Memahami Bentuk Aljabar Melalui Origami (Seni Melipat Dari Jepang)

Oleh:
Dian Usdiyana dan Mohamad Rahmat*)

Di SMP dipelajati bentuk-bentuk alabar uang dikaitkan dengan konstruksi bentuk geometri yang dilakukan dengan penggaris dan jangka. Konstruksi bentuk-bentuk aljabar seperti 1, x, xy, x^2, x+y, $\frac{x}{y}$, dan x^2y dapat dinyatakan dalam bentuk geometri dengan menggunakan penggaris dan jangka (konstruksi Euclid). Selain menggunakan peralatan-peralatan tersebut dapat juga menggunakan peralatan lainnya seperti kertas dengan cara melipat-lipat. Ternyata melipat kertas tersebut merupakan kesenian dalam tradisi Jepang yang dikenal dengan origami. Origami ini dapat juga dibuat sebagai suatu sistem matematika sebagai pengganti konstruksi dengan penggaris dan jangka. Dapatkah siswa diajak untuk menyelesaikan masalah-masalah matematika seperti membagi dua sudut menjadi dua bagian yang sama besar, mengkonstruksi persegi, mengkonstruksi akar pangkat dua, dsb. Dengan menggunakan origami?

Kata Kunci : konstruksi Euclid dan origami

Pendahuluan

Origami yaitu seni melipat kertas dari Jepang digunakan sebagai seni dan alat ritual yang sudah berjalan seribu tahun ternyata berkembang ke seluruh dunia. Selain alat rekreasi, origami sering digunakan sebagai alat peraga untuk mengembangkan kreativitas siswa di sekolah.

Yang menarik ternyata origami dapat dipandang sebagai objek geometri dengan membandingkan melipat pada origami dengan pencerminan, didapat hubungan antara konstruksi geometri Euclig dengan geometri origami.

Konstruksi Euclid

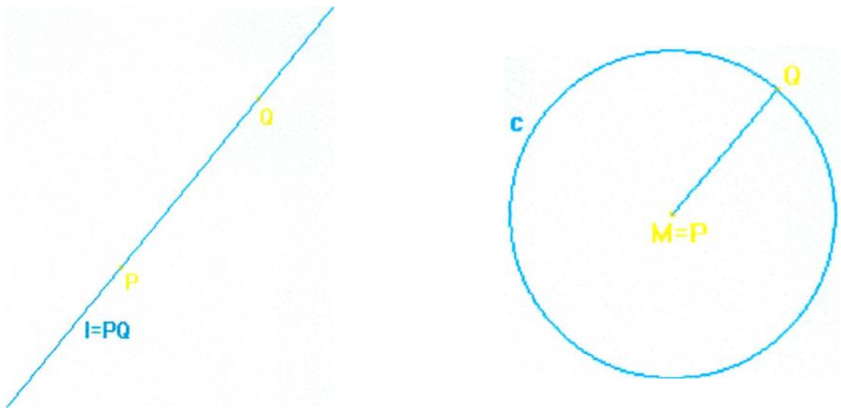
Dengan menggunakan penggaris (tanpa skala) dan jangka sebagai alat, prosedur berikut didefinisikan sebagai yang ’dibolehkan’ dilakukan.

- (E1). Diketahui dua titik berbeda P dan Q, dapat dibuat garis lurus yang unik *l* yang memuat kedua titik tersebut, dengan menggunakan penggaris.
- (E2). Diketahui titik M dan satu segmen dengan panjang r (r>0) dapat dibuat

*) Dosen Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI

lingkaran c = (M; r), dengan M sebagai pusat dan r sebagai jari-jari, dengan menggunakan jangka.

•

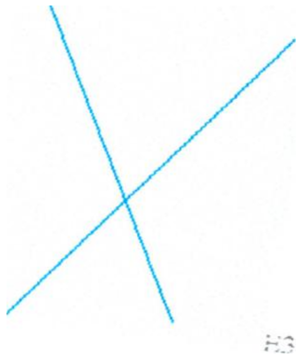


(E1) (E2)

Gambar 1

Khususnya, jari-jari r harus diketahui sama dengan panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik yang diketahui P dan Q, yang mungkin salah satunya bisa sebagai M, pada kasus ini salah satu titiknya adalah titik pada lingkaran (Gambar 1). Sembarang garis atau lingkaran dapat digambar (dikonstruksi) sebagai penerapan dari E1 dan E2.

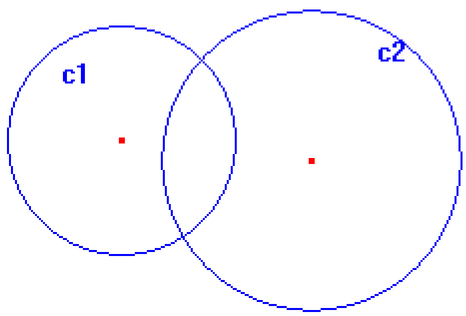
- (E3). Diketahui dua garis yang tak sejajar l_1 dan l_2, dapat ditentukan satu titik yang unik yang merupakan titik potong kedua garis tersebut, P = $l_1 \cap l_2$.
- (E4). Diketahui satu lingkaran c = (m; r) dan satu garis *l*, sedemikian sehingga jarak antara M dengan *l* tidak lebih dari r, dapat ditentukan titik (satu titik atau dua titik) yang merupakan perpotongan c dengan *l*.



(E3) (E4)

Gambar 2

(E5). Diketahui dua lingkaran $c_1 = (M_1; r_1)$ dan $c_2 = (M_2; r_2)$, kedua lingkaran akan berpotongan jika jarak kedua pusat tidak lebih dari jumlah panjang kedua jari-jari tetapi tidak kurang dari selisih panjang kedua jari-jari.



E5

Gambar 3

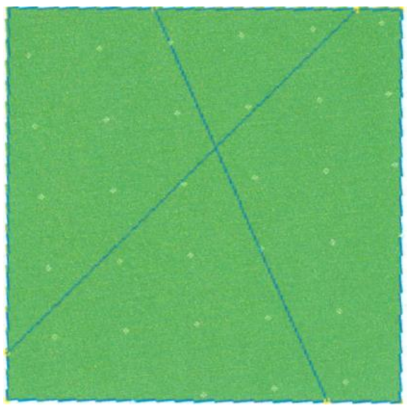
(Wallace, 1998; Moise, 1987)

Suatu masalah konstruksi geometri disebut dapat dijawab/dikonstruksi (solvable) oleh metode konstruksi Euclid, jika dapat ditunjukkan bahwa iterasi penerapan prosedur Euclid (E1 sampai dengan E5) dapat dilakukan untuk mendapatkan konstruksinya.

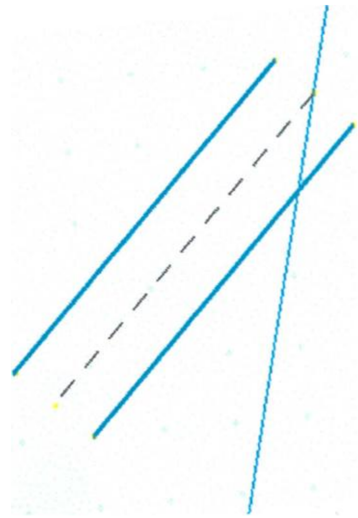
Dasar-dasar Geometri Origami

Dengan lembaran kertas dan melipat didapat definisi-definisi untuk geometri origami:

- (O1). Diketahui dua garis tak sejajar l_1 dan l_2 dapat ditentukan titik unik yang merupakan perpotongan keduanya, P = $l_1 \cap l_2$.
- (O2). Diketahui dua garis sejajar l_1 dan l_2, dapat ditentukan (dengan melipat) satu garis m sejajar dan berjarak sama terhadap garis-garis itu.



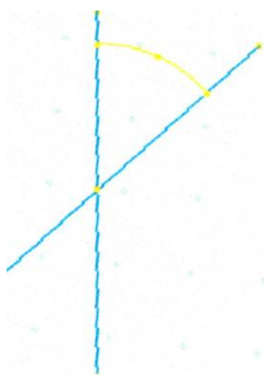
O1



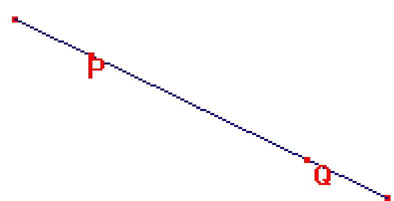
O2

Gambar 4

- (O3). Diketahui dua garis berpotongan l_1 dan l_2, dapat ditentukan garis garis a_1 dan a_2 yang merupakan garis bagi sudut yang dibentuk l_1 dengan l_2 .
- (O4). Diketahui dua titik berbeda P dan Q, dapat dibuat garis unik l (dengan melipat) yang memuat kedua titik tersebut.



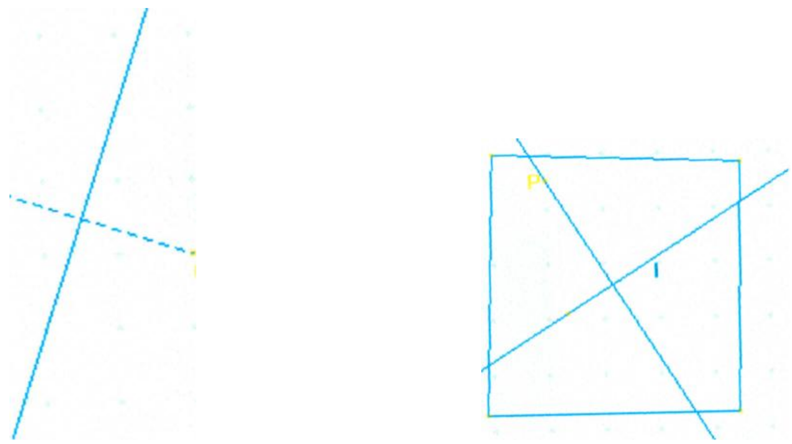
O3



O4

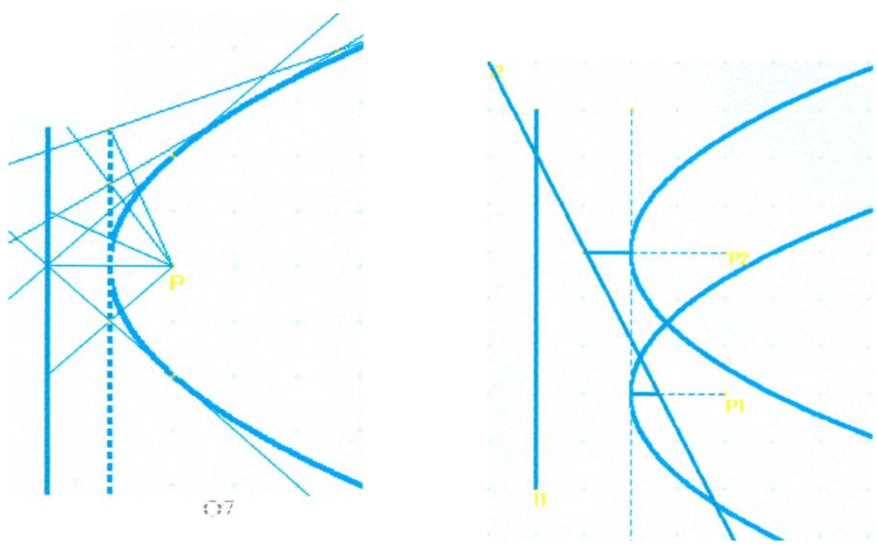
Gambar 5

- (O5). Diketahui dua titik berbeda P dan Q, dapat dibuat dengan melipat satu garis sumbu unik (membagi dan tegak lurus) segmen PQ.
- (O6). Diketahui satu titik P dan satu garis *l*, dapat dibuat garis unik *l'* melalui P tegak lurus *l*.



O5 O6

Gambar 6



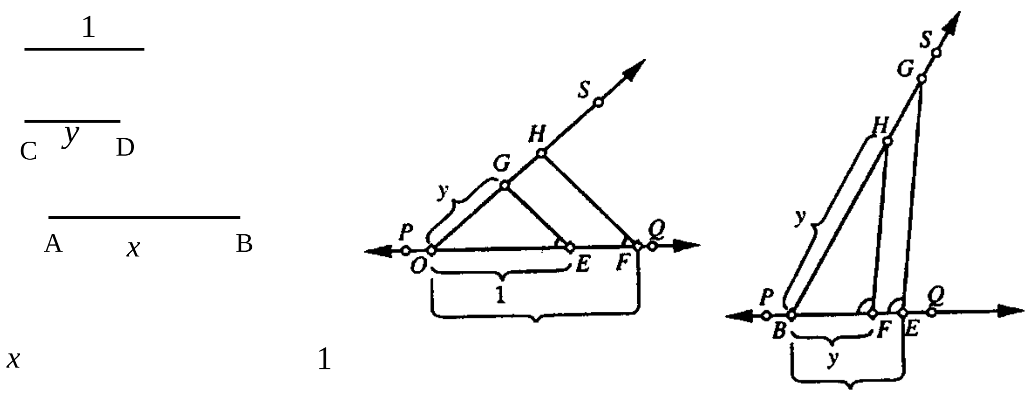
O7 O7*

Gambar 7

- (O7). Diketahui titik P dan garis *l*, dapat dibuat sembarang garissinggung terhadap parabola dengan focus P dan direktik *l*. Khususnya, jika diberikan titik Q, dapat dibuat garissinggung terhadap parabola yang memuat Q.

- (O7*). Diketahui titik P_1 dan P_2 (mungkin identik/berimpit) dan garis l_1 dan l_2 (mungkin identik), dapat dibuat garis singgung persekutuan dari parabola p_1 dan dan parabola p_2 dengan fokus P_1 dan P_2 dengan direktrik berturut-turut l_1 dan l_2 . (Huzita, 1992)

Konstruksi Euclid dapat digunakan untu menjumlahkan, mengurangi, mengalikan dan membagi panjang suatu segmen. Misal diberikan panjang segmen $\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$ masing-masing x dan y, perhatikan Gambar 8. Kita dapat mengkontruksi masing-masing jumlah dan pengurangan segmen-segmen tersebut, yaitu jumlah x dan y ($x+y$) dan pengurangan x dan y $(x-y)$.



(a) (b) (c)

Gambar 8

Untuk menentukan panjang xy, pertama kita kan menjiplak $\overline{AB}$ pada garis $\overleftrightarrow{PQ}$ dengan sala panjang unit $\overline{OE}$, mulai pada titik pusat O, $\overline{OF}$ akan mewakili $\overline{AB}$ seperti yang diperlihatkan pada Gambar 8 (b). Selanjutnya kita akan memilih sebuah titik S yang tidak termuat di $\overleftrightarrow{PQ}$ dan mengkontruksi $\overrightarrow{QS}$. Kita akan menjiplak $\overline{CD}$ pada $\overrightarrow{OS}$ dengan O adalah salah satu titik ujung, gunakan G untuk menyatakan titik ujung lainnya. Kemudian kita akan mengkontruksi $\overline{GE}$ dan menjiplak $\angle GEP$ ke G sisi dari $\overrightarrow{FP}$ dengan F adalah puncak. Jika kita gunakan H untuk menyatakan irisan dari $\overrightarrow{OS}$ dan menjiplak $\angle GEP$, sehingga kita dapat menunjukkan bahwa $HO = xy$ dengan menggunakan pernyataan sebagai berikut:

Kita tahu bahwa $\Delta GOE \approx \Delta HOF$, sehingga kita peroleh :

$$\frac{GO}{HO} = \frac{EO}{FO} \qquad (*)$$

Dengan menggunakan perkalian silang diperoleh bahwa:

$$HO \text{ X } EO = GO \text{ X } FO$$

Dengan subtitusi kita peroleh bahwa :

$$HO \text{ X } 1 = (y)(x)$$

$$HO = xy$$

Dengan prosedure yang sama, kita dapat mengkontruksi $\frac{x}{y}$. Untuk menunjukkan $\frac{x}{y}$ kita jiplak $\overline{CD}$ ke $\overleftrightarrow{PQ}$ dan jiplak $\overline{AB}$ ke $\overrightarrow{OS}$. Langkah ini memperlihatkan $\overline{OF}$ dan $\overline{OH}$ pada Gambar 8(c). Jika kita mengkontruksi $\overline{FH}$ dan menjiplak $\angle HFP$ pada E seperti yang terlihat pada Gambar 8(c), dengan menggunakan segitiga yang sebangun, yaitu ΔGEO dan ΔHFP untuk menunjukkan bahwa panjang $\overline{GO}$ adalah $\frac{x}{y}$

Kesimpulan :

Dengan menggabungkan konsep-konsep geometri Euclid dan origami kita dapat mengkontruksi bentuk-bentuk aljabar seperti 1, x, xy, x^2, x+y, $\frac{x}{y}$, dan x^2y dapat dinyatakan dalam bentuk geometri dengan menggunakan penggaris dan jangka (konstruksi Euclid). Selain menggunakan peralatan-peralatan tersebut dapat juga menggunakan peralatan lainnya seperti kertas dengan cara melipat-lipat

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, Robert G. dan Shertbert, Donald R. (2000) **Introduction to Real Analysis**, Third Edition, John Wiley and Sons Inc., New York.

Embse, C.V., dan Engebretsen. (1997). **A Exploration for The Mathematics Classroom Using CABRI GeometryII,** Texas Instruments.

Geretschlager, Robert. (1995). **Euclidian Constructions and the Geometry of Origami**, Bundesrealgymnasium, Austria.

Moise, Edwin E. (1970), Elementary Geometry from An Advanced Standpoint, Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Rahmat, M (2005), Proses Pemahaman Mahasiswa Terhadap Geometri Hiperbolik Dengan Menggunakan Program Geometer's Sketchpad, Penelitian SP4, Bandung.

Soedjadi, R. dan Moesono, Djoko (1995), **Matematika untuk Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama**, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Balai Pustaka, Jakarta

Wallace, Edward C.(1998), **Roads to Geometry**, Prentice Hall, Englewood, New Jersey.