

# **PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MASALAH UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR MATEMATIK TINGKAT TINGGI SISWA SLTP**

**Tatang Herman**

*Program Pascasarjana Pendidikan Matematika  
Universitas Pendidikan Indonesia*

## **Abstrak**

Di era teknologi informasi sekarang ini, dalam kehidupan kita lebih banyak dituntut untuk menggunakan keterampilan intelegen dalam menginterpretasi, menyelesaikan suatu masalah, ataupun mengontrol proses komputer. Oleh karena itu, kegiatan pembelajaran di sekolah, khususnya untuk matematika, tidak bisa dilakuakn dengan penerimaan/pemberian informasi oleh siswa/guru melalui pengulangan praktek (latihan) dan hapalan sehingga siswa terampil mengingat dan menerapkan algoritma. Untuk menjawab tantangan ini, siswa dituntut untuk memiliki pemahaman matematika yang utuh, yaitu yang tidak hanya memahami konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan struktur matematika semata, namun meliputi penggunaan kapasitas siswa dalam proses berpikir matematik. Tulisan ini mengupas pembelajaran matematika berbasis masalah sebagai salah satu pendekatan dalam pembelajaran untuk menggapai kemampuan siswa dalam berpikir matematik tingkat tinggi.

**Kata kunci:** pembelajaran berbasis masalah, berpikir matematik tingkat tinggi, berpikir tingkat tinggi.

## **A. PENDAHULUAN**

Pendidikan matematika berkembang seiring dengan perkembangan teori belajar, teknologi, dan tuntutan dalam kehidupan. Perubahan yang berarti terjadi sejak tahun 1980-an (de Lange, 1995), berawal dari negara-negara maju seperti Amerika Serikat, Belanda, Australia, dan Inggris. Perubahan ini diikuti oleh negara-negara lainnya secara global yang secara mendasar dimulai dari restrukturisasi kurikulum, seperti yang juga terjadi di Indonesia. Faktor utama yang menyulut perubahan dalam pendidikan matematika disebabkan kebutuhan dan penggunaan matematika dalam kehidupan di era global. Karena perkembangan ekonomi global, di era informasi ini hampir di setiap sektor kehidupan kita dituntut untuk menggunakan keterampilan intelegen dalam menginterpretasi, menyelesaikan suatu masalah, ataupun untuk mengontrol proses komputer. Kebanyakan lapangan kerja belakangan ini menuntut kemampuan menganalisis daripada melakukan keterampilan prosedural dan algoritmis. Dengan demikian,

siswa memerlukan lebih banyak matematika untuk menjawab tantangan dunia kerja dalam persaingan global.

Perubahan yang sangat mendasar juga disebabkan pergeseran pandangan dalam memahami bagaimana siswa belajar matematika. Belajar tidak lagi dipandang sebagai proses menerima informasi untuk disimpan di memori siswa yang diperoleh melalui pengulangan praktek (latihan) dan hapalan. Kurikulum Matematika Berbasis Kompetensi (Depdiknas, 2003) menekankan akan pentingnya pengembangan proses pemahaman dan interkoneksi matematika yang mendalam dalam diri siswa, bukan sekedar terampil mengingat rumus dan menerapkan algoritma. Penekanan diperlukan tidak saja dalam kapasitas siswa untuk memahami substansi matematika, namun juga dalam kapasitas siswa dalam melakukan aktivitas matematik. Para ahli dan pemikir pendidikan matematika menegaskan bahwa pemahaman matematika yang utuh tidak hanya sekedar mencakup pengetahuan konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan struktur matematika (Kitcher, 1984; Schoenfeld, 1992; Stein, Grover, & Henningsen, 1996). Pemahaman yang utuh menurut mereka meliputi penggunaan kapasitas dalam proses berpikir matematik.

Berpikir matematik yang dimaksud di sini adalah seperti mencari dan menemukan pola untuk memahami struktur dan hubungan matematik; menggunakan sumber dan alat secara efektif dalam merumuskan dan menyelesaikan masalah; memahami idea matematika; berpikir dan bernalar matematika seperti, menggeneralisasi, menggunakan aturan inferensi, membuat konjektur, memberi alasan, mengkomunikasikan idea matematik, dan menetapkan atau memeriksa apakah hasil atau jawaban matematika yang diperoleh masuk akal. Siswa jangan lagi memandang matematika sebagai ilmu yang disusun secara terstruktur mencakup unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur-unsur yang didefinisikan, postulat, dan teorema atau dalil. Tetapi matematika harus dipandang sebagai suatu proses yang aktif dan generatif seperti yang dikerjakan oleh pelaku dan pengguna matematika. Proses matematika yang aktif tersebut memuat penggunaan alat matematika secara sistematis untuk menemukan pola, kerangka

masalah, dan menetapkan proses penalaran (Henningsen & Stein 1997; Stein, Grover, & Henningsen, 1996)

Pandangan bahwa matematika adalah ilmu yang disusun secara terstruktur mencakup unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur-unsur yang didefinisikan, postulat, dan teorema atau dalil, merupakan pandangan yang statis karena di dalamnya tidak banyak melibatkan proses. Pandangan matematika yang dinamis dikemukakan oleh Schoenfeld (dalam Henningsen & Stein, 1997), yaitu bahwa matematika merupakan suatu proses yang aktif dan generatif yang dikerjakan oleh pelaku dan pengguna matematika. Proses matematika yang aktif tersebut memuat penggunaan alat matematika secara sistematis untuk menemukan pola, kerangka masalah, dan menetapkan proses penalaran.

Sebagai implikasi dari pandangan matematika yang dinamik, timbul gagasan tentang apa yang harus dipelajari siswa dan jenis kegiatan apa yang harus dilakukan siswa dan guru dalam proses pembelajaran. Dalam pengertian ini, proses belajar siswa dipandang sebagai proses untuk mencari disposisi matematik pengetahuan matematika dan sebagai alat membangun pengetahuan. Tujuan tersebut bisa dicapai apabila siswa memiliki keterampilan intelektual tingkat tinggi yang memadai.

Henningsen & Stein (1997) menggunakan istilah berpikir dan bernalar matematik tingkat tinggi (*high-level mathematical thinking*) untuk berpikir matematik tingkat tinggi. Schoenfeld (dalam Henningsen & Stein, 1997) melukiskan kegiatan *high-level mathematical thinking and reasoning* sebagai kegiatan matematik (*doing mathematics*) yang aktif, dinamik dan eksploratif. Tugas dinamik yang dimaksud ditandai oleh kegiatan seperti: mencari dan menemukan pola untuk memahami struktur dan hubungan matematik; menggunakan sumber dan alat secara efektif dalam merumuskan dan menyelesaikan masalah; memahami idea matematika; berpikir dan bernalar matematika seperti, menggeneralisasi, menggunakan aturan inferensi, membuat konjektur, memberi alasan, mengkomunikasikan idea matematik, dan menetapkan atau memeriksa apakah hasil atau jawaban matematika yang diperoleh masuk akal.

Karena berpikir matematika tingkat tinggi seperti yang dikemukakan di atas, maka tugas matematika (*mathematical task*) dalam proses belajar menjadi bagian yang sangat penting. Dengan kata lain tugas matematika tersebut merupakan sarana untuk mempromosikan daya pikir kritis, logis, rasional, dan sistematis.

Beberapa ahli psikologi telah berhasil mengembangkan suatu teori perkembangan kognitif siswa yang didasarkan pada asumsi-asumsi Piaget dan asumsi-asumsi lain yang dikembangkan oleh para ahli behaviorisme seperti Skinner (Fischer, 1980; Fischer & Bullock, 1981; dan Fischer & Pipp, 1984). Penelitian-penelitian yang telah dilakukan meyakinkan bahwa faktor eksternal mempunyai pengaruh yang sangat kuat terhadap perkembangan kognitif siswa (Fischer, 1980). Oleh karena itu untuk meningkatkan kemampuan berpikir dan daya nalar matematik diperlukan rancangan model pembelajaran yang spesifik dan sistematis. Dalam pengembangan pembelajaran, Tyler (1991) mengemukakan tiga pertanyaan kunci yang dapat dijadikan pedoman, yaitu: (1) bagaimana cara membantu siswa belajar; (2) pengalaman belajar apa yang harus disediakan; dan (3) bagaimana cara mengorganisasi pengalaman belajar agar diperoleh pengaruh kumulatif yang berarti.

Untuk menjawab ketiga pertanyaan di atas, perlu diperhatikan beberapa teori belajar, antara lain teori Piaget. Menurut Piaget (dalam Bell, 1978), perkembangan intelektual siswa merupakan suatu proses asimilasi dan akomodasi informasi ke dalam struktur mental. Asimilasi adalah suatu proses dimana informasi atau pengalaman yang diperoleh seseorang masuk ke dalam struktur mentalnya, sedangkan akomodasi adalah terjadinya strukturisasi dalam otak sebagai akibat dari adanya informasi atau pengalaman baru.

Piaget selanjutnya menjelaskan bahwa perkembangan mental seseorang dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor yakni kematangan, pengalaman fisik, pengalaman matematik-logis, transmisi sosial, dan kesinambungan. Seperti halnya Piaget, Vygotski juga mempunyai keyakinan bahwa kemampuan intelektual siswa tidak mungkin berkembang dengan baik tanpa adanya interaksi dan koordinasi dengan lingkungan.

Pengalaman belajar yang sesuai dengan pengetahuan siswa serta yang meningkat ke pengalaman belajar yang lebih kompleks akan mendorong proses asimilasi dan akomodasi pada diri siswa yang berkadar mutu semakin tinggi. Dengan kata lain, semakin kompleks pengalaman yang dilalui seseorang, maka akan semakin tinggi pula kemampuan intelektual yang dimilikinya. Namun, karena tugas matematika yang memuat keterampilan tingkat tinggi merupakan tugas yang lebih kompleks dan memerlukan waktu relatif lebih lama untuk menyelesaikannya, seringkali kondisi seperti ini membuat semangat belajar siswa menurun. Hal lain yang dapat menghambat pelaksanaan tugas yang memerlukan berpikir tingkat tinggi adalah tidak adanya hubungan antara tugas dengan pengetahuan awal, minat, dan motivasi siswa. Oleh karena itu model pembelajaran yang dikembangkan harus menghindari atau meminimasi kemungkinan-kemungkinan negatif seperti ini.

Selanjutnya, bagaimana cara mengorganisasi pengalaman-pengalaman belajar siswa agar diperoleh pengaruh kumulatif yang berarti? Royer (1986) mengemukakan bahwa dalam merancang instruksional untuk menghasilkan pemahaman yang baik, perlu diperhatikan beberapa hal penting seperti faktor permasalahan yang dihadapi siswa, potensi yang dimiliki siswa, perkembangan mental siswa, dan pendekatan pembelajaran yang sesuai. Berkaitan dengan hal ini, Anderson (dalam Henningsen & Stein, 1997) menyarankan dilakukannya apa yang disebut oleh Vygotski sebagai *scaffolding*, yaitu pemberian arahan ketika siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan tugasnya, tanpa mengurangi kekompleksan atau tuntutan tugas kognitif yang diminta. Usaha lain yang dapat mendukung berlangsungnya proses berpikir tingkat tinggi adalah dengan menggunakan model proses dan strategi berpikir siswa dan mendorong siswa untuk memonitor dan bertanya pada dirinya sendiri ketika mereka mengerjakan tugas.

## **B. PENTINGNYA PEMAHAMAN MATEMATIKA**

Pemahaman dalam kegiatan pembelajaran matematika sudah sejak lama menjadi isu penting dan karena esensinya tampaknya tidak akan berhenti

dibicarakan. Tidak sedikit kajian dan penelitian dalam pembelajaran matematika berkonsentrasi dan berupaya menguak pemahaman. Namun, sudah diyakini oleh banyak pihak bahwa untuk mencapai tujuan seperti itu tidaklah gampang membalik telapak tangan, banyak faktor yang berkontribusi di dalamnya. Berikut ini tinjauan anlitis untuk menjawab pertanyaan mengapa proses pembelajaran matematika yang mengacu pada berpikir tingkat tinggi harus berlandaskan pada suatu pemahaman serta bagaimana bentuk aktivitas pembelajaran matematika sehingga dapat menggapai pemahaman.

### **1. Representasi dan Koneksi**

Berdasarkan pada asumsi bahwa pengetahuan direpresentasikan dalam memori manusia secara internal dan terstruktur dengan baik, maka untuk memahani mengenai pemahaman ini tidak akan terlepas pada asumsi tersebut. Untuk berpikir dan mengkomunikasikan gagasan matematika, kita dapat merepresentasikannya dalam beberapa cara. Komunikasi memerlukan bentuk representasi yang eksternal, seperti dalam bentuk ucapan bahasa, simbol tertulis, gambar, atau objek-objek nyata. Untuk memahami gagasan matematika tertentu diperlukan satu bentuk representasi atau terkadang banyak bentuk representasi.

Untuk memikirkan suatu gagasan matematika kita perlu merepresentasikannya secara internal agar pikiran kita mampu memahaminya. Karena representasi mental tidak dapat diobservasi secara langsung, maka representasi yang terjadi di dalam kepala biasanya berdasarkan pada inferensi tingkat tinggi. Oleh karena itu tidak sedikit para ahli psikologi, seperti Thorndike dan Skinner, menguak representasi mental dalam ilmu kognitif. Dua asumsi dalam pembelajaran matematika yang dibangun atas dasar ilmu kognitif berkaitan dengan mental atau representasi internal. Asumsi pertama adalah bahwa antara representasi eksternal dan representasi internal terdapat keterkaitan. Asumsi kedua menyatakan bahwa representasi internal dapat dihubungkan secara fungsional antara yang satu dengan lainnya.

Asumsi kedua yang dapat ditarik dari studi ilmu kognitif menyatakan bahwa representasi internal dapat dikoneksikan. Meskipun keterkaitan ini hanya inferensi, diasumsikan bahwa representasi dipengaruhi oleh aktivitas eksternal dan

keterkaitan antar representasi internal dapat distimulasi oleh keterkaitan antar representasi eksternal.

*Koneksi Eksternal.* Koneksi antar representasi eksternal dari informasi matematik dapat dikonstruksi oleh siswa dalam bentuk-bentuk representasi yang berbeda untuk gagasan matematik yang sama atau dengan representasi yang sama untuk gagasan yang berhubungan. Koneksi antara representasi yang berbeda dapat dilihat berdasar kesamaannya dan berdasar perbedaannya. Koneksi representasi ini dalam belajar matematika memiliki peran yang sangat penting.

*Koneksi Internal.* Ketika hubungan antar representasi internal dari gagasan-gagasan terkonstruksi, maka di sana terbentuklah jaringan pengetahuan. Jaringan memiliki struktur seperti hirarki vertikal atau seperti jaring-jaring (*webs*). Kedua jaringan ini membentuk struktur pengetahuan dan jaring semantik, seperti diilustrasikan Chi dan Koeske (1983) dalam penelitiannya tentang persepsi siswa mengenai dinosaurus.

Diyakini bahwa konsep keterkaitan representasi dari pengetahuan akan bermanfaat dalam mengembangkan pemahaman. Hal ini disebabkan beberapa hal. Pertama, memberikan tingkat analisis dari sudut pandang teori kognitif dan implikasinya dalam pembelajaran. Kedua, membangun kerangka koheren dalam mengkaitkan beragam isu mengenai pembelajaran matematika, dulu dan masa kini. Ketiga, memberikan interpretasi tentang siswa belajar dari keberhasilan dan kegagalannya, baik di dalam ataupun di luar sekolah.

## **2. Belajar Matematika dengan Pemahaman**

Suatu gagasan matematika atau prosedur atau fakta dikatakan dipahami jika hal ini menjadi bagian dari jaringan internal. Lebih spesifik lagi dikatakan matematika dimengerti apabila representasi mentalnya merupakan bagian dari jaringan representasi. Tingkat pemahaman akan ditentukan oleh jumlah dan kekuatan dari keterkaitannya. Suatu gagasan matematika, prosedur, atau fakta difahami dengan sempurna apabila terjalin dengan kuat dengan jaringan yang telah ada dan memiliki jumlah koneksi yang lebih banyak.

Terdapat beberapa jenis koneksi yang dikonstruksi siswa dalam proses belajar sehingga membentuk jaringan mental, yaitu hubungan yang terbentuk atas dasar persamaan dan perbedaan, dan hubungan yang terbentuk berdasar inklusi. Hubungan yang berdasar kesamaan dan perbedaan dapat tercipta dengan mengorespondensikan sesuatu yang tidak ada dengan yang ada atau sebaliknya dalam suatu bentuk representasi eksternal yang sama. Misalnya, seorang siswa yang sedang melakukan representasi blok basis-10 dengan notasi dalam algoritma tertulis untuk bilangan bulat.

Jenis hubungan yang lain adalah terbentuk ketika suatu fakta atau prosedur dipandang sebagai kasus khusus daripada yang lainnya. Jenis hubungan ini didasarkan atas inklusi dari suatu kasus umum atau kasus khusus. Hubungan seperti ini tampaknya terdapat dalam jaringan yang hirarkis. Contoh koneksi yang terjadi dalam hubungan inklusi adalah pada saat siswa bekerja pada permulaan penjumlahan dan pengurangan. Mereka menyelesaikan soal cerita dalam penjumlahan dan pengurangan menggugurkan strategi membilang yang mencerminkan struktur semantik dari permasalahan itu. Model seperti ini berdasar atas skemata permasalahan yang merupakan tipe-tipe dasar dari struktur semantik. Umumnya, skemata merupakan jaringan internal yang relatif stabil yang dikonstruksi pada abstraksi dan penyimpulan tingkat tinggi.

Dapat disimpulkan bahwa hal yang sangat bermanfaat apabila kita memikirkan pengetahuan matematika siswa sebagai jaringan representasi internal. Pemahaman terjadi apabila representasi terkoneksi dalam jaringan kohesif dengan struktur yang lebih terorganisasi. Koneksi yang menciptakan jaringan-jaringan membentuk banyak jenis hubungan, seperti kesamaan, perbedaan, dan inklusi.

### **3. Membangun Pemahaman**

Jaringan dari representasi mental dibangun secara bertahap dengan mengaitkan informasi baru pada jaringan yang telah ada dan menjadi struktur jaringan baru. Pemahaman tumbuh pada saat jaringan bertambah besar dan lebih terorganisasi. Tingkat pemahaman kurang baik apabila representasi mental atau gagasan-gagasan terkait terhubung pada tingkat koneksi yang lemah.

Pertumbuhan jaringan ini dapat terjadi dalam beberapa cara. Yang paling mudah dibayangkan adalah mendekatkan representasi suatu fakta atau prosedur baru terhadap jaringan yang telah ada. Sebagai contoh, seorang siswa kelas 4 SD yang telah memahami nilai tempat dan telah menguasai algoritma tertulis dalam penjumlahan dan pengurangan. Siswa tersebut akan membangun koneksi untuk penjumlahan dan pengurangan desimal, maka prosedur penjumlahan dan pengurangan yang merupakan jaringan yang telah ada akan menjadi lebih besar, sehingga penjumlahan dan pengurangan desimal dapat dipahami. Perubahan dalam jaringan dapat dideskripsikan sebagai reorganisasi. Representasi disusun kembali, koneksi baru terbentuk, dan koneksi lama dimodifikasi atau bahkan dihapus. Konstruksi dari hubungan baru akan mengakibatkan rekonfigurasi jaringan.

*Menggunakan Representasi Alternatif di Kelas.* Dalam pendidikan matematika sudah sejak lama dipikirkan berbagai alternatif dalam merepresentasikan gagasan-gagasan matematika, seperti pemanfaatan benda-benda kongkrit. Penelitian mengenai efektivitas penggunaan benda-benda kongkrit di kelas memberikan hasil berbeda-beda. Siswa dapat memahami matematika dengan baik ketika dalam pembelajarannya memanfaatkan benda-benda kongkrit, menunjukkan bahwa siswa mampu membangun hubungan sehingga terjadi koneksi dan interaksi jaringan dari representasi benda-benda nyata. Hasil yang mengidentifikasi bahwa benda-benda kongkrit kadangkala tidak efektif mengundang diskusi lebih lanjut. Diantaranya adalah jika siswa tidak memiliki pengetahuan awal seperti yang diharapkan guru, maka akan sangat sulit bagi siswa untuk menghubungkan interaksi benda nyata dengan jaringan yang telah ada.

*Memahami Simbol Tertulis.* Sistem simbol tertulis standar dalam matematika memegang peranan penting khususnya terhadap pengalaman belajar siswa dalam membentuk sistem representasi. Arti dari simbol tertulis dapat berkembang dalam dua cara seperti perkembangan pemahaman, mengkaitkan dengan bentuk representasi lain atau membangun koneksi antar representasi. Ketika simbol tertulis dikaitkan dengan bentuk lain, seperti objek fisik, gambar, dan bahasa lisan,

sumber pemaknaan berasal dari jaringan internal yang sudah terbentuk. Pemaknaan dapat terjadi melalui pembentukan hubungan dalam sistem simbol, yang seringkali terjadi melalui pengenalan pola dalam sistem simbol.

Apabila pembelajaran difokuskan kepada pemaknaan dan pemahaman, terdapat sejumlah konsekuensi sebagai dampak dari proses mental yang terjadi. Beberapa konsekuensi tersebut adalah sebagai berikut.

*Pemahaman adalah Generatif.* Sudah banyak disetujui bahwa siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika bukannya menerima bentuk jadi dari guru atau buku. Artinya siswa mengkreasi representasi internal mereka dari interaksi dengan dunia dan membangun jaringan representasi. Signifikansi dari analisis ini adalah bahwa jika pemahaman dibangun secara inisial dan proses inventif dapat beroperasi dalam representasi mental dari banyak dukungan. Proses inventif ini membangun pemahaman siswa tentang sesuatu yang baru. Invensi yang bekerja atas dasar pemahaman dapat melahirkan pemahaman baru seperti efek bola salju.

*Pemahaman Menyokong Daya Ingat.* Penelitian yang dilakukan Bartlett (1932) memperjelas bahwa memori merupakan proses konstruktif atau rekonstruktif, bukannya aktivitas pasif. Apabila informasi yang akan diingat lebih kompleks, orang sering menstrukturkannya sedemikian sehingga menindih sesuatu yang bermakna di dalamnya. Cara seperti ini seringkali dilakukan untuk memodifikasi informasi yang harus diingat. Informasi direpresentasi oleh siswa sedemikian sehingga berpadu dengan jaringan pengetahuan yang telah ada. Keuntungan dari terjalinnya hubungan antara pengetahuan baru dengan yang telah ada adalah koneksi pengetahuan yang terjalin dengan kuat maka akan diingat dengan baik.

*Pemahaman Mengurangi Jumlah yang Harus Diingat.* Konsekuensi dari tingkat pemahaman berkorelasi dengan tingkat daya ingat. Sesuatu yang dipahami direpresentasi sedemikian sehingga terkait dengan suatu jaringan. Apabila jaringan itu makin terstruktur dengan baik, maka makin gampang untuk diingat. Memori untuk suatu bagian dari jaringan muncul melalui memori dari jaringan yang utuh. Oleh karena itu, pemahaman dapat mereduksi jumlah item yang harus diingat.

*Pemahaman Meningkatkan Transfer.* Transfer adalah esensial untuk kompetensi matematika. Disebut demikian karena permasalahan baru harus diselesaikan menggunakan strategi yang pernah dipelajari sebelumnya. Transfer terjadi karena kebanyakan siswa meningkat kemampuannya dalam menyelesaikan suatu masalah karena mereka pernah mempelajari permasalahan yang berkaitan sebelumnya.

*Pemahaman Mempengaruhi Beliefs.* Pemahaman juga mempengaruhi proses afektif. *Beliefs* siswa mengenai matematika dipengaruhi oleh perkembangan pemahamannya. Dan juga dalam membangun suatu pemahaman matematika dipengaruhi oleh *beliefs* siswa tentang matematika.

#### **4. Pengetahuan Konseptual dan Prosedural**

Pengetahuan konseptual diartikan sebagai suatu cara mengidentifikasi sesuatu dengan pengetahuan yang dipahami. Pengetahuan konseptual juga merupakan jalinan jaringan. Dengan kata lain pengetahuan konseptual adalah pengetahuan yang mengikat informasi yang tadinya terpisah-pisah menjadi suatu jalinan jaringan yang relatif lengkap. Jadi, unit dari pengetahuan konseptual tidaklah tersimpan dalam sebuah informasi yang terisolasi, namun merupakan bagian suatu jaringan. Di lain hal, pengetahuan prosedural merupakan urutan dari aksi yang didalamnya melibatkan aturan dan algoritma (Hiebert & Lefevre, 1986). Koneksi minimal yang diperlukan untuk mengkreasi representasi internal dari suatu prosedur adalah koneksi keterkaitan aksi dalam prosedur itu.

Contoh pengetahuan prosedural yang seringkali digunakan siswa adalah dalam komputasi dengan algoritma tertulis (menjumlah atau mengurangi dengan cara pendek). Dalam mengerjakan operasi hitung ini siswa menggunakan algoritma dengan melakukan langkah-demi-langkah sesuai urutan prosedur yang telah dipahami atau diingat. Misalnya, untuk menjumlahkan  $23 + 49$  seorang siswa dapat melakukannya melalui pemahaman yang dimilikinya dengan mengatur penggrupannya, seperti  $23 + 49 = 22 + 50 = 72$ ; menjumlahkan puluhannya dulu diikuti dengan menjumlahkan satuan; membulatkan salah satu bilangan kemudian menghitung secara mental seperti  $23 + 50$  kemudian dikurang 1, atau

menggunakan strategi lain seperti  $23 + 40 = 63 + 9 = 72$ . Semua cara yang dilakukan siswa seperti ini mengilustrasikan penggunaan pengetahuan prosedural berdasarkan pemaknaan dan pemahaman siswa.

Di sisi lain, suatu algoritma yang merupakan rentetan langkah-demi-langkah dilakukan siswa tidak berdasar atas pemaknaan dan pemahamannya, melainkan dengan mengingat atau menghafal. Untuk menghitung  $23 + 49$  seperti soal di atas misalnya, dapat dilakukan dengan menjumlahkan 3 dan 9 didapat 12, tulis 9 di bawah dan simpan 1, kemudian dijumlahkan dengan 2 dan 4 diperoleh 7, sehingga hasilnya 72. Cara menjawab seperti ini sudah tidak diharapkan lagi dilakukan para siswa sebab tidak memberikan makna. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengetahuan prosedural yang berlandaskan ingatan atau hapalan akan melemahkan kemampuan koneksi dan pemaknaan siswa terhadap sistem matematika (Reys & Barger, 1994). Oleh karena itu pengetahuan konseptual dan prosedural harus ditanamkan melalui pemaknaan dan pemahaman terhadap matematika.

Pengetahuan konseptual menuntut siswa untuk aktif berpikir mengenai hubungan-hubungan dan membuat koneksi serta membuat pembenaran untuk mengakomodasi pengetahuan baru menempati struktur mental yang lebih lengkap. Sebagai guru, kita harus menyadari pentingnya pengetahuan konseptual dan prosedural dalam belajar matematika, terutama membantu membangun hubungan dan koneksi pengetahuan konseptual dan prosedural di dalam diri siswa. Hiebert & Carpenter (1992) mengemukakan bahwa memahami konsep (pengetahuan konseptual) harus datang lebih dulu sebelum penguasaan keterampilan (pengetahuan prosedural). Artinya, pembicaraan mengenai topik apa yang harus diajarkan tidak dilepaskan dengan pembicaraan bagaimana mengajarkannya. Hal ini sejalan dengan pernyataan, "What students learn is fundamentally connected with how they learn it" (NCTM 1991, h. 21).

## **5. Mengajar Matematika dengan Pemahaman**

Hasil penelitian secara konsisten menunjukkan bahwa proses belajar matematika yang dilakukan secara terkotak-kotak (terisolasi) tidak memberikan hasil yang positif (Hiebert & Carpenter 1992). Matematika dapat dan harus

dihayati oleh siswa. Dengan demikian, matematika dapat dimaknai dan dipahami sebagai suatu disiplin yang runtut, terstruktur, dan antara bagian yang satu dengan bagian lainnya terdapat saling keterkaitan. Ini semua diharapkan dapat diterapkan siswa dalam menjawab berbagai permasalahan dalam beragam situasi.

Konsep belajar bermakna pertama kali dikemukakan oleh William Brownell pada pertengahan abad duapuluh merupakan embrio dari aliran konstruktivisme. Brownell (dalam Reys, Suydam, Linqvist, & Smith 1998) menyatakan bahwa matematika ibarat rentetan jahitan dari gagasan-gagasan, prinsip-prinsip, dan proses — membentuk suatu struktur yang harus menjadi tujuan utama dalam pembelajaran matematika. Melengkapi gagasan awal Brownell, Piaget, Bruner, dan Dienes memiliki kontribusi yang sangat berarti terhadap perkembangan konstruktivisme. Belakangan ini banyak rekomendasi yang dikemukakan para ahli pendidikan matematika bahwa pembelajaran matematika harus berdasarkan pada bagaimana siswa belajar matematika, dan kecenderungan dan dukungan penuh untuk mengubah pendekatan konvensional yang berlandaskan behaviorisme menjadi pendekatan konstruktivisme.

Apakah yang maksud dengan siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika? Beberapa jawaban berikut ini merupakan prinsip dari gagasan pokok konstruktivis.

- 1) Pengetahuan tidak bisa diterima siswa secara pasif, namun pengetahuan terbentuk melalui aktivitas atau penemuan (terkonstruksi) oleh diri siswa. Piaget (1972) menyatakan bahwa matematika dikonstruksi siswa bukan seperti menemukan batu dan bukan pula seperti menerima sesuatu pemberian seseorang.
- 2) Siswa mengkreasi (mengkonstruksi) pengetahuan matematik baru melalui refleksi dari kegiatan fisik dan mental. Mereka mengamati hubungan, mengenali pola, membuat generalisasi dan abstraksi seperti halnya mereka mengintegrasikan pengetahuan baru ke dalam struktur mental yang telah ada.
- 3) Belajar merupakan refleksi dari suatu proses sosial di mana siswa terlibat dalam kegiatan interaksi seperti dialog dan diskusi antar sesama mereka dan

guru. Perkembangan intelektual seperti ini tidak hanya melibatkan benda-benda manipulatif, menemukan pola, menemukan algoritma sendiri, dan menemukan beragam solusi, namun juga berbagi pengalaman mengenai hasil pengamatan masing-masing, menggambarkan keterhubungan, menjelaskan cara yang mereka tempuh, dan alasan suatu proses yang mereka lakukan.

Apabila kita perhatikan prinsip-prinsip dari konstruktivisme ini membawa implikasi terhadap pembelajaran matematika. Selain itu prinsip ini pun menggambarkan bahwa dalam konstruktivisme proses belajar memerlukan cukup waktu dan memerlukan beberapa tahap pengembangan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa tingkat perkembangan matematika siswa harus berada dalam batasan aktivitas belajar tertentu sehingga menggapai pemahaman (Reys, dkk. 1998). Dalam setiap tahap perkembangan matematika siswa, pada batas-batas bagian bawah ditempati oleh konsep-konsep dan keterampilan yang telah dimilikinya, sedangkan pada batas-batas bagian atas ditempati oleh tugas-tugas yang dapat diselesaikan melalui langkah-demi-langkah dalam kegiatan pembelajaran. Kegiatan belajar yang jatuh pada *range* ini telah diidentifikasi Vygotsky sebagai *zone of proximal development*, berkecenderungan akan membawa siswa pada pemahaman yang baik. Tantangan yang dikemukakan Vygotsky adalah guru harus mengenali siswa dengan baik sehingga dapat mengetahui *zone of proximal development*-nya.

Konsensus umum yang saat ini menjadi isu penting adalah bahwa koneksi antar gagasan matematika harus dibahas dan didiskusikan siswa dan mereka harus didorong untuk melakukan refleksi. Banyak penelitian menyatakan bahwa membangun pemahaman atas dasar pengetahuan yang telah dimiliki siswa dimulai dengan cara siswa berbicara mengenai strategi informal mereka sangat membantu siswa menyadari pengetahuan informal implisit. Oleh karena itu belajar kooperatif dan diskusi kelas memberikan kesempatan siswa untuk menggambarkan dan menjelaskan koneksi yang telah terbentuk di dalam diri mereka.

Konsepsi pemahaman sebagai koneksi memberikan kerangka dasar untuk pengkajian dari efek pemahaman siswa dari setting pengajaran yang berbeda dan pengelompokan dalam perkembangan pemahaman siswa. Kemudian pertanyaan

penting yang muncul adalah apabila pengajaran telah memberikan kesempatan kepada siswa untuk menciptakan koneksi secara eksplisit, mengkaji koneksi apa yang eksplisit selain interaksi guru-siswa, dan mengases koneksi apa yang terjadi dari hasil pembelajaran akan membantu kita memahami relasi antara program khusus pengajaran dan *outcomes* yang diharapkan.

## **6. Mengajar untuk Dipahami dan Pemahaman Guru**

Pembahasan pemahaman ini tidak hanya tertuju kepada siswa saja, namun juga pemahaman guru mengenai pengetahuan pedagogi dan matematika. Mengajar matematika dengan pemahaman memiliki permasalahan membantu guru bagaimana mengimplementasikan program pengajaran untuk mengembangkan pemahaman siswa.

Pertanyaan bagaimana membuat koneksi eksplisit untuk siswa paralel dengan pertanyaan untuk guru, bagaimana pengetahuan guru mengenai pemahaman siswa diterjemahkan ke dalam program pengajaran. Pendekatan yang diilustrasikan dalam penelitian Carpenter, Fennema, dan Peterson (1989) adalah aktivitas pembelajaran secara eksplisit yang berasumsi bahwa mengajar adalah memecahkan suatu masalah. Bukannya menyuruh guru melakukan kegiatan-kegiatan yang dirancang untuk mengembangkan pemahaman. Carpenter, dkk., (1989) mendorong guru untuk merancang kegiatan pembelajaran sendiri dan mengadaptasi pengajaran dalam keterampilan dan pengetahuan yang dimiliki siswa.

Kedua hal di atas menggambarkan bahwa prestasi suatu keterampilan dalam berbagai hal memerlukan pemahaman. Agar pembelajaran matematika berhasil, program-program pembelajaran memerlukan pemahaman guru tentang matematika dan pedagoginya.

## **6. Implikasi untuk Kegiatan Pembelajaran**

Kegiatan mengajar akan berjalan dengan baik jika kegiatan belajar siswa berjalan dengan baik. Dengan demikian mengajar matematika yang efektif bergantung sepenuhnya pada bagaimana siswa belajar. Berikut ini merupakan prinsip-prinsip membelajarkan siswa dalam matematika yang mengacu dari hasil-

hasil penelitian, pengalaman, dan pemikiran terhadap bagaimana siswa belajar matematika.

*Prinsip 1: Melibatkan aktivitas siswa*

Prinsip ini berlandaskan pada suatu keyakinan bahwa kegiatan belajar yang dilakukan melalui aktivitas siswa akan mendorong siswa untuk menghayati apa yang telah mereka lakukan sehingga akan meningkatkan pemahaman matematika. Seperti suatu pepatah: *Saya dengar maka saya lupa, saya lihat maka saya ingat, saya lakukan maka saya mengerti.*

Hal di atas menunjukkan pentingnya melibatkan aktivitas siswa dalam pembelajaran, di mana mereka akan mengkonstruksi pengertian matematika oleh mereka sendiri. Yang dimaksud dengan melibatkan aktivitas siswa dalam kegiatan belajar dapat dilakukan dalam bentuk aktivitas fisik ataupun aktivitas mental. Bentuknya bermacam-macam seperti interaksi antar siswa atau dengan guru, pemanfaatan benda-benda manipulatif melalui kegiatan *hand-on*, penggunaan alat pembelajaran seperti buku, lembar kegiatan siswa, atau teknologi. Salah satu kegiatan pembelajaran harian yang menantang adalah bagaimana menyediakan pengalaman yang dapat mendorong dan mensituasikan siswa tertantang melakukan aktivitas.

*Prinsip 2: Belajar merupakan kegiatan pengembangan*

Belajar matematika yang efektif dan efisien tidak bisa asal dilakssiswaan. Siswa belajar dengan baik pada saat topik matematika sesuai dengan tingkat perkembangan mereka serta tersaji dalam suasana menarik dan menyenangkan yang menantang perkembangan intelektual siswa. Dengan demikian tugas membelajarkan matematika memerlukan waktu dan perencanaan yang tepat. Dinyatakan oleh NCTM (1989),

Emphasizing mathematical concepts and relationships means devoting substantial time to the development of understanding. It also means relating this knowledge to the learning of skills by establishing relationships between the conceptual and procedural aspects of the tasks. The time required to build an adequate conceptual base should cause educators to rethink when children are expected to demonstrate a mastery of complex skills. (h. 17)

Peran guru sangat kritis dalam menciptakan suasana lingkungan belajar yang potensial agar siswa dapat mengeksplorasi matematika sesuai dengan tingkat perkembangan berpikir siswa. Guru harus memberikan kesempatan siswa mengenal hubungan, membuat koneksi, dan berbicara tentang matematika.

*Prinsip 3: Berpijak pada apa yang telah diketahui siswa*

Matematika harus disajikan dalam urutan dan struktur yang runtut sehingga memungkinkan dipahami siswa dengan baik. Karena matematika juga mengandung pengetahuan konseptual dan prosedural, maka upaya pembelajaran tidak hanya berorientasi pada kedua jenis pengetahuan ini, namun yang penting adalah membangun pemahaman hubungan dari keduanya. Untuk hal-hal tertentu pemahaman terhadap pengetahuan konseptual lebih kritis. Misalnya, tidak ada gunanya bagi siswa memperkirakan jarak dalam kilometer jika mereka tidak memahami apa itu kilometer.

Pendekatan spiral, dalam hal ini, memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan pemahaman konsep-konsep matematika. Lebih spesifik lagi konstruksi pengetahuan siswa akan terbangun dengan kokoh apabila berlandaskan pengetahuan dan pemahaman yang telah mereka peroleh sebelumnya. Hal inilah yang diharapkan akan membentuk pengetahuan dan pola pikir matematika yang lengkap. Misalnya dalam pengukuran sudut, secara informal telah diberikan di SD, dan kembali diberikan berulang pada kelas-kelas berikutnya. Sehingga ketika konsep sudut diberikan lagi pada titik berikutnya, diharapkan pemahaman siswa tentang sudut semakin lengkap.

*Prinsip 4: Terintegrasi dengan komunikasi*

Pentingnya kemampuan komunikasi dalam belajar matematika didukung oleh perlunya siswa menggunakan bahasa untuk mengkomunikasikan gagasan matematika dan menjelaskan konjektur. Memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk mengemukakan gagasan matematika, menerangkan matematika, dan menjelaskan konjektur akan menstimulasi pemahaman mendalam mengenai konsep dan prosedur matematik. Penggunaan model, material manipulatif, dan contoh realistik akan memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk

berpikir, berbicara, mendengarkan, dan menulis. Aktivitas seperti harus dijadikan kegiatan yang terintegrasi dalam pembelajaran matematika.

Sebagai guru, kita harus hati-hati mendorong siswa untuk banyak berbicara mengenai matematika. Siswa harus dapat berbicara matematika sebelum mereka diharapkan dapat mengkomunikasikan matematika secara simbolik. Seperti halnya bicara yang harus lebih dulu lancar sebelum menulis, berbahasa secara oral pun harus lebih dulu dikuasai siswa sebelum berbahasa dalam simbol-simbol atau gambar matematika

*Prinsip 5: Teknik bertanya memfasilitasi belajar*

Bertanya merupakan unsur yang sangat penting dalam pembelajaran. Guru perlu mengetahui dengan baik kapan dan pertanyaan yang bagaimana yang harus diajukan kepada siswa. Guru juga perlu mengetahui kapan merespon pertanyaan siswa atau bahkan balik bertanya melalui pertanyaan yang mengarahkan kepada jawaban dari pertanyaan siswa itu. Di sini guru harus terampil menggunakan strategi *probing* dan *scaffolding*. Di lain sisi, siswa pun dapat dan harus mengajukan pertanyaan kepada siswa lain atau kepada guru.

Pertanyaan yang baik memiliki beragam bentuk, namun secara umum memiliki sifat untuk mendorong dan menggali potensi siswa dalam berpikir kritis, menunjukkan hubungan, dan meningkatkan kemampuan koneksi matematika.

Kapan saatnya guru mengajukan pertanyaan juga memerlukan pertimbangan yang baik. Pada saat tertentu pertanyaan tingkat rendah dengan jawaban tunggal perlu dikemukakan guru, namun pada saat lain pertanyaan yang lebih terbuka akan lebih efektif. Atensi kita di sini terfokus pada pentingnya memberikan pertanyaan untuk menstimulasi siswa berpikir dan belajar.

*Prinsip 6: Memanfaatkan alat manipulatif*

Penggunaan alat peraga atau benda manipulatif dalam belajar matematika masih sangat diperlukan terutama untuk siswa SD dan SLTP. Menurut Suydam (1986) material manipulatif dan model berperan sangat sentral dalam membantu siswa memahami matematika. Hal ini disebabkan pemikiran mereka yang belum bisa langsung menerima hal-hal abstrak. Oleh karena itu membantu menjembatani

situasi kongkrit ke situasi abstrak sangat diperlukan, di dalamnya terkandung representasi pemodelan dalam berpikir yang menantang untuk dipahami (Hibert, 1989).

Misalnya dalam mengembangkan konsep lingkaran, guru dapat memanfaatkan piring untuk merepresentasikan model lingkaran. Di sini akan terkait konsep matematika lainnya seperti luas daerah, keliling, jari-jari, dan diameter. Ketika konsep lingkaran telah terkonstruksi dalam kepala siswa, mereka tidak perlu lagi mengingat karakteristik dari setiap unsur pembentuk lingkaran, tetapi mereka telah memahami karakteristik lingkaran secara utuh.

#### *Prinsip 7: Metakognisi mempengaruhi belajar*

Metakognisi merupakan pemahaman dan pandangan (*beliefs*) seseorang sebagai pembelajar yang dapat mengontrol pembenaran tingkah lakunya. Siswa dituntut untuk lebih menyadari akan kekuatan, kelemahan, dan keterampilannya dalam melakukan suatu prosedur dan strategi belajar serta melakukan aktivitas matematika, khususnya dalam menyelesaikan permasalahan.

Metakognisi lebih merupakan kemampuan bercermin diri, mengamati dan memahami diri sendiri dalam berupaya dan berpikir mengenai apa yang dipikirkan. Dalam menyelesaikan suatu permasalahan siswa dapat merasakan apakah pengetahuan dan pemahamannya telah digunakan secara optimal dalam menjawab permasalahan. Selanjutnya siswa dapat berpikir, apa yang harus ia kerjakan, mengapa ia melakukannya seperti itu, dan apakah cara ini dapat menyelesaikan permasalahan.

Beberapa studi mengindikasikan bahwa apa yang diketahui siswa dan pandangannya sebagai pembelajar matematika berpengaruh besar tidak saja terhadap prestasi belajar namun juga terhadap tingkah laku mereka dalam mengerjakan matematika (Campion, Brown, & Connell 1988). Pengetahuan metakognitif termasuk pengetahuan yang meyakini bahwa latihan dapat meningkatkan kemampuan menyelesaikan tugas atau diagram dapat membantu pemahaman. Perkembangan metakognisi menuntut siswa untuk melakukan pengamatan apa yang mereka ketahui, apa yang mereka lakukan, dan merefleksikan hasil pengamatan yang telah mereka lakukan. Mendorong siswa untuk terbiasa

berpikir mengenai cara berpikir mereka merupakan salah satu substansi kegiatan belajar matematika.

*Prinsip 8: Sikap guru turut menentukan*

Sikap siswa terhadap matematika merupakan salah satu produk dari kegiatan belajar dan bertalian dengan motivasi dan tingkat keberhasilan siswa dalam belajar. Penilaian dan sikap siswa terhadap matematika sangat dipengaruhi oleh faktor guru. Guru yang dapat menciptakan suasana menyenangkan dalam belajar, berbagi pendapat dan perasaan dengan siswa cenderung akan menjadikan siswa menyenangi matematika (Renga & Dalla 1993). Guru juga harus bersikap adil dalam melayani dan membelajarkan individu, tidak membedakan gender ataupun etnis, sebab harapan dan sikap guru dalam kegiatan pembelajaran sangat besar berpengaruh terhadap prestasi belajar siswa (Koehler & Grouws 1992).

Demikian pula jika guru terlalu berkonsentrasi dalam berhitung, misalnya, siswa akan memandang bahwa kemampuan berhitung itu sangat penting. Sebaliknya jika guru banyak mengangkat berpikir kreatif dalam menyelesaikan permasalahan, siswa pun akan lebih menilai bahwa kemampuan berpikir divergen merupakan sesuatu yang penting. Dalam menilai dan menunjukkan berapa penting matematika baginya tidak saja dipengaruhi apa dan bahaimana siswa belajar, namun juga oleh sikap siswa terhadap matematika.

*Prinsip 9: Pengalaman mempengaruhi kecemasan*

Kecemasan terhadap matematika disebut juga *mathophobia* merupakan perasaan takut terhadap matematika atau perasaan negatif terhadap matematika. Gejala-gejala klasik dari kecemasan terhadap matematika adalah kemampuan matematika yang rendah, salah pengertian, dan tidak suka matematika. Kecemasan siswa terhadap matematika terefleksikan dalam sikap negatif dalam menghadapi matematika atau memberikan reaksi emosional negatif terhadap matematika.

Kecemasan terhadap matematika seringkali berhubungan dengan bagaimana matematika dipelajari siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa SD umumnya memiliki pandangan positif terhadap matematika, namun kecemasan mereka terhadap matematika meningkat ketika mereka memasuki

SLTP dan SLA (Renga & Della 1993). Siswa yang memiliki pengalaman kurang baik dengan matematika cenderung menjauhi matematika di tingkat SLA.

*Prinsip 10: Daya ingat dapat meningkat*

Ingatan merupakan aspek yang sangat penting dalam kegiatan belajar. Sebagai contoh, ketika belajar di dalam kelas seorang siswa dapat membaca jam dengan baik, tetapi lupa ketika sampai di rumah. Daya ingat siswa atau retensi siswa itu sangat terbatas dan lemah. Retensi menunjukkan kemampuan siswa dalam menjaga sejumlah pengetahuan yang telah ia miliki, memelihara keterampilan, dan menjaga kemampuan bertindak yang konsisten dalam menyelesaikan permasalahan.

Di lain pihak kecakapan dalam memecahkan permasalahan lebih dapat dipertahankan dan relatif stabil dalam jangka yang waktu cukup lama. Ini disebabkan karena pemecahan masalah merupakan kecakapan yang kompleks dan menuntut berpikir tingkat tinggi. Perkembangan kemampuan memecahkan masalah memerlukan cukup waktu, namun apabila hal itu tercapai dapat menempati memori lebih lama daripada kemampuan dan selalu bertambah seiring dengan penambahan waktu.

Hasil penelitian dan juga pengalaman dari lapangan banyak memberi rekomendasi bahwa terdapat nilai tambah yang signifikan dalam kegiatan pembelajaran siswa belajar melalui mengkonstruksi sendiri pengetahuan dan peranan penting guru dalam memfasilitasi pengkonstruksian pengetahuan yang dilakukan siswa. Kegiatan pembelajaran yang mendukung pengkonstruksian pengetahuan dalam diri siswa dapat dilakukan melalui aktivitas *hand-on*, berbicara, menjelaskan, klarifikasi, membuat konjektur, dan refleksi dari apa yang telah mereka lakukan. Siswa juga dapat belajar melalui melihat, mendengar, membaca, mengikuti petunjuk, mengimitasi, dan praktek. Semua pengalaman yang diperoleh dari kegiatan semacam itu berkontribusi secara nyata terhadap kegiatan siswa belajar matematika. Dalam hal ini guru bertanggung jawab dalam menentukan kesetimbangan dari kegiatan yang mana pengalaman ini mesti diperoleh.

Kita telah mengetahui bahwa banyak faktor yang dapat menentukan seorang siswa berhasil belajar matematika, seperti pengalaman siswa, pengaruh lingkungan, kemampuan, bakat, dan motivasi. Dengan demikian tidak ada satu teori belajar pun yang secara komprehensif dapat diterapkan terhadap semua siswa dalam beragam kemampuan matematik. Kita juga memaklumi bahwa proses belajar matematika memerlukan waktu yang relatif cukup lama dan ini pun akan beragam pula karena dilakukan terhadap kemampuan yang tidak homogen. Alasan ini memperkuat argumen bahwa guru memiliki peranan yang sangat sentral dalam membantu siswa mengkonstruksi matematika sehingga benar-benar dapat dimaknai mereka. Dalam menjalankan peranannya guru benar-benar harus mampu memutuskan dan memilih rencana kegiatan pembelajaran dengan tepat, menjaga iklim belajar yang kondusif, dan mengorganisasi kelas secara dinamis sehingga semua siswa dapat berpartisipasi dalam aktivitas belajar, mengabstraksi, dan mengkonstruksi matematika.

### **C. PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH (PBM)**

Seperti telah dikemukakan di atas bahwa, belajar tidak lagi dipandang sebagai proses menerima informasi untuk disimpan dalam memori siswa yang diperoleh melalui pengulangan praktek (latihan) dan penguatan. Namun, siswa belajar dengan mendekati setiap persoalan / tugas baru dengan pengetahuan yang telah dimiliki (*prior knowledge*), mengasimilasi informasi baru, dan membangun pengertian sendiri. Hal ini sesuai dengan empat pilar pendidikan universal yaitu: belajar memahami (*learning to know*), belajar melakukan atau melakssiswaan (*learning to do*), belajar menjadi diri sendiri (*learning to be*), belajar bekerjasama atau hidup dalam kebersamaan (*learnng to live together*), yang selanjutnya pada tahun 1997 APNIEVE (*Asia Pasific Network for International Education and Values Education*) melengkapi butir keempat menjadi *learning to live together in peace and harmony* (Utari, 2001, h. 6).

Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) atau *Problem Based Learning* adalah suatu pembelajaran yang mengacu kepada keempat pilar pendidikan universal tersebut. PBM merupakan suatu pengembangan implementasi kurikulum

atau strategi pembelajaran yang dimulai dengan menghadapkan siswa pada masalah nyata atau masalah yang disimulasikan, bekerjasama dalam suatu kelompok untuk mengembangkan keterampilan memecahkan masalah atau *problem solving*, kemudian siswa mempresentasikannya sehingga siswa diharapkan menjadi seorang '*self directed learner*'. Seperti diungkapkan Ngeow dkk (2001, h. 1) *Problem Based Learning is an educational approach that challenges students to learn "to learn", student work cooperatively in groups to seek solution to real world problem and more importantly, to develop skills to become self directed learner*. Dengan PBM siswa dapat menjadi seorang '*self directed learner*' yang mempunyai keinginan untuk memahami dan mempelajari, merumuskan kebutuhan pembelajaran, kemampuan untuk memilih dan

menggunakan sumber belajar yang terbaik. *Self directed learner* adalah individu yang mengarahkan diri sendiri dalam proses belajar mengajar (Suparno, 2000, h. 102). Barrow dan Tamblin (dalam Delisle, 1997, h. 3) mendefinisikan PBM sebagai “*learning that results from the process of working toward the understanding or resolution of a problem*”. Sejalan dengan itu Stepien dan Gallagher (dalam Benoit, 2003, h. 1) menyatakan PBM adalah “*a curriculum development and delivery system that recognizes the need to develop problem solving skills as well as the necessity of helping students to acquire necessary knowledge and skills*”.

Dari pengertian-pengertian di atas, tampak bahwa PBM adalah suatu pengembangan pendekatan pembelajaran yang terpusat pada siswa atau *student centered*. Proses pembelajaran seperti ini merupakan pembelajaran yang menganut aliran konstruktivis, seperti yang diungkapkan Ryneveld dan Kim (dalam Suparno, 1997) proses pembelajaran dengan pendekatan konstruktivis lebih menekankan pada aktivitas siswa dan menjadikan siswa lebih banyak berinteraksi dengan obyek dan peristiwa, sehingga siswa memperoleh pemahaman, peran guru hanya sebagai fasilitator bukan penransfer pengetahuan.

Teori konstruktivisme ini lahir dari gagasan Piaget dan Vygotsky yang dengan sederhana beranggapan bahwa pengetahuan itu merupakan hasil konstruksi (bentukan) kognitif melalui kegiatan seseorang. Pendekatan konstruktivis dalam pengajaran lebih menekankan pada pengajaran *top-down* yang berarti siswa mulai dengan masalah kompleks untuk dipecahkan dan kemudian siswa memecahkan atau menemukan (dengan bimbingan guru) keterampilan-keterampilan dasar yang diperlukan (Slavin dalam Hariyanto, 2000).

PBM pada awalnya dirancang oleh Howard Barrows dengan mengikuti ajaran John Dewey (Delisle, 1997: 2) bahwa guru harus mengajar sesuai dengan insting alami (*natural instinct*) untuk menyelidiki dan menciptakan sesuatu, guru harus menciptakan didalam lingkungan belajarnya suatu sistem sosial yang dicirikan dengan prosedur demokrasi dan proses ilmiah, disamping upaya pemecahan masalah dalam kelompok kecil, siswa belajar prinsip demokrasi melalui interaksi hari ke hari satu sama lain.

Hampir 80 tahun setelah tulisan Dewey tersebut, cara terbaik siswa untuk belajar adalah dengan bekerja dan berpikir melalui masalah-masalah. Para pendidik yang

menggunakan PBL menyebarkan bahwa didunia luar sekolah, orang-orang dewasa membangun pengetahuan dan keterampilannya melalui penyelesaian masalah nyata atau dari menjawab pertanyaan penting, bukan melalui pelatihan-pelatihan yang abstrak.

Pada awalnya PBL dikembangkan untuk orang-orang dewasa, untuk melatih para dokter dalam menyelesaikan masalah-masalah medis. Secara tradisional fakultas-fakultas kedokteran mendidik calon-calon dokter dengan menuntut mereka untuk menghafal dan mengingat informasi sebanyak-banyaknya dan kemudian mengaplikasikannya sesuai dengan informasi yang diberikan. Pendekatan pengajaran seperti ini tidak sepenuhnya mempersiapkan dokter untuk kehidupan nyata, karena tak semua pasien mampu mengidentifikasi gejala-gejala dari penyakit-penyakit yang dideritanya. Melalui metode mengingat informasi-informasi dasar medis untuk di tes dalam pelatihan, mereka tidak akan mengetahui cara untuk menggunakan informasi-informasi kedalam kehidupan nyata (*real life situation*) dan informasi-informasi tersebut akan mudah terlupakan.

Dengan mempertimbangkan kenyataan-kenyataan tersebut dan menerapkan ajaran Dewey pada fakultas kedokteran, Howard Barrow seorang dosen fakultas kedokteran di Mc Master University di Hamilton, Ontario, Kanada pada tahun 1970-an, mencoba mengembangkan sebuah metode yang selanjutnya dikenal dengan PBL, Barrow merancang serangkaian masalah yang lebih dari sekedar studi kasus, dia tidak memberi siswa seluruh informasi tetapi menuntut mereka untuk menyelidiki situasi, mengembangkan pertanyaan-pertanyaan, dan menghasilkan rencana-rencana untuk memecahkan masalah-masalah yang dihadapi, Barrow mengembangkan PBL agar siswa dapat mengintegrasikan, menggunakan dan menyaring informasi tentang masalah yang dihadapi pasien, gejala-gejala, data-data lab, keterangan-keterangan dan pelajaran tentang penyakit, yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah medis (Barrows dalam Delisle, 1997, h. 3).

Tidak hanya dalam dunia medis, dalam matematika pun PBL diperlukan untuk memecahkan masalah-masalah matematik. Dalam matematika siswa tidak hanya menghafal rumus dan mengerjakan latihan saja, namun siswa dituntut untuk memahami konsep dan membangun pemahaman, siswa juga harus mampu menerapkan matematika untuk memecahkan masalah yang berhubungan dengan kehidupan mereka sehari-hari.

PBL mencoba untuk membuat siswa lebih bertanggung jawab dalam pembelajaran, daripada sekedar menjadi penerima informasi yang pasif, siswa dididik untuk bertanya, menemukan informasi yang relevan, dan merancang solusi-solusi untuk masalah *open ended* dan masalah yang tidak jelas. Gallagher (1997) mengidentifikasi bahwa ketika PBL menjadi bagian utuh dari pengajaran medis selama 2 dasawarsa, PBL merubah secara drastis kurikulum dan metoda yang diajarkan pada siswa.

Menurut Sears dan Hears (2001, h. 7) PBL dapat melibatkan siswa dalam berpikir tingkat tinggi dan pemecahan masalah. Segmen-segmen PBL secara lengkapnya adalah sebagai berikut :

1. *Engagement*, yang mencakup beberapa hal seperti :
  - (a) Mempersiapkan siswa untuk dapat berperan sebagai *self directed problem solver* yang dapat berkolaborasi dengan pihak lain.
  - (b) Menghadapkan siswa pada suatu situasi yang mendorong mereka untuk mampu menemukan masalahnya ; dan
  - (c) Meneliti hakekat permasalahan yang dihadapi sambil mengajukan dugaan-dugaan, rencana penyelesaian masalah dan lain-lain.
2. *Inquiry and Investigation*, meliputi kegiatan :
  - (a) Mengeksplorasi berbagai cara menjelaskan kejadian serta implikasinya, dan
  - (b) Mengumpulkan serta mendistribusikan informasi
3. *Performance* : mengajukan temuan-temuan
4. *Debriefing*, mencakup beberapa hal seperti :
  - (a) Menguji kelemahan dan keunggulan solusi yang dihasilkan dan
  - (b) Melakukan refleksi atas efektivitas seluruh pendekatan yang telah digunakan dalam penyelesaian masalah.

Perubahan kebiasaan diperlukan untuk mengimplementasikan PBL. Siswa yang biasanya mendapat pengajaran secara tradisional, yang menganggap guru sebagai ahli dan pembimbing dalam setiap langkah atau *sage on the stage*, dan sebagai sumber pengetahuan. Dalam PBL siswa harus belajar untuk menjadi bagian dari kelompok (*cooperatif learning*), karena dalam kehidupan yang nyata pun dalam memecahkan suatu masalah tidak dapat hanya diselesaikan oleh satu orang saja, tetapi harus bekerja sama. Inti dari keefektifan dalam PBL adalah kemampuan siswa untuk bekerjasama dalam

memecahkan masalah (Peterson dalam Ngeow dkk., 1997, h. 2). Dalam bekerjasama dalam kelompok siswa didorong untuk bekerjasama dan mengkoordinasikan usahanya untuk menyelesaikan tugasnya. Guru dalam pembelajaran mempunyai hubungan dengan siswa sebagai mitra kerja (*partnership*), guru tidak mendominasi pelajaran. Dalam hal ini guru lebih berperan sebagai motivator, organisator, fasilitator, justifikator dan evaluator. Dengan bekerjasama (pembelajaran kooperatif) dapat memberi keuntungan baik pada siswa kelompok bawah maupun kelompok atas yang bekerjasama menyelesaikan tugas-tugas akademik. Siswa kelompok atas akan menjadi tutor bagi siswa kelompok bawah (memperoleh bantuan khusus dari teman sebaya, yang memiliki orientasi dan bahasa yang sama). Dan siswa kelompok atas akan meningkat kemampuan akademiknya karena memberi pelayanan sebagai tutor membutuhkan pemikiran lebih mendalam tentang hubungan ide-ide yang terdapat di dalam materi tertentu (Ibrahim dkk, 2000, h. 8-9)

PBL menyebabkan perubahan-perubahan baik dari peran guru maupun peran siswa. Guru memegang peranan untuk melatih aspek kognitif dan metakognitif daripada sekedar sumber pengetahuan dan penyebar informasi, siswa berperan aktif sebagai *problem solver*, pembuat keputusan/ *decision makers*, dan *meaning makers* dari hanya sekedar pendengar yang pasif. Peran guru, siswa, dan masalah dalam PBM tampak seperti pada Tabel 1 sebagai berikut.

**Tabel 1**  
Peran Guru, Siswa, dan Masalah dalam PBL

Guru sebagai pelatih	Siswa sebagai <i>problem solver</i>	Masalah sebagai awal tantangan dan motivasi
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Asking about thinking</i> (bertanya tentang pemikiran)</li> <li>• Memonitor pembelajaran</li> <li>• <i>Probing/</i> menantang siswa untuk berpikir</li> <li>• Menjaga agar siswa dapat terlibat</li> <li>• Mengatur dinamika kelompok</li> <li>• Menjaga berlangsungnya proses</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta yang aktif</li> <li>• Terlibat langsung dalam pembelajaran</li> <li>• Membangun pemahaman</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menarik untuk dipecahkan</li> <li>• Menyediakan kebutuhan yang ada hubungannya dengan pelajaran yang dipelajari</li> </ul>

Bila PBL dibandingkan dengan pendekatan/metode lain khususnya ceramah, perbedaan-perbedaan tersebut dapat dirangkum seperti dalam Tabel 2 berikut.

**Tabel 2**  
Perbandingan Metode Ceramah dan PBL

<b>Komponen</b>	<b>Ceramah</b>	<b>PBL</b>
Peran guru	Sebagai ahli <ul style="list-style-type: none"> <li>• Langsung memberikan pemikiran</li> <li>• Memegang / sumber pengetahuan</li> <li>• Mengevaluasi siswa/ menilai siswa</li> </ul>	Sebagai pelatih: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Memberikan/menyaji- kan masalah</li> <li>• Memberi contoh, melatih</li> <li>• Terlibat dalam proses sebagai asisten membantu siswa</li> <li>• Menilai seluruh komponen pembelajaran</li> </ul>
Peran siswa	Sebagai penerima: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lamban/ tidak giat</li> <li>• Tidak aktif</li> </ul>	Sebagai peserta: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aktif bergelut/ berhadapan dengan rumitnya masalah</li> <li>• menyelidiki dan memecahkan masalah</li> </ul>
Aspek kognitif	Siswa meniru pengetahuan yang telah diterima dan menggunakannya	Siswa mengumpulkan dan membangun pengetahuan untuk pemecahan masalah
Metakognitif	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Siswa pasif</li> <li>• Mempelajari keterampilan menjadi tanggung jawab siswa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guru memberi contoh dan melatih sesuai dengan yang dibutuhkan oleh siswa</li> <li>• Siswa mengembangkan strategi untuk memperoleh dan mengarahkan cara pembelajarannya sendiri.</li> </ul>

### 1. Masalah dan Penyelesaian Masalah

Dalam kehidupan sehari-hari, setiap saat kita dihadapkan dengan berbagai masalah yang seringkali perlu segera diselesaikan. Memang tidak semua masalah yang kita hadapi adalah masalah-masalah matematis, tetapi untuk mengatasi masalah-masalah itu tidak sedikit yang memerlukan pemikiran matematis. Oleh karena itu salah satu tugas guru (matematika) yang terpenting adalah membantu siswa belajar menyelesaikan permasalahan yang dihadapinya dalam kehidupan. Untuk menyelesaikan suatu permasalahan selain diperlukan ketrampilan yang konperhensif, seperti ketrampilan mengamati, menganalisis, membaca, mengkalkulasi, dan menyimpulkan, diperlukan juga pengetahuan dan ketajaman nalar.

Banyak guru mengalami kesulitan dalam mengajar siswa bagaimana memecahkan permasalahan (sering disebut soal cerita) sehingga banyak siswa yang juga kesulitan mempelajarinya. Kesulitan ini bisa muncul karena paradigma bahwa jawaban akhir sebagai satu-satunya tujuan dari pemecahan masalah. Siswa seringkali menggunakan teknik yang keliru dalam menjawab permasalahan sebab penekanan pada jawaban akhir. Padahal kita perlu menyadari bahwa proses dari memecahkan masalah yaitu bagaimana kita memecahkan masalah jauh lebih penting dan mendasar. Ketika jawaban akhir diutamakan, siswa mungkin hanya belajar menyelesaikan satu masalah khusus, namun ketika proses ditekankan, siswa tampaknya akan belajar lebih bagaimana menyelesaikan masalah-masalah lainnya.

Menurut Polya (1971), solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian, yaitu *memahami masalah*, *merencanakan penyelesaian*, *menyelesaikan masalah sesuai rencana*, dan *melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan*. Fase pertama adalah memahami masalah. Tanpa adanya pemahaman terhadap masalah yang diberikan, siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Setelah siswa dapat memahami masalahnya dengan benar, selanjutnya mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah. Kemampuan melakukan fase kedua ini sangat tergantung pada pengalaman siswa dalam menyelesaikan masalah. Pada umumnya, semakin bervariasi pengalaman mereka, ada kecenderungan siswa lebih kreatif dalam menyusun rencana penyelesaian suatu masalah. Jika rencana penyelesaian suatu masalah telah dibuat, baik secara tertulis atau tidak, selanjutnya dilakukan penyelesaian masalah sesuai dengan rencana yang dianggap paling tepat. Dan langkah terakhir dari proses penyelesaian masalah menurut Polya adalah melakukan pengecekan atas apa yang telah dilakukan mulai dari fase pertama sampai fase penyelesaian ketiga. Dengan cara seperti ini maka berbagai kesalahan yang tidak perlu dapat terkoreksi kembali sehingga siswa dapat sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan masalah yang diberikan.

Tingkat kesulitan soal pemecahan-masalah harus disesuaikan dengan tingkat kemampuan siswa. Berdasarkan hasil penelitian Driscoll (1982), pada siswa usia sekolah dasar kemampuan pemecahan masalah erat sekali hubungannya dengan kemampuan

pemecahan-masalah. Sedangkan pada siswa yang lebih dewasa, misalkan siswa SMU, kaitan antar kedua hal tersebut sangat kecil.

Disadari atau tidak, setiap hari kita harus menyelesaikan berbagai masalah. Dalam penyelesaian suatu masalah, kita seringkali dihadapkan pada suatu hal yang pelik dan kadang-kadang pemecahannya tidak dapat diperoleh dengan segera. Tidak bisa dipungkiri bahwa masalah yang biasa dihadapi sehari-hari itu tidak selamanya bersifat matematis. Dengan demikian, tujuan kita sebagai guru sekolah dasar adalah untuk membantu siswa menyelesaikan berbagai masalah dengan spektrum yang luas yakni membantu mereka untuk dapat memahami makna kata-kata atau istilah yang muncul dalam suatu masalah sehingga kemampuannya dalam memahami konteks masalah bisa terus berkembang, menggunakan keterampilan inkuiri dalam sains, menganalisa alasan mengapa suatu masalah itu muncul dalam studi sosial, dan lain-lain. Dalam matematika, hal seperti itu biasanya berupa pemecahan-masalah matematika yang pada umumnya berupa soal cerita. Untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam pemecahan-masalah, hal yang perlu ditingkatkan adalah kemampuan menyangkut berbagai teknik dan strategi pemecahan-masalah. Pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman, merupakan elemen-elemen penting dalam belajar matematika. Dan dalam pemecahan-masalah, siswa dituntut memiliki kemampuan untuk mensintesis elemen-elemen tersebut sehingga akhirnya dapat menyelesaikan masalah yang dihadapi dengan baik.

Sejak lama, pemecahan-masalah telah menjadi fokus perhatian utama dalam pengajaran matematika di sekolah. Sebagai contoh, salah satu agenda yang dicanangkan the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) di Amerika Serikat pada tahun 80-an adalah bahwa “Problem solving must be the focus of school mathematics in the 1980s” atau pemecahan-masalah harus menjadi fokus utama matematika sekolah di tahun 80-an. Sejak itu muncul banyak pertanyaan khususnya berkenaan dengan sifat dan cakupan pemecahan-masalah yaitu: Apa yang dimaksud dengan masalah dan pemecahan-masalah? Dapatkah pemecahan-masalah diajarkan secara efektif? Strategi pemecahan-masalah apa yang harus diajarkan? Dan bagaimana cara mengevaluasi pemecahan-masalah? Semua jawaban dari pertanyaan-pertanyaan tersebut akan disajikan dalam uraian berikut.

Suatu masalah biasanya memuat suatu situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Jika suatu *masalah* diberikan kepada seorang siswa dan siswa tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikannya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah.

Untuk memperoleh kemampuan dalam pemecahan masalah, seseorang harus memiliki banyak pengalaman dalam memecahkan berbagai masalah. Berbagai hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang diberi banyak latihan pemecahan masalah memiliki nilai lebih tinggi dalam tes pemecahan masalah dibandingkan siswa yang latihannya lebih sedikit. Temuan ini telah banyak mengilhami penulis buku dan guru-guru sekolah dasar dalam menyusun program pembelajaran pemecahan masalah matematika. Sebagai contoh, pada satu halaman dari sebuah buku matematika mungkin terdapat soal-soal seperti di bawah ini:

$$\begin{array}{r}
 3194 \\
 5346 \\
 \hline
 8877 +
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 5479 \\
 3477 \\
 \hline
 6399 +
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6754 \\
 8968 \\
 \hline
 7629 +
 \end{array}$$

Pada halaman berikutnya biasanya muncul soal cerita seperti berikut ini:

*Pada hari Senin ada 7809 orang yang menonton televisi, 9072 orang menonton pada hari Selasa dan 9924 menonton pada hari Rabu. Berapa jumlah orang yang menonton dalam tiga hari?*

Soal cerita tersebut, untuk dapat dipandang sebagai soal pemecahan masalah masih perlu diperdebatkan. Permasalahan yang terkandung di dalamnya biasanya merupakan permasalahan yang dikaitkan dengan operasi hitung yang baru dipelajari. Dengan demikian bagi sebagian besar siswa, memilih operasi hitung yang sesuai merupakan hal yang mudah karena operasi tersebut biasanya berkaitan dengan pelajaran sebelumnya. Jika pelajaran yang lalu tentang penjumlahan, maka operasi yang digunakan adalah penjumlahan, dst. penjumlahan, maka operasi yang. Hal yang mungkin menjadi faktor tersulit bagi siswa adalah terletak pada proses perhitungan karena menyangkut bilangan-bilangan besar.

Selanjutnya perhatikan alternatif berikut ini,

*Gunakan tiap angka 1,2,3,4,5,6,7, 8 dan 9, paling sedikit satu kali untuk membentuk tiga buah bilangan empat-angka yang jumlahnya 9636.*

Untuk memperoleh jawaban (mungkin lebih dari satu) yang benar, siswa dituntut melakukan perhitungan untuk berbagai kemungkinan pasangan bilangan. Bagi mereka yang memiliki *sense of number* cukup tinggi mungkin bisa lebih efisien dalam proses pencarian jawaban yang tepat. Sebagai contoh, seorang siswa menyadari bahwa jumlah dari tiga bilangan yang dibentuk adalah bilangan genap, maka tidak mungkin mereka memilih bilangan-bilangan dengan ujung 1, 3 dan 5, secara bersamaan. Untuk dapat menyelesaikan soal ini dengan baik, seorang siswa tidak cukup hanya memiliki pengetahuan prasyarat.

Menentukan keputusan yang tepat untuk menggunakan operasi hitung tertentu dalam soal pertama di atas mungkin bagi sebagian besar siswa hanya merupakan tantangan kecil bila dibandingkan dengan tantangan yang tercakup dalam soal kedua. Adanya *rasa tertarik* untuk menghadapi “tantangan“ dan *tumbuhnya kemauan* untuk menyelesaikan tantangan tersebut, merupakan modal utama dalam pemecahan masalah.

Suatu masalah dapat dipandang sebagai “masalah”, merupakan hal yang sangat relatif. Suatu soal yang dianggap sebagai masalah bagi seseorang, bagi orang lain mungkin hanya merupakan hal yang rutin belaka. Dengan demikian, guru perlu berhati-hati dalam menentukan soal yang akan disajikan sebagai pemecahan masalah. Bagi sebagian besar guru, untuk memperoleh atau menyusun soal yang benar-benar bukan merupakan masalah rutin bagi siswa mungkin termasuk pekerjaan yang sulit. Akan tetapi hal ini akan dapat diatasi antara lain melalui pengalaman dalam menyajikan soal yang bervariasi baik bentuk, tema masalah, tingkat kesulitan, serta tuntutan kemampuan intelektual yang ingin dicapai atau dikembangkan pada siswa.

Untuk memudahkan dalam pemilihan soal, perlu dilakukan pembedaan antara *soal rutin* dan *soal tidak rutin*. *Soal rutin* biasanya mencakup aplikasi suatu prosedur matematika yang sama atau mirip dengan hal yang baru dipelajari. Sedangkan dalam masalah *tidak rutin*, untuk sampai pada prosedur yang benar diperlukan pemikiran yang lebih mendalam. Hasil identifikasi masalah yang dilakukan melalui angket untuk siswa, angket untuk guru, dan observasi kelas secara umum menunjukkan bahwa pemecahan masalah merupakan bagian dari kegiatan matematika yang dianggap sulit baik materi

maupun cara mengajarnya. Hasil lain yang diperoleh the National Assesment di Amerika Serikat, juga mengindikasikan bahwa siswa sekolah dasar pada umumnya menghadapi kesulitan dalam menghadapi soal tidak rutin yang memerlukan analisis dan proses berfikir mendalam.

## **2. Cara Mengajarkan Pemecahan Masalah**

Karena pemecahan masalah merupakan kegiatan matematika yang sangat sulit baik mengajarkan maupun mempelajarinya, maka sejumlah besar penelitian khususnya yang dilakukan di sekolah dasar telah difokuskan pada pemecahan masalah matematika. Fokus penelitiannya antara lain mencakup karakteristik permasalahan, karakteristik dari siswa-sukses atau siswa-gagal dalam pemecahan-masalah, pembelajaran strategi pemecahan-masalah yang mungkin dapat membantu siswa menuju kelompok siswa sukses dalam pemecahan-masalah. Dari berbagai hasil penelitian, antara lain diperoleh beberapa kesimpulan berikut.

- (1) Strategi pemecahan masalah dapat secara spesifik diajarkan.
- (2) Tidak ada satupun strategi yang dapat digunakan secara tepat untuk setiap masalah yang dihadapi.
- (3) Berbagai strategi pemecahan masalah dapat diajarkan pada siswa dengan maksud untuk memberikan pengalaman agar mereka dapat memanfaatkannya pada saat menghadapi berbagai variasi masalah. Mereka harus didorong untuk mencoba memecahkan masalah yang berbeda-beda dengan menggunakan strategi yang sama dan diikuti dengan diskusi mengapa suatu strategi hanya sesuai untuk masalah tertentu.
- (4) Siswa perlu dihadapkan pada berbagai permasalahan yang tidak dapat diselesaikan secara cepat sehingga memerlukan upaya mencoba berbagai alternatif pemecahan.
- (5) Kemampuan siswa dalam pemecahan masalah sangat berkaitan dengan tingkat perkembangan mereka. Dengan demikian masalah-masalah yang diberikan pada siswa, tingkat kesulitannya harus disesuaikan dengan perkembangan mereka.

Berdasarkan hasil penelelitian, program pemecahan-masalah harus dikembangkan untuk situasi yang lebih bersifat alamiah serta pendekatan yang cenderung informal. Untuk tema permasalahannya sebaiknya diambil dari kejadian sehari-hari yang lebih

dekat dengan kehidupan siswa atau yang diperkirakan dapat menarik perhatian siswa. Untuk dapat mengajarkan pemecahan-masalah dengan baik, ada beberapa hal yang perlu dipertimbangkan antara lain, waktu yang digunakan untuk pemecahan masalah, perencanaan, sumber yang diperlukan, serta peran teknologi.

### ***Waktu***

Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu masalah sangatlah relatif. Jika seseorang dihadapkan pada suatu masalah dengan waktu yang diberikan untuk menyelesaikannya tidak dibatasi, maka kecenderungannya orang tersebut tidak akan mengkonsentrasikan pikirannya secara penuh pada proses penyelesaian masalah yang diberikan. Sebaliknya, jika seseorang dalam menyelesaikan suatu masalah dibatasi oleh waktu yang sangat ketat, maka seluruh potensi pikirannya mungkin akan dikonsentrasikan secara penuh pada penyelesaian soal tersebut. Dengan demikian, upaya untuk mendorong siswa agar mampu memanfaatkan waktu yang disediakan dalam proses pemecahan suatu masalah merupakan hal yang perlu dikembangkan dari waktu ke waktu. Beberapa hal yang perlu dikembangkan dalam kaitannya dengan waktu antara lain adalah: waktu untuk memahami masalah, waktu untuk mengeksplorasi liku-liku masalah, dan waktu untuk memikirkan masalah.

### ***Perencanaan***

Aktivitas pembelajaran dan waktu yang diperlukan, harus direncanakan serta dikoordinasikan sehingga siswa memiliki kesempatan yang cukup untuk menyelesaikan berbagai masalah, belajar berbagai variasi strategi pemecahan masalah, dan menganalisis serta mendiskusikan pendekatan yang mereka pilih. dalam menyediakan variasi permasalahan bagi siswa, soal-soal yang dibuat dapat memuat hal berikut ini.

- Informasi berlebih atau informasi kurang

#### Contoh 1

*Sebuah dus memuat 2 lusin kue a Rp. 200,00 . Anna membeli 3 dus. Berapakah kue yang dibeli Anna?*

#### Contoh 2

*Deni bermaksud menambah bukunya agar sama dengan buku milik Ani yang berjumlah 15 buah. Berapa Deni harus menambah bukunya?*

- Membuat Estimasi

#### Contoh

*Nina memiliki uang sebesar Rp. 10.000,00 cukupkah uang Nina untuk membeli selusin buku yang harganya Rp. 750,00 perbuah dan selusin potlot dengan harga Rp. 600,00 perbuah?*

- Menuntut siswa untuk membuat pilihan tentang derajat akurasi yang diperlukan.
- Memuat aplikasi matematika bersifat praktis.
- Menuntut siswa untuk mengkonseptualisasikan bilangan-bilangan yang sangat besar atau bilangan yang sangat kecil.
- Didasarkan atas minat siswa, atau kejadian-kejadian dalam lingkungan mereka.
- Memuat logik, penalaran, pengujian konjektur, dan informasi yang masuk akal.
- Menuntut penggunaan lebih dari satu strategi untuk mencapai solusi yang benar.
- Menuntut adanya proses pengambilan keputusan.

#### **Sumber**

Karena buku-buku matematika biasanya lebih banyak memuat masalah yang sifatnya rutin, maka guru harus memiliki kemampuan untuk mengembangkan masalah-masalah lainnya sehingga dapat menambah koleksi soal pemecahan-masalah untuk kebutuhan pembelajaran. Salah satu strategi yang dapat digunakan untuk meningkatkan koleksi soal pemecahan masalah antar lain sebagai berikut:

- Kumpulkan soal-soal pemecahan masalah dari koran, majalah, atau buku-buku sealai buku paket.
- Membuat soal sendiri misalnya dengan menggunakan ide yang datang dari lingkungan, koran, atau televisi.
- Manfaatkan situasi yang muncul secara spontan khususnya yang didasarkan atas pertanyaan dari siswa.
- Saling tukar soal dengan sesama teman guru.
- Mintalah siswa untuk menulis soal yang dapat dipertukarkan di antara mereka. Mungkin di antara soal-soal itu ada yang layak untuk dikoleksi.

### ***Teknologi***

Walaupun sebagian kalangan ada yang tidak setuju kalkulator digunakan di sekolah dasar, akan tetapi dengan membatasi penggunaannya hanya pada hal-hal tertentu, alat tersebut perlu dipertimbangkan penggunaannya. Karena kalkulator dapat digunakan untuk membantu mempercepat proses perhitungan rutin, maka siswa dapat lebih difokuskan pada kegiatan pemecahan masalah, dengan kalkulator berperan sebagai alat bantu. Walaupun ada hasil penelitian yang menunjukkan bahwa penggunaan kalkulator belum tentu dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, akan tetapi sebagian hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa cenderung untuk menggunakan banyak strategi msiswaala mereka menggunakan kalkulator. Alasan utama digunakannya kalkulator dalam pengajaran matematika adalah bahwa waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah dapat digunakan untuk meningkatkan keterampilan dalam menggunakan strategi pemecahan masalah. Alasan utama untuk hal ini adalah bahwa waktu yang biasanya digunakan untuk melakukan perhitungan rutin dapat dialihkan untuk melakukan peningkatan keterampilan lainnya yang levelnya lebih tinggi.

### ***Strategi Pemecahan-Masalah***

Berbicara pemecahan-masalah tidak bisa dilepaskan dari tokoh utamanya yaitu George Polya. Menurut Polya, dalam pemecahan suatu masalah terdapat empat langkah yang harus dilakukan yaitu: (1) memahami masalah, (2) merenciswaan pemecahannya, (3) menyelesaikan masalah sesuai rencana langkah kedua, dan (4) memeriksa kembali hasil yang diperoleh (*looking back*).

Empat tahap pemecahan masalah dari Polya tersebut merupakan satu kesatuan yang sangat penting untuk dikembangkan. Salah satu cara untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam pemecahkan masalah adalah melalui penyediaan pengalaman pemecahan masalah yang memerlukan strategi berbeda-beda dari satu masalah ke masalah lainnya. Untuk memperkenalkan suatu strategi tertentu kepada siswa, diperlukan perencanaan yang matang. Sulit bagi guru untuk dapat memperkenalkan setiap strategi pemecahan masalah dalam waktu yang terbatas. Dan bagi siswa yang sudah belajar strategi tertentu, masih memerlukan waktu untuk memperoleh rasa percaya diri dalam menerapkan strategi yang sudah dipelajarinya.

Untuk memperoleh gambaran yang lebih jelas tentang strategi pemecahan masalah, berikut akan disajikan beberapa strategi pemecahan masalah yang mungkin diperkenalkan pada siswa sekolah dasar.

*a. Strategi Act It Out*

Strategi ini dapat membantu siswa dalam proses visualisasi masalah yang tercakup dalam soal yang dihadapi. Dalam pelaksanaannya, strategi ini dilakukan dengan menggunakan gerakan-gerakan fisik atau dengan menggerakkan benda-benda kongkrit. Gerakan fisik ini dapat membantu atau mempermudah siswa dalam menemukan hubungan antara komponen-komponen yang tercakup dalam suatu masalah.

Pada saat guru memperkenalkan strategi ini, sebaiknya ditekankan bahwa penggunaan obyek kongkrit yang dicontohkan sebenarnya dapat diganti dengan suatu model yang lebih sederhana misalnya gambar. Untuk memperkenalkan strategi ini, banyak masalah dalam kehidupan sehari-hari yang dapat digunakan sebagai tema atau konteks masalahnya. Di bawah ini disajikan satu contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan strategi *act it out*.

*Seorang pedagang membeli seekor kambing dengan harga Rp 250.000. Kambing tersebut dia jual kembali seharga Rp 275.000. Setelah itu dia membeli kambing yang lebih besar dengan harga Rp 300.000, dan menjualnya kembali seharga Rp 350.000. Apakah pedagang tersebut untung atau rugi? Tentukan keuntungan atau kerugiannya.*

*b. Membuat Gambar atau Diagram*

Strategi ini dapat membantu siswa untuk mengungkapkan informasi yang terkandung dalam masalah sehingga hubungan antar komponen dalam masalah tersebut dapat terlihat dengan lebih jelas. Pada saat guru mencoba mengajarkan strategi ini, penekan perlu dilakukan bahwa gambar atau diagram yang dibuat tidak perlu sempurna, terlalu bagus atau terlalu detail. Hal yang perlu digambar atau dibuat diagramnya adalah bagian-bagian terpenting yang diperkirakan mampu memperjelas permasalahan yang dihadapi. Berikut adalah satu contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan bantuan gambar atau diagram.

*Jika kamu membeli perangko di kantor pos, biasanya perangko-perangko itu saling menempel satu dengan lainnya. Jika kamu membeli tiga perangko yang saling menempel, ada berapa kemungkinan bentuk susunan perangko yang kamu dapatkan.*

### c. Menemukan Pola

Kegiatan matematika yang berkaitan dengan proses menemukan suatu pola dari sejumlah data yang diberikan, bagi siswa usia sekolah dasar, dapat mulai dilakukan melalui sekumpulan gambar atau bilangan. Kegiatan yang mungkin dilakukan antara lain dengan mengobservasi sifat-sifat yang dimiliki bersama oleh kumpulan gambar atau bilangan yang tersedia. Sebagai suatu strategi untuk pemecahan masalah, pencarian pola yang pada awalnya hanya dilakukan secara pasif melalui klu yang diberikan guru, pada suatu saat keterampilan itu akan terbentuk dengan sendirinya sehingga pada saat menghadapi permasalahan tertentu, salah satu pertanyaan yang mungkin muncul pada benak seseorang antara lain adalah: “Adakah pola atau keteraturan tertentu yang mengaitkan tiap data yang diberikan?”. Tanpa melalui latihan, sangat sulit bagi seseorang untuk menyadari bahwa dalam permasalahan yang dihadapinya terdapat pola yang bisa diungkap. Contoh masalah berikut ini dapat diselesaikan dengan menggunakan strategi pencarian pola.

*Sebuah pulau kecil berpenduduk 1000 orang. Tiap 30 tahun, penduduk pulau tersebut jumlahnya menjadi duakali lipat. Berapa penduduk pulau itu dalam 30 tahun mendatang? Dalam 60 tahun mendatang? Dalam 300 tahun mendatang?. Kapan penduduk pulau tersebut berjumlah lebih dari 1 juta orang? Lebih dari 1 milyar orang?*

### d. Membuat Tabel

Mengorganisasi data ke dalam sebuah tabel dapat membantu kita dalam mengungkapkan suatu pola tertentu serta dalam mengidentifikasi informasi yang tidak lengkap. Penggunaan tabel merupakan langkah yang sangat efisien untuk melakukan klasifikasi serta menyusun sejumlah besar data sehingga apabila muncul pertanyaan baru berkenaan dengan data tersebut, maka kita akan dengan mudah menggunakan data tersebut, sehingga jawaban pertanyaan tadi dapat diselesaikan dengan baik. Soal berikut merupakan contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan bantuan tabel.

*Misalkan seorang direktur perusahaan menjanjikan bonus Rp. 10.000 untuk minggu pertama bekerja, Rp. 20.000 pada minggu kedua, dan Rp. 40.000 pada minggu ketiga, dan seterusnya. Berapa besar bonus yang dijanjikannya pada minggu kesepuluh?*

e. *Memperhatikan Semua Kemungkinan Secara Sistematis*

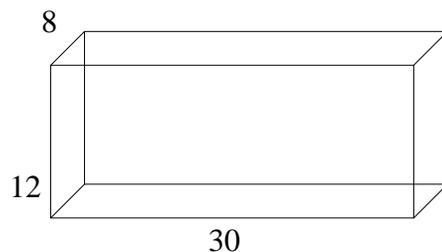
Strategi ini biasanya digunakan bersamaan dengan strategi mencari pola dan menggambar tabel. Dalam menggunakan strategi ini, kita mungkin tidak perlu memperhatikan keseluruhan kemungkinan yang bisa terjadi. Yang kita perhatikan adalah semua kemungkinan yang diperoleh dengan cara yang sistematis. Yang dimaksud sistematis disini misalnya dengan mengorganisasikan data berdasarkan kategori tertentu. Namun demikian, untuk masalah-masalah tertentu, mungkin kita harus memperhatikan semua kemungkinan yang bisa terjadi. Contoh berikut ini memuat masalah yang dapat diselesaikan dengan strategi tersebut.

*Tanya temanmu untuk merahasiakan sebuah bilangan antara 1 dan 10. Carilah bilangan itu dengan cara mengajukan pertanyaan yang jawabannya ya atau tidak paling banyak lima kali. Berapa pertanyaan yang diperlukan untuk mencari bilangan antara 1 dan 20 ? Antara 1 dan 100 ?*

f. *Tebak dan Periksa (Guess and Check)*

Strategi menebak yang dimaksudkan disini adalah menebak yang didasarkan pada alasan tertentu serta kehati-hatian. Selain itu, untuk dapat melakukan tebakan dengan baik seseorang perlu memiliki pengalaman cukup yang berkaitan dengan permasalahan yang dihadapi. Contoh soal di bawah ini memuat masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan strategi *tebak dan periksa*.

*Balok di bawah ini isinya adalah 2880 cm kubik. Carilah balok lainnya yang memiliki isi sama.*



g. *Strategi Kerja Mundur*

Suatu masalah kadang-kadang disajikan dalam suatu cara sehingga yang diketahui itu sebenarnya merupakan hasil dari proses tertentu, sedangkan komponen yang ditanyakan merupakan komponen yang seharusnya muncul lebih awal. Penyelesaian masalah seperti

ini biasanya dapat dilakukan dengan menggunakan strategi mundur. Contoh masalahnya adalah sebagai berikut.

*Jika jumlah dua bilangan bulat adalah 12, sedangkan hasil kalinya 45, tentukan kedua bilangan tersebut.*

*h. Menentukan yang diketahui, yang ditanyakan, dan informasi yang diperlukan.*

Strategi ini merupakan cara penyelesaian yang sangat terkenal sehingga seringkali muncul dalam buku-buku matematika termasuk dalam buku paket matematika untuk sekolah dasar di Indonesia.

*i. Menggunakan Kalimat Terbuka*

Strategi ini juga termasuk sering diberikan dalam buku-buku matematika sekolah dasar. Walaupun strategi ini termasuk sering digunakan, akan tetapi pada langkah awal siswa seringkali mendapat kesulitan untuk menentukan kalimat terbuka yang sesuai. Untuk sampai pada kalimat yang dicari, seringkali harus melalui penggunaan strategi lain, dengan maksud agar hubungan antar unsur yang terkandung di dalam masalah dapat dilihat secara jelas. Setelah itu baru dibuat kalimat terbukanya. Berikut adalah contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan strategi kalimat terbuka.

*Dua pertiga dari suatu bilangan adalah 24 dan setengah dari bilangan tersebut adalah 18. Berapakah bilangan tersebut?*

*j. Menyelesaikan Masalah yang Mirip atau Masalah yang Lebih Mudah.*

Sebuah soal adakalanya sangat sulit untuk diselesaikan karena di dalamnya terkandung permasalahan yang cukup kompleks misalnya menyangkut bilangan yang sangat besar, bilangan sangat kecil, atau berkaitan dengan pola yang cukup kompleks. Untuk menyelesaikan masalah seperti ini, dapat dilakukan dengan menggunakan analogi melalui penyelesaian masalah yang mirip atau masalah yang lebih mudah.

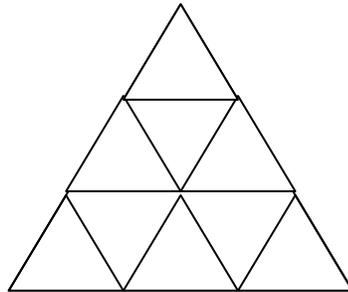
*Berapa tebal kertas buku tulis yang kamu miliki ? Untuk mencari jawabannya hanya diperkenankan menggunakan mistar yang kamu miliki.*

*k. Mengubah Sudut Pandang*

Strategi ini seringkali digunakan setelah kita gagal untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan strategi lainnya. Waktu kita mencoba menyelesaikan masalah, sebenarnya

kita mulai dengan suatu sudut pandang tertentu atau mencoba menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Setelah kita mencoba menggunakan suatu strategi dan ternyata gagal, kecenderungannya adalah kembali memperhatikan soal dengan menggunakan sudut pandang yang sama. Jika setelah menggunakan strategi lain ternyata masih tetap menemui kegagalan, cobalah untuk mengubah sudut pandang dengan memperbaiki asumsi atau memeriksa logika berfikir yang digunakan sebelumnya. Contoh penggunaan strategi tersebut dapat dilakukan pada soal berikut.

*Ada berapa segitiga pada gambar berikut ini ?*



### **3. Pentingnya Pemeriksaan Kembali Hasil (*Looking Back*)**

Salah satu cara terbaik untuk mempelajari pemecahan-masalah dapat dilakukan setelah penyelesaian masalah selesai dilakukan. Memikirkan atau menelaah kembali langkah-langkan yang telah dilakukan dalam pemecahan masalah merupakan kegiatan yang sangat penting untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam pemecahan-masalah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa diskusi dan mempertimbangkan kembali proses penyelesaian yang telah dibuat merupakan faktor yang sangat signifikan untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam pemecahan-masalah. Hal-hal penting yang bisa dikembangkan dalam langkah terakhir dari strategi Polya dalam pemecahan masalah tersebut adalah: *mencari kemungkinan adanya generalisasi, melakukan pengecekan terhadap hasil yang diperoleh, mencari cara lain untuk menyelesaikan masalah yang sama, mencari kemungkinan adanya penyelesaian lain, dan menelaah kembali proses penyelesaian masalah yang telah dibuat.*

## 2. Pencapaian Kompetensi Matematika dalam PBM

Menurut Suparno (2000, h. 22) kompetensi diartikan sebagai kecakapan yang memadai untuk melakukan suatu tugas atau memiliki keterampilan dan kecakapan yang disyaratkan. Sedangkan Johnson (dalam Suparno, 2000, h. 22) menyatakan bahwa pengajaran berdasarkan kompetensi merupakan suatu sistem dimana siswa baru dianggap telah menyelesaikan pelajaran apabila ia telah melaksanakan tugas yang dipelajari untuk melkukannya. Johnson juga memandang kompetensi sebagai perbuatan (*performance*) yang rasional yang secara memuskan memenuhi tujuan dalam kondisi yang diinginkan.

Sejalan dengan pendapat Suparno dan Johnson, Gordon (dalam Mulyasa, 2003: 38) menjelaskan beberapa aspek atau ranah yang terkandung dalam konsep kompetensi sebagai berikut:

- 1) Pengetahuan (*knowledge*) yaitu kesadaran dalam biang kognitif, misalnya seorang guru mengetahui cara melakukan identifikasi kebutuhan belajar dan bagaimana melakukan pembelajaran terhadap siswa peserta didik sesuai dengan kebutuhannya.
- 2) Pemahaman (*understanding*), keterampilan (*skill*), nilai (*value*), sikap (*attitude*), minat dan *interest*.

Dari pendapat-pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa kompetensi atau kecakapan dalam matematik adalah kemampuan siswa untuk memahami, menganalisis, menemukan solusi permasalahan matematik dan mengimplementasikan matematika dalam situasi dan kondisi yang ada. Kompetensi matematik sangat kita butuhkan untuk mempelajari matematika dengan baik. Kompetensi matematik yang perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika ada lima jenis, seperti yang diungkapkan oleh Kilpatrick dan Findell (2001) yaitu:

- 1) *Conseptual Understanding* (Pemahaman Konsep), yakni pemahaman konsep, operasi dan relasi dalam matematika. Beberapa indikator yang tercakup dalam kompetensi ini antara lain: mampu menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, mampu mengklasifikasikan obyek-obyek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut, mampu menerapkan konsep secara algoritma, mampu memberikan contoh dan contoh kontra dari konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematik, mampu mengaitkan berbagai konsep, dan mampu mengembangkan syarat perlu dan atau syarat cukup suatu konsep.

- 2) *Procedural Fluency* (Kelancaran Prosedural), yakni keterampilan menyelesaikan masalah prosedural secara fleksibel, akurat dan efisien, dan tepat. Indikator yang tercakup dalam kompetensi ini antara lain: mampu menggunakan prosedur, mampu memanfaatkan prosedur, mampu memilih prosedur, mampu memodifikasi prosedur, dan mampu mengembangkan prosedur.
- 3) *Strategic Competence* (Kompetensi Strategis), yaitu kemampuan untuk memformulasikan, merepresentasikan, serta menyelesaikan masalah matematik. Indikator yang tercakup dalam kompetensi ini antara lain: mampu memahami masalah, mampu memilih informasi yang relevan, mampu menyajikan masalah secara matematik dalam berbagai bentuk, mampu memilih pendekatan atau metode yang tepat untuk memecahkan masalah, mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, mampu menafsirkan jawaban, dan mampu menyelesaikan masalah tidak rutin.
- 4) *Adaptive Reasoning* (Penalaran Adaptif), yakni kapasitas untuk berpikir secara logis, reflektif, eksplanatif dan jastifikatif. Indikator yang tercakup dalam kompetensi ini antara lain kemampuan mengajukan dugaan atau konjenktur, mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, mampu menemukan pola pada suatu gejala matematik.
- 5) *Productive Disposition* (Sikap Produktif), yakni tumbuhnya sikap positif serta kebiasaan untuk melihat matematika sebagai sesuatu yang masuk akal, berguna dan berfaedah. Indikator yang tercakup dalam kompetensi ini antara lain: kemampuan menunjukkan rasa antusias dalam belajar matematika, kemampuan menunjukkan perhatian penuh dalam belajar, kemampuan menunjukkan kegigihan dalam menghadapi permasalahan, kemampuan menunjukkan rasa percaya diri dalam belajar dan menyelesaikan masalah, kemampuan menunjukkan rasa ingin tahu yang tinggi, serta kemampuan untuk mau berbagi dengan orang lain.

Dari uraian di atas kompetensi strategis (*strategic competence*) sebagai bagian dari kompetensi matematik yang lainnya memegang peranan yang penting dalam menyelesaikan masalah matematik, siswa memerlukan pengalaman dan praktek dalam memformulasi dan menyelesaikan masalah. Siswa pada awalnya hanya akan menyelesaikan masalah-masalah yang mereka pahami dan mengerti, yang dapat mereka

sajikan dengan menggunakan objek-objek yang nyata yang dipadukan dengan kemampuan berhitungnya. Pendekatan ini menungkinkan mereka untuk memecahkan masalah yang lebih rumit lagi yang didalamnya meliputi pembagian dan perkalian, sangatlah penting untuk dapat membedakan masalah yang dapat disajikan dengan cara menambah atau mengurangi dengan cara mengalikan atau membagi.

Setelah siswa dapat memformulasi masalah, langkah selanjutnya adalah merepresentasikannya secara matematik dalam berbagai bentuk, baik dalam bentuk numerik, simbolik, verbal, atau grafik. Dalam merepresentasikan situasi permasalahan, siswa perlu mengkonstruksi model mental dari komponen-komponen pokok permasalahan sehingga dapat menggenerasi model dari permasalahan. Untuk merepresentasikan permasalahan secara akurat, siswa harus memahami situasi dan kunci utama permasalahan untuk menentukan unsur matematika inti dan mengabaikan unsur-unsur yang tidak relevan. Langkah-langkah ini dapat difasilitasi dengan membuat gambar/ diagram, menulis persamaan, atau mengkreasi bentuk representasi lain yang lebih tepat.

Carpenter dkk. (dalam Gill, 2001, h. 3) menemukan bahwa siswa yang diarahkan untuk menyelesaikan masalah (*problem solving*), tidak hanya menjadi seorang *problem solver* yang lebih baik saja, tetapi juga akan mampu menguasai kemampuan lainnya daripada siswa yang hanya diarahkan untuk latihan saja (*drill & practice*).

Untuk menjadi *problem solvers* yang cakap, siswa harus belajar bagaimana membentuk representasi mental dari permasalahan, mendeteksi hubungan matematik, dan menemukan metode baru pada saat diperlukan. Karakteristik mendasar yang diperlukan dalam proses pemecahan masalah adalah fleksibilitas. Fleksibilitas ini berkembang melalui perluasan dan pendalaman pengetahuan yang diperlukan dalam menyelesaikan permasalahan tidak rutin, bukannya permasalahan rutin. Permasalahan tidak rutin, yaitu permasalahan yang tidak segera diketahui cara menyelesaikannya, tetapi memerlukan berpikir produktif karena siswa terlebih dahulu siswa harus memahami permasalahan, menemukan cara untuk mendapat solusi, dan menyelesaikannya. Dalam menyelesaikan permasalahan rutin, siswa hanya memerlukan berpikir reproduktif sebab ia hanya perlu mereproduksi dan menerapkan prosedur yang sudah ada.

Siswa yang memiliki kompetensi strategis yang baik tidak hanya dapat menyelesaikan masalah tidak rutin dengan berbagai cara, namun harus memiliki kemampuan fleksibel dalam memilih siasat, seperti cara coba-coba, cara aljabar, dan cara lainnya yang tepat untuk menjawab masalah sesuai dengan situasi yang ada.

Gill (2001, h. 3) menyebutkan bahwa representasi mental (*mental representation*) memegang peran utama, bagaimana siswa dapat menyajikan dan menghubungkan pengetahuan-pengetahuan yang merupakan faktor kunci agar mereka dapat memahami dengan mendalam dan dapat menggunakannya dalam memecahkan masalah.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa kompetensi strategis tergantung pada pengetahuan yang tidak hanya disimpan begitu saja dalam memori siswa, melainkan dengan memiliki mental representatif (*represented mentally*) dan kemampuan mengorganisasi (menghubungkan dan membangun) cara-cara yang dapat memudahkan untuk mencari pemecahan masalah yang tepat beserta aplikasinya.

#### **D. BERPIKIR MATEMATIK TINGKAT TINGGI DAN PBM**

Menurut Bloom keterampilan berpikir tingkat tinggi merupakan keterampilan yang paling abstrak dalam domain kognitif, yaitu meliputi analisis, sintesis, dan evaluasi. Kemampuan menganalisis merupakan kemampuan menguraikan suatu material menjadi komponen-komponen bagian sehingga struktur organisasi dari material itu dapat dipahami. Proses analisis memerlukan identifikasi dari komponen bagian dan keterhubungannya antar bagian tersebut. Keluaran dari proses belajar seperti ini merepresentasikan berpikir tingkat tinggi karena menuntut pemahaman dari isi maupun struktur dari material yang dipelajari. Sintesis merupakan kemampuan membangun komponen-komponen bagian membentuk sesuatu yang baru dan utuh. Hal ini dapat melibatkan hasil dari suatu proses komunikasi yang khusus (seperti ceramah atau laporan), rencana dari suatu operasi (seperti proposal kegiatan survey atau penelitian), dan sekumpulan dari relasi abstrak (seperti skema dari klasifikasi informasi). Keluaran dari proses belajar ini berfokus pada kreativitas yang menekankan pada formulasi dari pola struktur baru. Sedangkan evaluasi merupakan kemampuan dalam mempertimbangkan nilai-nilai dari suatu material untuk keperluan tertentu. Pertimbangan ini harus berdasarkan pada kriteria yang telah ditentukan atau dibatasi sendiri oleh siswa. Hal ini merupakan keluaran dari proses belajar yang paling tinggi tingkatannya karena

mengandung unsur-unsur dari semua kategori untuk memberikan pertimbangan berdasarkan kriteria yang telah ditentukan.

Tidak seperti Bloom yang menggambarkan berpikir tingkat tinggi dalam keterampilan-keterampilan yang spesifik, Resnick menjelaskan hal yang lebih umum mengenai berpikir tingkat tinggi. Menurut Resnick berpikir tingkat tinggi adalah proses yang melibatkan operasi-operasi mental seperti klasifikasi, induksi, deduksi, dan penalaran. Proses ini berkaitan dengan abstraksi dan penemuan prinsip-prinsip yang mendasar dari sesuatu, yang berbeda dengan mengingat hal-hal yang kongkrit mengenai fakta dan pengetahuan atau hal-hal lain yang lebih spesifik. Dapat dikatakan bahwa, berpikir tingkat tinggi merupakan kemampuan untuk menganalisis, mengkritisi, dan menemukan kesimpulan berdasarkan inferensi atau pertimbangan. Dengan demikian berpikir di sini dapat dipandang sebagai proses yang kompleks dan nonalgoritmis.

**Seringkali berpikir tingkat tinggi melibatkan nuansa pertimbangan dan interpretasi dan menghasilkan jawaban yang tidak unik namun multisolusi (Yin-Ho & Fook, 1998).**

Candy (1991), Tinkler, Lepani & Mitchell (1995) menyatakan bahwa interaksi intelektual yang produktif akan mendukung terbentuknya kognisi tingkat tinggi. Menurut mereka, kompetensi yang dihasilkan dari kegiatan seperti itu adalah (1) membuat keputusan beralasan dari situasi yang problematis, (2) melakukan perubahan dengan cara mengadaptasi, (3) Berpikir dan bernalar secara kritis, (4) berkolaborasi secara produktif dalam kelompok, (5) mampu belajar mandiri, (6) mampu melihat multiperspektif, dan (7) terampil menyelesaikan masalah.

## **E. ASESMEN DALAM PEMBELAJARAN DAN LEVEL BERPIKIR**

Isu sentral mengenai asesmen yang berkembang belakangan berpangkal pada pentingnya asesmen dikaitkan lebih dekat lagi dengan kegiatan pembelajaran agar diperoleh pembelajaran yang berkualitas dan penuh makna bagi siswa. Pandangan ini merupakan reaksi terhadap keadaan dalam beberapa dekade terakhir yang menjadikan para guru sebagai sosok vital yang menentukan produk dari kegiatan pembelajaran. Mereka harus berupaya menyesuaikan kegiatan pembelajaran dengan isi dan format tes

baku sebagai tolok ukur yang biasa digunakan untuk mengukur tingkat keberhasilan siswa dari kegiatan belajar. Oleh karena itu wajarlah apabila kebiasaan yang dilakukan secara terus-menerus dalam jangka waktu yang relatif lama telah memformat pikiran kebanyakan guru dalam memandang peranan asesmen dalam pembelajaran sebagai kegiatan terpisah, yaitu asesmen dilakukan di akhir kegiatan pembelajaran dan berkaitan dengan pengukuran produk pembelajaran yang dapat dilakukan secara seragam.

### **1. Tujuan dan Prinsip Asesmen**

Bila asesmen merupakan bagian dari kegiatan pembelajaran matematika, maka hal ini akan berkontribusi secara nyata terhadap kegiatan belajar seluruh siswa. Terkadang asesmen terfokus pada tes untuk mengetahui tingkat penguasaan siswa, namun ada yang lebih penting dari itu. Asesmen bukan sekedar tes di akhir pembelajaran untuk mengecek bagaimana siswa bekerja dalam kondisi tertentu, namun harus terlaksana pada saat pembelajaran berlangsung untuk memberi informasi kepada guru memandunya dalam menentukan tindakan mengajar dan membelajarkan siswa. Menurut NCTM (2000) asesmen jangan dilakukan hanya kepada siswa tetapi asesmen harus dilakukan untuk siswa yaitu memandu dan mengarahkan mereka dalam belajar.

Apabila asesmen ditujukan untuk mengetahui apa yang telah dipelajari siswa dan apa yang dapat mereka lakukan, apakah asesmen seperti ini dapat memiliki konsekuensi positif terhadap belajar? Asesmen yang baik adalah yang dapat meningkatkan siswa belajar dalam beberapa cara. Tugas atau permasalahan yang diberikan dapat memberikan informasi kepada siswa, jenis pengetahuan matematika dan kemampuan apa yang dapat memberikan nilai tambah bagi mereka. Informasi ini harus mengarahkan siswa dalam mengambil keputusan, misalnya bagaimana atau di mana (untuk hal yang mana) mereka harus belajar keras. Kegiatan yang konsisten, atau terkadang sama, dengan kegiatan pembelajaran harus termasuk dalam asesmen. Misalnya, ketika guru menggunakan teknik asesmen seperti observasi, berbicara dengan siswa, atau jurnal reflektif, pada saat itu pula siswa belajar mengatikalasi gagasan-gagasan mereka dalam menjawab pertanyaan guru.

Balikan yang diperoleh dari respon-respon siswa dalam asesmen akan membawa mereka untuk menginstropeksi banyak hal berkaitan dengan kegiatan belajar melalui self-assessment, apakah tujuan belajar mereka telah tercapai, mencoba untuk bertanggung jawab dalam belajar, dan melatih menjadi pembelajar yang mandiri. Sebagai contoh,

petunjuk penilaian, seperti rubrik, dapat memberikan arahan bagi siswa dalam menjawab suatu permasalahan, sehingga mereka tahu karakteristik dari jawaban yang komplis dan benar. Bagi guru hal ini sangat membantu dalam menganalisis dan menggambarkan respon siswa terhadap masalah yang diberikan untuk menentukan tingkat pemahaman siswa.

Sejalan dengan hal di atas, diskusi kelas di mana siswa mempresentasikan dan mengevaluasi berbagai strategi/pendekatan yang digunakan di antara mereka, dapat melatih berpikir analitis mengenai respon yang tepat, benar, melalui cara yang efektif dan efisien. Melalui pemberian tugas atau masalah kontekstual yang dikemas dengan apik dan menarik serta diskusi kelas mengenai jawaban dan kriteria yang diharapkan, guru dapat menanamkan dalam diri siswa suatu disposisi atau keterbiasaan dalam mengases diri sendiri dan merefleksi dari pekerjaan sendiri melalui gagasan-gagasan berharga dari yang laian.

#### ***a. Tujuan Asesemen***

Tujuan utama dari asesmen menurut Clarke (1996) untuk memodelkan pembelajaran yang efektif, memotitor perkembangan kemampuan siswa, dan menginformasikan tindakan yang diperlukan dalam pembelajaran. Keberhasilan proses pembelajaran tidak terlepas dari peran asesmen. Melalui asesmen guru agar terpandu menentukan metode atau pendekatan yang harus dilakukan agar pembelajaran efektif dan memiliki nilai tambah bagi siswa. Proses untuk mendapatkan pembelajaran efektif akan ditemukan melalui pengamatan dan refleksi dari kegiatan yang dilakukan. Semua informasi yang diperoleh dari berbagai sumber dan melalui berbagai teknik asesmen dijadikan acuan untuk menentukan jenis dan bentuk tindakan pembelajaran.

#### ***b. Prinsip-prinsip Asesmen***

Berdasarkan pengalaman Belanda pada saat awal menerapkan pendekatan pembelajaran matematika realistik atau lebih dikenal dengan *Realistic Mathematics Education* (RME), muncul masalah yang sulit dipecahkan terutama berkaitan dengan proses asesmen hasil belajar siswa. Karena dalam pendekatan RME penggunaan konteks memegang peranan penting, maka dalam proses asesmennya aspek tersebut tidak mungkin terlewatkan. Hal ini tampaknya sangat sederhana, akan tetapi jika kita lihat volume kerja yang harus

dilakukan maka kesederhanaan tersebut berubah jadi sesuatu yang berat. Untuk itu diperlukan suatu strategi agar guru tidak kehabisan stok permasalahan kontekstual yang sesuai.

Apabila kumpulan permasalahan kontekstual telah tersedia, masalah selanjutnya muncul adalah bagaimana cara mendesain suatu masalah yang dapat digunakan secara fair dan berimbang untuk semua siswa. Selain itu bagaimana pula caranya memberikan penilaian (*grading*) kepada siswa sebagai hasil belajar mereka. Dengan demikian, secara umum terdapat tiga permasalahan utama menyangkut asesmen hasil pembelajaran yaitu: (1) bagaimana memperoleh situasi kontekstual orisinal sebagai bahan utama untuk melaksanakan asesmen? (2) bagaimana cara mendesain alat asesmen yang mampu merefleksikan hasil belajar siswa? dan (3) Bagaimana mengases hasil pekerjaan siswa?

Menurut Gardner (1992) asesmen didefinisikan sebagai suatu strategi dalam proses pemecahan masalah pembelajaran melalui berbagai cara pengumpulan dan penganalisisan informasi untuk pengambilan keputusan berkaitan dengan semua aspek pembelajaran. Menurut de Lange (1997) terdapat lima prinsip utama yang melandasi asesmen dalam pembelajaran matematika, kelima prinsip tersebut adalah sebagai berikut.

Prinsip pertama adalah bahwa asesmen harus ditujukan untuk meningkatkan kualitas belajar dan pengajaran. Walaupun ide ini bukan hal yang baru, akan tetapi maknanya sering disalahartikan dalam proses belajar mengajar. Asesmen seringkali dipandang sebagai produk akhir dari suatu proses pembelajaran yang tujuan utamanya untuk memberikan penilaian bagi masing-masing siswa. Makna yang sebenarnya dari asesmen tidak hanya menyangkut penyediaan informasi tentang hasil belajar dalam bentuk nilai, akan tetapi yang terpenting adalah adanya balikan tentang proses belajar yang telah terjadi.

Prinsip kedua adalah metoda asesmen harus dirancang sedemikian rupa sehingga memungkinkan siswa mampu mendemonstrasikan apa yang mereka ketahui bukan mengungkap apa yang tidak diketahui. Berdasarkan pengalaman asesmen sering diartikan sebagai upaya untuk mengungkap aspek-aspek yang belum diketahui siswa. Walaupun hal ini tidak sepenuhnya salah, akan tetapi pendekatan yang digunakan lebih bersifat negatif, karena tidak memberikan kesempatan kepada siswa untuk menunjukkan

kemampuan yang sudah mereka miliki. Jika pendekatan negatif yang cenderung digunakan, maka akibatnya siswa akan kehilangan rasa percaya diri.

Prinsip ketiga adalah bahwa asesmen harus bersifat operasional untuk mencapai tujuan-tujuan pembelajaran matematika. Dengan demikian alat asesmen yang digunakan mestinya tidak hanya mencakup tingkatan tertentu saja, melainkan harus mencakup ketiga tingkatan asesmen, yaitu: rendah, menengah dan tinggi. Karena kemampuan berpikir tingkat tinggi lebih sulit untuk diases, maka seperangkat alat asesmen harus mencakup berbagai variasi yang bisa secara efektif mengungkap kemampuan yang dimiliki siswa.

Prinsip keempat bahwa kualitas alat asesmen tidak ditentukan oleh mudahnya pemberian skor secara objektif. Berdasarkan pengalaman pemberian skor secara objektif bagi setiap siswa menjadi faktor yang sangat dominan manakala dilakukan asesmen terhadap kualitas suatu tes. Akibat dari penerapan pandangan ini adalah bahwa suatu alat asesmen hanya terdiri atas sejumlah soal dengan tingkatan rendah yang memudahkan dalam melakukan penskoran. Walaupun untuk menyusun alat asesmen dengan tingkatan tinggi lebih sulit, pengalaman menunjukkan bahwa tugas-tugas matematika yang ada didalamnya memiliki banyak keunggulan. Salah satu keunggulannya siswa memiliki kebebasan untuk mengekspresikan ide-ide matematikanya sehingga jawaban yang diberikan mereka biasanya sangat bervariasi. Selain itu guru dimungkinkan untuk melihat secara mendalam proses berpikir yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

Prinsip kelima adalah bahwa alat asesmen hendaknya bersifat praktis. Dengan demikian konstruksi tes dapat disusun dengan format yang berbeda-beda sesuai dengan kebutuhan serta pencapaian tujuan yang ingin diungkap.

Dalam *Evaluation Standards* yang dikembangkan NCTM di Amerika Serikat terungkap sejumlah penekanan yang harus diberikan pada alat asesmen yang disusun, yaitu seperti tercantum dalam Tabel 1 di bawah ini.

**Tabel 1**  
Penekanan dan Pengurangan pada Asesmen

<b>Bagian yang harus ditekankan</b>	<b>Bagian yang harus dikurangi</b>
Asesmen harus difokuskan pada apa yang diketahui siswa dan proses berpikirnya	Asesmen terfokus pada apa yang tidak diketahui siswa

Asesmen merupakan bagian integral dari proses belajar mengajar	Terfokus kepada pemberian skor
Berfokus kepada tugas-tugas matematika dalam skala yang luas serta menyeluruh	Menggunakan bilangan-bilangan besar dengan tingkatan rendah
Konteks permasalahan yang memungkinkan munculnya variasi jawaban.	Soal cerita yang mencakup sedikit kemampuan dasar.
Menggunakan berbagai teknik seperti tertulis, lisan dan demonstrasi	Hanya menggunakan tes tertulis
Menggunakan alat alat bantu seperti kalkulator, komputer, dan manipulatif	Larangan terhadap penggunaan alat-alat bantu

### 3) Asesmen Otentik

Asesmen otentik adalah asesmen yang dilakukan menggunakan beragam sumber, pada saat kegiatan pembelajaran berlangsung, dan menjadi bagian tak terpisahkan dari pembelajaran. Asesmen otentik biasanya mengecek pengetahuan dan keterampilan siswa pada saat itu (aktual), keterampilan, dan disposisi yang diharapkan dari kegiatan pembelajaran. Beragam bentuk yang menunjukkan bukti dari kegiatan belajar dikoleksi dalam kurun waktu tertentu dan dalam konteks yang beragam pula.

Walaupun konteks dalam asesmen berada di luar kelas dan hanya mengecek aspek-aspek tertentu dan sesaat, tugas yang diberikan menggunakan integrasi dan aplikasi dari pengetahuan dan keterampilan yang mereka miliki. Bukti dari sampel-sampel yang dikumpulkan harus menunjukkan informasi yang cukup menggambarkan tingkah laku dan tingkat berpikir siswa. Dengan demikian melalui informasi ini guru dapat menentukan bantuan atau arahan yang diberikan kepada siswa dan tindakan lanjutan apa yang perlu dilakukan dalam pembelajaran.

## 4. Tingkatan Asesmen dan Level Berpikir

Jika kita perhatikan tujuan diberikannya matematika di sekolah, maka akan muncul berbagai tingkatan berbeda dari alat asesmen yang dikembangkan. Berdasarkan kategorisasi dari de Lange (1994), terdapat tiga tingkatan berbeda yakni: tingkat rendah, tingkat menengah dan tingkat tinggi didasarkan kepada tujuan yang ingin dicapai. Karena asesmen bertujuan untuk merefleksikan hasil belajar, maka kategori ini dapat digunakan baik untuk tujuan-tujuan yang berkenaan dengan pendidikan matematika secara umum maupun untuk kepentingan asesmen.

### a. Asesmen Tingkat Rendah

Tingkat ini mencakup pengetahuan tentang objek, definisi, keterampilan teknik serta algoritma standar. Beberapa contoh sederhana misalnya berkenaan dengan: penjumlahan pecahan, penyelesaian persamaan linear dengan satu variabel, pengukuran sudut dengan busur derajat, dan menghitung rata-rata dari sejumlah data yang diberikan. Asesmen tingkat rendah ini tidak hanya menyangkut keterampilan dasar seperti yang dicontohkan tadi. Akan tetapi asesmen tingkatan ini dapat juga untuk Level III paling sulit didesain dan juga paling sulit mengevaluasi respon siswa. Pertanyaan Level III ini menuntut berupa masalah kehidupan sehari-hari yang dikonstruksi secara sederhana yakni di dalamnya tidak termuat suatu tantangan bagi siswa. Sebagai contoh perhatikan soal di bawah ini:

*Kita mengendarai sebuah mobil sejauh 170 km dan menghabiskan bensin sebanyak 14 liter. Berapa km dapat ditempuh untuk setiap 1 liter bensin yang digunakan*

Menurut katagorisasi dari de Lange sebagian besar instrumen asesmen yang digunakan dalam matematika sekolah tradisional pada umumnya termasuk tingkat rendah. Sepintas mungkin kita berpikir bahwa soal yang dibuat untuk tingkatan yang paling rendah ini penyelesaiannya lebih mudah dibandingkan dengan dua tingkatan lain. Hal itu tidak sepenuhnya benar, karena pada tingkatan tersebut bisa saja diberikan suatu alat asesmen yang sangat sulit diselesaikan oleh siswa. Sebagai contoh perhatikan soal di bawah ini yang merupakan sebuah soal tidak memiliki makna.

Berapa 75% dari:

$$\frac{\sin^2 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (0.8)^{-1} + \sqrt{2,25}}{\frac{11}{20} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 (\cos 60^\circ + \tan 45^\circ)^2}$$

Kunci jawaban:  $\frac{345}{496}$

### ***b. Asesmen Tingkat Menengah***

Tingkat ini ditandai dengan adanya tuntutan bagi siswa untuk mampu menghubungkan dua atau lebih konsep maupun prosedur. Soal-soal pada tingkat ini misalnya dapat memuat hal-hal berikut: keterkaitan antar konsep, integrasi antar berbagai konsep, dan pemecahan masalah. Selain itu masalah pada tingkatan ini seringkali memuat

suatu tuntutan untuk menggunakan berbagai strategi berbeda dalam penyelesaian soal yang diberikan.

### *c. Asesmen Tingkat Tinggi*

Soal pada tingkat ini memuat suatu tuntutan yang cukup kompleks seperti berpikir matematik dan penalaran, kemampuan komunikasi, sikap kritis, kreatif, kemampuan interpretasi, refleksi, generalisasi dan matematisasi. Komponen utama dari tingkat ini adalah kemampuan siswa untuk mengkonstruksi sendiri tuntutan tugas yang diinginkan dalam soal.

Untuk mengases perkembangan berpikir dan pemahaman siswa, terlebih dahulu akan dibicarakan tiga tingkatan berpikir matematik yang dikemukakan oleh Shafer dan Foster (1997). Untuk berpikir Level I secara sederhana dapat dilihat dan dinilai, sebab pada level ini pertanyaan-pertanyaan difokuskan seperti dalam melakukan kalkulasi, menyelesaikan persamaan, mengemukakan fakta berdasar ingatan, atau respon siswa terhadap pertanyaan benar/salah. Level berpikir ini berkorespondensi dan sejajar dengan asesmen tingkat rendah yang dikemukakan de Lange (1996). Bentuk dari pertanyaan Level I berupa pilihan ganda, isian singkat, dan biasanya tidak dikaitkan terhadap situasi nyata ataupun situasi imajinatif.

Berpikir Level II, respon siswa memerlukan analisis lebih sulit dari pada Level I, sebab pertanyaan-pertanyaannya biasanya memerlukan informasi yang terintegrasi, dikaitkan antara atau antar domain matematika, atau menyelesaikan permasalahan yang tidak rutin. Soal-soal seperti ini sulit didesain dan sulit juga direspon siswa. Pertanyaan untuk Level berpikir ini berkorespondensi dan sejajar dengan asesmen tingkat menengah yang dikemukakan de Lange (1996). Level II ini lebih tepat disajikan dalam suatu konteks baik itu dalam situasi nyata ataupun situasi imajinatif dan yang terpenting harus melibatkan siswa dalam mengambil keputusan matematik. Melalui permasalahan seperti ini, guru harus memahami cara dan strategi setiap siswa dalam berpikir melalui pengamatan kinerja dan hasil pekerjaan siswa dalam pembelajaran. Penalaran siswa dan langkah-langkah mereka dalam menjawab permasalahan akan menunjukkan perbedaan kemampuan berpikir secara kualitatif.

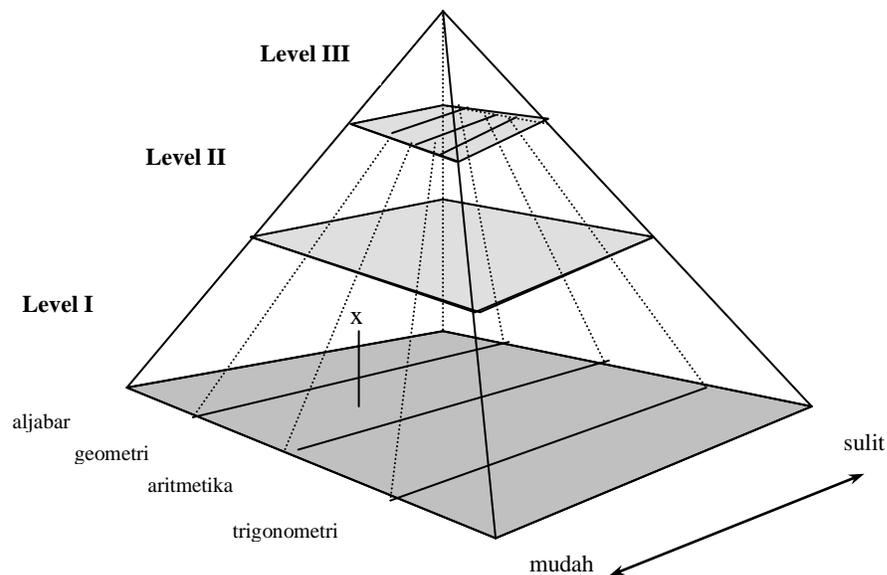
Permasalahan siswa untuk mematematisasi situasi, yaitu dapat memahami dan mengekstraksi matematika yang implisit dalam situasi dan menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan, mengembangkan model dan strategi mereka sendiri, dan membuat argumen-argumen matematik untuk digeneralisasi. Tipe permasalahan ini

biasanya *open-ended*. Dapat terjadi lebih dari satu respon siswa yang dinyatakan benar, sepanjang didukung argumen-argumen matematik yang valid. Level berpikir ini berkorespondensi dan sejajar dengan asesmen tingkat tinggi yang dikemukakan de Lange (1996). Mengingat karakter dari asesmen untuk berpikir Level III seperti di atas, maka permasalahan lebih tepat dalam bentuk konteks nyata atau situasi imajinatif dan memungkinkan siswa menemukan strategi baru dalam menyelesaikannya. Guru harus memantau aktivitas setiap siswa bahkan mengetahui strategi dan argumen masing-masing siswa. Aspek setiap tingkatan dalam berpikir yang dikemukakan Shafer dan Foster 1997, tampak seperti pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1**  
Tingkatan dalam Berpikir

Level I <b>REPRODUKSI</b>	Level II <b>KONEKSI</b>	Level III <b>ANALYSIS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mengenal fakta dasar</li> <li>▪ Menerapkan algoritma standar</li> <li>▪ Mengembangkan teknik keterampilan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mengintergrasikan informasi</li> <li>▪ Membuat koneksi antar dan inter domain matematika</li> <li>▪ Menentukan alat yang tepat untuk menyelesaikan permasalahan</li> <li>▪ Menyelesaikan permasalahan tidak rutin</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Matematisasi situasi</li> <li>▪ Menganalisis</li> <li>▪ Menginterpretasi</li> <li>▪ Mengembangkan model dan strategi tertentu</li> <li>▪ Membuat argumentasi matematik</li> <li>▪ menggeneralisasi</li> </ul>

De Lange (1996) dan Shafer & Foster (1997) mengembangkan suatu model asesmen yang disebut dengan piramid asesmen seperti tampak pada Gambar 1. Setiap pertanyaan atau permasalahan dalam asesmen mesti terletak dalam piramid sesuai dengan level berpikir, domain matematika, dan tingkat kesulitan. Sebagai contoh, titik x pada Gambar 1 terletak pada level I geometri dengan tingkat kesulitan sedang.



**Gambar 2.** Piramid Asesmen

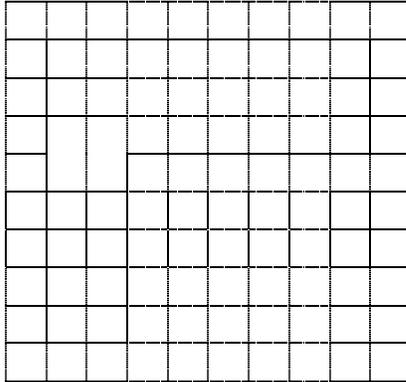
Karena asesmen diperlukan untuk mengukur dan menggambarkan perkembangan siswa dan kemampuannya dalam seluruh aspek domain matematika dengan tiga level berpikir seperti dikemukakan di atas, maka program asesmen yang lengkap dan dilakukan sepanjang waktu secara berkesinambungan harus berupaya mengisi bagian seluruh piramid asesmen. Artinya pertanyaan-pertanyaan dalam asesmen harus mengandung semua level berpikir, memiliki variasi kesulitan, dan untuk semua domain matematika. Saat menulis pertanyaan atau tugas untuk level I, domain matematikanya dapat jelas dibedakan, dan tingkat kesulitannya mudah diperhatikan. Namun ketika level berpikir harus ditingkatkan, akan semakin sulit untuk memilah dan menentukan hanya mengandung satu domain matematika. Siswa mau tidak mau harus tertantang untuk mampu membuat banyak koneksi, bahkan koneksi yang lebih kompleks, antar domain matematika. Pertanyaan geometri misalnya, dapat mengandung pengetahuan dan penerapan aljabar, memerlukan interpretasi statistika, atau penerapan geometri sendiri. Semakin level berpikir ditingkatkan, rentang mudah dan sulit akan semakin kecil.

### **5. Apa yang Diases dalam Pembelajaran Matematika?**

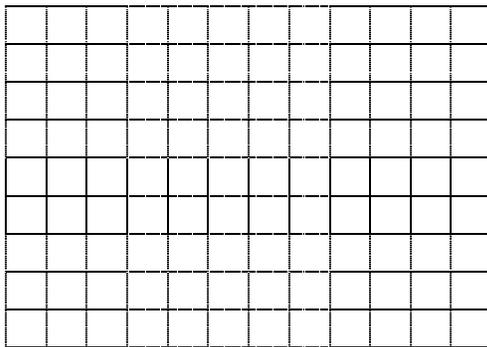
Alasan utama dan yang sangat penting mengapa guru melaksanakan perubahan dalam asesmen adalah untuk mendapatkan gambaran mengenai tingkat ketercapaian tujuan kurikulum, keberhasilan metode pembelajaran, dan ketepatan praktek asesmen



2. Tentukan luas dan keliling dari bangun berikut  
 Kelilingnya adalah ..... Luasnya adalah .....



3. Pada kertas berpetak di bawah ini gambarlah suatu persegi panjang yang memiliki keliling 28 satuan dan luasnya lebih dari 45 satuan persegi. Terangkan bagaimana kamu mendapatkannya.



### **b. Mengases Keterampilan Matematika**

Keterampilan (*skills*) merupakan bagian terpenting dalam aktivitas matematika (*doing mathematics*). Untuk menyelesaikan permasalahan, misalnya, siswa harus mampu melakukan keterampilan matematika dengan benar. Jika konsep matematika merupakan kata benda dari matematika, maka keterampilan adalah predikatnya. Predikat ini merupakan suatu prosedur yang memungkinkan siswa untuk mampu melaksanakan tugas-tugas matematika, seperti mengkalkulasi, mengestimasi, mengukur objek dengan alat ukur yang tepat, dan membuat grafik.

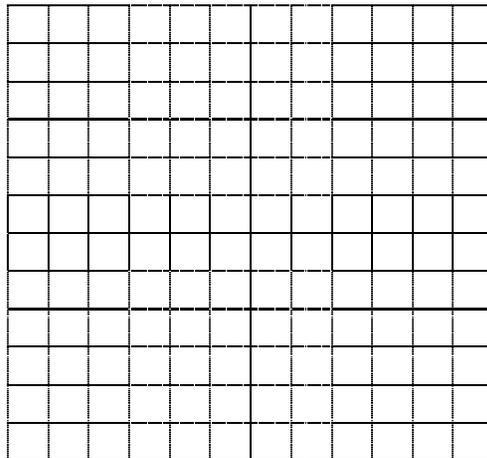
Untuk mengases keterampilan matematika, guru dapat meminta siswa untuk:

- melakukan suatu keterampilan secara akurat dan konsisten
- menjelaskan bagaimana dan mengapa prosedur yang dilakukan
- menggunakan keterampilan dalam berbagai situasi

Seperti halnya mengases konsep, mengasek keterampilan dapat difokuskan pada keterampilan matematika itu sendiri dan dikembangkan mengarah pada bagaimana dan mengapa keterampilan seperti itu yang dipilih siswa. Tugas yang difokuskan untuk mengases keterampilan matematika memberikan kesempatan siswa untuk melakukan latihan dengan baik, prosedur penting, atau algoritma. Tugas-tugas seperti ini biasanya adalah hal-hal rutin, pendek, berdasarkan ingatan atau prosedur biasa, dalam konteks sederhana, dan terfokus pada satu jawaban yang benar.

Contoh:

Pada kertas berpetak di bawah ini, gambarlah segilima yang memiliki titik-titik sudut  $(3, 0)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(-4, 2)$ ,  $(-3, -1)$ , dan  $(1, -2)$ .



### ***c. Mengases Kemampuan Problem Solving Matematika***

Menurut NCTM (1989), pemecahan masalah (problem solving) merupakan esensi dari kekuatan matematika. Untuk menjadi seorang yang sukses, siswa tidak saja harus memahami konsep-konsep matematika, namun mereka juga harus memiliki penguasaan

keterampilan matematika yang mahir. Yang lebih penting lagi, siswa harus mampu memanfaatkan kedua kemampuan matematika ini untuk memecahkan suatu permasalahan melalui penalaran matematik yang dimilikinya.

Pemecahan masalah matematik didefinisikan dalam berbagai terminologi. Yang lebih menarik perhatian adalah definisi yang dikemukakan oleh Charles dan Lester (1982) yaitu, permasalahan adalah suatu situasi atau tugas yang mana,

- siswa menghadapi suatu tugas yang perlu dicari solusinya;
- siswa tidak bisa langsung memiliki prosedur untuk menemukan solusinya;
- siswa melakukan usaha untuk mendapatkan solusinya;
- banyak cara yang dapat dilakukan untuk memperoleh penyelesaiannya.

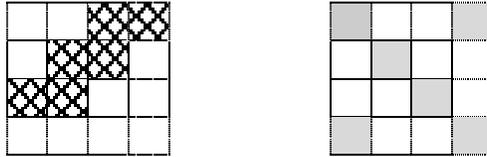
Pada dasarnya, tiga syarat utama suatu pemecahan masalah adalah kemaun, rintangan, dan upaya. Dari pandangan tentang pemecahan masalah ini, dapat disimpulkan bahwa tidak sedikit tugas-tugas matematika yang merupakan permasalahan, mulai dari soal cerita yang sederhana sampai dengan permasalahan yang memerlukan kegiatan investigasi.

Untuk melihat permasalahan matematik berbeda dari yang lainnya dapat dilakukan dari tingkat keterbukaan dari permasalahan itu. Tiga kategori permasalahan matematika dapat disebut permasalahan tertutup (*closed problem*), permasalahan semiterbuka (*open-middled problem*), dan permasalahan terbuka (*open-ended problem*). Permasalahan tertutup merupakan tugas yang memiliki satu jawaban benar dan satu cara untuk mendapatkannya. Permasalahan semiterbuka adalah tugas yang memiliki satu jawaban benar namun banyak cara untuk menyelesaikannya. Sedangkan permasalahan terbuka adalah tugas dengan beberapa alternatif jawaban yang benar dan banyak cara untuk sampai pada jawaban-jawaban tersebut.

Contoh:

Permasalahan tertutup: *Pada waktu libur Joni dan Doni bersepeda sejauh 52 km. Setelah menempuh jarak tertentu Joni bertanya, “Apakah kita telah mencapai setengah dari jarak tempuh?”. Doni menjawab, “Belum, kita baru sekitar  $\frac{3}{8}$  dari seluruh perjalanan kita.” Berapa jauh jarak yang telah mereka tempuh?*

Permasalahan semiterbuka: *Ani mengatakan bahwa kedua gambar di bawah ini menunjukkan bahwa yang diarsir merupakan  $\frac{3}{8}$  bagian. Apakah pendapat Ani itu benar? Tunjukkan bagaimana kamu menentukannya.*



Permasalahan terbuka: *Gunakan kertas berpetak untuk menggambar persegi dengan sisi 4 satuan. Dengan beberapa cara berbeda tunjukkan  $\frac{3}{8}$  bagian dari persegi tersebut.*

#### ***d. Mengases Sikap dan Keyakinan (Beliefs)***

Sikap siswa dalam menghadapi matematika dan keyakinannya mengenai matematika seringkali mempengaruhi prestasi mereka dalam matematika (NCTM, 2000). Bahkan dalam standar evaluassi (NCTM, 1989) menyertakan sikap dan keyakinan merupakan bagian dari lima tujuan pengajaran, yaitu belajar memaknai nilai-nilai matematika dan memiliki percaya diri mengenai kemampuan diri sendiri. Oleh karena itu sikap dan keyakinan siswa perlu dipupuk, dimonitor, dan ases terus dalam kegiatan pembelajaran.

Sikap merefleksikan bagaimana bertindak atau berhubungan dengan matematika. Sikap terhadap matematika ini akan mempengaruhi cara melakukan sesuatu dalam matematika. Sikap positif siswa terhadap matematika diantaranya, menyukai, termotivasi, menikmati, selalu ingin tahu, dan antusias. Sedangkan sikap negatif diantaranya menghindari, tidak suka, stres, tidak tertarik, tidak termotivasi, dan cemas.

Keyakinan menggambarkan bagaimana siswa berpikir mengenai sesuatu. Siswa sekolah lanjutan, misalnya, memiliki kesempatan untuk mengembangkan keyakinan yang positif terhadap matematika dan bagaimana mempelajarinya pada saat berada di bangku sekolah dasar. Beberapa contoh tentang keyakinan siswa sekolah menengah mengenai

matematika diantaranya, matematika adalah perhitungan, matematika memerlukan jawaban yang tepat dan benar, dan pemecahan masalah matematika memerlukan penyelesaian menggunakan pengetahuan matematika.

## REFERENSI

- Becker, J.P. dan Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Virginia: NCTM
- Campion, J.C., Brown, A.L., & Connell, M.L. (1988). Metacognition: On the Importance of Understanding What You Are Doing. Dalam C.I. Randall, dan E.A. Silver (Eds.) *The Teaching and and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, Va: NCTM.
- Clarke, D. (1996). Assessment. Dalam A.J. Bishop, dkk. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cole, P.G. & Chan, L.K.S. (1994). *Teaching Principle and Practice*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Commission on Teaching Standards for School Mathematics of NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Virginia: NCTM
- de Lange, J. & Verhage, H. (2000). *Mathematics Education and Assessment*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- de Lange, J. (2000). *Assessment: No Change without Problems*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Gitomer, D.H. & Duschl, R.A., (1994). *Moving towards a portfolio culture in science education*. Pittsburgh: University of Pittsburgh.
- Herman, T. (2001). *Asesmen Portofolio dalam Pembelajaran Matematika..* Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Gajah Mada, Yogyakarta 14 Juli 2001.
- Hiebert, J. & Carpenter, T.P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. Dalam D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: NCTM.
- Hiebert, J. & Leferve, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. Dalam J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and Procedural Knowlegde: The Case of Mathematics*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hiebert, J. (1989). The Struggle to Link Written Symbols with Understanding: An Update. *Arithmetic Teacher*, 36(3), pp. 38-44.
- Koehler, M.S. & Grouws, D.A. (1992). Mathematics Teaching Practice and Their Effects. Dalam D.A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: NCTM.
- Lewis, C.C., & Tsuchida, I. (1998). A Lesson is Like a Swiftly Flowing River: How research lessons improve Japanese education. *American Educator*, Winter, 12-52.
- Mullis, I.V.S, dkk. (2000). *TIMSS 1999: International Mathematics Report*. Boston: The International Study Center.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: NCTM

- NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. (1991). *Professional Standard for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classrooms. In T.Nakahara, & M.Koyama (Eds.). *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Conference of The International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.1* (pp. 39-53). Hiroshima: Hiroshima University
- Piaget, J. (1972). *To Understand Is to Invent*. New York: Grossman.
- Polya, G. (1971). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematics Method*. New Jersey: Princeton University Press
- Posamentier, A.S. & Stepelman, J. (1990). *Teaching Secondary School Mathematics, Techniques and Enrichment Units*. Columbus: Merrill Publishing Company.
- Renga, S. & Dalla, L. (1993). Affect: A Critical Component of Mathematical Learning in Early Childhood. Dalam R.J. Jensen (Ed.) *Research Ideas for the Classroom: Early Childhood Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Reys, B. & Barger, R. (1994). Mental Computation: Issues from the United States Perspective. Dalam R.E. Reys dan N. Nohda (Eds.). *Computational Alternatives for the 21<sup>st</sup> Century: Cross Cultural Perspectives from Japan and the United States*. Reston, Va: NCTM.
- Reys, R.B, Suydam, M.N., Linquist, M.M., & Smith, N.I. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Reys, R.E., Suydam, M.N, & Lindquist, M.M. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Robinson, D. (1998). Student portfolio in mathematics. *The Mathematics Teacher*, 91(4), 318-325.
- Stevenson, H., & Lee, S.Y. (1998). *The Educational System in Japan: Case Study Findings*. Michigan: Center for Human Growth and Development.
- Stiggins, R.J. (1994). *Student-centered classroom assessment*. New York: Macmillan College Publishing Company.
- Suydam, M.N. (1986). Manipulative Materials and Achievement. *Arithmetic Teacher*, 33(2), pp.83-90.