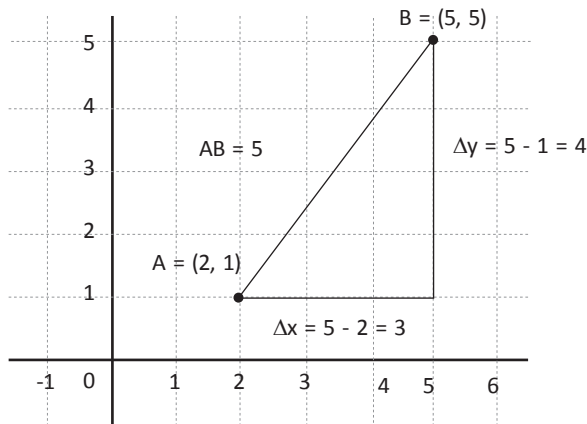
1. Ambillah koordinat dari dua titik yang ingin dicari jaraknya. Misalnya, koordinat titik A (x_1, y_1) dan titik B (x_2, y_2) .
2. Gunakanlah rumus jarak. Rumus ini menghitung panjang garis yang terbentang di antara dua titik. Titik 1 dan Titik 2. Jaraknya merupakan akar kuadrat dari kuadrat jarak horizontal ditambah kuadrat jarak vertikal di antara kedua titik.
3. Carilah jarak horizontal dan vertikal di antara dua titik. Pertama kurangkan (y_2, y_1) (untuk mencari jarak vertikalnya) ini dinamakan juga Δy , setelah itu kurangkan $(x_2 - x_1)$ (untuk mencari jarak horizontalnya) ini dinamakan juga Δx . Selanjutnya kita hitung dengan menggunakan teorema pitaghoras.
4. Kuadratkan kedua nilainya, yaitu menguadratkan jarak pada sumbu x dan menguadratkan jarak pada sumbu y secara terpisah. Hitunglah hasilnya dengan menggunakan Rumus Pitaghoras, adapun rumus Pitaghoras:

$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \text{ atau bisa juga ditulis } \overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Contoh Soal

Andi ingin melakukan perjalanan dari kota P ke kota Q, apabila koordinat P $(2,1)$ dan Q $(5,5)$ berapa jauh jarak antara kota P dan Q? (dalam km)

Jawab:



- Carilah jarak yang searah dengan sumbu y, untuk contoh titik-titik A. (2,1) dan B (5,5). Dengan (2,1) sebagai titik 1 dan (5,5) sebagai titik 2: $\Delta y = y_2 - y_1 = 5 - 1 = 4$. Ini berarti ada empat satuan jarak di antara kedua titik pada sumbu y.
- Carilah jarak yang searah dengan sumbu x, untuk contoh titik-titik (3,2) dan (7,8): $\Delta x = x_2 - x_1 = 5 - 2 = 3$. Ini berarti ada tiga satuan jarak yang memisahkan kedua titik pada sumbu x.
- Jumlahkan nilai kuadratnya.

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 AB &= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} \\
 AB &= \sqrt{25} \\
 AB &= 5
 \end{aligned}$$

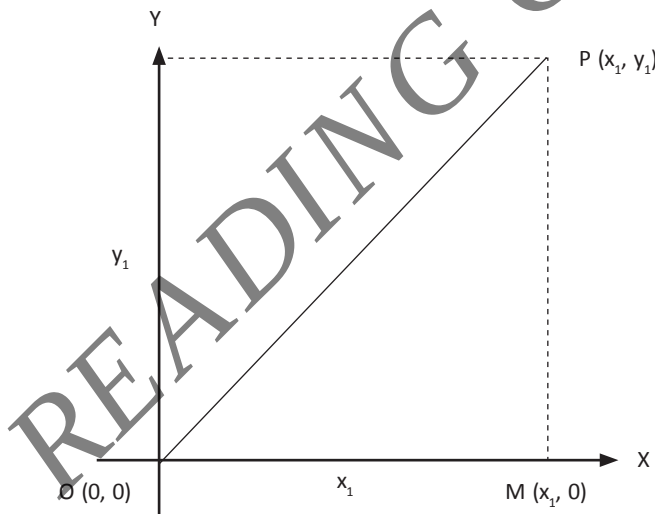
- Carilah akar kuadrat dari persamaan. Jarak linier di antara kedua titik merupakan akar kuadrat dari jumlah nilai kuadrat jarak pada sumbu x dan jarak pada sumbu y. jarak antara (2,1) dan (5,5) adalah akar dari 25 atau sekitar 5 satuan.

D. Gradien/Kemiringan Garis

Gradien yaitu perbandingan komponen y dan komponen x, atau disebut juga dengan kecondongan sebuah garis. Lambang dari suatu gradien yaitu huruf "m".

1. Gradien dari persamaan $ax + by + c = 0$
 $m = \frac{\text{komponen } x}{\text{komponen } y}$
2. Gradien yang melalui (0,0) dan titik (a,b)
 $m = \frac{b}{y}$
3. Gradien yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)
 $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ atau $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
4. Gradien garis yang saling sejajar (//)
 $m = \text{sama}$ atau jika dilambangkan adalah $m_1 = m_2$
5. Gradien garis yang saling tegak lurus (lawan dari kebalikan)
 $m = -1$ atau $m_1 \times m_2 = -1$

Misalnya $P(x_1, y_1)$ dan terletak di kuadran I hal ini berarti $x_1 > 0$ dan $y_1 > 0$



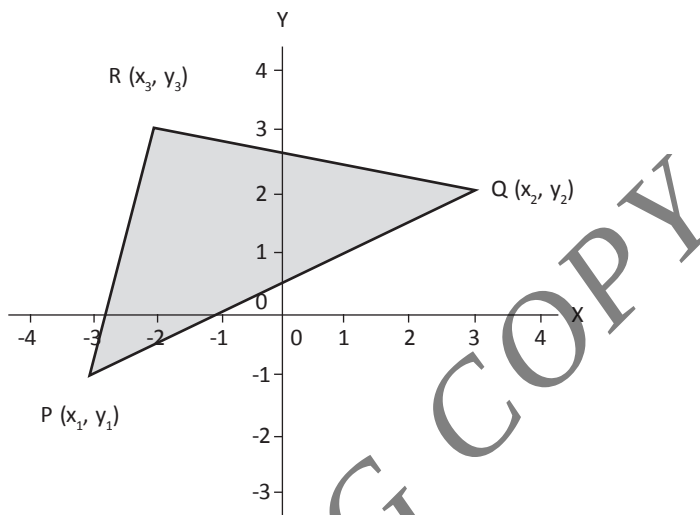
Berdasarkan gambar di atas, tampak suatu segitiga yaitu $\triangle OPM$ yang salah satu sudutnya siku-siku di titik M. Menurut teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned}
 OP^2 &= OM^2 + MP^2 \\
 &= (x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2 \\
 &= x_1^2 + y_1^2 \\
 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}
 \end{aligned}$$

atau ditulis dengan notasi $OP = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

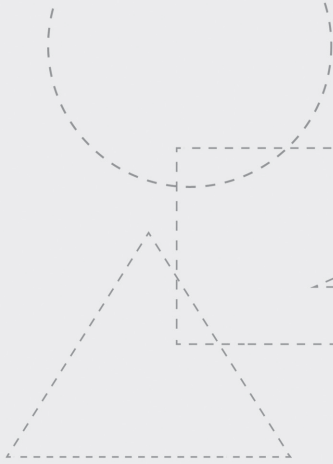
Rumus di atas dinamakan rumus jarak dua titik yang menghubungkan titik $O(0,0)$ dengan titik $P(x_1, y_1)$,

Selanjutnya perhatikan gambar berikut ini.



Gambar 3 di atas menunjukkan segitiga PQR yang masing-masing titik sudutnya yaitu $P(x_1, y_1)$ terletak pada kuadran II, $Q(x_2, y_2)$ terletak pada kuadran IV, $R(x_3, y_2)$ terletak pada kuadran III dan jarak masing-masing titik dinyatakan oleh:

1.
$$|PQ| = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$
$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
2.
$$|PR| = \sqrt{(x_R - x_P)^2 + (y_R - y_P)^2}$$
$$= \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$$
3.
$$|QR| = \sqrt{(x_R - x_Q)^2 + (y_R - y_Q)^2}$$
$$= \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_1)^2}$$



Bab XVIII

Statistik

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat

- A. Memahami pengertian statistik dan statistika
- B. Memahami macam-macam data statistika
- C. Memahami cara penyajian data
 - 1. Diagram batang
 - 2. Diagram lingkaran
 - 3. Diagram Gambar
 - 4. Diagram Garis
- D. Ukuran Pemusatan Data
 - 1. Mean (Rata-rata)
 - 2. Median (Nilai Tengah)
 - 3. Modus (Nilai Paling Banyak Muncul)
- E. Ukuran Penyimpangan Data
 - 1. Varians
 - 2. Simpangan Baku

A. Pengertian Statistik Dan Statistika

Istilah statistika sering kali kita temukan dalam kehidupan sehari-hari, pada saat kita menonton televisi barangkali kita sering mendengar jumlah peningkatan pengangguran di Indonesia, jumlah peningkatan penduduk dari desa menuju ke kota, jumlah angka kematian yang disebabkan virus dan lain-lain, segala bentuk penyajian data tersebut dapat digolongkan ke dalam statistika. Terdapat perbedaan antara statistik dan statistika. Kata statistik berasal dari kata Latin yaitu status yang berarti "negara" (dalam bahasa Inggris adalah *state*). Pada awalnya kata statistik diartikan sebagai keterangan-keterangan yang dibutuhkan oleh negara dan berguna bagi negara (Anto Dajan, *Pengantar Metode Statistik*). Misal keterangan mengenai jumlah keluarga penduduk suatu negara, keterangan mengenai usia penduduk suatu negara, keterangan mengenai pekerjaan penduduk suatu negara dan sebagainya. perkembangan lebih lanjut menunjukkan bahwa pengertian statistik merupakan suatu kumpulan angka-angka. Misalnya statistik kelahiran, statistik hasil pertanian, statistik penduduk, dan sebagainya.

Statistika dalam pengertian sebagai ilmu dibedakan menjadi dua yaitu:

1. Statistika deskriptif mempunyai tujuan untuk mendeskripsikan atau memberi gambaran objek yang diteliti sebagaimana adanya tanpa menarik kesimpulan atau generalisasi. Dalam statistika deskriptif ini dikemukakan cara-cara penyajian data dalam bentuk tabel maupun diagram, penentuan rata-rata (*mean*), modus, median, rentang serta simpangan baku. Contoh Statistik Deskriptif: Jumlah pertambahan produksi kopi di kabupaten.
2. Statistika inferensial (induktif) mempunyai tujuan untuk menarik kesimpulan. Sebelum menarik kesimpulan dilakukan suatu dugaan yang dapat diperoleh dari statistika deskriptif. Contoh statistika inferensial: (diberikan kepada pembaca).

B. Macam-Macam Data

1. Pengertian Data

Setiap kegiatan yang berkaitan dengan statistik, selalu berhubungan dengan data. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia pengertian data adalah keterangan yang benar dan nyata. Data adalah bentuk jamak dari datum. Datum adalah keterangan atau informasi yang diperoleh dari satu pengamatan sedangkan data

adalah segala keterangan atau informasi yang dapat memberikan gambaran tentang suatu keadaan. Dari contoh-contoh yang telah diberikan sebelumnya, dapat diperoleh bahwa tujuan pengumpulan data adalah:

- a. untuk memperoleh gambaran suatu keadaan;
- b. untuk dasar pengambilan keputusan.

2. Syarat Data yang Baik

Untuk memperoleh kesimpulan yang tepat dan benar maka data yang dikumpulkan dalam pengamatan harus nyata dan benar, demikian pula sebaliknya. Syarat data yang baik di antaranya sebagai berikut.

- a. Data harus objektif (sesuai dengan keadaan sebenarnya).
- b. Data harus mewakili (representatif).
- c. Data harus *up to date*.
- d. Data harus relevan dengan masalah yang akan dipecahkan.

Menurut sifatnya data dibagi dua, yaitu data kualitatif dan data kuantitatif.

- a. Data kualitatif adalah data yang tidak dalam bentuk angka, namun berkaitan dengan ukuran atau kualitas, contoh mutu barang di supermarket "X" bagus atau jelek.
- b. Data kuantitatif adalah data dalam bentuk angka yang digunakan untuk menggambarkan keadaan suatu peristiwa. Contoh data hasil ulangan mata pelajaran matematika siswa kelas enam di SD Garuda adalah 10,9,9,7,8,9,... dst.

Data kuantitatif dibedakan menjadi 2 yaitu:

- 1) Data diskrit

Data yang dikumpulkan merupakan hasil membilang, contoh Keluarga pak Amir mempunyai 3 anak laki-laki, Pak Yusuf memiliki 12 ekor kambing dan seterusnya.

- 2) Data kontinu

Data yang diperoleh dari hasil pengukuran, contoh berat badan siswa kelas enam 40,5 kg, 45 kg, 37 kg, 35 kg, 39 kg.

3. Pengumpulan Data

Pengumpulan data merupakan fungsi pertama dari statistika. Kegiatan pembelajaran pengumpulan data dapat dilakukan dengan pendekatan kombinasi dari metode pemberian tugas dan belajar kelompok. Contohnya adalah sebagai berikut.

- Guru memberikan apersepsi dan pengarahan kegiatan kali ini adalah mencatat banyaknya anggota keluarga siswa dari kelas VI di suatu SD.
- Guru membagi seluruh siswa dalam kelas menjadi beberapa kelompok, dengan setiap kelompok beranggotakan 4-5 anak.
- Setiap kelompok tersebut diberi tugas untuk mencatat tentang banyak anggota keluarganya dari kelompoknya sendiri.
- Selanjutnya hasil yang diperoleh setiap kelompok ditulis dalam bentuk tabel. Format tabel sudah diberi guru, sebagai berikut.

Tabel 18.1 Banyaknya Anggota Keluarga

Anak	Turus / Tally	Frekuensi
A	I	1
B	III	3
C	IIII	4
D	IIII II	9
E	IIII III	10
F	IIII II	7
G	IIII	4
H	II	2
I	II	2

C. PENYAJIAN DATA

Penyajian data dalam bentuk diagram meliputi: diagram batang, diagram lingkaran, diagram lambang, dan diagram garis.

1. Diagram Batang

Diagram batang adalah diagram berdasarkan data berbentuk kategori. Diagram ini banyak digunakan untuk membandingkan data maupun menunjukkan hubungan suatu data dengan data keseluruhan. Diagram ini penyajian datanya dalam bentuk batang, sebuah batang melukiskan jumlah tertentu dari data.

Contoh

Berikut ini disajikan Data Produksi Rempah-Rempah Koperasi "Makmur Sejahtera" pada 2012-2015, buatlah diagram batang berdasarkan data di bawah ini!

Tahun komoditi	Cengkeh	Pala	Kayu Manis
2012	4,3	2,4	2
2013	2,5	4,4	2
2014	3,5	1,8	3
2015	4,5	2,8	5

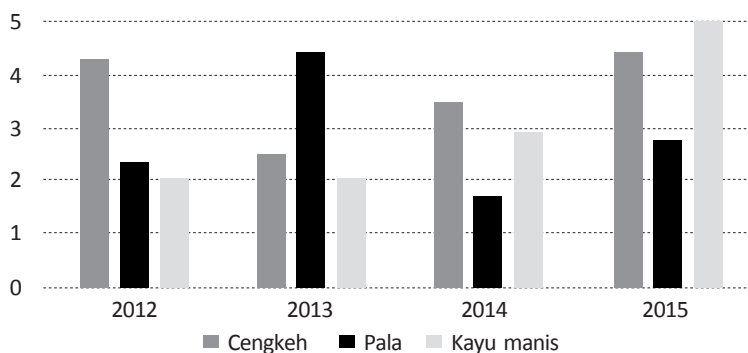
(dalam satuan Ton)

Langkah-langkah dasar dalam pembuatan diagram batang adalah sebagai berikut.

1. Buat sumbu mendatar dan sumbu tegak yang saling tegak lurus.
2. Sumbu mendatar dibagi menjadi beberapa skala bagian yang sama, demikian pula sumbu tegaknya: Skala pada sumbu mendatar dengan skala pada sumbu tegak tidak perlu sama.
3. Jika diagram batang dibuat tegak, maka sumbu mendatar menyatakan keterangan atau fakta mengenai kejadian (peristiwa). Sumbu tegak menyatakan frekuensi keterangan. (pada kasus di atas sumbu mendatar menyatakan tahun dan sumbu tegak menyatakan jumlah produksi).
4. Jika diagram batang dibuat secara horizontal, maka sumbu tegak menyatakan keterangan atau fakta mengenai peristiwa. Sumbu mendatar menyatakan frekuensi keterangan.
5. Tentukanlah tinggi batang berdasarkan frekuensi data tertentu.
6. Arsir batang yang memenuhi frekuensi data.
7. Beri judul diagram batang dan keterangan pendukung lainnya.

Maka hasil diagram batang dari data di atas adalah seperti di bawah ini.

**DATA PRODUKSI REMPAH-REMPAH KOPERASI
"MAKMUR SEJAHTERA"**



2. Diagram Lingkaran

Penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran didasarkan pada sebuah lingkaran yang dibagi-bagi dalam beberapa bagian sesuai dengan macam data dan perbandingan frekuensi masing-masing data yang disajikan.

Contoh

Tabel 18.2 Komposisi Karyawan di Suatu Perusahaan

Jenjang Pendidikan	Jumlah
Sarjana (S-1)	104
Magister (S-2)	36
Diploma (D3)	50
Doctor (S-3)	10
Total	200

Langkah-langkah dalam membuat diagram lingkaran adalah sebagai berikut.

1. Ubah nilai data absolut ke dalam bentuk persentase untuk masing-masing data.
2. Tentukan juring sudut dari masing-masing data yang ada dengan rumus:

$$\frac{f_x}{f_{x\text{total}}} \times 360^\circ$$

Di mana:

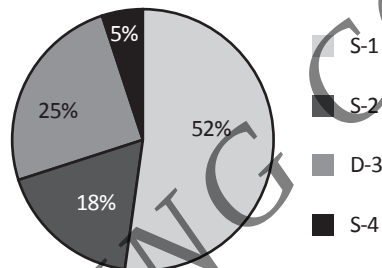
- a. Sarjana (S1) = $\frac{104}{200} \times 100\% = 52\% \rightarrow \frac{52}{100} \times 360^\circ = 187,2^\circ$
- b. Magister (S2) = $\frac{36}{200} \times 100\% = 18\% \rightarrow \frac{18}{100} \times 360^\circ = 64,8^\circ$
- c. Diploma (D3) = $\frac{50}{200} \times 100\% = 25\% \rightarrow \frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
- d. Doktor (S3) = $\frac{10}{200} \times 100\% = 5\% \rightarrow \frac{5}{100} \times 360^\circ = 18^\circ$

Salah satu syarat jawaban benar adalah bila jumlah keseluruhan ada 100%

3. Buat sebuah lingkaran dengan menggunakan jangka, ukuran lingkaran jangan terlalu besar dan jangan terlalu kecil.
4. Masukkan data yang pertama dengan menggunakan busur derajat dimulai dari titik tertinggi.

5. Masukkan data-data lainnya ke dalam lingkaran sesuai juring sudut data yang telah dihitung searah jarum jam.
6. Setiap data yang terdapat dalam lingkaran, hendaknya diberi arsir atau warna yang berbeda.
7. Masing-masing data yang terdapat dalam lingkaran diberi identitas:
 - a. Nama data disertai nilai persentasenya, atau
 - b. Nilai persentasenya saja, sedangkan nama data dicantumkan pada catatan tersendiri yang terletak di luar lingkaran disertai dengan arsir atau warna yang sesuai seperti yang terdapat di dalam lingkaran.

**KOMPOSISI PEGAWAI SUATU PERUSAHAAN XYZ
BERDASARKAN JENJANG LULUSAN**



3. Diagram Gambar (Lambang)

Diagram gambar sering dipakai untuk memperoleh gambaran kasar sesuatu peristiwa. Pada diagram ini sebuah gambar mewakili jumlah tertentu dari data. Lambang yang digunakan harus sesuai dengan objek yang diteliti. Misalnya data yang digunakan mengenai sejumlah siswa, maka lambang yang digunakan adalah gambar orang. Kesulitan yang sering dihadapi ialah ketika menggambarkan bagian gambar yang tidak sesuai dengan wakil gambar untuk jumlah tertentu.

Nilai Matematika Siswa Kelas VI

Nilai 5	   
Nilai 6	       
Nilai 7	         

Nilai 8	
Nilai 9	

Langkah-langkah dalam membuat diagram lambang adalah sebagai berikut.

1. Buat tiga buah kolom, dengan ketentuan sebagai berikut:
 - Kolom pertama berisi nama data/kategori.
 - Kolom kedua berisi lambang yang digunakan.
 - Kolom ketiga berisi frekuensinya.
2. Di bawah diagram diberi catatan berisi satu lambang yang mewakili sejumlah objek tertentu.
3. Tulis nama kategori pada kolom, gambarkan lambangnya pada kolom lambang dan tuliskan banyak datanya pada kolom frekuensinya.
4. Banyak lambang yang digambarkan tidak sama dengan banyak data yang ada.
5. Untuk kategori lainnya dapat dilakukan seperti kategori yang pertama.

4. Diagram Garis

Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data yang diperoleh dari waktu ke waktu secara teratur dengan interval waktu tertentu. Biasanya diagram garis dipergunakan untuk mengetahui perkembangan atau pertumbuhan dari suatu hal secara kontinu (berkelanjutan). Misalnya, pertumbuhan tinggi pohon mangga setiap bulan, perkembangan berat badan bayi setiap bulan, dan banyaknya curah hujan di suatu daerah dalam kurun waktu setahun.

Contoh

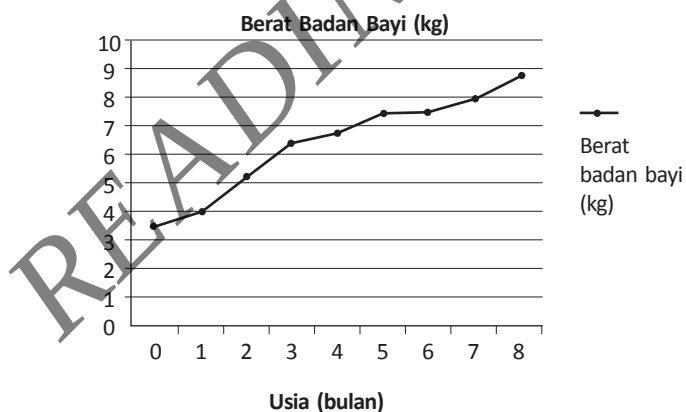
Berikut ini adalah tabel berat badan seorang bayi yang dipantau sejak lahir sampai berusia 8 bulan.

Usia (bulan)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Berat Badan (kg)	3,5	4	5,2	6,4	6,8	7,5	7,5	8	8,8

- a. Buatlah diagram garisnya.
- b. Pada usia berapa bulan berat badannya menurun?
- c. Pada usia berapa bulan berat badannya tetap?

Penyelesaian

- a. Langkah-langkah dalam membuat diagram garis adalah sebagai berikut:
 - 1) Untuk menggambar diagram garis yang diperlukan sumbu mendatar dan sumbu tegak yang saling tegak lurus.
 - 2) Sumbu mendatar biasanya menyatakan waktu, sedang sumbu tegak menyatakan frekuensi data.
 - 3) Dalam pembagian skala masing-masing sumbu tidak menggunakan skala yang sama.
 - 4) Gambar titik sesuai waktu dan frekuensi data.
 - 5) Jika semua data sudah disesuaikan pada masing-masing sumbu, maka akan terdapat sekumpulan titik-titik.
 - 6) Hubungkan titik-titik yang ada sehingga diperoleh suatu kurva.



- b. Tidak ada, berat badan bayi kontinu naik.
- c. Pada usia 5 dan 6 bulan berat badan bayi tetap.

E. Ukuran Pemusatan Data

Suatu ukuran nilai yang diperoleh dari nilai data observasi dan mempunyai kecenderungan berada di tengah-tengah nilai data observasi. Ukuran gejala pusat di pakai sebagai alat atau sebagai parameter untuk dapat digunakan sebagai bahan pegangan dalam menafsirkan suatu gejala atau suatu yang akan diteliti berdasarkan hasil pengolahan data yang dikumpulkan. Beberapa ukuran gejala pusat adalah:

1. Rata-rata (*mean*).
2. Median.
3. Modus.

1. Mean (Nilai rata-rata)

Mean adalah rata-rata hitung (mean aritmatika). Mean ini adalah salah satu ukuran pemusatan (tendensi sentral) yang sudah kita kenal dan paling sering digunakan dalam pengolahan data. Secara umum mean dari sekumpulan data adalah jumlah semua bilangan/data dibagi dengan banyaknya bilangan/data.

a. Mean Data Tunggal

Mean data tunggal dapat dituliskan dalam bentuk sederhana sebagai berikut.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

secara umum dapat ditulis:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Keterangan:

$\bar{X}$: mean

X_i : data ke i

n : banyak data

Contoh

Nilai UTS dari seorang siswa SD yang bernama Rani adalah sebagai berikut.

- Matematika : 8
- IPS : 8,5
- IPA : 7,5
- Olahraga : 9
- Bahasa Inggris : 7

Hitunglah nilai rata-rata dari hasil UTS Rani!

Jawab

Mean dari ulangan-ulangan tersebut adalah:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \\ &= \frac{8 + 8,5 + 7,5 + 9 + 7}{5} \\ &= \frac{40}{5} \\ &= 8\end{aligned}$$

b. Mean Data Berkelompok

Untuk Mean Data Berkelompok dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_i f_i}$$

Contoh

Nilai ulangan matematika siswa kelas V SD Cempaka sebagai berikut.

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	6	8	13	10	3

Tentukan Mean dari data di atas.

Jawab

Untuk menentukan meannya maka tabel tersebut diubah dan dilengkapi.

Nilai (x)	f	f.x
5	6	30
6	8	48
7	13	91
8	10	80
9	3	27
Jumlah	40	276

Nilai rata-rata (mean) ulangan matematika kelas XII IPA 3 adalah:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \\ &= \frac{276}{40} = 6,9\end{aligned}$$

c. Mean Distribusi Frekuensi

Untuk mencari mean apabila datanya dalam daftar distribusi frekuensi, maka rumusnya:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{n}$$

Keterangan:

$\bar{X}$: mean

f_i : frekuensi (banyaknya) data ke i

X_i : titik tengah interval data ke-i

n : banyak data

Contoh

Hitunglah mean dari data berat badan 50 siswa SD Perkasa berikut ini:

Berat	F
47 – 49	10
50 – 52	12
53 – 55	15
56 – 58	8
59 – 62	5

Tabel frekuensi tersebut di atas harus dilengkapi sebagai berikut.

Berat	f	Titik tengah (x)	f.x
47 – 49	10	48	480
50 – 52	12	51	612
53 – 55	15	54	810
56 – 58	8	57	456
59 – 62	5	60	300
Jumlah	50		2.658

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{n} = \frac{2.658}{50} = 51,36$$

Cara lain untuk menghitung mean data berkelompok adalah dengan menggunakan rata-rata sementara atau rata-rata duga kemudian dihitung dengan rumus:

$$\bar{X} = x_0 + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Keterangan:

$\bar{X}$: mean

f_i : frekuensi (banyaknya) data ke i

X_i : titik tengah interval data ke-i

n : banyak data

X_0 : rata-rata sementara

D : deviasi/simpangan

Contoh

Pada contoh sebelumnya jika dihitung dengan menggunakan rata-rata sementara dengan mengambil nilai rata-rata sementara $X_0 = 54$ adalah sebagai berikut

Berat	f	Titik tengah (x)	Deviasi (d)	f.d
47 – 49	10	48	-6	-60
50 – 52	12	51	-3	-36
53 – 55	15	54	0	0
56 – 58	8	57	3	24
59 – 62	5	60	6	30
Jumlah	50			-42

$$\bar{X} = x_0 + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{(-42)}{50} = 54 - 0,84 = 53,16$$

Keterangan:

- Sebaiknya pemilihan rata-rata sementara ditempatkan pada kelas yang frekuensinya terbanyak dan letaknya di tengah.
- Rata-rata sementara merupakan titik tengah interval pada kelas interval di mana deviasinya atau simpangannya 0.
- Menentukan deviasi berarti menentukan bilangan yang menunjukkan penyimpangan dari nilai rata-rata sementara.

2. Median (Nilai tengah)

Median adalah nilai yang membagi distribusi data menjadi dua bagian sama besar. Untuk mencari median, pertama data diurutkan dari yang terkecil ke yang terbesar, kemudian dicari letak median dengan aturan sebagai berikut.

Nilai median (Me) untuk data yang berjumlah ganjil (untuk n ganjil):

$$\text{Nilai median (Me): } \frac{n+1}{2}$$

Nilai median (Me) untuk data yang berjumlah genap (untuk n genap).

$$\text{Nilai median (Me): } \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Untuk data dalam daftar distribusi frekuensi:

$$Me = b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right)$$

Keterangan:

- b : batas bawah di mana median terletak
 p : panjang interval
 n : banyak data
 F : jumlah frekuensi sebelum median terletak
 f : frekuensi di mana median terletak.

a. Median Data Tunggal

Contoh

Tentukan median dari:

- 1) 8, 5, 6, 3, 6, 1, 6, 2, 4, 7, 5
- 2) 8, 5, 7, 9, 2, 1

Jawab

Sebelum menentukan median data harus diurutkan menjadi:

- 1) 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8

mediannya adalah 5

- 2) 1, 2, 5, 7, 8, 9

$$\text{median} = \frac{5+7}{2} = 6$$

b. Median Data Berbobot

Untuk menentukan median data berbobot sebaiknya menggunakan tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari atau sama dengan. Tabel ini selain untuk menunjukkan jumlah kumulatif data sampai nilai tertentu, juga sekaligus bisa untuk mengetahui posisi data (urutan data).

Contoh

Hitunglah nilai median dari data berikut :

Tabel Nilai ulangan bahasa kelas 3 SD Pertiwi

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	6	8	13	10	3

Jawab

Dibuat tabel frekuensi kumulatif sebagai berikut.

Nilai	f	F kom ≤	Urutan
5	6	6	1 – 6
6	8	14	7 – 14
7	13	27	15 – 27
8	10	37	28 – 37
9	3	40	38 – 40

Karena jumlah datanya 40 maka mediannya terletak antara data pada urutan ke 20 dan ke 21 sehingga:

$$\text{Median} = \frac{7+7}{2} = 7$$

c. Median Data Berkelompok

Untuk menentukan median data berkelompok ikuti langkah-langkah sebagai berikut.

- 1) Buatlah tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari.
- 2) Tentukan letak kelas median, dengan perhitungan:

$$\text{Letak kelas median} = \frac{1}{2}n, \quad n: \text{banyaknya data.}$$

- 3) Hitung median dengan rumus:

$$\text{Me} = b + p \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_{ka}}{f} \right)$$

Keterangan:

$\frac{1}{2}n$: letak kelas median

b : tepi bawah kelas median

fka : frekuensi kumulatif kelas di atasnya.

i : panjang interval kelas

f : Frekuensi kelas Median

Contoh

Hitunglah median dari data tentang berat badan 50 siswa SD Perkasa pada contoh di atas.

Jawab

Berat	F	f kom <
47 – 49	10	10
50 – 52	12	22
53 – 55	15	37
56 – 58	8	45
59 – 62	5	50
Jumlah	50	

$$\begin{aligned}\text{Letak kelas median} &= \frac{1}{2}n = \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25 \text{ (kelas ke-3)}\end{aligned}$$

$$\text{ka median} = 53,5 + \frac{25 - 22}{15} \times 3 = 53,5 + 0,6 = 54,1$$

3. Modus (Nilai Paling Banyak Muncul)

Modus dari sekumpulan data (bilangan) adalah data yang paling banyak muncul atau data yang mempunyai frekuensi yang terbanyak.

a. Modus Data Tunggal

Contoh

Tentukan modus dari:

- 1) 8, 5, 6, 3, 6, 1, 6, 2, 4, 7, 5

- 2) 8, 6, 5, 3, 6, 5, 6, 2, 5
 3) 8, 6, 5, 6, 5, 8, 6, 8, 5

Jawab

- 1) Modus = 6
 2) Modus = 6 dan 5
 3) Tidak ada modus

b. Modus Data Berbobot

Tentukan modus dari data tentang ulangan matematika kelas 3 SMK Perkasa di atas.

Jawab

Nilai	frek
5	6
6	8
7	13
8	10
9	3

Modus = 7 (mempunyai frekuensi paling banyak) .

c. Modus Data Berkelompok

Untuk menentukan modus data berkelompok dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- 1) Menentukan kelas modus: yaitu kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi.
 2) Menghitung modus dengan rumus:
 3) Untuk data dalam daftar distribusi frekuensi:

$$Mo = b + p \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

Keterangan:

b : batas bawah di mana modus terletak.

p : panjang interval.

Δ_2 : beda frekuensi pada interval modus dengan interval sebelumnya.

Δ_2 : beda frekuensi pada interval modus dengan interval sesudahnya.

Contoh

Hitunglah median dari data tentang berat badan 50 siswa SD Perkasa pada contoh di atas.

Jawab

Berat	F
47 – 49	10
50 – 52	12
53 – 55	15
56 – 58	8
59 – 62	5
Jumlah	50

Kelas modus adalah kelas ke-3.

$$Tb = 52,5$$

$$d_1 = 15 - 12 = 3$$

$$d_2 = 15 - 8 = 7$$

$$\begin{aligned}\text{Nilai Modus} &= 52,5 + \frac{3}{3+7} \times 3 \\ &= 52,5 + 0,9 = 53,4\end{aligned}$$

E. Ukuran Penyimpangan Data

Penggunaan ketiga nilai sentral (mean, median dan modus) memiliki ciri tersendiri. Mean merupakan nilai sentral yang dihitung dengan melibatkan semua data yang ada, kelemahannya sangat dipengaruhi oleh adanya nilai yang ekstrem (berbeda sangat jauh). Adapun nilai median hanya melihat data yang posisinya di tengah saja, setelah data diurutkan. Modus hanya melihat satu data, yaitu harga yang sering muncul (frekuensi tertinggi).

1. Varians

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Varians didefinisikan sebagai jumlah kuadrat simpangan tiap data terhadap mean dibagi dengan $(n-1)$, sedangkan simpangan baku adalah akar dari varians. Jika data dalam tabel distribusi frekuensi, maka rumusnya:

$$s^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}$$

Nilai varians juga dapat dihitung dengan menggunakan *raw score*:

$$s^2 = \frac{n \sum f_i x_i^2 - (\sum f_i x_i)^2}{n(n-1)}$$

2. Simpangan Baku

Simpangan baku untuk data sampel disebut S dan variansnya adalah S^2 , sedangkan simpangan baku untuk data populasi adalah σ (tho) dan variansnya σ^2 .

Contoh

Tentukan simpangan baku dari: 7, 5, 6, 2

$$\bar{X} = \frac{7+5+6+2}{4} = 5$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{(7-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (2-5)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{40+1+9}{4}} = \sqrt{\frac{14}{4}} = \sqrt{35} = 1,86 \end{aligned}$$

Contoh

Diketahui data sampel: 3, 5, 7, 8, 10, 10, 12, 14, 14, 14. Hitunglah simpangan bakunya.

Jawab

x	x^2	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
3	9	-6,7	44,89
5	25	-4,7	22,09
7	49	-2,7	7,29
8	64	-1,7	2,89
10	100	0,3	0,09
10	100	0,3	0,09
12	144	2,3	5,29
14	196	4,3	18,49
14	196	4,3	18,49
14	196	4,3	18,49
Σ	1079		

Masukanlah nilai yang didapat tabel tersebut ke dalam rumus:

$$s^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}$$

$$s^2 = \frac{10 \cdot (1079) - 97^2}{10(10-1)}$$

$$s^2 = 15,344$$

$$s = \sqrt{15,344} = 3,92$$

Jadi, simpangan bakunya adalah 3,92.

Contoh

Tentukan simpangan baku dari data sebagai berikut.

Nilai Data	f	x
3 – 5	2	4
6 – 8	2	7
9 – 11	3	10
12 – 14	3	13
Jumlah	10	

Jawab

Buatlah tabel bantuannya sebagai berikut.

Berat	f	x	x ²	f _i x _i	f _i x _i ²
3 – 5	2	4	16	8	32
6 – 8	2	7	49	14	98
9 – 11	3	10	100	30	300
12 – 14	3	13	169	39	507
Jumlah	10			97	937

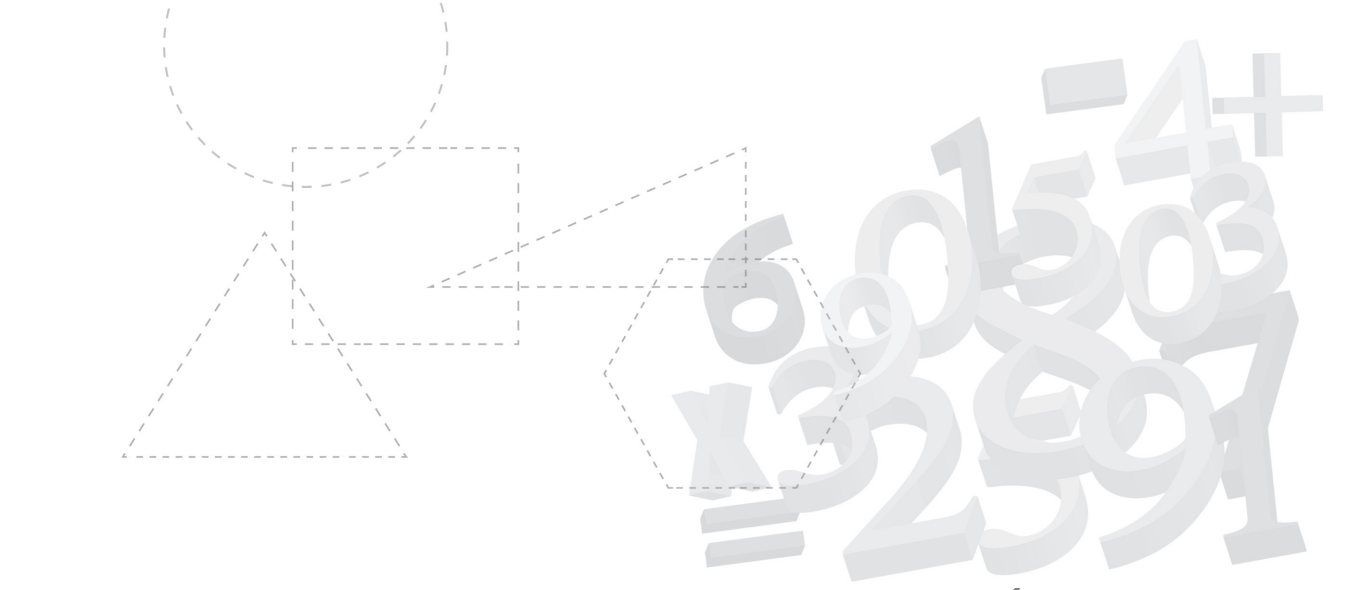
$$s^2 = \frac{n \sum f_i x_i - (\sum f_i x_i)^2}{n(n-1)}$$

$$s^2 = \frac{10.(937) - 97^2}{10(10-1)}$$

$$s^2 = 15,344$$

$$s = \sqrt{15,344}$$

$$s = 3,92$$



Daftar Pustaka

- _____ (2015). *Pendidikan Disiplin Ilmu Abad Ke-21: Sebuah Kajian Prospektif*. Penyunting: Fuad A. Hamied & Suryana. Bandung: UPI Press.
- Arends, R.I. (2007). *Learning to Teach*. New York: McGraw Hill Companies.
- Ashlock, R.B.(1994). *Error Patterns in Computation (Sixth Edition)*. New Jersey: Prentice Hall.
- Association of Mathematics Educators (2016). *Developing 21st Century Competencies in The Mathematics Classroom*. Pee Choon Toh & Berinderjeet Kaur (editors). Singapore: World Scientific
- Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bold, B. (1989). *The Mathematical Fun Fair*. Jakarta: Gramedia.
- Choon Hong, T., Riddington, M., and Grier, M. (2000). *New Mathematics Counts for Secondary Normal (Academic)*. Singapura: Federal.
- Copeland, R.W.(1979). *How Children Learn Mathematics: Teaching Implications of Piaget's Research (Third Edition)*. New York: Macmillan.
- Eggen. P. & Kauchak, D. (2012). *Strategie and Models for Teachers: Teaching Content and Thinking Skills*. Boston: Pearson Education.

- Eicholz, R.E., O'Daffer, P.G., dan Fleenor, C.R. (1998). *Addison-Wesley Mathematics Education*. New York: The Falmer.
- Freudenthal Institute (1991). *Realistic Mathematics Education in Primary School: On The Occasion of The Opening of The Freudenthal Institute*. Leen Streefland(editor), Utrecht: Freudenthal Institute.
- Hergenhahn, B.R., & Olson, M.H. (2008). *Theories of Learning*. London: Pearson Education.
- Heruman (2012). *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*. Bandung: Rosda
- Irianto, A. (2015). *Statistik, Konsep Dasar, Aplikasi dan Pengembangannya*. Jakarta: Prenadamedia Group.
- Japan Society of Mathematical Education. (2000). *Mathematics Education in Japan*. Odaka Toshio (Chief). Tokyo: JSME.
- Karso, dkk. (2010). *Pendidikan Matematika 1 (Modul UT)*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Moon, J. (2008). *Critical Thinking. An exploration of theory and practice*. London: Routledge.
- Mulyana, E. (2016). *Geometri untuk Siswa dan Guru*. Bandung: Rizqi Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Stephen Krulik dan Robert E. Reys (Eds.). Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1996). *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. Portia C. Elliot dan Margaret J. Kenney (Eds.). Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Ornstein, A.C., Levine, D.U., Gutek, G.L., Vocke, D.E. (2011). *Foundations of Education*. Belmont: Wadsworth.
- Permendikbud No. 20 Tahun 2016 tentang Standar Kompetensi Lulusan Pendidikan Dasar dan Menengah.
- Permendikbud No. 21 Tahun 2016 tentang *Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah*.

Permendikbud No. 22 Tahun 2016 tentang *Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah*.

Permendikbud No. 23 Tahun 2016 tentang *Standar Penilaian Pendidikan*.

Permendikbud No. 24 Tahun 2016 tentang *Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*.

Priatna, N. & Sukanto, T. (2013). *Pengembangan Profesi Guru*. Bandung: Remaja Rosdakarya

_____. (2010). *Smart in Math. Mathematics. Textbook for Primary School*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

_____. (2016). *Matematika untuk Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah Kelas IV*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

_____. (2017). *Matematika untuk Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah Kelas V*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

_____. (2018). *Matematika untuk Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah Kelas VI*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

Primalani, V., Quek, K., dan Foo, YF. (2004). *In Step Maths Textbook 4A*. Singapura: SNP Panpac.

Pujiati, D.N. (2010). *Pembelajaran Perpangkatan dan Penarikan Akar Bilangan di SD*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Pujiati, D.N. dan Sigit (2009). *Pembelajaran Pengukuran Luas Bangun Datar dan Volum Bangun Ruang di SD*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Reys, R.E., Suydam, M.N., dan Smith, N.L. (1998). *Helping Children Learn Mathematics (Fifth Edition)*. Boston: Allyn and Bacon.

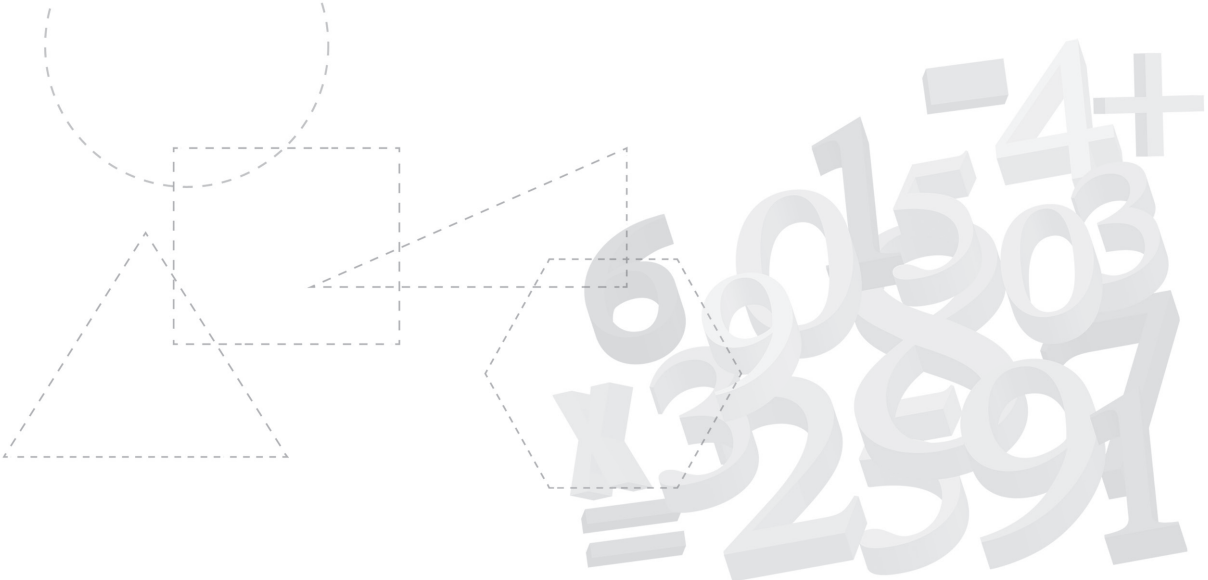
Riedesel, C.A., Schwartz, J.E., dan Clements, D.H. (1996). *Teaching Elementary School Mathematics (sixth Edition)*. Boston: Allyn and Bacon.

Ruseffendi, E.T. (2005). *Dasar-Dasar Matematika Modern dan Komputer untuk Guru (Edisi Kelima)*. Bandung: Tarsito.

_____. (2006). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Setyowinarni, E. & Harmini, S. (2011). *Matematika untuk PGSD*. Bandung: Rosda.

- Shadiq, F. (2002). *Alternatif Pembelajaran Geometri Datar di SD*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Skemp, R.R. (2009). *Psychology of Learning Mathematics*. New York: Routledge.
- Slavin, R.E. (2006). *Educational Psychology: Theory and Practice*. Boston: Pearson Education.
- Soon Leng, G. (2001). *Induksi Pintas UPSR Matematik*. Kuala Lumpur: Longman.
- Straker, A. (2009). *Exploring Maths*. London: Pearson Education.
- Sukayati (2002). *Pecahan*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Turmudi (2008). *Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika (Eksploratif dan Investigatif)*. Jakarta: Leuseur Cita Pustaka.
- Van de Walle (2006). *Matematika Pengembangan & Pengajaran*. Jakarta: Erlangga.
- Wahyudin (2008). *Pembelajaran & Model-Model Pembelajaran*. Bandung: Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA UPI.
- Yuliardi, R. (2016). *Statistika dan SPSS*. Yogyakarta: Graha Ilmu.



Glosarium

- Absis** (bahasa Inggris: *abscissa*; bentuk jamak *abscissae*, *abscissæ* atau *abscissas*), di dalam matematika, adalah jarak tegak lurus suatu titik dari sumbu-y. Absis merupakan unsur pertama dari pasangan terurut dari dua suku (x, y) pada sistem koordinat Kartesius
- Aksioma** dalam matematika disebut juga *postulat*. Akan tetapi, aksioma dalam matematika bukan berarti proposisi yang terbukti dengan sendirinya. Melainkan, suatu titik awal dari sistem logika. Misalnya, $1+1=2$.
- Bidang** permukaan datar dan dua dimensi. Sebuah bidang adalah analog dua dimensi dari titik (nol dimensi), garis (satu dimensi) dan ruang (tiga dimensi).
- Bilangan** suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Dalam matematika, konsep bilangan telah diperluas meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks.
- Bilangan Asli** bilangan bulat positif yang dimulai dengan angka satu (1) sampai tak terhingga.

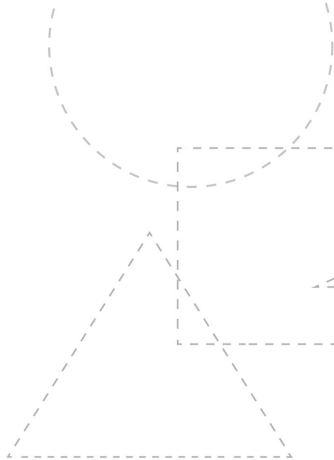
Bilangan Cacah	bilangan bulat positif yang dimulai dari angka nol (0) sampai dengan tak terhingga.
Bilangan Bulat	semua bilangan selain pecahan atau desimal, terdiri dari bilangan bulat positif, nol dan bilangan bulat negatif.
Bilangan Pecahan	bilangan yang terdiri dari pembilang dan penyebut.
Bilangan Kuadrat	bilangan yang dihasilkan dari perkalian suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri sebanyak dua kali dan disimbolkan dengan pangkat 2.
Deduksi	metode deduksi adalah proses penalaran dari satu atau lebih pernyataan umum (premis) untuk mencapai kesimpulan logis tertentu
FPB	Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari dua bilangan adalah bilangan bulat positif terbesar yang dapat membagi habis kedua bilangan itu. Dalam bahasa Inggris FPB dikenal dengan <i>Greatest Common Divisor</i> (GCD), sering juga disebut sebagai <i>Greatest Common Factor</i> (GCF) atau <i>Highest Common Factor</i> (HCF)
Garis	bentuk geometri yang dilukiskan oleh sebuah titik yang bergerak. [1] Garis hanya mempunyai satu dimensi yaitu panjang.
Garis Bagi Segitiga	garis bagi dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut segitiga ke sisi di hadapannya dan membagi sudut tersebut menjadi dua sama besar
Garis Tinggi segitiga	garis tinggi dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi di hadapannya secara tegak lurus (membentuk sudut siku-siku)
Garis Sumbu	garis sumbu dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik pada segitiga dengan sisi di hadapannya dan membagi sisi tersebut menjadi dua bagian sama panjang secara tegak lurus

Garis Berat	garis berat dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi di hadapannya dan membagi sisi tersebut menjadi dua bagian sama panjang
Induksi	bentuk pembuktian yang membuat generalisasi berdasarkan argumen-argumen/ pernyataan umum (premis)
Jaring-Jaring	pembelahan sebuah bangun yang berkaitan sehingga jika digabungkan akan menjadi sebuah bangun ruang tertentu.
KPK	kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari dua bilangan adalah bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi habis oleh kedua bilangan itu. Dalam bahasa Inggris KPK dikenal dengan <i>Least Common Multiple</i> (LCM), sering juga disebut sebagai <i>Lowest Common Multiple</i> (LCM) atau <i>Smallest Common Multiple</i> (SCM)
Luas Daerah	suatu bangun dua dimensi dapat dihitung dengan menggunakan elemen satuan luas berupa persegi (atau bentuk lain) yang diketahui ukurannya. Luas bangun yang akan diukur merupakan jumlah elemen satuan luas yang menutupinya. Untuk bangun-bangun yang memiliki keteraturan terdapat rumus-rumus yang dapat digunakan bergantung pada karakteristik bangun dua dimensi yang dimaksud.
Luas permukaan	luasan, atau area adalah besaran yang menyatakan ukuran dua dimensi (dwigatra) suatu bagian permukaan yang dibatasi dengan jelas, biasanya suatu daerah yang dibatasi oleh kurva tertutup. Luas permukaan menyatakan luasan permukaan suatu benda padat tiga dimensi.
Mean	rata-rata adalah suatu bilangan yang mewakili sekumpulan data.
Median	atau nilai tengah adalah salah satu ukuran pemusatan data, yaitu, jika segugus data diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar atau yang terbesar sampai yang terkecil, nilai pengamatan yang tepat di tengah-tengah bila jumlah datanya ganjil, atau rata-rata kedua pengamatan yang di tengah bila banyaknya pengamatan genap.

Modus	data yang paling sering muncul atau yang memiliki frekuensi terbanyak.
Ordinat	Ordinat (bahasa Inggris: <i>ordinate</i>), di dalam matematika, adalah jarak tegak lurus suatu titik dari sumbu-x. Ordinat merupakan unsur kedua dari pasangan terurut dua suku (x, y) untuk mengalamatkan suatu titik, di dalam sumbu sistem koordinat tegak lurus tetap (dalam sistem koordinat Kartesius).
Ruas Garis	adalah sebagian dari garis yang dibatasi oleh dua titik ujung yang berbeda, dan memuat semua titik pada garis di antara ujung-ujungnya.
Segitiga	nama suatu bentuk yang dibuat dari tiga sisi yang berupa garis lurus dan tiga sudut.
Simetri	sebuah karakteristik dari bidang geometri, persamaan dan objek lainnya. Kita dapat katakan bahwa objek yang simetri akan mematuhi operasi simetri.
Simetri lipat	jumlah lipatan yang dapat dibentuk oleh suatu bidang datar menjadi 2 bagian yang sama besar.
Simetri putar	jumlah putaran yang dapat dilakukan terhadap suatu bangun datar di mana hasil putarannya akan membentuk pola yang sama sebelum diputar, namun bukan kembali ke posisi awal
koordinat kartesius	koordinat Kartesius dalam dua dimensi umumnya didefinisikan dengan dua sumbu yang saling bertegak lurus antar satu dengan yang lain, yang keduanya terletak pada satu bidang (bidang xy). Sumbu horizontal diberi label x , dan sumbu vertikal diberi label y . Pada sistem koordinat tiga dimensi, ditambahkan sumbu yang lain yang sering diberi label z
Simpangan baku	atau deviasi standar adalah ukuran sebaran statistik yang paling lazim. Singkatnya, ia mengukur bagaimana nilai-nilai data tersebar. Bisa juga didefinisikan sebagai, rata-rata jarak penyimpangan titik-titik data diukur dari nilai rata-rata data tersebut.

Statistika	ilmu yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data. Singkatnya, statistika adalah ilmu yang berkenaan dengan data. Istilah 'statistika' (bahasa Inggris: <i>statistics</i>) berbeda dengan 'statistik' (<i>statistic</i>). Statistika merupakan ilmu yang berkenaan dengan data, sedang statistik adalah data, informasi, atau hasil penerapan algoritma statistika pada suatu data.
Sudut	sudut dalam geometri adalah besaran rotasi suatu ruas garis dari satu titik pangkalnya ke posisi yang lain. Selain itu, dalam bangun dua dimensi yang beraturan, sudut dapat pula diartikan sebagai ruang antara dua buah ruas garis lurus yang saling berpotongan.
Titik	suatu entitas yang mempunyai lokasi dalam ruang atau bidang, tetapi tidak mempunyai rentang, lebih umum, suatu elemen dalam ruang topologi abstrak.
Varians	varians (dari bahasa Inggris: <i>variance</i>) atau ragam suatu peubah acak (atau distribusi probabilitas) adalah ukuran seberapa jauh sebuah kumpulan bilangan tersebar. Varians nol mengindikasikan bahwa semua nilai sama.
Volume	Volume atau bisa juga disebut kapasitas adalah penghitungan seberapa banyak ruang yang bisa ditempati dalam suatu objek.

READING COPY



Indeks

A

Absis 242, 275
Aksioma 134, 275

B

Bidang 133, 136, 137, 140, 204, 211, 212, 213, 275, 298
Bilangan Asli 25, 29, 275
bilangan bulat 13, 15, 28, 29, 32, 60, 78, 79, 86, 87, 109, 275, 276, 277, 326, 327
Bilangan Cacah 26, 29, 31, 32, 38, 43, 52, 59, 276
Bilangan Pecahan 29, 65, 66, 276

D

Deduksi 16, 276

G

Garis 19, 24, 28, 33, 34, 40, 44, 53, 133, 136, 137, 138, 145, 146, 147, 148, 211, 212, 213, 242, 246, 249, 256, 276, 277, 278
Garis Bagi Segitiga 146, 276
Garis Berat 148, 277
Garis Sumbu 147, 276
Garis Tinggi segitiga 276

I

Induksi 274, 277

J

Jaring-Jaring 204, 210, 277

K

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) 110
Koordinat Kartesius 241, 242

L

luas daerah 45, 135, 166, 168, 170, 173,
176, 179, 181, 217, 219, 221, 307,
326, 330

M

mean 250, 258, 260, 261, 267, 268, 307,
327, 334, 338
median 250, 262, 263, 264, 265, 267, 327,
334, 337, 338
modus 250, 265, 266, 267, 307, 327, 334,
337, 338

O

ordinat 242

R

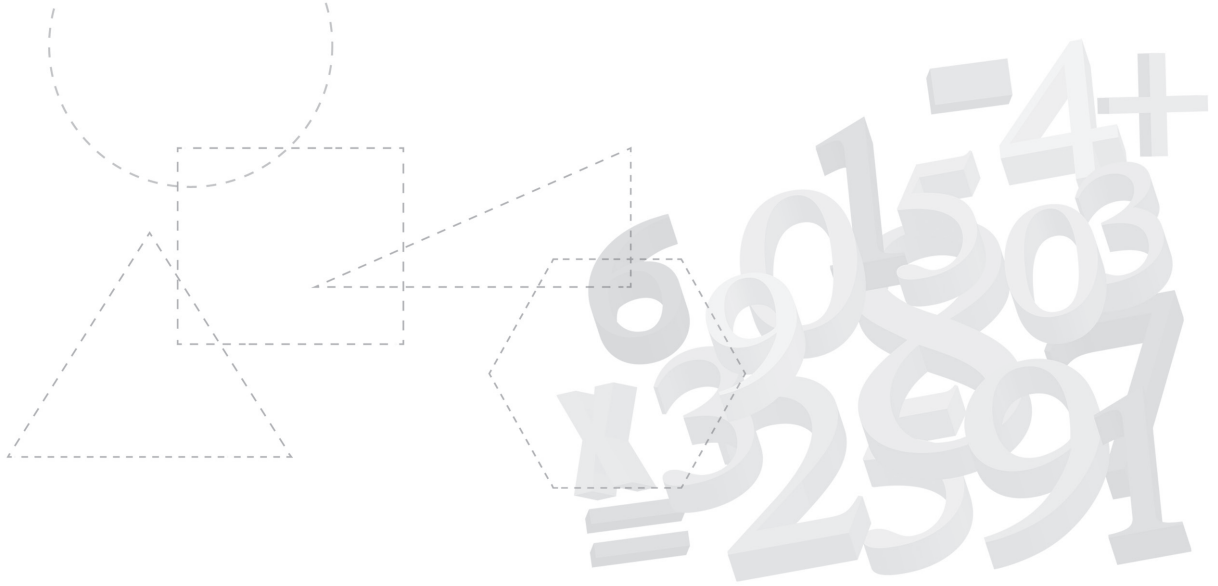
Ruas Garis 278

S

Segitiga 133, 141, 142, 143, 144, 145, 146,
147, 149, 154, 155, 156, 161, 162,
165, 173, 187, 188, 192, 195, 203,
209, 211, 223, 276, 278
Simetri lipat 184, 187, 188, 189, 190, 278
Simetri putar 193, 278
Simpangan baku 268, 278
Statistika 250, 274, 279, 341
Sudut 113, 114, 116, 133, 139, 142, 143,
156, 157, 161, 205, 206, 207, 279

V

Varians 249, 268, 279
Volume 10, 124, 215, 216, 218, 219, 220,
222, 223, 226, 227, 228, 229, 232,
236, 237, 238, 279, 332, 333



Lampiran 1

Perencanaan Pembelajaran Matematika

A. Perencanaan dan Pengelolaan Pembelajaran Matematika

Permendiknas Nomor 16 tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru menyatakan bahwa salah satu kompetensi guru adalah kompetensi pedagogik. *Kompetensi pedagogik* merupakan kemampuan mengelola pembelajaran siswa yang meliputi pemahaman terhadap siswa, perancangan dan pelaksanaan pembelajaran, evaluasi hasil belajar, dan pengembangan siswa untuk mengaktualkan berbagai potensi yang dimilikinya.

Agar guru dapat melaksanakan tugas pengelolaan pembelajaran matematika di kelas secara baik, secara berurutan tugas guru adalah sebagai berikut.

1. Menyusun Silabus

Silabus merupakan acuan penyusunan kerangka pembelajaran untuk setiap bahan kajian mata pelajaran. Silabus dikembangkan berdasarkan Standar Kompetensi Lulusan dan Standar Isi untuk satuan pendidikan dasar dan menengah sesuai dengan pola pembelajaran pada setiap tahun ajaran tertentu. Silabus digunakan sebagai acuan dalam pengembangan rencana pelaksanaan

pembelajaran. Berdasarkan Permendikbud Nomor 22 Tahun 2016 tentang Standar Proses, silabus paling sedikit memuat hal-hal berikut ini.

- a. Identitas mata pelajaran (khusus SMP/MTs/SMPLB/Paket B dan SMA/MA/SMALB/SMK/MAK/Paket C/Paket C Kejuruan).
- b. Identitas sekolah meliputi nama satuan pendidikan dan kelas.
- c. Kompetensi inti, merupakan gambaran secara kategorial mengenai kompetensi dalam aspek sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang harus dipelajari siswa untuk suatu jenjang sekolah, kelas dan mata pelajaran.
- d. Kompetensi dasar, merupakan kemampuan spesifik yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang terkait muatan atau mata pelajaran.
- e. Tema (khusus SD/MI/SDLB/Paket A).
- f. Materi pokok, memuat fakta, konsep, prinsip, dan prosedur yang relevan, dan ditulis dalam bentuk butir-butir sesuai dengan rumusan indikator pencapaian kompetensi.
- g. Pembelajaran, yaitu kegiatan yang dilakukan oleh guru dan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan.
- h. Penilaian, merupakan proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk menentukan pencapaian hasil belajar siswa.
- i. Alokasi waktu sesuai dengan jumlah jam pelajaran dalam struktur kurikulum untuk satu semester atau satu tahun.
- j. Sumber belajar, dapat berupa buku, media cetak dan elektronik, alam sekitar atau sumber belajar lain yang relevan.

2. Menyusun dan Mengembangkan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran memuat identitas sekolah, identitas mata pelajaran atau tema/subtema, kelas/semester, materi pokok, alokasi waktu, tujuan pembelajaran, kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi, materi pembelajaran, metode pembelajaran, media pembelajaran, sumber belajar, langkah-langkah pembelajaran (tahapan pendahuluan, inti, penutup), dan penilaian hasil pembelajaran (Permendikbud Nomor 22 Tahun 2016 tentang Standar Proses). Berikut ini contoh pembuatan RPP mata pelajaran Matematika Kelas V semester 1.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Sekolah	:	SDN
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kelas/Semester	:	V/1
Materi Pokok	:	Perkalian dan pembagian pecahan dan desimal
Alokasi Waktu	:	4 x 35 menit
Kompetensi Inti		
KI-1	:	Menerima, menjalankan, dan menghargai ajaran agama yang dianutnya.
KI-2	:	Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, guru, dan tetangganya serta cinta tanah air.
KI-3	:	Memahami pengetahuan faktual dan konseptual dengan cara mengamati, menanya, dan mencoba berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah, dan tempat bermain .
KI-4	:	Menyajikan pengetahuan faktual dan konseptual dalam bahasa yang jelas, sistematis, logis dan kritis, dalam karya yang estetis, dalam gerakan yang mencerminkan anak sehat, dan dalam tindakan yang mencerminkan perilaku anak beriman dan berakhlak mulia

3. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian kompetensi

Kompetensi Dasar Pengetahuan		Kompetensi Dasar Pengetahuan	
3.2	Menjelaskan dan melakukan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal.	4.2	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal.
Indikator Pencapaian Kompetensi		Kompetensi Dasar Keterampilan	
3.3.1	Menghitung perkalian pecahan dan desimal.	4.3.1	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan perkalian pecahan dan desimal.
3.3.2	Menghitung pembagian pecahan dan desimal.	4.3.2	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan pembagian pecahan dan desimal.

4. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran siswa dapat:

- Memahami perkalian pecahan dan desimal.
- Memahami pembagian pecahan dan desimal.
- Menyelesaikan masalah perkalian dan pembagian pecahan dan desimal.

5. Materi Pembelajaran

Materi Pokok

- Perkalian dan pembagian pecahan dan desimal

6. Metode Pembelajaran

Pendekatan : Saintifik

Metode Pembelajaran : Diskusi kelompok, diskusi kelas

Model Pembelajaran : *Discovery Learning*

7. Media Pembelajaran

Media/Alat:

- Lembar Kerja Siswa
- Lembar penilaian

8. Sumber Belajar

- Priatna, N. (2017). Buku *Matematika untuk Siswa Kelas V SD*. Bandung: Grafindo Media Pratama.
- Buku lain yang relevan

9. Langkah-langkah Pembelajaran

Pertemuan Ke-1 (4 x 35 menit)		Waktu
Kegiatan Pendahuluan Guru: Orientasi - Melakukan pembukaan dengan salam pembuka dan berdoa untuk memulai pembelajaran (PPK Religius). - Memeriksa kehadiran siswa sebagai sikap disiplin (PPK Disiplin). - Menyiapkan fisik dan psikis siswa dalam mengawali kegiatan pembelajaran. Apersepsi - Mengaitkan materi/kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman siswa dengan materi/kegiatan sebelumnya, yaitu: <i>operasi hitung pecahan</i>. - Mengingatnkan kembali materi prasyarat dengan bertanya. - Mengajukan pertanyaan yang ada keterkaitannya dengan pelajaran yang akan dilakukan. Motivasi - Memberikan gambaran tentang manfaat mempelajari operasi hitung pecahan dan desimal dalam kehidupan sehari-hari. - Apabila kegiatan pembelajaran ini dikerjakan dengan baik dan sungguh-sungguh, maka siswa diharapkan dapat memahami materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>. - Menyampaikan tujuan pembelajaran. - Mengajukan pertanyaan. Pemberian Acuan - Memberitahukan materi pelajaran yang akan dibahas pada pertemuan saat itu. - Memberitahukan tentang kompetensi inti, kompetensi dasar, indikator pencapaian kompetensi. - Pembagian kelompok belajar - Menjelaskan mekanisme pelaksanaan pengalaman belajar sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran.		15 menit
Kegiatan Inti		
Sintak Model Pembelajaran	Kegiatan Pembelajaran	
Stimulation (stimulasi/ pemberian rangsangan)	Kegiatan Literasi Pemberian motivasi atau rangsangan terhadap siswa untuk memusatkan perhatian pada materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> dengan cara: Membaca Peserta didik membaca tujuan pembelajaran yang ada di LKS.	

	• Mengamati Secara berkelompok peserta didik membaca tugas yang ada di LKS (PPK Kerja sama). • Mendengar Peserta didik mendengarkan keterangan dari guru yang tentang cara menentukan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal dengan menggunakan gambar. • Menyimak Siswa menyimak penjelasan pengantar kegiatan secara garis besar tentang <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> untuk melatih kesungguhan, ketelitian, mencari informasi (PPK tanggung jawab). • Menulis Menulis resume dari hasil, membaca, mengamati, mendengar, dan menyimak sebagai penguatan literasi.	
<i>Problem statement</i> (pertanyaan/ identifikasi masalah)	<i>Critical Thinking</i> (Berpikir Kritis) Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin pertanyaan yang berkaitan dengan gambar yang disajikan dan akan dijawab melalui kegiatan belajar, contohnya: • Mengajukan pertanyaan tentang materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> yang tidak dipahami dari apa yang diamati atau pertanyaan untuk mendapatkan informasi tambahan tentang apa yang diamati (dimulai dari pertanyaan faktual sampai ke pertanyaan yang bersifat hipotetik) untuk mengembangkan kreativitas, rasa ingin tahu, kemampuan merumuskan pertanyaan untuk membentuk pikiran kritis yang perlu untuk hidup cerdas dan belajar sepanjang hayat.	
<i>Problem statement</i> (pertanyaan/ identifikasi masalah)	Siswa mengumpulkan informasi yang relevan untuk menjawab pertanyaan yang telah diidentifikasi melalui LKS dengan: • Mengumpulkan informasi - Siswa di dalam kelompok mengumpulkan informasi berdasarkan tugas 1 yang ada di LKS (Collaboration). - Siswa aktif berdiskusi di dalam kelompok dengan bimbingan guru. - Siswa dalam mengumpulkan informasi dibantu dengan sumber lain.	

	• Saling tukar informasi tentang materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> dengan ditanggapi aktif oleh siswa dari kelompok lainnya sehingga diperoleh sebuah pengetahuan baru yang dapat dijadikan sebagai bahan diskusi kelompok, dengan menggunakan metode ilmiah yang terdapat pada buku siswa atau LKS yang disediakan untuk mengembangkan sikap teliti, jujur, sopan, menghargai pendapat orang lain, kemampuan berkomunikasi, menerapkan kemampuan mengumpulkan informasi melalui berbagai cara yang dipelajari, mengembangkan kebiasaan belajar dan belajar sepanjang hayat.	
<i>Data collection</i> (pengumpulan data)	Collaboration (Kerjasama) dan Critical Thinking Siswa dalam kelompoknya berdiskusi mengolah data hasil pengamatan dengan cara: • Berdiskusi tentang informasi materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> yang sudah dikumpulkan/terangkum dalam kegiatan sebelumnya.	
	• Mengolah informasi materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> yang sudah dikumpulkan dari hasil kegiatan sebelumnya maupun hasil dari kegiatan mengamati dan kegiatan mengumpulkan informasi yang sedang berlangsung dengan bantuan pertanyaan-pertanyaan pada LKS. Siswa mengerjakan beberapa soal mengenai materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>.	
<i>Verification</i> (pembuktian)	Critical Thinking Siswa mendiskusikan, mengolah data, hasil pengamatannya dan memverifikasi hasil pengamatannya dengan data atau teori pada buku sumber melalui kegiatan: • Menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada pengolahan informasi yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber untuk mengembangkan sikap jujur, teliti, disiplin, taat aturan, kerja keras, kemampuan menerapkan prosedur dan kemampuan berpikir induktif serta deduktif dalam membuktikan materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> antara lain secara bersama-sama membahas jawaban soal-soal yang telah dikerjakan oleh siswa yang ada pada LKS.	

<i>Generalization</i> (menarik kesimpulan)	<i>Communication</i> (Mengomunikasikan) Siswa berdiskusi untuk menyimpulkan - Menyampaikan hasil diskusi tentang materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> berupa kesimpulan berdasarkan hasil analisis secara lisan, tertulis, atau media lainnya yang melibatkan bilangan pecahan dan desimal secara jujur, teliti, toleransi, sistematis, dengan mengungkapkan pendapat dengan sopan. - Mempresentasikan hasil diskusi kelompok secara klasikal tentang materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>. - Mengemukakan pendapat atas presentasi yang dilakukan tentang materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> dan ditanggapi oleh kelompok yang mempresentasikan <i>Creativity</i> (Kreativitas). - Menyimpulkan tentang <i>point-point</i> penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran yang baru dilakukan berupa laporan hasil pengamatan secara tertulis tentang <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>	
	- Menjawab pertanyaan tentang <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> yang terdapat pada LKS tugas 2. - Bertanya tentang hal yang belum dipahami, atau guru melemparkan beberapa pertanyaan kepada siswa berkaitan dengan materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>. - Menyelesaikan uji kompetensi untuk materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i> yang terdapat pada buku siswa atau pada LKS yang telah disediakan secara individu untuk mengecek penguasaan siswa terhadap materi pelajaran.	
Catatan: Selama pembelajaran perkalian dan pembagian pecahan dan desimal berlangsung, guru mengamati sikap siswa dalam pembelajaran yang meliputi sikap: disiplin, rasa percaya diri, berperilaku jujur, tangguh menghadapi masalah, tanggung jawab, rasa ingin tahu, peduli lingkungan).		
Kegiatan Penutup Siswa: - Membuat resume dengan bimbingan guru tentang <i>point-point</i> penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>. Kesimpulan: - Mendahulukan operasi yang ada di dalam tanda kurung - Mendahulukan operasi perkalian dan pembagian	15 Menit	

- Apabila operasi sifatnya setara seperti perkalian dengan pembagian dan penjumlahan dengan pengurangan maka melakukan operasi dari kiri ke kanan. - Dalam melakukan operasi yang melibatkan bilangan yang berbeda jenis, maka bentuk bilangan diubah ke bentuk yang setara. - Menyimpulkan aturan perkalian pecahan dan desimal. - Menyimpulkan aturan pembagian pecahan dan desimal. • Menyampaikan pekerjaan rumah untuk materi <i>perkalian dan pembagian pecahan dan desimal</i>. • Menyampaikan materi atau tugas proyek/produk/unjuk kerja yang harus dipelajari pada pertemuan berikutnya.	
---	--

Lembar penilaian

Penilaian pengetahuan

Teknik penilaian : tes tertulis

Bentuk instrumen : uraian

READING COPY

Contoh Lembar Kerja Siswa

LEMBAR KERJA SISWA

Hari :
 Tanggal :
 Materi pokok :
 Nama kelompok :

Perkalian dan Pembagian Pecahan dan Desimal

Kompetensi Dasar

- 3.2 Menjelaskan dan melakukan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal
- 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal

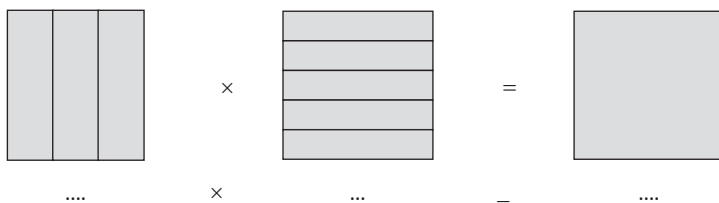
Tujuan Pembelajaran

1. Menghitung perkalian dan pembagian pecahan dan desimal dengan menggunakan gambar
2. Menghitung perkalian dan pembagian pecahan dan desimal dengan aturan perkalian dan pembagian pecahan

Tugas 1

Tentukan hasil operasi berikut dengan menggunakan gambar

a. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$



b. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

Kesimpulan

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} =$
- $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} =$

Tugas 2

Selesaikan operasi berikut:

- $0,75 \times \frac{1}{3}$
- $\frac{3}{5} : 0,25$
- $2\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$

Contoh Soal kontekstual

- Untuk memupuk sawah, tiap 1 m² diperlukan pupuk sebanyak 0,65 Kg dengan harga Rp 12.000,00/Kg. Pupuk yang tersedia sebanyak 104 Kg. Berapa biaya yang dibutuhkan membeli pupuk tersebut?

Jawab:

Luas sawah = = 160

Jadi luas sawah 160 m²

Banyak biaya yang dibutuhkan = 160 x 12.000 = 1.920.000

adi biaya yang dibutuhkan membeli pupuk tersebut adalah Rp 1.920.000,00

- Pak Budi mempunyai 3 gudang beras. Gudang pertama berisi 2,5 ton. Gudang kedua berisi $3\frac{1}{8}$ ton dan gudang ketiga berisi $4\frac{1}{8}$ ton. Seluruh beras tersebut akan dijual ke kota lain dengan menggunakan truk. Setiap truk dapat mengangkut $3\frac{1}{4}$ ton. Berapa truk yang diperlukan?

Jawab:

Jumlah total beras = $2,5 + 3\frac{1}{8} + 4\frac{1}{8} = \frac{39}{4}$

Banyak truk = $\frac{39}{4} : 3\frac{1}{4} = 3$

Jadi banyak truk yang dibutuhkan adalah 3 buah.

3. Ayah mempunyai 2 petak sawah, luas petak pertama 1,2 hektar, petak kedua $\frac{1}{2}$ hektar. Sepertiga dari jumlah sawah Ayah ditanami jagung, dan sisanya ditanami padi. Berapakah luas sawah ayah yang ditanami padi?

Jawab:

$$\text{Total luas sawah} = 1,2 + \frac{1}{2} = \frac{27}{10}$$

Sepertiga dari jumlah sawah Ayah ditanami jagung

$$\frac{1}{3} \left(\frac{27}{10} \right) = \frac{9}{10}$$

Sehingga luas sawah yang ditanami jagung adalah $\frac{9}{10}$ hektar

$$\text{luas sawah ditanami padi} = \frac{27}{10} - \frac{9}{10} = \frac{18}{10} = 1 \frac{8}{10} = 1 \frac{4}{5}$$

Jadi luas sawah ayah yang ditanami padi adalah $1 \frac{4}{5}$ hektar.

4. Pak Ahmad mempunyai kebun berbentuk persegipanjang yang panjangnya 8,5 meter dan lebarnya 4 meter. Seluruh kebun ditanami cabe merah. Setiap meter persegi menghasilkan cabe merah 2,5 kg. Berapa kg seluruh cabe merah yang dihasilkan dari kebun itu?

Jawab:

$$\text{Luas kebun} = \text{panjang} \times \text{lebar} = 8,5 \times 4 = 34$$

Jadi luas kebun Pak Ahmad adalah 34 m²

Setiap meter persegi menghasilkan cabe merah 2,5 kg

$$\text{Hasil kebun} = 34 \times 2,5 = 85$$

Sehingga seluruh cabe merah yang dihasilkan dari kebun adalah 85 Kg.

5. Susi membeli gula pasir $7 \frac{1}{2}$ Kg, sepertiga bagian gula pasir tersebut disimpan, dan lebihnya dibungkus ke kantong-kantong plastik kecil yang berisi $\frac{1}{4}$ Kg. Berapa banyak kantong plastik yang dibutuhkan Susi?

Jawab:

$$\text{Jumlah gula yang disimpan} = \frac{1}{3} \times \left(7 \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{2}$$

$$\text{Jumlah gula yang akan dibungkus dengan kantong kecil} = 7 \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{Banyak kantong plastik} = 5 : \frac{1}{4} = 20$$

Jadi banyak kantong plastik yang dibutuhkan Susi adalah 20 buah.

Contoh Soal Kontekstual Open Ended

Apabila panjang tumpukan buku 32,5 cm, tentukan jumlah beserta ukuran tebal buku yang bisa disusun!

Alternatif jawaban:

1. Tebal buku 2,5 cm
Jumlah buku = $32,5 : 2,5 = 13$ buku
2. Tebal buku 2 cm sebanyak 15 buku
Tebal buku 2,5 cm sebanyak 1 buku
3. Tebal buku 3,5 cm sebanyak 6 buku
Tebal buku 3 cm sebanyak 1 buku
Tebal buku 2 cm sebanyak 3 buku
Tebal buku 2,5 cm sebanyak 1 buku

Contoh Soal UN, OSN, HOTS

1. Hitunglah hasil dari $89,768 : 8 \times 15$

Jawab:

$$89,768 : 8 \times 15 = 11,221 \times 15 = 168,315$$

(UN 2016/2017)

2. Rata-rata nilai matematika seluruh siswa kelas V adalah 9. Rata-rata nilai matematika siswa laki-laki di kelas tersebut adalah 8,8. Apabila di kelas tersebut di antaranya adalah siswa laki-laki, berapa rata-rata nilai matematika siswa perempuan di kelas tersebut?

Jawab:

Penjelasan: Seandainya di kelas tersebut ada 7 orang.

Banyaknya siswa = 7 dengan total nilai $7 \times 9 = 63$

Banyaknya laki-laki = 3 dengan total nilai $8,8 \times 3 = 26,4$

Banyaknya perempuan = 4 dengan total nilai $63 - 26,4 = 36,6$

Jadi rata-rata nilai siswa perempuan = $\frac{36,6}{4} = 9,15$

(OSN 2010)

3. Rata-rata hasil pengukuran tinggi 40 siswa kelas 5 SD Prestasi adalah 132,5 cm. Dua siswa dengan tinggi 143,6 cm dan 132,8 cm pindah sekolah. Berapa rata-rata tinggi siswa kelas 5 SD prestasi sekarang?

Jawab:

$$\frac{\text{Jumlah ukuran tinggi}}{40} = 13,25$$

$$\text{Jumlah nilai} = 5300$$

2 orang siswa pindah dengan tinggi 143,6 dan 132,8

$$5300 - 143,6 - 132,8 = 5023,6$$

$$\text{Rata-rata sekarang} = \frac{5023,6}{38} = 132,2$$

(OSN 2010)

4. Ibu membeli 2,5 lusin kelereng yang akan dibagikan terhadap 4 orang anaknya. Jika anak keempat memperoleh jumlah kurang dua kelereng, berapa kelereng yang diperoleh masing-masing anak lainnya?

Jawab:

$$\text{Jumlah semua kelereng } 2,5 \times 12 = 30$$

Misalkan: jumlah kelereng anak ke-1, ke 2 dan ke-3 masing-masing adalah x

Jumlah kelereng anak ke-4 adalah x-2

Kelereng anak ke-1 + Kelereng anak ke-2 + Kelereng anak ke-3 + Kelereng anak ke-4 = 30

$$x + x + x + (x - 2) = 30$$

$$4x - 2 = 30$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

Jadi jumlah kelereng yang diperoleh masing-masing anak yang lain adalah 8 kelereng

(HOTS)

Contoh Penerapan Materi pada Bidang/Pelajaran Lain

Materi perkalian dan pembagian bilangan pecahan dan desimal bisa diterapkan dalam bidang IPA, yaitu pertanian dan bidang IPS, yaitu ekonomi. Dengan melakukan operasi ini, bisa memudahkan dalam melakukan perkiraan dan perhitungan. Seorang petani berdasarkan luas lahan yang ada bisa memprediksi hasil panennya. Seperti digambarkan pada soal berikut: Pak Ahmad mempunyai kebun berbentuk persegi panjang yang panjangnya 8,5 meter dan lebarnya 4 meter. Seluruh kebun ditanami cabai merah. Setiap meter persegi menghasilkan cabai merah 2,5 kg. Berapa kg seluruh cabai merah yang dihasilkan dari kebun itu?

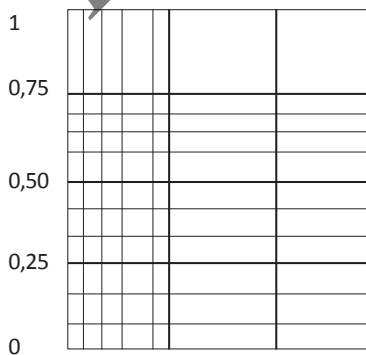
Pada bidang ekonomi/perdagangan, seorang pengusaha atau pedagang bisa memprediksi keuntungan dan menentukan segala hal yang berhubungan dengan sarana dan prasarana. Dengan ilmu dari materi ini, bisa meminimalkan kesalahan dalam mengambil keputusan. Seperti digambarkan pada soal berikut: Pak Budi mempunyai 3 gudang beras. Gudang pertama berisi 2,5 ton. Gudang kedua berisi $3\frac{1}{8}$ ton dan gudang ketiga berisi $4\frac{1}{8}$ ton. Seluruh beras tersebut akan dijual ke kota lain dengan menggunakan truk. Setiap truk dapat mengangkut ton. Berapa truk yang diperlukan?

Contoh Strategi Pembelajaran Alternatif

Dalam melakukan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal menggunakan media gambar.

- a. Perkalian pecahan dan desimal

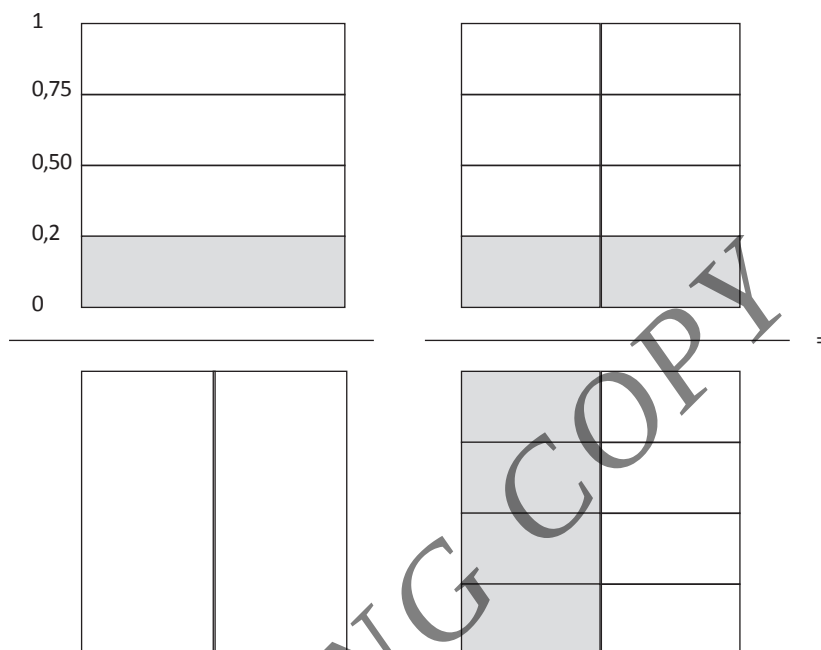
$$\frac{1}{3} \times 0,75$$



Hasil perkalian adalah daerah yang memperoleh arsiran 2 kali yaitu $\frac{3}{12}$

b. Pembagian desimal dan pecahan

$$0,25 \times \frac{1}{2}$$



Perhatikan banyak bagian yang warna abu

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Jadi hasilnya adalah $\frac{1}{2}$

Materi Pengayaan

Perkalian dan pembagian bilangan desimal yang memuat sejumlah bilangan yang tidak berhingga tetapi berulang

Mengubah penulisan bilangan desimal ke bentuk pecahan biasa dapat dilakukan dengan memperhatikan bilangannya. Mengubah pecahan desimal ke bentuk pecahan dapat mempermudah melakukan operasi perkalian atau pembagian. Jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang berhingga, maka kita dapat memanfaatkan sistem nilai tempat, sedangkan jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang tidak berhingga tetapi berulang, maka kita harus memanipulasi bilangan itu sehingga bentuk pecahan desimalnya diperoleh.

Perhatikan contoh berikut ini.

Selesaikan operasi perkalian berikut!

1) $1,121212 \times 33$

Jawab:

Sebelum melakukan operasi perkalian, maka bilangan desimal tersebut dimanipulasi sehingga membentuk bilangan pecahan

Misal, $n = 1,121212...$

$$100n = 112,121212...$$

$$n = 1,121212...$$

$$\begin{array}{r} 100n = 112,121212... \\ n = 1,121212... \\ \hline 99n = 111 \\ \hline n = \frac{111}{99} \end{array}$$

$$\text{Dengan demikian, } 1,121212... \times 33 = \frac{111}{99} \times 33 = \frac{111}{3} = 37$$

a.
$$\begin{aligned} 0,954 &= 0 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} \\ &= \frac{900}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000} \\ &= \frac{954}{1000} \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 5,06 &= 5 + \frac{0}{10} + \frac{6}{100} \\ &= \frac{500}{100} + \frac{0}{100} + \frac{6}{100} \\ &= \frac{506}{100} \end{aligned}$$

Contoh Penerapan Penilaian Keterampilan Proyek

Proyek merupakan tugas-tugas belajar yang diberikan oleh guru untuk diselesaikan siswa. Proyek biasanya digunakan guru untuk menilai kompetensi keterampilan siswa. Proyek yang diberikan biasanya meliputi kegiatan perancangan, pelaksanaan, dan pelaporan secara tertulis maupun lisan. Tugas-tugas yang diberikan guru tersebut harus diselesaikan siswa dalam kurun waktu tertentu.

Tugas proyek berupa suatu investigasi sejak dari perencanaan, pengumpulan, pengorganisasian, pengolahan dan penyajian data. Penilaian proyek dapat digunakan untuk mengetahui pemahaman, kemampuan mengaplikasikan, penyelidikan, dan menginformasikan siswa pada mata pelajaran matematika dan indikator/topik matematika tertentu secara jelas.

Pada penilaian proyek, ada beberapa hal yang perlu dipertimbangkan: (a) kemampuan pengelolaan: kemampuan siswa dalam memilih indikator/topik, mencari informasi dan mengelola waktu pengumpulan data serta penulisan laporan, (b) relevansi, kesesuaian dengan mata pelajaran dan indikator/topik, dengan mempertimbangkan tahap pengetahuan, pemahaman dan keterampilan dalam pembelajaran, dan (c) keaslian: proyek yang dilakukan siswa harus merupakan hasil karyanya. Guru hanya berkontribusi memberikan bimbingan dan arahan terhadap proyek yang diberikan.

Selain merencanakan penilaian proyek, ada banyak hal yang harus dilakukan oleh guru ketika melaksanakan penilaian proyek. Berikut ini adalah beberapa langkah yang harus dilakukan dalam melaksanakan penilaian proyek.

1. Menyampaikan rubrik penilaian sebelum pelaksanaan penilaian kepada siswa.
2. Memberikan pemahaman kepada siswa tentang kriteria penilaian.
3. Menyampaikan tugas disampaikan kepada siswa.
4. Memberikan pemahaman yang sama kepada siswa tentang tugas yang harus dikerjakan.
5. Melakukan penilaian selama perencanaan, pelaksanaan dan pelaporan proyek.
6. Memonitor pengerjaan proyek siswa dan memberikan umpan balik pada setiap tahapan pengerjaan proyek.
7. Membandingkan kinerja siswa dengan rubrik penilaian.
8. Memetakan kemampuan siswa terhadap pencapaian kompetensi minimal,
9. Mencatat hasil penilaian.
10. Memberikan umpan balik terhadap laporan yang disusun siswa.

Instrumen untuk penilaian proyek terdiri dari tugas dan rubrik. Tugas-tugas untuk penilaian proyek harus memenuhi beberapa acuan kualitas berikut.

1. Tugas harus mengarah pada pencapaian indikator hasil belajar.

2. Tugas dapat dikerjakan oleh siswa.
3. Tugas dapat dikerjakan selama proses pembelajaran atau merupakan bagian dari pembelajaran mandiri.
4. Tugas sesuai dengan taraf perkembangan siswa.
5. Materi penugasan sesuai dengan cakupan kurikulum.
6. Tugas bersifat adil (tidak bias gender dan latar belakang sosial ekonomi).
7. Tugas mencantumkan rentang waktu pengerjaan tugas.

Rubrik untuk penilaian proyek harus memenuhi beberapa kriteria berikut:

1. Rubrik dapat mengukur target kemampuan yang akan diukur (valid).
2. Rubrik sesuai dengan tujuan pembelajaran.
3. Indikator menunjukkan kemampuan yang dapat diamati (observasi).
4. Indikator menunjukkan kemampuan yang dapat diukur.
5. Rubrik dapat memetakan kemampuan siswa.
6. Rubrik menilai aspek-aspek penting pada proyek siswa.

Sebagai contoh Tugas Proyek yang digunakan untuk menilai keterampilan siswa dalam hal: kemampuan menyelesaikan tugas proyek pemecahan masalah secara berkelompok dan menerapkan pengamatan (termasuk pengukuran), memecahkan masalah yang relevan dalam kehidupan sehari-hari.

PENILAIAN KETERAMPILAN PROYEK

KD: 4.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian dan pembagian pecahan dan desimal.

Petunjuk:

1. Bentuklah kelompok, dengan anggota antara 3 – 4 siswa.
2. Pilihlah salah satu tugas proyek yang disediakan untuk setiap kelompok.
3. Kerjakan tugas proyek tersebut dalam waktu kurang lebih 90 menit, meliputi penyelesaian tugas dan presentasi.
4. Tugas proyek yang dapat dilihat pada lembar kerja proyek.

Judul Proyek: Berjualan paling untung

Ibu akan berjualan 3 jenis kue yaitu kue A, kue B, dan kue C. Modal kue A adalah dua kali modal kue B, dan modal kue C adalah dua pertiga kali modal kue A. Ibu mempunyai modal Rp 260.000,00. Kue mana yang banyak memperoleh untung, apabila masing-masing keuntungan 25%, 30% dan 30%. Setiap hari kue habis terjual.

Langkah-langkah penyelesaian proyek

- Tentukan pemisalan terhadap modal masing-masing kue.
- Membuat model matematika.
- Menyelesaikan model matematika untuk menentukan modal masing-masing kue.
- Menentukan banyak keuntungan masing-masing kue.
- Membandingkan keuntungan masing-masing kue.
- Membuat kesimpulan dari hasil perhitungan dan tujuan proyek.

No	Tahapan	Skor 1 - 4
1.	Persiapan • Mengidentifikasi apa yang diketahui • Memisalkan modal kue A, kue B dan kue C • Menentukan masalah • Menentukan model matematika	
2.	Pelaksanaan Bagaimana strateginya? • Menyelesaikan model matematika dalam menentukan modal masing-masing kue • Menentukan keuntungan masing-masing kue • Melakukan perbandingan keuntungan masing-masing kue • Bagaimana penerapannya? • $\text{Keuntungan} = \text{persen keuntungan} \times \text{modal}$ • Membuat kesimpulan tentang penjualan kue yang paling banyak memperoleh untung	

3.	Pelaporan Hasil laporan kue dengan untung paling besar. a. Menyusun laporan b. Mempresentasikan laporan	
----	--	--

LEMBAR PENILAIAN KETERAMPILAN PROYEK

Judul Proyek :

Orientasi Masalah :

Bentuklah tim kelompokmu, kemudian diskusikan masalah yang ada, kemudian rencanakan strategi apa yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalahnya.

Langkah-langkah Pengerjaan

1. Kerjakan tugas ini secara kelompok. Anggota tiap kelompok paling banyak 4 orang.
2. Selesaikan masalah terkait
3. Cari data mengenai
4. Bandingkan data yang diperoleh
5. Lakukan prediksi dengan tersebut
6. Hasil pemecahan masalah dibuat dalam laporan tertulis tentang kegiatan yang dilakukan yang meliputi perencanaan, pelaksanaan pemecahan masalah, dan pelaporan hasil pemecahan masalah.
7. Laporan bagian perencanaan meliputi: (a) tujuan kegiatan, (b) persiapan/strategi untuk pemecahan masalah.
8. Laporan bagian pelaksanaan meliputi: (a) pengumpulan data, (b) proses pemecahan masalah, dan (c) penyajian data hasil.
9. Laporan bagian pelaporan hasil meliputi: (a) kesimpulan akhir, (b) pengembangan hasil pada masalah lain (jika memungkinkan).
10. Laporan dikumpulkan paling lambat

Rubrik Penilaian Proyek

Kriteria	Skor
- Jawaban benar sesuai dengan kerangka berpikir ilmiah. - Laporan memuat perencanaan, pelaksanaan dan pelaporan. - Bagian perencanaan memuat tujuan kegiatan yang jelas dan persiapan/strategi pemecahan masalah yang benar dan tepat. - Bagian pelaksanaan memuat proses pengumpulan data yang baik, pemecahan masalah yang masuk akal (nalar) dan penyajian data berbasis bukti. - Bagian pelaporan memuat kesimpulan akhir yang sesuai dengan data, terdapat pengembangan hasil pada masalah lain. - Kerja sama kelompok sangat baik.	4
- Jawaban benar sesuai dengan kerangka berpikir ilmiah. - Laporan memuat perencanaan, pelaksanaan dan pelaporan. - Bagian perencanaan memuat tujuan kegiatan yang jelas dan persiapan/strategi pemecahan masalah yang benar dan tepat. - Bagian pelaksanaan memuat proses pengumpulan data yang baik, pemecahan masalah yang masuk akal (nalar) dan penyajian data berbasis bukti. - Bagian pelaporan memuat kesimpulan akhir yang sesuai dengan data, tidak terdapat pengembangan hasil pada masalah lain. - Kerja sama kelompok baik.	3
- Jawaban benar tetapi kurang sesuai dengan kerangka berpikir ilmiah. - Laporan memuat perencanaan, pelaksanaan dan pelaporan. - Bagian perencanaan memuat tujuan kegiatan yang kurang jelas dan persiapan/strategi pemecahan masalah yang kurang benar dan tepat. - Bagian pelaksanaan memuat proses pengumpulan data yang kurang baik, pemecahan masalah yang kurang masuk akal (nalar) dan penyajian data kurang berbasis bukti. - Bagian pelaporan memuat kesimpulan akhir yang kurang sesuai dengan data, tidak terdapat pengembangan hasil pada masalah lain. - Kerja sama kelompok baik.	2
- Jawaban tidak benar. - Laporan memuat perencanaan, pelaksanaan dan pelaporan. - Bagian perencanaan memuat tujuan kegiatan yang tidak jelas dan persiapan/strategi pemecahan masalah yang kurang benar dan tepat. - Bagian pelaksanaan memuat proses pengumpulan data yang kurang baik, pemecahan masalah yang kurang masuk akal (nalar) dan penyajian data tidak berbasis bukti. - Bagian pelaporan memuat kesimpulan akhir yang tidak sesuai dengan data, tidak terdapat pengembangan hasil pada masalah lain. - Kerja sama kelompok kurang baik.	1
Tidak melakukan tugas proyek	0

Keterangan : 1 = Kurang; 2 = cukup; 3 = Baik; 4 = Sangat Baik

Perhitungan nilai akhir dalam skala 0 – 100 dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{nilai} = \frac{\text{skor yang dicapai}}{\text{skor maksimum}} \times 100$$

B. Pengembangan Sumber Belajar

1. Pengertian dan Fungsi Sumber Belajar dalam Pembelajaran Matematika

Sumber belajar merupakan sarana dalam kegiatan belajar mengajar untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diharapkan. Sumber belajar dapat dimanfaatkan oleh guru untuk meningkatkan aktivitas atau kegiatan siswa, serta efektivitas dan efisiensi. Secara khusus sumber belajar dapat dirancang dan dikembangkan sebagai komponen sistem pembelajaran untuk memberikan fasilitas belajar serta untuk keperluan pembelajaran, seperti buku teks atau bahan ajar dan multimedia.

Terdapat bermacam-macam sumber belajar, seperti Buku Teks, Lembar Kerja Siswa (LKS), Ensiklopedia, Buku Referensi Lain, Majalah, Alat Peraga, Sumber Elektronik, Internet, dan Laboratorium Matematika. Sumber-sumber belajar tersebut ada yang mudah diperoleh atau harganya terjangkau tetapi ada pula yang memerlukan biaya mahal atau sulit didapat. Salah satu contohnya adalah buku teks pelajaran, bisa tersedia dan mudah didapat, tetapi pada daerah-daerah tertentu seringkali sulit untuk mendapatkannya. Begitu pula sumber belajar dengan teknologi tinggi, seperti internet dan CD interaktif ternyata tidak selalu mudah diperoleh.

Pembelajaran Matematika merupakan suatu proses dalam rangka menanamkan dan menciptakan kondisi sehingga siswa memiliki keterampilan matematika. Kondisi tersebut dapat diciptakan atau dapat dialami siswa apabila sumber-sumber belajar yang ada dapat dikembangkan oleh guru. Pengembangan sumber belajar yang dimaksud setidaknya mencakup beberapa hal, yaitu:

1. Sumber belajar dibuat sehingga dapat dipahami siswa, misalnya sumber belajar yang lebih dikenal dalam suatu daerah. Dalam belajar matematika, untuk meningkatkan kemampuan berhitung dapat digunakan sempoa atau dekak-dekak. Untuk materi pengukuran, misalnya digunakan satuan-satuan yang lebih dikenal, seperti pal, sukat, tumbak, depa, dan jengkal.

2. Sumber belajar dapat disajikan dengan berbagai cara sehingga mudah dan dapat dilakukan siswa, misalnya penanaman konsep luas daerah dengan permainan tangram, penanaman konsep volume dengan menggunakan kubus satuan, penanaman konsep statistik seperti modus, mean (rata-rata), dan rentang dengan melakukan kegiatan pengukuran berat badan siswa pada suatu kelas, dan lain-lain.
3. Sumber belajar dapat disesuaikan dengan kondisi atau keadaan di lingkungan sekolah. Bahan ajar menggunakan persoalan yang ada di lingkungan sekitar, misalnya mengukur tinggi pohon, mengukur kedalaman suatu sungai, dan menghitung luas daerah suatu ruangan, dan lain-lain.

Sumber-sumber belajar tentu saja sebagai pengetahuan dari berbagai representasi matematika. Dengan demikian, sumber belajar dapat berperan dalam melakukan berbagai operasi atau situasi matematika melalui tulisan, gambar, atau grafik (diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran). Sumber belajar juga dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memecahkan permasalahan, mengomunikasikan matematika, menyusun keterkaitan matematika, meningkatkan kemampuan penalaran, serta menumbuhkan sikap yang positif terhadap matematika. Sumber belajar seperti itu dapat dikemas dalam bahan ajar yang cocok, misalnya dalam bentuk cerita atau soal cerita.

2. Macam-macam Sumber Belajar

Sumber-sumber belajar serta fungsinya seperti diuraikan di atas dapat disiapkan atau telah tersedia dalam berbagai macam atau jenisnya. Misalnya, sumber belajar yang telah tersedia yaitu Buku Teks, Lembar Kerja Siswa (LKS), dan CD Interaktif. Sumber belajar tersebut secara umum sudah siap atau telah tersedia dan dapat dengan mudah diperoleh. Ada pula sumber belajar yang masih harus diakses atau dicari misalnya yang ada pada jaringan internet. Sumber belajar dari internet, selain memerlukan fasilitas, juga memerlukan seperangkat pengetahuan untuk mengaksesnya. Apalagi sumber belajar yang ada pada jaringan internet secara umum tersaji dalam bahasa Inggris yang tentu saja akan dapat diakses oleh siswa atau guru yang memiliki kemampuan dalam bahasa Inggris.

Sumber belajar jenis lainnya adalah yang berwujud benda-benda nyata yang dapat berperan sebagai alat peraga atau yang dapat digunakan untuk mendemonstrasikan berbagai konsep matematika. Sebagai ilustrasi, fungsi alat

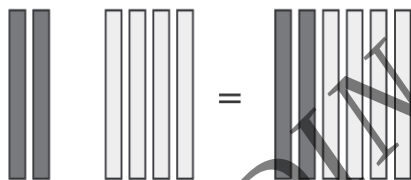
peraga dalam pembelajaran matematika, perhatikan kutipan Kompetensi Dasar 3.4 dan 4.4 Kelas I SD.

Tabel 19.1 Cuplikan Kompetensi Dasar 3.4 dan 4.4 Kelas I SD

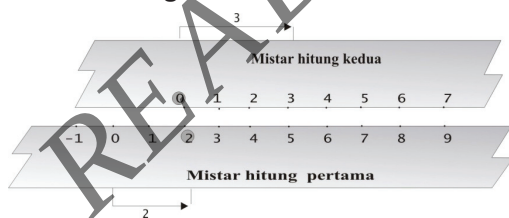
Kompetensi Dasar	Kompetensi Dasar
3.4 Menjelaskan dan melakukan penjumlahan dan pengurangan bilangan yang melibatkan bilangan cacah sampai dengan 99 dalam kehidupan sehari-hari serta mengaitkan penjumlahan dan pengurangan.	4.4 Menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan bilangan yang melibatkan bilangan cacah sampai dengan 99.

Untuk menjelaskan penjumlahan bilangan cacah, misalnya $2 + 3$, guru dapat mendemonstrasikan peragaan menggunakan batang kayu, mistar hitung, atau alat penimbang seperti berikut.

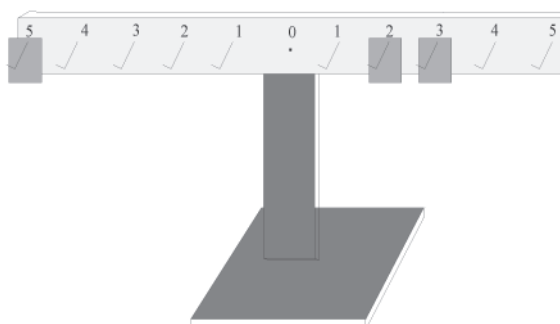
- a. Batang kayu



- b. Mistar Hitung



- c. Alat Penimbang



Alat peraga atau Kit sebagai sumber belajar tidak selalu tersedia di sekolah atau lingkungan sekitar, tetapi dapat saja dibuat sendiri oleh guru atau siswa dengan menggunakan bahan yang ada dan disesuaikan dengan kemampuan dan kebutuhan suatu sekolah.

a. *Buku Teks Matematika*

Buku teks atau buku pelajaran merupakan salah satu sumber belajar yang paling banyak digunakan oleh siswa dan guru di sekolah. Buku pelajaran yang layak digunakan di sekolah biasanya terlebih dahulu telah dinilai oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Kemendikbud) dalam hal ini Pusat Kurikulum dan Perbukuan, untuk mendapatkan izin dan pengesahan.

b. *Lembar Kerja Siswa (LKS)*

Lembar Kerja Siswa (LKS) merupakan sumber belajar selain buku teks. Dalam LKS terdapat kegiatan-kegiatan yang harus dikerjakan siswa, rangkuman materi yang telah dipelajari, latihan soal-soal, serta evaluasi pembelajaran berdasarkan Kompetensi Dasar. Keberadaan LKS dapat menunjang pembelajaran dan menjadi pelengkap buku teks.

c. *Ensiklopedia Matematika*

Ensiklopedia matematika berisi uraian tentang hal-hal atau konsep yang berkaitan dengan matematika, tokoh-tokoh matematika, dan istilah-istilah matematika beserta pengertian dan contohnya. Ensiklopedia matematika dapat dijadikan sumber belajar bagi siswa dan guru untuk mendapatkan informasi mengenai materi atau fakta dari berbagai topik yang diperlukan dalam pembelajaran. Sebaiknya, di setiap perpustakaan SD terdapat satu perangkat Ensiklopedia, baik yang berbahasa Indonesia maupun berbahasa Inggris. Ensiklopedia elektronik bisa diakses melalui jaringan internet.

d. *Buku Referensi Lain*

Selain Buku Teks, LKS, dan Ensiklopedia, sumber belajar lainnya adalah buku bacaan tambahan. Buku-buku ini dapat saja berupa buku teks, tetapi dapat juga berupa buku-buku dengan topik khusus, seperti buku Strategi Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar, Alat Peraga dan Pemanfaatannya di Sekolah dasar, Evaluasi Pembelajaran Matematika, dan Psikologi Pendidikan.

e. *Majalah*

Keberadaan majalah atau koran dapat memberikan pengetahuan kepada siswa sekaligus sebagai sumber belajar Matematika. Saat ini majalah untuk anak yang di dalamnya terdapat unsur pendidikan sudah banyak beredar. Dengan adanya majalah atau koran, siswa diharapkan memiliki kebiasaan membaca dan mempelajari hal-hal yang bersifat umum sesuai dengan kemampuan mereka. Dalam majalah atau koran biasanya muncul tabel, grafik, atau diagram. Diagram merepresentasikan keadaan dalam kehidupan di masyarakat. Ada beberapa bentuk diagram yang biasa muncul dalam majalah atau koran, seperti diagram garis, diagram batang, diagram lingkaran, dan histogram. Dari diagram tersebut, siswa dapat membandingkan dan menyimpulkan secara cepat tentang keadaan nyata di masyarakat, seperti pertumbuhan jumlah penduduk, peningkatan hasil produksi pertanian, serta pemilihan kepala daerah. Dalam bentuk tabel, misalnya hasil pertandingan sepak bola antarklub dalam Liga Indonesia ditunjukkan oleh hasil pertandingan menang, *draw* (seri), dan kalah, serta kesebelasan yang memiliki skor tertinggi.

f. *Sumber Elektronik*

Program-program komputer sangat ideal untuk dimanfaatkan dalam pembelajaran konsep-konsep yang menuntut ketelitian yang tinggi, konsep-konsep yang perlu disajikan secara repetitif, dan konsep-konsep yang memerlukan tampilan grafik secara cepat dan akurat.

Teknologi komputer mulai dikembangkan pada awal tahun 1950-an dan sejak itu komputer telah banyak menyumbangkan manfaat-manfaat luar biasa bagi kehidupan masyarakat. Sumbangan terbesar dalam bidang pendidikan sudah dimulai sejak lama meskipun penggunaan komputer di sekolah-sekolah masih terbatas pada pengolahan kata atau perhitungan lewat lembaran kerja. Dengan melihat sudah banyak sekolah yang memiliki komputer, bahkan laboratorium komputer, sudah saatnya komputer didayagunakan untuk kepentingan pembelajaran Matematika. Bukan hanya menyelesaikan masalah-masalah matematika, komputer juga memberikan bantuan dalam menyampaikan materi Matematika itu sendiri dengan cara-cara yang menarik, menantang, dan memperhatikan perbedaan individual siswa.

Kelebihan komputer yang tidak dimiliki media lain di antaranya komputer dapat memberikan pelayanan secara repetitif, menampilkan sajian dalam format dan desain yang menarik, animasi gambar dan suara

yang baik, dan melayani perbedaan individual. Komputer dengan desain *software* yang baik dapat menghadirkan presentasi secara berulang dan dinamis serta karakteristik yang tidak dijumpai dalam media lainnya.

Penggunaan *software* komputer untuk kegiatan pembelajaran sangat tidak terbatas, potensi teknologi komputer sebagai media dalam pembelajaran Matematika begitu besar. Banyak sekali kontribusi nyata yang dihasilkan komputer bagi kemajuan pendidikan, khususnya pembelajaran Matematika. Komputer dapat dimanfaatkan untuk mengatasi perbedaan individual siswa, mengajarkan konsep, melaksanakan perhitungan, dan menstimulasi belajar siswa. Siswa dapat mengatur kecepatan belajarnya disesuaikan dengan tingkat kemampuannya. Mereka dapat mengulang beberapa kali sampai benar-benar menguasai materi yang harus dipahaminya. Ini sangat ideal bagi siswa yang sulit mengikuti pembelajaran Matematika, terutama siswa yang tergolong *slow learner*. Bagi siswa yang kemampuannya tinggi (*fast learner*), mereka dapat diberikan pengayaan (*enrichment*) sehingga mereka akan merasa lebih tertantang untuk melakukan eksplorasi konsep secara lebih mendalam. Komputer dapat menuntun siswa mulai dari materi yang sederhana hingga materi yang kompleks. Dengan bantuan programnya, komputer dapat memberikan akses pada siswa untuk menganalisis dan mengeksplorasi konsep matematika sehingga siswa memperoleh pemahaman yang lebih baik dalam konsep tersebut.

Komputer sebagai media pembelajaran tidak sekadar berfungsi sebagai pembawa suasana dalam nuansa yang baru, namun juga berperan secara positif dalam menumbuhkembangkan bakat dan minat siswa dalam matematika. Suasana baru ini, yang terintegrasi dalam pembelajaran alternatif mampu menimbulkan daya tarik tersendiri pada siswa sehingga mereka akan termotivasi mengikuti pelajaran meskipun materi yang dihadapinya termasuk sulit.

Dalam pembelajaran matematika interaktif, bahan ajar dibuat dalam desain khusus sehingga interaksi siswa dan komputer berlangsung secara dinamis dalam bentuk stimulus-respons. Dalam proses berikutnya, respons bisa dijadikan sebagai stimulus baru sehingga dimungkinkan adanya respons lanjutan yang akan semakin memperkuat daya ingat siswa dalam konsep yang dipresentasikan. Masukan program dapat diciptakan secara beragam sedemikian sehingga terarah pada pencapaian objektif pembelajaran. Pada saat siswa melakukan kekeliruan, komputer memberikan penjelasan yang membimbing siswa ke arah penyelesaian yang diharapkan.

Penggunaan komputer di sekolah dapat diklasifikasikan dalam tiga model, yaitu penerapan komputer sebagai *tutor*, *tool*, dan *tutee*. Sebagai *tutor*, komputer menuntun siswa dalam memahami konsep mulai dari teori hingga pembuktian dan soal-soal. Sebagai *tool* (alat), komputer dapat dimanfaatkan siswa dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika. Melalui program seperti ini, siswa dimungkinkan untuk menelaah karakteristik suatu ide, misalnya bagaimana grafik dari suatu fungsi bila rumusnya dimodifikasi dengan memanipulasi variabel atau konstantanya. Melalui pola ini siswa dilatih untuk menganalisis setiap fungsi, menarik hubungan antara fungsi dengan grafiknya sehingga mereka mampu mengenali karakteristik fungsi yang sedang ditelitinya. Sebagai *tutee*, komputer berperilaku sebagai objek yang melaksanakan perintah siswa sehingga komputer mengikuti perintah dalam kendali siswa dan melakukan setiap tugas yang dibebankan kepadanya.

Dengan ditemukannya komputer mikro dengan *interface grafik* yang disertai dengan kemudahan pengoperasiannya dan diatur lewat menu yang konsisten, pengembangan bahan ajar pendidikan berbasis komputer merupakan fenomena yang tumbuh dan berkembang pesat. Ini mencakup *Computer Aided Instruction (CAI)*, *Computer Assisted Learning (CAL)*, dan *Computer Based Training (CBT)*, konferensi komputer (*computer conference*), surat elektronik (*e-mail*), dan komputer multimedia.

Pembelajaran berbasis komputer (*computer based instruction*) merupakan eksekusi program untuk tujuan pembelajaran. Dalam CAI, siswa dituntun langkah demi langkah dalam penguasaan suatu topik tertentu. Siswa diberi contoh, latihan soal, soal-soal, serta tutorial. Program komputer yang didesain diarahkan untuk membuat siswa tertarik pada topik yang dipelajarinya dan membuat siswa sampai pada tujuan yang telah ditetapkan sebelumnya. Teknik animasi yang biasanya disertakan dalam program-program seperti ini dapat memotivasi siswa secara ekstrinsik di samping meningkatkan minatnya.

Melalui konferensi komputer, siswa dapat melakukan diskusi jarak jauh dengan berbagai sekolah yang berjauhan. Para siswa dapat mengajukan pendapat dan saling berkomunikasi satu dengan yang lain tanpa harus dibatasi jarak.

Website dapat berfungsi sebagai alat bantu kegiatan belajar mengajar Matematika. Guru dapat memberikan tugas sekaligus memberikan jawabannya melalui media ini. Pilihan kegiatan seperti ini dapat diintegrasikan dengan

penggunaan surat elektronik (*e-mail*) sehingga guru dapat berkomunikasi dua arah dengan siswa, juga antara siswa dan siswa yang lainnya. Tipe pembelajaran ini sangat cocok untuk dikembangkan terutama dalam pembelajaran jarak jauh (*distance learning*) yang tidak memungkinkan siswa dan guru saling bertatap muka.

Melalui komputer multimedia, guru dapat menjelaskan suatu konsep, terutama yang mengandung gerak, perubahan, animasi, atau penjelasan berulang yang dilengkapi fasilitas suara (*audio-video*). Siswa memperoleh informasi dengan menggunakan media ini dalam bentuk CD, DVD, atau disket biasa. Guru hanya tinggal menjalankan media tersebut setiap kali memerlukannya.

g. Internet

Sumber lain dalam pembelajaran matematika, yaitu internet. Melalui internet, guru dan siswa bisa mendownload berbagai sumber belajar yang diperlukan. Apakah sumber belajar tersebut berupa materi pembelajaran, bahan ajar/LKS, media pembelajaran, bahkan berbagai model pembelajaran matematika dalam bentuk video melalui akses *Youtube*.

C. Pengembangan Laboratorium Matematika di Sekolah Dasar

Untuk mendukung efektivitas proses kegiatan belajar mengajar, maka diperlukan berbagai media, alat peraga, maupun alat permainan. Agar pemanfaatan berbagai media, alat peraga, maupun permainan optimal, maka alat-alat tersebut hendaklah dikelola dengan baik. Agar pengelolaan dan pemanfaatan alat peraga, alat permainan maupun media pembelajaran matematika optimal maka diperlukan laboratorium matematika.

Kriteria pengembangan ruang laboratorium matematika sekolah berdasarkan fungsinya perlu memperhatikan hal-hal berikut ini.

1. Sebagai tempat kerja praktik, laboratorium matematika hendaknya dilengkapi dengan berbagai media, alat dan bahan praktik, alat peraga/alat permainan, dan alat-alat kerja (*tools-kit*) disertai cara penggunaannya. Meja dan kursi hendaknya ringan dan kuat sehingga mudah dipindah-pindahkan. Susunan meja dan kursi disesuaikan dengan kegiatan yang akan dilaksanakan, yaitu praktik individual, praktik kelompok kecil, praktik kelompok besar, atau praktik kelas.

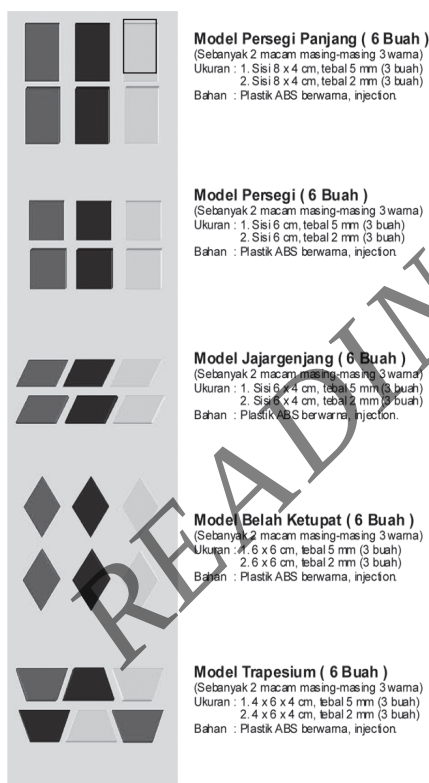
2. Sebagai tempat diskusi kelas dan diskusi kelompok sebaiknya kursi dapat disusun sedemikian rupa sehingga memungkinkan siswa untuk saling melihat. Susunan meja dan kursi disesuaikan dengan program diskusi yaitu diskusi kelas, diskusi kelompok besar, dan diskusi kelompok kecil.
3. Sebagai tempat kegiatan ceramah atau berdemonstrasi sebaiknya ruangan laboratorium memungkinkan semua pandangan siswa tertuju pada guru yang sedang ceramah atau demonstrasi. Ruang laboratorium dilengkapi dengan meja demonstrasi (untuk memperagakan alat peraga/alat permainan), komputer, kalkulator, dan OHP beserta layarnya. Akan lebih baik pula apabila laboratorium dilengkapi dengan perangkat Audio Visual, seperti VCD.
4. Sebagai tempat penyimpanan sekaligus ruang pajang/pamer/*display* alat peraga, hendaknya laboratorium dilengkapi dengan lemari-lemari penyimpanan alat peraga/lemari *display*. Lemari-lemari ini diletakkan merapat ke dinding ruangan sehingga tidak memakan banyak tempat untuk kegiatan praktik.
5. Sebagai pusat belajar Matematika, hendaknya laboratorium dilengkapi dengan buku-buku matematika, berbagai lembar tugas, lembar kerja, slide, transparansi, dan buku-buku referensi lain yang menunjang belajar matematika.
6. Sebagai ruangan yang bernuansa matematika, laboratorium matematika sebaiknya dilengkapi dengan hiasan-hiasan dinding, tulisan tentang rumus penting matematika, sejarah/biografi singkat tokoh matematika beserta penemuannya, maupun pajangan-pajangan lain yang berhubungan dengan matematika.
7. Alat-alat peraga yang ada di laboratorium matematika hendaknya disesuaikan dengan kurikulum matematika sekolah. Alat-alat peraga biasanya digunakan untuk meragakan atau menunjukkan alat-alat pendidikan yang berhubungan dengan materi tertentu. Peragaan tersebut terutama dimaksudkan dalam rangka memberikan contoh nyata tentang suatu pengertian atau konsep sehingga proses abstraksi menjadi lebih mudah dan lebih dapat diterima.
8. Untuk menarik minat siswa, meningkatkan motivasi, dan membuat siswa senang belajar Matematika disediakan berbagai macam alat permainan yang sesuai dengan siswa SD. Salah satu jenis alat-alat permainan adalah alat peraga yang dapat dilepas-lepas dan disusun kembali menjadi suatu bentuk tertentu, misalnya tangram. Potongan-potongan kertas dapat disusun untuk membentuk sesuatu, seperti bangun-bangun geometri atau

grafik-grafik. Berbagai macam alat peraga dan permainan yang cocok untuk SD di antaranya adalah blok logika. Berikut ini beberapa contoh alat peraga matematika.

ALAT PERAGA MATEMATIKA

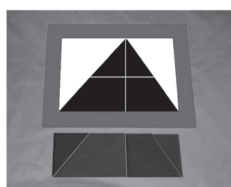
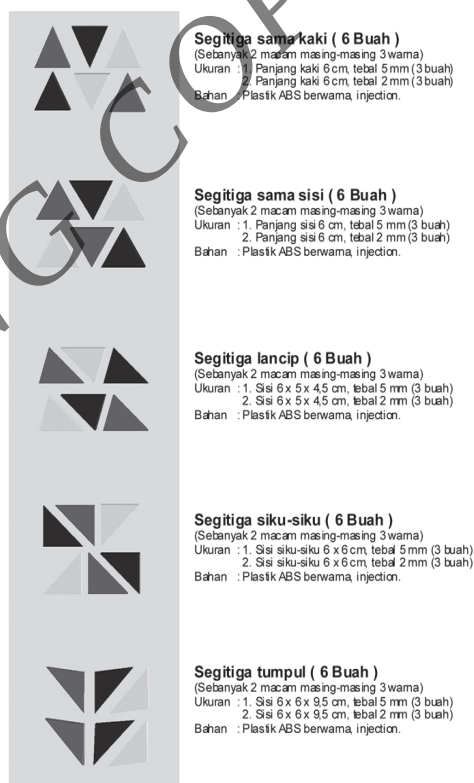
MODEL BANGUN DATAR

Untuk membantu menjelaskan pengertian dan sifat-sifat Bangun Datar segiempat. Terdiri atas 30 buah model plastik



MODEL SEGITIGA

Untuk membantu menjelaskan pengertian, jenis-jenis dan sifat-sifat segitiga. Terdiri atas 30 buah model plastik

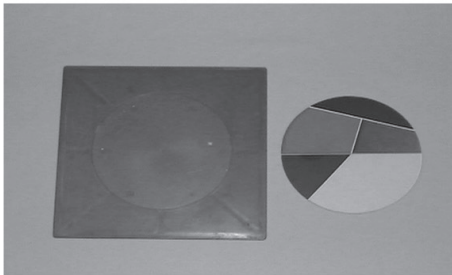


MODEL LUAS SEGITIGA

Untuk membantu menemukan rumus luas segitiga dengan berdasarkan luas persegi panjang.
Terdiri dari landasan dan 7 buah model plastik.
Landasan ukuran : 36 x 26 x 0,5 cm
Trapesium 3 buah
Segitiga siku-siku 4 buah
Bahan : Plastik ABS, tebal 2 mm, injection.
Warna : Berwarna

Sumber: Dokumentasi Penulis

ALAT PERAGA MATEMATIKA



MODEL LINGKARAN

Untuk menjelaskan dan memahami unsur-unsur yang terdapat pada bangun lingkaran.

Terdiri dari 5 buah model plastik dengan landasan yang dapat menjelaskan pengertian : Titik Pusat, Jari-jari, Diameter, Tali Busur, Busur, Juring, Tembereng dan Apotema.

Landasan : Ukuran 30 x 30 x 1 cm

Lingkaran : Diameter 20 cm

Bahan : Plastik ABS berwarna, injection.



MODEL PELUANG

Untuk menjelaskan pengertian Peluang, menghitung dan menentukan kisaran Nilai Peluang.

Terdiri dari :

1. Dadu 6 muka (2 buah berbeda warna)

Ukuran : Rusuk 4 cm

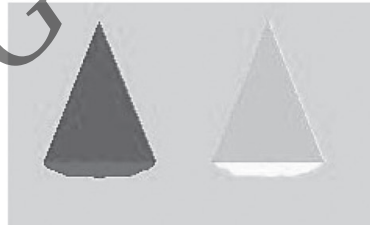
Bahan : Kayu/Plastik ABS berwarna, injection.

2. Model Lingkaran Berlapis Berwarna (2 buah)

Tiap model terdiri dari 2 lapis dengan warna yang berbeda

Ukuran : Diameter 6 cm, Tebal 5 mm

Bahan : Plastik ABS berwarna, injection.



MODEL BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

Untuk membantu menjelaskan bagian-bagian pada bangun ruang sisi lengkung dan menghitung besaran-besarnya.

- a. Model Tabung

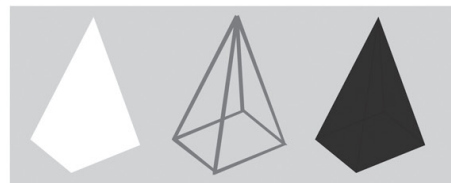
Ukuran : Diameter alas = 7 cm

Tinggi = 9 cm

- b. Model Kerucut

Ukuran : Diameter alas = 7 cm

Tinggi = 9 cm



MODEL BANGUN RUANG SISI DATAR

Untuk mengidentifikasi Bangun Ruang Sisi Datar serta menentukan besar-besaran di dalamnya.

Model Prisma Segitiga

Ukuran : Alas 7 x 7 x 6 cm

Tinggi = 9 cm

- a. Masif

Bahan : Kayu Oven

Warna : Putih

- b. Kerangka

Bahan : Kawat dia 0,5 cm

Warna : Hijau

- c. Transparan

Bahan : Plastik, injection.

Warna : Transparan

Model Limas Segiempat

Ukuran : Alas = 7 cm

Tinggi = 10 cm

- a. Masif

Bahan : Kayu Oven

Warna : Putih

- b. Kerangka

Bahan : Kawat dia 0,5 cm

Warna : Hijau

- c. Transparan

Bahan : Plastik, injection.

Warna : Transparan

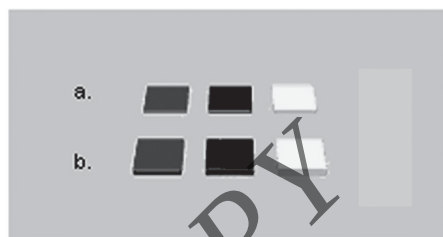
Sumber: Dokumentasi Penulis

BLOK LOGIKA

Terdiri dari 48 keping logika digunakan untuk :
Membantu menanamkan konsep pengelompokan



a. Keping persegi 6 cm, tebal 2 mm
b. Keping persegi 6 cm, tebal 5 mm



a. Keping persegi 3 cm, tebal 2 mm
b. Keping persegi 3 cm, tebal 5 mm



a. Keping persegi Panjang 8 x 4 cm, tebal 2 mm
b. Keping persegi Panjang 8 x 4 cm, tebal 5 mm



a. Keping persegi Panjang 4 x 2 cm, tebal 2 mm
b. Keping persegi Panjang 4 x 2 cm, tebal 5 mm



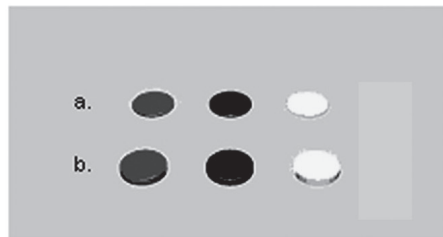
a. Keping Segitiga sama sisi, sisi 6 cm, tebal 2 mm
b. Keping Segitiga sama sisi, sisi 6 cm, tebal 5 mm



a. Keping Segitiga sama sisi, sisi 4 cm, tebal 2 mm
b. Keping Segitiga sama sisi, sisi 4 cm, tebal 5 mm



a. Keping Lingkaran, diameter 6 cm, tebal 2 mm
b. Keping Lingkaran, diameter 6 cm, tebal 5 mm

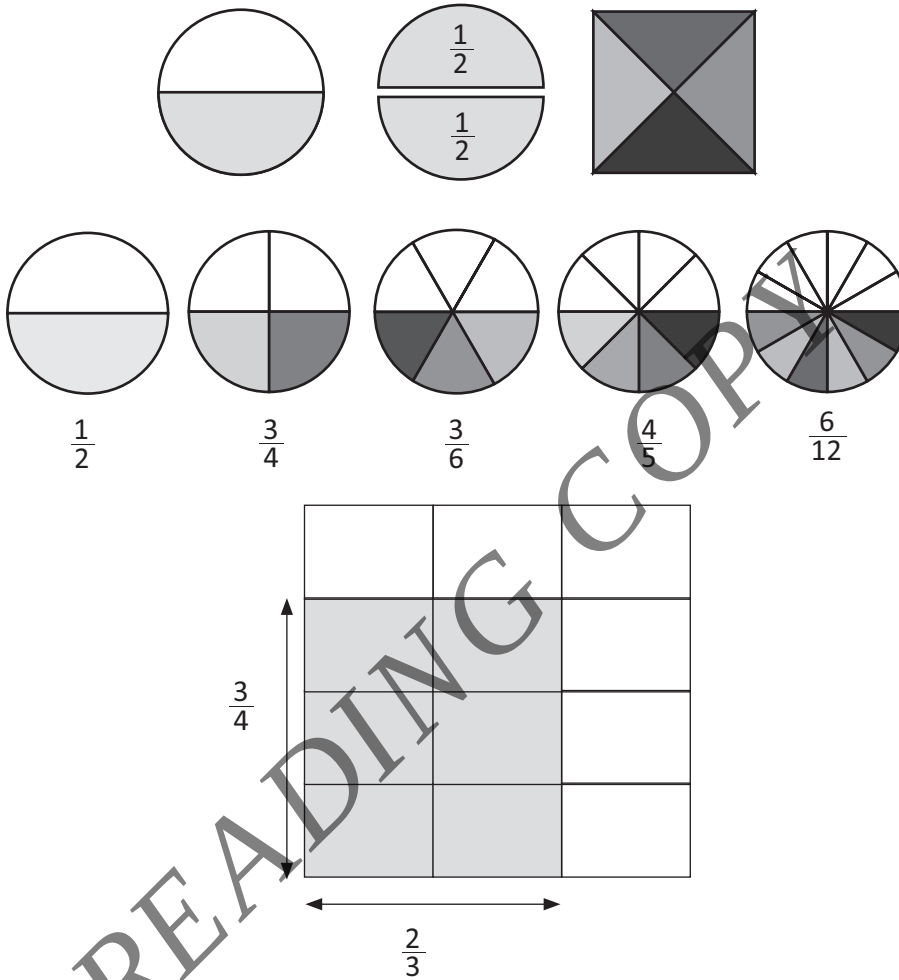


a. Keping Lingkaran, diameter 3 cm, tebal 2 mm
b. Keping Lingkaran, diameter 3 cm, tebal 5 mm

Bahan : Plastik ABS berwarna

Sumber: Dokumentasi Penulis

Kertas Pecahan



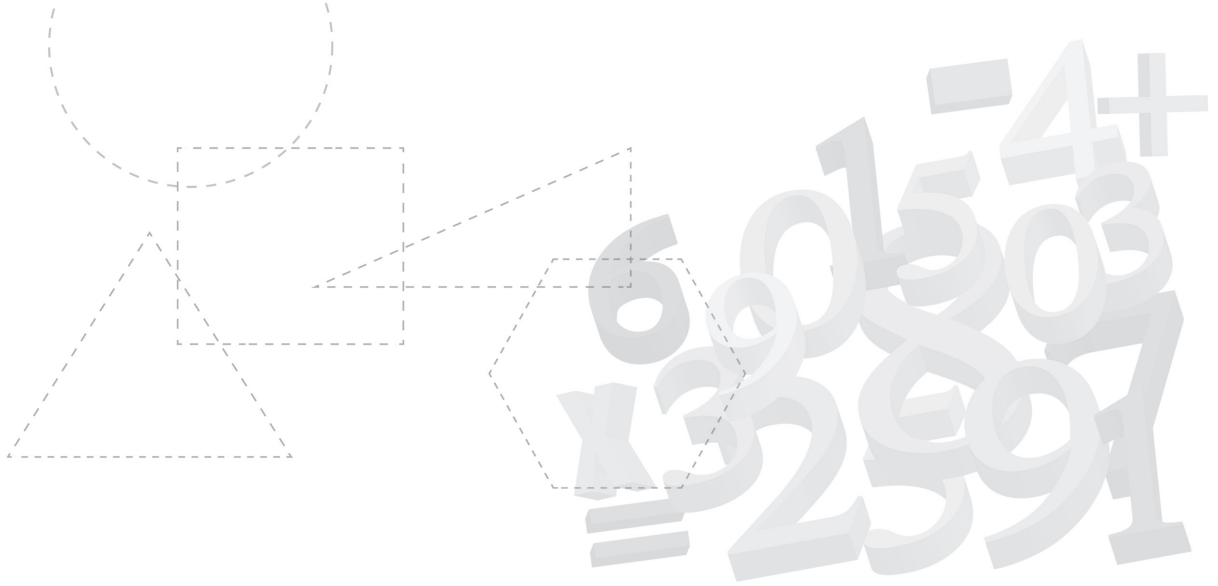
1. Sarana penunjang ruang laboratorium yang diperlukan di antaranya, sebagai berikut:
 - a. Papan tulis, papan berpetak, dan papan flanel
Papan tulis hendaknya diletakkan pada bagian dinding yang tidak ada jendelanya. Jarak papan tulis bagian bawah dengan lantai kira-kira 75 cm.
 - b. Papan berpetak digunakan untuk memudahkan membuat grafik kartesius atau menerangkan konsep luas.
 - c. Papan flanel digunakan untuk menempelkan alat peraga yang berlapis busa tipis seperti angka-angka, gambar-gambar binatang, bunga, tumbuhan, dan benda lain.

Jika memungkinkan ketiga papan itu diletakkan permanen di dinding bagian depan kelas yang dibuat agak menjorok ke dalam. Bagian yang terdalam adalah papan tulis yang panjangnya sekitar 4 meter. Di bagian depan samping kiri papan tulis diletakkan papan petak (berukuran panjang 1 meter) yang bagian bawahnya terdapat rel sehingga bisa didorong ke tengah bila digunakan. Di samping kanan diletakkan papan flanel seperti papan berpetak yang juga diberi rel dan didorong ke tengah jika diperlukan.

Bagian papan tulis yang tertutup oleh papan flanel dapat dimanfaatkan untuk menggambar hal-hal penting dan sukar dibuat sehingga dapat dimanfaatkan.

2. OHP (*over head projector*) dan layarnya serta meja untuk meletakkan OHP.
3. Media audio visual, seperti VCD dan LCD.
4. Alat penunjang pembelajaran
Yang dimaksud peralatan di sini adalah alat-alat yang diperlukan untuk kegiatan belajar mengajar, seperti penggaris panjang, sepasang penggaris segitiga, busur untuk menggambar papan tulis, jangka untuk menggambar di papan tulis, kapur, spidol, dan sebagainya.
5. Papan koordinasi/pengumuman.
6. Papan karya siswa.
7. Tata tertib penggunaan laboratorium.
8. Jadwal penggunaan laboratorium.
9. Berbagai hiasan dinding bernuansa matematika.
10. *Chart-chart* antara lain, meliputi sejarah dan biografi singkat tokoh-tokoh matematika atau tentang rumus penting dalam matematika.
11. Poster-poster, alat atau uraian tentang terapan sederhana matematika.

READING COPY



Lampiran 2

Suplemen Soal-Soal *High Order Thinking Skills (Hots)*

A. Definisi *High Order Thinking Skills (HOTS)*

Kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan salah satu kompetensi penting dalam dunia modern, sehingga wajib dimiliki oleh setiap peserta didik. Yang termasuk dalam kategori kemampuan berpikir tingkat tinggi adalah kemampuan untuk memecahkan masalah (*problem solving*), kemampuan berpikir kritis (*critical thinking*), berpikir kreatif (*creative thinking*), kemampuan berargumen (*reasoning*), dan kemampuan mengambil keputusan (*decision making*). Berikut ini dijelaskan macam-macam indikator kemampuan *High Order Thinking Skills* siswa beserta contoh penerapan soal-soalnya dalam pembelajaran di SD.

1. Kemampuan *Problem Solving*

Kemampuan *Problem solving* adalah kemampuan dalam memproses sesuatu dengan menggunakan strategi, cara atau teknik tertentu untuk menghadapi situasi baru agar keadaan tersebut dapat dicari solusinya sesuai dengan keinginan yang ditetapkan. Mengajarkan penyelesaian masalah kepada siswa dengan metode

problem solving, memungkinkan siswa itu lebih analitik dalam mengambil keputusan dalam hidupnya.

Kita memahami, untuk menyelesaikan masalah seseorang harus menguasai hal-hal yang telah dipelajari sebelumnya dan kemudian menggunakan dalam situasi baru. Karena itu masalah yang disajikan kepada peserta didik harus sesuai dengan kemampuan dan kesiapannya serta proses penyelesaiannya tidak dapat dengan prosedur rutin. Cara melaksanakan kegiatan mengajar dalam penyelesaian masalah ini, siswa diberi pertanyaan-pertanyaan dari yang mudah ke yang sulit berurutan secara hierarki.

Untuk melakukan pembelajaran untuk pengembangan kemampuan pemecahan masalah harus diawali dari kemampuan guru dalam penyelesaian masalah dalam proses pembelajaran itu sendiri. Yang utama harus dilakukan adalah guru harus dapat menganalisis kemampuan siswa dan kesiapannya dalam mengikuti suatu pembelajaran.

2. Berpikir Kritis (*critical Thinking*)

Berpikir kritis atau *Critical thinking is a way of deciding whether a claim is true, partially true, or false*. Artinya adalah sebuah cara menentukan apakah sebuah klaim itu benar, sebagian benar, atau salah. Jadi, berpikir kritis tidak melulu melihat kesalahan saja, tetapi melihat kebenaran juga. Adalah berpikir secara beralasan dan reflektif dengan menekankan pada pembuatan keputusan tentang apa yang harus dipercayai atau dilakukan.

Ada banyak manfaat dari kemampuan berpikir kritis, di antaranya adalah:

1. Memiliki banyak alternatif jawaban dalam menghadapi permasalahan dan ide yang muncul ketika berhadapan dengan problematika;
2. Mudah memahami sudut pandang orang lain sehingga muncul sikap saling memahami dan toleransi;
3. Menjadi rekan kerja yang baik, dengan semangat *team work*;
4. Memiliki kemandirian yang dapat diandalkan ketika diberi tanggung jawab;
5. Terbukanya kesempatan untuk menemukan peluang baru;
6. Meminimalkan salah persepsi dengan demikian akan menghindari munculnya konflik atau perselisihan;
7. Tidak mudah ditipu.

Untuk mengembangkan *Critical Thinking skill* ada beberapa strategi pembelajaran yang dapat diterapkan oleh guru dalam melaksanakan tugas pembelajaran antara lain adalah (1) mengadakan dasar penilaian untuk memberikan final siswa jika mencipta sesuatu merupakan 20% dari keseluruhan nilai, (2) mendeskripsikan syarat pelajaran secara mendetail sesuai silabus dengan menambah area online (alamat website) yang dapat menyediakan akses informasi secara mudah, (3) memberikan orientasi pelajaran, (4) instruktur memberi pendapat untuk siswa dalam pemberian masalah lewat email untuk memberi penguatan yang positif, dan beberapa hasil pelajaran dipadukan setelah pembelajaran usai.

3. Berpikir Kreatif (*Creative Thinking*)

Creative Thinking dapat dipahami sebagai suatu pemikiran yang berusaha menciptakan gagasan yang baru. Berpikir kreatif dapat juga diartikan sebagai suatu kegiatan mental yang digunakan seorang untuk membangun ide atau gagasan yang baru. Berpikir kreatif sering pula disebut berpikir divergen, artinya adalah memberikan bermacam-macam kemungkinan jawaban dari pertanyaan yang sama. Berpikir kreatif dipandang sebagai suatu kombinasi dari berpikir logis dan berpikir divergen yang didasarkan pada intuisi tetapi masih dalam kesadaran. dari berbagai uraian itu maka berpikir kreatif adalah kemampuan menemukan banyak jawaban terhadap suatu masalah, di mana penekanannya pada kuantitas, ketepatangunaan, dan keberagaman jawaban.

Ada 7 (tujuh) dasar berpikir kreatif (*The Basic of Creative Thinking*) yakni:

1. Posisikan diri kita berlawanan atau berbeda dengan yang lain;
2. *The Innovation theory: Think differently dari "Nothing to give a spectacular Result";*
3. Berpikirlah lebih detail dari pada yang lain atau biasanya.
4. Hasil yang sempurna, berpikirlah bahwa apa yang ingin dicapai itu sempurna dan tidak mungkin terlampaui oleh yang lain,
5. Berpikirlah bahwa apapun kesulitannya, pasti ada jalan keluarnya;
6. Kesulitan dan inspirasi itu saling melekatkan diri, sebagaimana firman Allah sungguh bersama kesulitan ada kemudahan;
7. Sebagian besar penemu dunia memiliki pola pikir imajinasi yang kuat di mana pengetahuan hanya 1% dan imajinasi 99%, sehingga kita perlu mengembangkan imajinasi kita.

Di antara strategi yang dapat diterapkan untuk mengembangkan berpikir kreatif adalah dengan strategi *Problem posing* yakni pembuatan soal, pernyataan, atau pertanyaan terkait situasi atau soal yang diketahui. Misalnya, siswa membuat pernyataan atau pertanyaan terkait dengan gambar, cerita, tabel, grafik, atau diagram yang menyajikan informasi tertentu. Anak dapat pula diminta untuk membuat suatu narasi lanjutan dari suatu paragraf yang dibaca. Cara-cara demikian diyakini dapat mendorong anak berpikir fleksibel untuk mengeksplorasi berbagai hal terkait situasi tertentu. Perlu diketahui bahwa berpikir fleksibel merupakan salah satu komponen berpikir kreatif.

4. Kemampuan berargumenasi (*Reasoning*)

Pengertian penalaran (*reasoning*) adalah proses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau bukti-bukti yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan. Kesimpulan yang bersifat umum dapat ditarik dari kasus-kasus yang bersifat individual, tetapi dapat pula sebaliknya, dari hal yang bersifat umum menjadi kasus yang bersifat individual. Dengan demikian, penalaran terdiri atas penalaran deduktif dan penalaran induktif.

Sementara itu, kemampuan penalaran meliputi 3 (tiga) hal, *pertama*, penalaran umum yang berhubungan dengan kemampuan untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan masalah; *kedua*, kemampuan yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan, seperti pada silogisme, dan yang berhubungan dengan kemampuan menilai implikasi dari suatu argumentasi; dan yang *ketiga* kemampuan untuk melihat hubungan-hubungan, tidak hanya hubungan antara benda-benda tetapi juga hubungan antara ide-ide, dan kemudian mempergunakan hubungan itu untuk memperoleh benda-benda atau ide-ide lain.

Ada 6 (enam) keterampilan bernalar yang dapat dikembangkan dalam proses mental, antara lain:

1. *Thing-making*, pengamatan dan proses identifikasi sesuatu melalui nama sebuah kata, simbol atau bayangan mental. Keterampilan ini didasarkan atas pengembangan *vocabulary*, penyimpulan pada konteks dan semua interaksi komunikasi yang terjadi, karena hal tersebut tergantung pada referensi kata-kata, pengetahuan dan asosiasi seseorang.
2. *Qualification*, penganalisisan karakteristik sesuatu. Akan lebih baik kita memahaminya, mencocokkannya untuk suatu keinginan, membandingkan dan mengontraskannya dengan yang lain dan mengubah atau mengembangkannya kreatif.

3. *Classification*, penempatan sesuatu ke dalam kelompok tertentu berdasarkan karakteristik yang mirip. Lebih baik kita mengklasifikasi, lebih baik kita mengatur sebarang kumpulan data dan fakta dari konsep yang umum kemudian menalarinya dengan logika logistik.
4. *Structure analysis*, menganalisis dan menciptakan suatu keterhubungan (*relationship*). Kelengkapan penganalisisan dan penciptaan bagian-bagian yang ditopang oleh sesuatu komposisi dan struktur secara menyeluruh, memunculkan hal-hal yang pokok dan membangun kemampuan penalaran yang spatial.
5. *Operation analysis*, pengurutan sesuatu, hal atau pikiran-pikiran ke dalam urutan secara logis. Lebih logis kita mengurutkan sesuatu, lebih baik kita memahami sederetan dari semua tipe, mengikuti langkah-langkah sebarang proses, mengidentifikasi hubungan sebab akibat dan membuat rencana serta prediksinya.
6. Keterampilan mencari analoginya, *Seeing Analogies*, pengenalan hubungan-hubungan yang sama. Keterampilan ini merupakan aplikasi dari informasi yang dihasilkan oleh semua keterampilan berpikir yang lain. Keterampilan ini merupakan dasar untuk pemberian wawasan dalam pemecahan masalah ketika kita mengingat masalah yang sama, sebagai metafora yang lengkap ketika kita ingat gambaran yang sejenis dan untuk memahami konsep rasio dan perbandingan pada matematika.

5. Membuat Kesimpulan (*decision making*)

Menetapkan keputusan merupakan suatu proses dan berlangsung dalam suatu sistem, meskipun merupakan suatu keputusan yang sifatnya paling pribadi sekalipun. Pengambilan keputusan menjadi suatu hal yang biasa diambil atau dilakukan karena dalam hidup seorang individu menghadapi berbagai permasalahan untuk dapat mempertahankan hidupnya. Pengambilan keputusan merupakan kunci kehidupan dan kegiatan yang paling penting dari semua kegiatan dalam menghadapi berbagai permasalahan untuk *survive of life*.

Kematangan seorang individu dalam pengambilan keputusan adalah suatu proses pilihan alternatif tindakan seseorang dalam cara yang efisien dalam situasi tertentu. Kenyataannya Pengambilan keputusan yang bersifat rutin sehari-hari kadang seorang individu hanya melakukan pilihan alternatif melalui *judgment* sederhana, padahal keputusan tersebut diperlukan suatu prosedur *problem solving* dengan tahapannya yang secara sistematis.

Pengembangan kemampuan “*Decision Making*” pada peserta didik dapat dilakukan mulai hal yang sederhana, seperti memilih teman untuk kerja kelompok, memilih lokasi untuk observasi tugas tertentu, atau memilih warna untuk pembuatan *mind mapping*-nya. Pada akhirnya pengambilan keputusan juga dilakukan dalam hal-hal yang kompleks seperti memilih teman pergaulan, memilih calon suami/istri sampai dalam hal pemilihan karier. Banyak sekali masalah yang dihadapi remaja dalam memutuskan sesuatu. Semua menuntut kemampuan pengambilan keputusan yang tepat.

B. SUPLEMEN SOAL HOTS UNTUK SEKOLAH DASAR

Jenjang : Sekolah Dasar

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : VI/1 dan 2

Kurikulum : Kurikulum 2013 revisi 2016

KOMPETENSI DASAR	KOMPETENSI DASAR
3.1 Menjelaskan bilangan bulat negatif (termasuk menggunakan garis bilangan).	4.1 Menggunakan konsep bilangan bulat negatif (termasuk menggunakan garis bilangan) untuk menyatakan situasi sehari-hari.
3.2 Menjelaskan dan melakukan operasi penjumlahan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif.	4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi-operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif dalam kehidupan sehari-hari.
3.3 Menjelaskan dan melakukan operasi hitung campuran yang melibatkan bilangan cacah, pecahan dan/ atau desimal dalam berbagai bentuk sesuai urutan operasi.	4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan operasi hitung campuran yang melibatkan bilangan cacah, pecahan dan/atau desimal dalam berbagai bentuk sesuai urutan operasi.
3.4 Menjelaskan titik pusat, jari-jari, diameter, busur, tali busur, tembereng, dan juring.	4.4 Mengidentifikasi titik pusat, jari-jari, diameter, busur, tali busur, tembereng, dan juring.
3.5 Menjelaskan taksiran keliling dan luas lingkaran (Menentukan keliling lingkaran dan luas daerah lingkaran).	4.5 Menentukan keliling dan luas lingkaran serta menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

3.6	Membandingkan prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola.	4.6	Mengidentifikasi prisma, tabung, limas, kerucut dan bola.
3.7	Menjelaskan bangun ruang yang merupakan gabungan dari beberapa bangun ruang, serta luas permukaan dan volumenya.	4.7	Mengidentifikasi gabungan ruang yang merupakan gabungan dari beberapa bangun ruang, serta luas permukaan dan volumenya.
3.8	Menjelaskan dan membandingkan modus, median, dan mean dari data tunggal untuk menentukan nilai mana yang paling tepat mewakili data.	4.8	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan modus, median, dan mean dari data tunggal dalam penyelesaian masalah.

Berikut ini akan diberikan contoh soal-soal *High Order Thinking Skills (HOTS)* yang diberikan sesuai dengan masing-masing kompetensi dasar.

BAB 1			
3.1	Menjelaskan bilangan bulat negatif (termasuk menggunakan garis bilangan).	4.1	Menggunakan konsep bilangan bulat negatif (termasuk menggunakan garis bilangan) untuk menyatakan situasi sehari-hari.
3.2	Menjelaskan dan melakukan operasi penjumlahan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif.	4.2	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi-operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh Soal

- Tempatkan empat buah angka yaitu 3, 5, 7, dan 9 ke dalam kotak yang telah disediakan. Kemudian aturlah penempatan angka tersebut dalam kotak agar menghasilkan bilangan yang paling besar ketika dua bilangan dalam kotak dikalikan.

$$\begin{array}{r}
 - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \times
 \end{array}$$

Jawaban:

Untuk mendapatkan bilangan hasil perkalian terbesar perlu diperhatikan bahwa kedua bilangan tersebut berbeda. Bilangan atas merupakan bilangan bulat negatif, sedangkan bilangan bawah merupakan bilangan positif. Hasil perkalian bilangan positif dengan bilangan negatif adalah bilangan negatif. Untuk bilangan negatif, semakin dekat ke nol artinya nilai bilangannya semakin besar.

Perlu diingat $-2 < -1$ berlaku pula $-2200 < -2100$

Maka untuk memperoleh bilangan paling besar, empat angka tersebut haruslah ditempatkan sebagai berikut.

$$\begin{array}{r} -37 \\ 59 \\ \hline -2183 \end{array} \times$$

$$-37 - 59 \text{ atau } -59 \times 37$$

2. Tentukan hasil dari

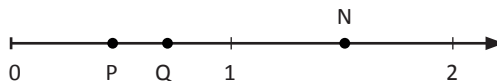
$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots + 97 - 98 + 99$$

Jawaban:

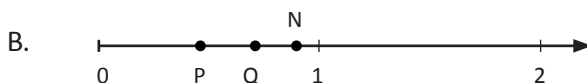
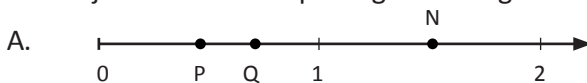
$$\begin{aligned} &\equiv (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + \dots + (97 - 98) + 99 \\ &\equiv (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + \dots + (-1) + 99 \\ &\equiv ((-1) \times \frac{98}{2}) + 99 \\ &\equiv ((-1) \times 49) + 99 \\ &\equiv (-49) + 99 \\ &\equiv -49 + 99 = 50 \end{aligned}$$

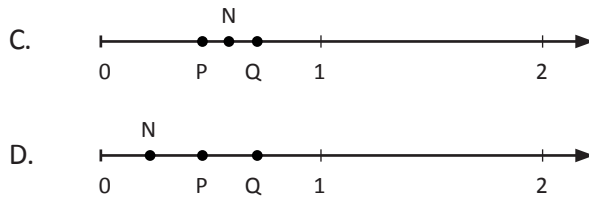
BAB 2	
3.3 Menjelaskan dan melakukan operasi hitung campuran yang melibatkan bilangan cacah, pecahan dan/ atau desimal dalam berbagai bentuk sesuai urutan operasi.	4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan operasi hitung campuran yang melibatkan bilangan cacah, pecahan dan/atau desimal dalam berbagai bentuk sesuai urutan operasi.

1.



P dan Q adalah pecahan. Jika $P \times Q = N$. Gambar manakah yang menunjukkan lokasi N pada garis bilangan?





Jawaban:

P dan Q adalah pecahan.

Misalkan $P = \frac{1}{a}$ dan $Q = \frac{1}{b}$, karena $P < Q$ maka haruslah $a > b$.

$P \times Q = N$ atau dapat ditulis sebagai $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{ab} = N$

Jika $N = \frac{1}{ab}$, maka $ab > a > b$. Akibatnya, $N < P < Q$ di mana posisi N lebih kiri daripada posisi P ataupun posisi Q.

Kesimpulannya, garis bilangan yang paling tepat mewakili hasil operasi yang ditentukan adalah option D.

Sumber TIMSS 2011

2. Sebuah gunung setinggi 375 m berada di tengah lautan dengan kaki gunung tersebut berada di dasar laut. Jika ketinggian gunung yang terlihat dari atas permukaan laut hanya seperlima dari ketinggian gunung tersebut. Maka berapakah kedalaman sebuah kapal selam yang diukur dari permukaan laut, jika jarak antara dasar laut dengan kapal selam sejauh lima perdua ketinggian gunung yang muncul dari laut?

Jawaban:

Tinggi gunung sebenarnya = (tinggi gunung yang terlihat dari atas permukaan laut) + (jarak kapal selam dari permukaan laut) + (jarak dari kapal selam ke dasar laut)

- $375 \text{ m} = \frac{1}{5}$ dari tinggi gunung sebenarnya + (jarak kapal selam dari permukaan laut) + ($\frac{5}{2}$ dari tinggi gunung yang terlihat dari atas laut)
- $375 \text{ m} = (\frac{1}{5} \times 375 \text{ m}) + (\text{jarak kapal selam dari permukaan laut}) + (\frac{5}{2} \text{ dari } \frac{1}{5} \text{ tinggi gunung sebenarnya})$
- $375 \text{ m} = (75 \text{ m}) + (\text{jarak kapal selam dari permukaan laut}) + (\frac{5}{2} \times 75 \text{ m})$

- $375 \text{ m} = (75 \text{ m}) + (\text{jarak kapal selam dari permukaan laut}) + 187,5 \text{ m}$
- $375 \text{ m} = (262,5 \text{ m}) + (\text{jarak kapal selam dari permukaan laut})$
- $375 \text{ m} - 262,5 \text{ m} = \text{jarak kapal selam dari permukaan laut}$
- $112,5 \text{ m} = \text{jarak kapal selam dari permukaan laut}$

Kedalaman kapal selam menyelam yang diukur dari permukaan laut adalah -112,5 mdpl.

BAB 3			
3.4	Menjelaskan titik pusat, jari-jari, diameter, busur, tali busur, tembereng, dan juring.	4.4	Mengidentifikasi titik pusat, jari-jari, diameter, busur, tali busur, tembereng, dan juring.
3.5	Menjelaskan taksiran keliling dan luas lingkaran (Menentukan keliling lingkaran dan luas daerah lingkaran).	4.5	Menentukan keliling dan luas lingkaran serta menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

1. Sebuah bola yang berjari-jari $\frac{7}{22}$ menggelinding dari tembok A ke tembok B. Ternyata bola itu menggelinding sebanyak sepuluh putaran. Berapa meter jarak antara tembok A dengan tembok B?



Jawaban:

Jarak yang ditempuh bola dalam satu kali putaran sama dengan keliling dari bola yang berbentuk lingkaran tersebut.

Untuk dapat mengukur jarak antara dua tembok dapat ditempuh oleh sepuluh putaran bola berarti sepuluh kali keliling lingkaran.

Jarak antara tembok A dan B = $10 \times \text{keliling lingkaran}$

$$\begin{aligned}
 &= 10 \times 2 \pi r \\
 &= 10 \times 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{22} \text{ m} \\
 &= 10 \times 2 \text{ m} \\
 &= 20 \text{ m}
 \end{aligned}$$

2. Suatu satelit buatan melintasi suatu orbit dengan ketinggian satelit 1300 km di atas permukaan bumi. Jika jari-jari bumi adalah 6400 km dan waktu yang diperlukan untuk melintasi satu orbit adalah 2 jam. Hitunglah kecepatan satelit tersebut dalam satuan km/jam.

Jawaban:

Orbit adalah lintasan satelit yang berbentuk lingkaran. Jari-jari dari orbit dibentuk oleh jari-jari bumi ditambah dengan jarak dari bumi ke satelit. Hal yang perlu diketahui untuk dapat menghitung kecepatan dari satelit, maka harus dihitung dulu jarak yang ditempuh oleh satelit atau sama saja dengan menghitung jarak orbit dalam satu putaran juga harus mengetahui waktu yang diperlukan satelit untuk dapat menempuh satu orbit.

Diketahui:

Waktu yang diperlukan untuk melintasi satu orbit adalah 2 jam.

Dicari:

Jarak yang ditempuh untuk melintasi satu orbit = keliling orbit yang berbentuk lingkaran.

$$\begin{aligned}
 &= \text{keliling lingkaran dengan jari-jari orbit adalah } 6400 \text{ km} + 1300 \text{ km} \\
 &\quad \text{keliling lingkaran dengan jari-jari } 7700 \text{ km} \\
 &= 2 \times \pi \times 7700 \text{ km} \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7700 \text{ km} \\
 &= 48,400 \text{ km} \\
 &= \frac{\text{jarak yang ditempuh melintasi satu orbit}}{\text{waktu yang diperlukan untuk melintasi satu orbit}} \\
 &= \frac{48,400 \text{ km}}{2 \text{ jam}} \\
 &= \frac{24.200}{\text{jam}}
 \end{aligned}$$

Jadi, kecepatan satelit dalam melintasi orbit adalah 24.200 km/jam

BAB 4			
3.6	Membandingkan prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola.	4.6	Mengidentifikasi prisma, tabung, limas, kerucut dan bola.
3.7	Menjelaskan bangun ruang yang merupakan gabungan dari beberapa bangun ruang, serta luas permukaan dan volumenya.	4.7	Mengidentifikasi gabungan ruang yang merupakan gabungan dari beberapa bangun ruang, serta luas permukaan dan volumenya.

1. Diketahui volume tabung 1540 cm^3 . Jika diameter tabung diperbesar menjadi dua kali dan tingginya diperkecil menjadi setengah kalinya tabung semula. Maka volume tabung yang baru adalah...volume tabung awal.

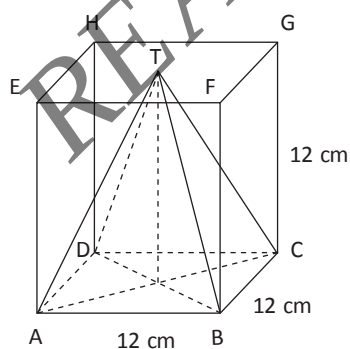
Jawaban:

$$\text{Volume tabung awal} = 1540 \text{ cm}^3 = \pi \times r^2 \times t$$

$$\begin{aligned} \text{Volume tabung baru} &= \pi \times (2r)^2 \times \left(\frac{1}{2}t\right) \\ &= \pi \times 4r^2 \times \frac{1}{2}t \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times r^2 \times t \\ &= 2 \times (\pi \times r^2 \times t) \\ &= 2 \times \text{volume tabung awal} \end{aligned}$$

Jadi, volume tabung yang baru adalah 2 kali volume tabung awal

2. Dari suatu kubus ABCD.EFGH dibuat limas T.ABCD.



- a. Hitunglah perbandingan volume limas dengan volume kubus
- b. Jika panjang rusuk kubus tersebut 12 cm, tentukan volume kubus diluar limas T.ABCD.

Jawaban:

a. Diketahui:

Luas alas limas sama dengan luas alas kubus karena berimpit.

Tinggi limas sama dengan tinggi kubus karena titik puncak limas dalam bidang tutup dari kubus.

Volume limas : Volume kubus

$$\frac{1}{3} \times (\text{luas alas} \times \text{tinggi}) : \text{Luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$\frac{1}{3} \times (\text{luas alas} \times \text{tinggi}) : \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$\frac{1}{3} \times (\text{volume kubus}) : \text{volume kubus}$$

$$\frac{1}{3} : 1$$

$$1 : 3$$

Jadi, perbandingan volume limas terhadap volume kubus adalah 1 : 3

b. Volume kubus diluar limas T.ABCD artinya volume kubus dikurangi dengan volume limas

Volume kubus limas = volume kubus - volume limas

$$= \text{volume kubus} - \frac{1}{3} \times \text{volume kubus}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \text{volume kubus}$$

$$= \frac{2}{3} \times \text{sisi} \times \text{sisi} \times \text{sisi}$$

$$= \frac{2}{3} \times 12 \times 12 \times 12$$

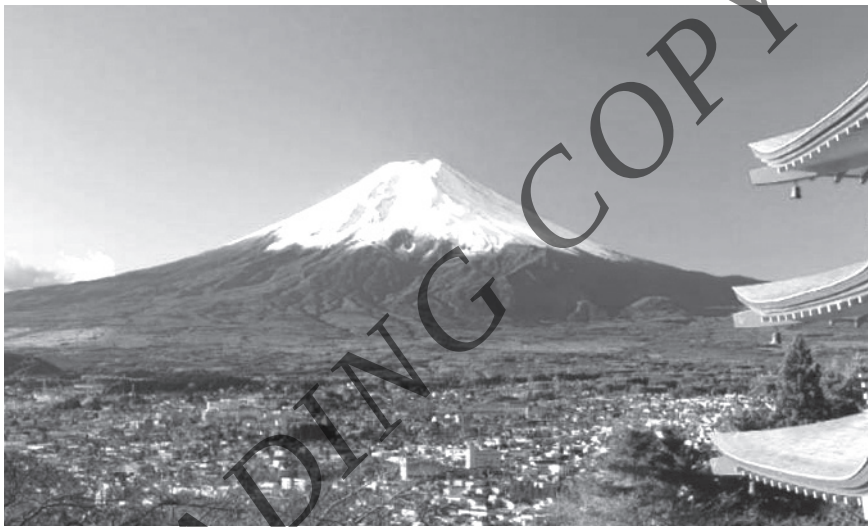
Volume kubus di luar limas = 1.152 cm³

Jadi, volume kubus di luar limas adalah 1.152 cm³

BAB 5	
3.8 Menjelaskan dan membandingkan modus, median, dan mean dari data tunggal untuk menentukan nilai mana yang paling tepat mewakili data.	4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan modus, median, dan mean dari data tunggal dalam penyelesaian masalah.

1. PENDAKIAN GUNUNG FUJI (PISA 2012)

Gunung Fuji adalah gunung berapi yang sudah tidak aktif lagi yang terkenal di Jepang



Sumber: <https://www.google.com/turkejepang.com>

Pertanyaan pertama

Gunung Fuji hanya dibuka untuk pendakian umum dari mulai tanggal 1 Juli sampai 27 Agustus tiap tahunnya. Jika sekitar 200.000 orang mendaki Gunung fuji dalam kurun waktu tersebut. Berapa banyak rata-rata orang yang mendaki Gunung Fuji tiap harinya ?

- A. 340
- B. 710
- C. 3400
- D. 7100

Pertanyaan kedua

Jalur pendakian ke puncak Gunung Fuji melalui jalur Gotemba adalah sepanjang 9 km.

Para pendaki diharuskan kembali dari perjalanan naik dan turun sepanjang 18 km maksimal pukul 8 malam atau pukul 20.00. Toshi memperkirakan bahwa dia dapat mendaki ke puncak gunung dengan kecepatan rata-rata 1,5 km/jam, dan turun dari puncak gunung dengan kecepatan dua kali lipatnya. Kecepatan berjalan ini sudah termasuk waktu yang digunakan untuk makan dan istirahat selama di perjalanan. Gunakan perkiraan kecepatan Toshi dalam mendaki, maksimal pukul berapakah Toshi harus memulai pendakian agar ia dapat kembali tepat pukul 8 malam?

Pertanyaan Ketiga

Toshi menggunakan pedometer atau alat yang dapat menghitung banyaknya langkah selama ia berjalan mendaki di jalur pendakian Gotemba. Pedometernya menunjukkan bahwa dia melangkah sebanyak 22.500 langkah untuk mendaki ke puncak. Perkiraan rata-rata panjang langkah Toshi selama perjalanan sejauh 9 km jalur Gotemba. Berikan jawabanmu dalam satuan cm.

PISA 2012

Jawaban:

Pertanyaan pertama

Informasi yang diketahui:

Banyak pendaki adalah sekitar 200.000 orang

Waktu untuk pendakian adalah dari mulai 1 Juli sampai 27 Agustus atau selama 58 hari. (Siswa harus memiliki pengetahuan mengenai jumlah hari tiap bulannya, untuk jumlah hari pada bulan Juli adalah sebanyak 31 hari).

Maka rata-rata pendaki tiap harinya dapat dicari dengan membagi banyaknya pendaki selama kurun waktu 58 hari dengan jumlah hari pada kurun waktu tersebut. Lebih jelasnya akan diperlihatkan dalam perhitungan berikut.

$$\begin{aligned}
 \text{rata-rata pendaki tiap hari} &= \frac{\text{banyaknya pendaki}}{\text{waktu yang dibuka untuk pendakian}} \\
 &= \frac{\pm 200.000}{58 \text{ hari}} \\
 &= \pm 3448 / \text{hari}
 \end{aligned}$$

Tidak ada salahnya ketika menyebutkan rata-rata pengunjungnya dikatakan menjadi sekitar 3400 orang tiap harinya.

Jawaban: C. 3400

Pertanyaan kedua

Jalur Pendakian Gotemba sejauh 9 km baik itu ketika naik ke puncak dan turun dari puncak. Total jarak yang ditempuh selama pendakian naik dan turun adalah sejauh 18 km. Perkiraan waktu pendakian Toshi adalah 1,5 km/jam ketika berjalan ke puncak.

Maka waktu yang diperlukan untuk sampai ke puncak adalah:

$$\text{Waktu naik ke puncak} = \frac{9 \text{ km}}{1,5 \text{ km/jam}} = 6 \text{ jam}$$

Sementara itu, Perkiraan waktu Toshi untuk turun dari puncak adalah 2 kali lebih cepat dibandingkan ketika naik, atau kecepatan turunnya adalah $2 \times 1,5 \text{ km/jam}$.

$$\begin{aligned}
 \text{Waktu dari puncak} &= \frac{9 \text{ km}}{21,5 \text{ km/jam}} \\
 &= \frac{9 \text{ km}}{3 \text{ km/jam}} \\
 &= 3 \text{ jam}
 \end{aligned}$$

Waktu yang diperlukan toshi untuk mendaki ke puncak dan turun dari puncak adalah:

$$6 \text{ jam} + 3 \text{ jam} = 9 \text{ jam}$$

Maka, waktu maksimal untuk memulai pendakian adalah 9 jam sebelum pukul 8 malam atau 9 jam sebelum pukul 20.00. secara matematis dapat ditunjukkan bahwa 9 jam sebelum pukul 20.00 adalah pukul 11.00 atau pukul 11.00 siang.

Pertanyaan ketiga

Dari informasi pada soal diperoleh bahwa untuk dapat menempuh jalur Gotemba sepanjang 9 km pada sekali perjalanan mendaki saja pedometer Toshi menunjukkan sebanyak 22.500 langkah. Maka, untuk menghitung panjang langkah Toshi dalam satuan sentimeter, dapat digunakan kaidah menghitung nilai rata-rata.

$$\begin{aligned}
 \text{panjang tiap langkah Toshi} &= \frac{\text{jarak yang ditempuh Toshi}}{\text{banyak langkah yang dilakukan Toshi}} \\
 &= \frac{9 \text{ km}}{22.500 \text{ langkah}} \\
 &= \frac{900.000 \text{ cm}}{22.500 \text{ langkah}} \\
 &= 40 \text{ cm/langkah}
 \end{aligned}$$

Diperoleh kesimpulan bahwa panjang tiap langkah Toshi adalah 40 cm.

2. Dari sembilan kali ulangan pada satu tahun pelajaran seorang anak mendapatkan nilai-nilai sebagai berikut.

20; 22; 18; 21; 22; 16; 14; 19; 17.

Manakah dari tiga ukuran pemusatan data berupa modus, rata-rata, dan median yang akan menguntungkan jika akan dipilih untuk menentukan nilai raportnya?

Jawaban:

Untuk memberikan nilai raport yang paling menguntungkan adalah dengan memilih nilai yang paling besar di antara 3 ukuran pemusatan data.

Data diurutkan kembali menjadi

14; 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 22

Median dari data adalah 19

Mean atau rata-rata dari data adalah:

$$\begin{aligned}
 \text{rata-rata} &= \frac{20 + 22 + 18 + 21 + 22 + 16 + 14 + 19 + 17}{9} \\
 &= 18,7778
 \end{aligned}$$

Atau rata-ratanya dibulatkan menjadi 19

Modus dari data 22.

Nilai modus lebih besar daripada median dan mean.

Jadi, agar nilai raportnya besar, maka dipilih nilai dari Modusnya

READING COPY

Tentang Penulis



Prof. Dr. H. Nanang Priatna, M.Pd. lahir di Kuningan Jawa Barat, 31 Maret 1963. Menyelesaikan pendidikan SD hingga SMA di Cilimus Kuningan. Setelah menyelesaikan pendidikan S1 Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Bandung tahun 1987, kemudian menyelesaikan pendidikan S2 pada jurusan yang sama di PPs IKIP Malang dan lulus tahun 1994. Pendidikan S3 ditempuh di PPs Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Program Studi Pendidikan Matematika dan lulus tahun 2003. Memperoleh Surat Keputusan (SK) Jabatan Fungsional sebagai Guru Besar/Profesor dalam bidang Pendidikan Matematika terhitung mulai tanggal 1 April 2010.

Pekerjaan tetap Prof. Nanang Priatna adalah dosen di UPI dari tahun 1988 sampai sekarang. Pengalaman mengajar di tempat lain yaitu di: Universitas Terbuka (UT), Universitas Islam Asyafi'iyah (UIA) Jakarta, Universitas Muhammadiyah UHAMKA Jakarta, Universitas Singaperbangsa (UNSIKA) Karawang, Universitas Galuh (UNIGAL) Ciamis, Universitas Swadaya Gunungjati (UNSWAGATI) Cirebon, STKIP Banten, STKIP Siliwangi Cimahi, President University Jababeka Bekasi, dan Universitas Widyatama Bandung.

Aktivitas Prof. Nanang Priatna selain sebagai pengajar adalah konsultan pada Direktorat P2TK Dikdas Ditjen Dikdas, Kemdiknas tahun 2011; konsultan pada Direktorat Pembinaan TK & SD Ditjen Mandikdasmen, Depdiknas tahun 2007 - 2010; konsultan pada Direktorat Pendidikan Kesetaraan Ditjen PLS, Depdiknas tahun 2006; dan konsultan Manajemen Peningkatan Mutu Pembelajaran SMP Disdik Provinsi Jawa Barat tahun 2004 - 2006.

Pada tahun 2005 - 2011 Prof. Nanang Priatna menjadi narasumber atau fasilitator berbagai kegiatan pada 33 provinsi di Indonesia, dan sebagai pemakalah di Malaysia, Singapura, Belanda, dan Belgia. Dalam kegiatan perbukuan, Prof. Nanang Priatna menjadi tim penilai buku matematika SD, SMP, dan SMA Pusat Kurikulum & Perbukuan Depdikbud. Dari tahun 2014 sampai sekarang, menjadi narasumber nasional diklat instruktur nasional kurikulum 2013 (revisi 2016).

Dari tahun 2012 sampai sekarang, Prof. Nanang Priatna aktif melakukan penelitian. Hasil-hasil penelitiannya disajikan dalam seminar nasional dan internasional serta diterbitkan dalam proseding ataupun jurnal internasional. Dari tahun 2007 sampai sekarang aktif menjadi Instruktur PLPG (Pendidikan dan Latihan Profesi Guru), dan pernah menjadi *keynote speaker* pada seminar nasional di IPB, Universitas Negeri Medan, Universitas Muhammadiyah Solo, STKIP Melawi Kalimantan Barat.

Karya tulis yang dihasilkannya berupa buku adalah: *Advanced Learning Mathematics for Grade X to XII Senior High School*; *Cerdas dan Mahir Matematika untuk Kelas VII, VIII, dan IX SMP*; *Smart in Maths for Grade I to VI Primary School*; *Pembelajaran Tematis untuk Kls I, II, dan III SD*; *Panduan Pendidik Matematika SD*; *Matematika Diskrit*; *Modul UT*; dan *Pengembangan Profesi Guru*.



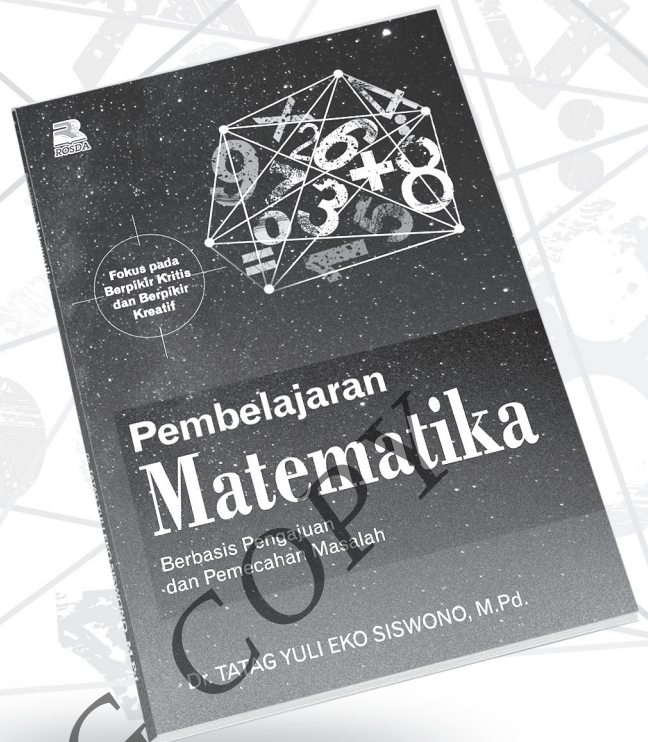
Ricki Yuliardi, M.Pd. lahir di Kuningan Jawa Barat, 27 Januari 1988. Menyelesaikan pendidikan SD hingga SMA di Kabupaten Kuningan, Jawa Barat. Setelah menyelesaikan pendidikan S1 Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI Bandung pada tahun 2010, kemudian menyelesaikan pendidikan S2 pada jurusan yang sama di PPs UPI Bandung dan lulus tahun 2013.

Pekerjaan tetap saat ini adalah sebagai dosen prodi Pendidikan Matematika STKIP Muhammadiyah Kuningan dari 2015-sekarang. Pengalaman kerja sebelumnya pernah menjadi guru matematika di SMP-SMK Daarut Tauhiid Bandung pada tahun 2010-2015.

Sejak tahun 2015-2018, penulis aktif dalam hibah penelitian Dikti. Tema riset yang menjadi ciri khas penulis adalah pemanfaatan teknologi dalam pembelajaran matematika. Hasil-hasil penelitiannya disajikan dalam seminar nasional dan internasional serta diterbitkan dalam proseding ataupun jurnal internasional. Pada tahun 2018, penulis menjadi pemakalah di seminar Internasional yang diselenggarakan di UPM Malaysia.

Karya tulis yang pernah dihasilkan dalam bentuk buku adalah: *Statistika untuk Penelitian plus Tutorial SPSS* (2017), *Easy Maths With Geogebra* (2017). Selain aktivitas mengajar perkuliahan, penulis juga merupakan Direktur Al-Fatih Learning Centre, di mana lembaga ini mengelola bimbingan belajar matematika yang inovatif dan menyenangkan bagi siswa-siswi di Kabupaten Kuningan, Jawa Barat.

RR.PK0385
Dr. Tatag Yuli Eko Siswono, M.Pd.
17,5 x 25 cm - 176 hlm
Kertas Isi HVS-70 gr - Sampul AC-230 gr
Cetakan 1, 2018
ISBN: 978-602-446-233-8
Rp 60.000



Perkembangan teknologi dan informasi memberi tantangan baru berupa kompleksitas suatu masalah. Generasi baru perlu diberikan bekal pengetahuan dan keterampilan memecahkan masalah serta menguraikan masalah menjadi pertanyaan-pertanyaan sederhana yang mudah dan sistematis untuk diselesaikan. Pengetahuan dan keterampilan itu dikenal dengan pemecahan masalah (problem solving) dan pengajuan masalah (problem posing).

Keduanya merupakan aktivitas yang terbukti efektif mengembangkan keterampilan-keterampilan abad 21 berupa kemampuan berpikir kritis, berpikir kreatif, berkolaboratif, dan berkomunikasi. Keduanya juga menjadi tren dan perhatian pendidik, peneliti, dan ahli-ahli pendidikan matematika seluruh dunia hingga saat ini.

Bagian pertama buku ini menguraikan peran penting kemampuan berpikir kritis dan berpikir kreatif sebagai tujuan pendidikan. Bagian kedua membahas pemecahan dan pengajuan masalah sebagai suatu aktivitas pembelajaran. Bagian berikutnya membahas model pembelajaran berbasis pengajuan dan pemecahan masalah matematika yang disingkat JUCAMA dengan disertai contoh dan penilaiannya.

Buku ini sepatutnya dibaca semua pendidik tidak harus pendidik matematika yang ingin menghadirkan pembelajaran inovatif dan kreatif di kelasnya. Bagi mahasiswa, dosen, atau peneliti, buku ini merupakan referensi untuk belajar konsep pemecahan masalah, pengajuan masalah, berpikir kritis, dan berpikir kreatif, sekaligus sumber inspirasi melakukan penelitian atau kajian-kajian. Semoga bermanfaat.