

KAJIAN MATERI DAN METODOLOGI PEMBELAJARAN MATEMATIKA SD

Sufyani Prabawanto
Sufyani_prabawanto@yahoo.com

MATERI KULIAH

MATERI POKOK

1. Telaah Kurikulum Matematika SD
2. Teori Belajar dan Pembelajaran Matematika
3. Pendekatan Pembelajaran Matematika di SD
4. Eksplorasi Bilangan
5. Bilangan Bulat
6. Bilangan Pecahan
7. Satuan Pengukuran
8. Bangun Geometri
9. Pengelolaan Data

1. Telaah Kurikulum Matematika SD

- Latar Belakang
 - ◆ Perkembangan *ICT*.
 - ◆ Matematika diberikan untuk membekali siswa berbagai kemampuan berpikir dan bekerjasama.
 - ◆ Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika.
 - ◆ Pembelajaran hendaknya dimulai dengan masalah kontekstual dan secara bertahap dibimbing menguasai konsep matematika.

(lanjutan)

- Tujuan
 - ◆ Memahami konsep, menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, dan efisien dalam pemecahan masalah.
 - ◆ Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan atau pernyataan matematika
 - ◆ Memecahkan masalah yang meliputi memahami masalah, merancang model mat., menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
 - ◆ Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
 - ◆ Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika yaitu rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika serta ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

(lanjutan)

- Ruang Lingkup
 - ◆ Bilangan
 - ◆ Geometri dan Pengukuran
 - ◆ Pengolahan data
- SK dan KD
 - ◆ Setiap pokok bahasan pada setiap kelas dan semester terdapat SK dan rinciannya (KD).

Teori Belajar dan Pembelajaran Matematika

Belajar?

- Upaya memperoleh kepandaian, memperoleh perubahan tingkah laku, memberi tanggapan disebabkan pengalaman (Depdikbud).

Pembelajaran?

- Upaya membantu orang lain belajar (Gagne & Briggs).
- Upaya penciptaan lingkungan untuk memperoleh respon terhadap situasi tertentu (Carey).
- Sub-set dari pendidikan (Miarso, dkk).
- Upaya untuk menjadikan orang belajar (Depdikbud).

Apakah matematika itu?

- Bahasa yang menjelaskan pola.
- Penalaran: Pengujian suatu kebenaran.

(Mathematical Sciences Education Board National Research Council, 1990)

Bruner: Belajar

- Belajar merupakan proses aktif.
- Perkembangan kognitif berkaitan dengan cara memperoleh, mentransformasi, dan menyimpan pengetahuan.
- Internalisasi (transformasi ke dalam struktur kognitif) secara optimal terjadi jika pengetahuan baru itu melalui 3 model pentahapan, yaitu: enaktif, ikonik, dan simbolik.

Bruner: Dalil pembelajaran matematika

1. Penyusunan / pengonstruksian
 - Bagaimana menyusun representasi konsep.
2. Penotasian
 - Notasi sesuai dengan tingkat perk. kognitif.
3. Pengontrasan dan peragaman (variasi)
Suatu konsep dikontraskan dengan konsep lain.
4. Penyajian
 - Penyajian suatu konsep bervariasi.
5. Pengaitan
 - Suatu konsep dikaitkan dengan konsep lain.

Bruner: Metode penemuan

1. Bruner terkenal dengan metode penemuannya.
2. Tahap-tahap belajar dengan metode penemuan:
 - a. Stimulasi oleh guru.
 - b. Identifikasi masalah dan dugaan jawaban.
 - c. Pengumpulan data.
 - d. Pengolahan data.
 - e. Verifikasi jawaban.
 - f. Generalisasi.

Piaget: Perkembangan kognitif

1. Proses berpikir manusia terjadi secara kronologis melalui 4 tahap, yaitu:
 - a. Sensori motor
 - b. Pra-operasional
 - c. Operasi kongrit
 - d. Operasi formal
2. Guru SD sangat berkepentingan dengan karakteristik berpikir pada tahap pra-operasional dan operasi kongrit.

Piaget: Karakteristik berpikir tahap pra-operasional dan operasi kongrit

1. Tahap Pra-operasional
 - a. Berpikir didasarkan keputusan yang dapat dilihat seketika.
 - b. Disebut periode pemberian simbol, misalnya, suatu benda diberi nama.
2. Tahap Oprasi Kongrit
 - a. Kombinasivitas / klasifikasi
 - b. Reversabilitas / balikan
 - c. Asosiasivitas
 - d. Identitas
 - e. Korespondensi satu – satu
 - f. Konservasi (walaupun belum penuh).

Piaget: Hukum kekekalan

- Bilangan (banyaknya) (6 – 7 tahun)
Banyak suatu benda tetap meskipun letaknya diubah.
- Materi (7 – 8 tahun)
Banyak suatu zat tetap meskipun bentuknya atau letaknya diubah.
- Panjang (8 – 9 tahun)
Panjang tali tetap meskipun dilengkungkan.
- Luas (8 – 9 tahun):
Luas suatu benda tetap meskipun letaknya diubah.
- Berat (9 – 10 tahun)
Berat suatu benda tetap meskipun bentuk atau timbangannya berbeda.
- Volume (14 – 15 tahun)
Pada suatu bak/bejana yang diisi penuh air dimasukkan suatu benda, maka volume air yang tumpah itu sama dengan volume benda yang masuk.

Dienes: Teori belajar

Pendapat Dienes:

1. Matematika sebagai studi tentang struktur.
2. Konsep dalam matematika yang disajikan dalam berbagai sajian dan secara kongrit akan mudah dipahami siswa.
3. Perkembangan konsep matematika dapat dicapai melalui pola berkelanjutan, yang setiap seri dalam rangkaian kegiatan dari kongrit ke abstrak.
4. Permainan matematika sangat penting sebab operasi matematika dalam permainan itu menunjukkan aturan secara kongrit dan lebih membimbing dan menajamkan pengertian matematika kepada siswa.
5. Belajar matematika akan berhasil jika dipelajari dalam tahap-tahap tertentu.

Dienes: Pentahapan Belajar

- Permainan bebas; tidak terstruktur dan tidak diarahkan.
- Permainan dengan aturan; mempelajari keteraturan yang ada pada konsep tertentu, mis, mengelompokkan bangun segitiga.
- Permainan mencari kesamaan sifat: diarahkan menemukan kesamaan sifat, mis, persegi dan persegi panjang.
- Representasi: mengambil sifat dari beberapa situasi sejenis, mis, mencari banyak diagonal segi dua puluh.
- Simbolisasi: mencari representasi suatu konsep, mis, mencari rumus banyak diagonal poligon.
- Formalisasi: mempelajari sifat suatu konsep kemudian merumuskan sifat baru dari konsep itu, mis, siswa merumuskan teorema berdasarkan aksioma yang telah dipelajari.

Dienes: Permainan interaktif

- Permainan yang dikemas oleh guru untuk pembelajaran matematika dengan tujuan agar siswa aktif dan senang belajar matematika. Contoh:
 - a. Kartu bilangan,
untuk mengenal lambang bilangan.
 - b. Kartu relasi bilangan,
untuk relasi bilangan.
 - c. Tangram,
untuk stuktur bangun datar.
 - d. Dakon,
untuk konsep bilangan prima,
menentukan bilangan prima, FPB, dan KPK.

Gagne: Obyek belajar

- Gagne terkenal dengan aliran tingkah laku.
- Obyek Belajar
 1. Obyek langsung
 - a. Fakta
 - b. Keterampilan
 - c. Konsep
 - d. Prinsip
 2. Obyek tak langsung
 - a. Transfer belajar
 - b, Kemampuan menyelidiki
 - c. Kemampuan memecahkan masalah
 - d. Disiplin
 - e. Menghargai struktur matematika

Gagne: Kapabelitas

1. Sasaran pembelajaran adalah kapabelitas.
2. Kapabilitas adalah kemampuan yang dapat diamati sebagai hasil belajar.
3. Terdapat 5 macam kapabelitas:
 - a. Informasi verbal
 - b. Ketrampilan intelektual
 - c. Strategi kognitif
 - d. Sikap
 - e. Ketrampilan motorik

Gagne: Informasi verbal

- ◆ Kemampuan mengkomunikasikan pengetahuannya secara lisan.
- ◆ Diperoleh dari orang lain secara lisan, dari kegiatan membaca, dll.
- ◆ Klasifikasinya terdiri dari:
 - a. Fakta
 - b. Prinsip
 - c. Generalisasi

Gagne: Ketrampilan intelektual

- Kemampuan menguasai konsep, prinsip, dan pemecahan masalah.
- Diperoleh melalui belajar.
- Dapat dikelompokkan ke dalam 8 tipe belajar, yaitu:
 1. Belajar isyarat
 2. Belajar stimulus respon
 3. Belajar rangkaian gerak
 4. Belajar rangkaian verbal
 5. Belajar membedakan
 6. Belajar pembentukan konsep
 7. Belajar pembentukan aturan
 8. Belajar pemecahan masalah

Gagne: Strategi kognitif, sikap, dan ketrampilan motorik

- Strategi kognitif
 1. Kemampuan mengembangkan proses berpikir dengan cara merekam, menganalisis, dan mensintesis suatu masalah.
 2. Terorganisasi secara internal sehingga berpikirnya terarah.
 3. Contoh: Menyusun langkah-langkah penyelesaian suatu masalah matematika.
- Sikap: kecenderungan merespon stimulus.
- Ketrampilan motorik: kecepatan, ketepatan gerakan fisik, contoh, menggunakan penggaris dan jangka untuk membagi sama panjang suatu ruas garis.

Gagne: Fase dalam belajar

Fase Belajar:

- Motivasi →
- Pengenalan →
- Perolehan →
- Retensi →
- Pemanggilan →
- Generalisasi →
- Penampilan →
- Umpan balik →

Tugas Guru:

1. Memberikan motivasi
2. Mengarahkan perhatian
3. Merangsang ingatan
4. Menyediakan bimbingan
5. Meningkatkan retensi
6. Melancarkan tranfer belajar
7. Menunjukkan hasil belajar
8. Memberikan umpan balik

Van Hiele: Tahap-tahap perkembangan kognitif dalam belajar geometri

1. Pengenalan
Mengenal bangun geometri
1. Analisis
Memahami sifat bangun geometri
1. Pengurutan
Memahami hubungan antar bangun geometri
1. Deduksi
Menarik kesimpulan secara deduktif
1. Akurasi
Memahami pentingnya ketepatan prinsip yang melandasi pembuktian, dan memahami mengapa sesuatu itu dijadikan postulat atau dalil.

Van Hiele: Tiga unsur utama dalam pembelajaran geometri dan rekomendasinya

Tiga unsur utama:

- Waktu
- Materi pembelajaran
- Metode pembelajaran

Rekomendasi:

- Jika ketiganya dikelola secara baik maka peningkatan kemampuan berpikir anak akan lebih tinggi.
- Kegiatan belajar harus sesuai dengan tahap berpikir siswa.
- Pengurutan topik harus disesuaikan dengan tingkat kesukarannya.

Van Hiele dan Pierre: Tingkat pemikiran geometrik

1. Visual
2. Diskripsi
3. Analisis
4. Abstraksi
5. Bukti

Catatan:

Kenaikan dari tingkat yang lebih rendah ke tingkat yang lebih tinggi banyak disebabkan oleh faktor belajar, bukan faktor usia.

Van Hiele: Fase-fase pembelajaran geometri

Untuk mendukung peningkatan berpikir geometrik siswa, ditetapkan fase-fase pembelajaran, yaitu:

1. Fase informasi
2. Fase orientasi
3. Fase eksplisitasi
4. Fase orientasi bebas
5. Fase integrasi
(Pada fase ini siswa mencapai tahap berpikir baru)

Van Hiele: Penjelasan fase-fase pembelajaran

- Fase informasi
Guru mempelajari pengalaman awal siswa.
- Fase orientasi
Siswa menggali topik yang dipelajari dengan alat yang disiapkan guru.
- Fase penjelasan
Siswa menyatakan pandangannya tentang struktur yang diobservasi.
- Fase orientasi bebas
Siswa menghadapi tugas yang lebih kompleks.
- Fase integrasi
Siswa meninjau kembali dan mensintesis hal yang telah dipelajari.

3. Pendekatan Pembelajaran Matematika di SD

A. Pendekatan Pemecahan Masalah

- ◆ Masalah
 - ★ Masalah rutin
 - ★ Masalah tidak rutin
 - ★ Masalah yang dimaksud di sini adalah masalah tidak rutin.
- ◆ Langkah-langkah menyelesaikan masalah (G. Polya)
 - ★ Memahami masalah
 - ★ Merencanakan strategi penyelesaian
 - ★ Melaksanakan strategi penyelesaian
 - ★ Meninjau ulang

(Lanjutan)

B. Pendekatan Realistik

- ◆ Diawali dengan hal yang tidak formal yang dikenal siswa atau konsep yang telah dikenal siswa untuk menelaah suatu konsep matematika.
- ◆ Hasil telaah bermuara pada “penemuan kembali” konsep matematika.
- ◆ Kegiatannya membuat siswa senang.
- ◆ Guru sebagai fasilitator membimbing siswa dari pemahaman aspek informal menuju aspek formal.

(Lanjutan)

C. Pakem Pengertian

1. Aktif
Guru memantau, memberi pertanyaan menantang, mempertanyakan gagasan.
2. Kreatif
Guru memberi variasi dalam pendekatan pembelajaran, membuat alat bantu, dll.
3. Efektif
Tujuan pembelajaran tercapai.
4. Menyenangkan
Siswa senang belajar.

Pakem: Gambaran kelas

- Siswa terlibat aktif mengembangkan pemahamannya.
- Guru menggunakan berbagai sumber yang relevan dan menyenangkan.
- Guru/siswa memajang materi-materi yang menarik di ruang kelas dan ada “pojok bacaan”.
- Siswa belajar dengan kooperatif dan interaktif.
- Guru mendorong siswa menemukan sendiri dalam menyelesaikan masalah dan mengungkapkan gagasan.
- Guru melibatkan siswa dalam menata lingkungan sekolahnya sendiri.

Pakem: Hal yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan

- Memahami sifat siswa secara individual.
- Memanfaatkan perilaku siswa dalam pengorganisasian belajar.
- Mengembangkan kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan pemecahan masalah.
- Mengembangkan ruang kelas sebagai lingkungan belajar yang menarik.
- Memanfaatkan lingkungan sebagai sumber belajar.
- Memberikan umpan balik untuk meningkatkan pembelajaran.
- Membedakan antara aktif fisik dan aktif mental.

Materi Bahasan

Pendalaman Materi:

- Pola Bilangan
- Bilangan Bulat
- Bilangan Prima dan Bilangan Berpangkat
- FPB dan KPK
- Geometri
- Pengantar Logika

Metodologi Pembelajaran:

- Beberapa teori pembelajaran matematika.
- Beberapa metode pembelajaran matematika.
- Beberapa pendekatan pembelajaran matematika.

Pola Bilangan

- Masalah 1

Di dalam suatu ruangan berkumpul beberapa orang. Berapa banyaknya salaman terjadi di ruangan itu jika mereka bersalam-salaman dengan temannya tepat satu kali?

- Masalah 2

Sebuah bis kota mulai menaikkan penumpang jam 5.30. Jika 1 orang masuk pada halte pertama, 3 orang masuk pada halte ke dua, 5 orang masuk pada halte ke tiga, dan seterusnya. Berapakah banyak orang yang masuk ke bis itu dari halte pertama sampai dengan halte ke lima puluh?

Penyelesaian Masalah 2

Halte ke Banyak Orang Masuk Bis

1	1
2	3
3	5
4	7
.	
.	
50	99

Jumlah $1 + 3 + 5 + \dots + 95 + 97 + 99 =$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{25 \times 100 = 2500}$$

Mengenal Bilangan Bulat

Bilangan Bulat:



- 0 1 2 3
- **Bilangan cacah dan lawannya.**
 - ◆ **Bilangan cacah: $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$**
 - ◆ **Lawan bilangan cacah: $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$**
 - ◆ **Bilangan bulat: $\{\dots-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$**

Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Masalah:

Nyatakan operasi berikut ini dengan menggunakan garis bilangan!

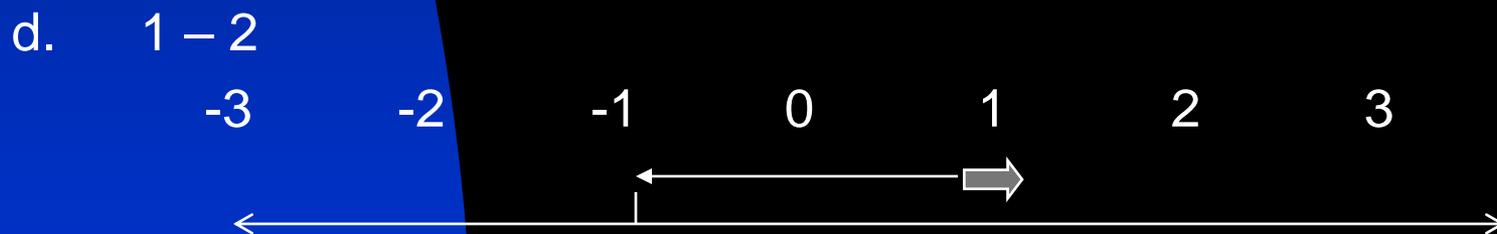
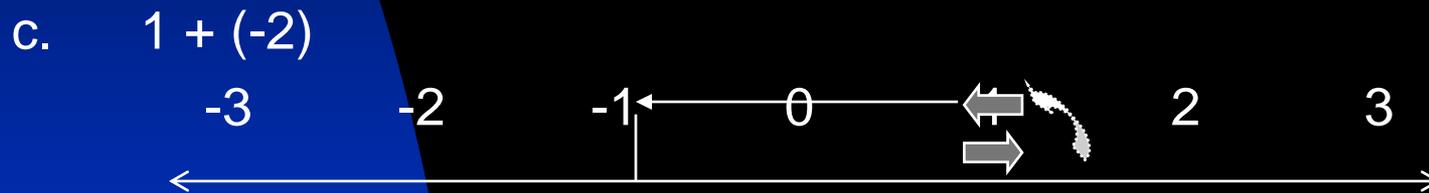
a. $1 + 2$

b. $1 - (-2)$

c. $1 + (-2)$

d. $1 - 2$

Penyelesaian



Menyatakan Bilangan Bulat dengan Gambar / Bulatan

Masalah:

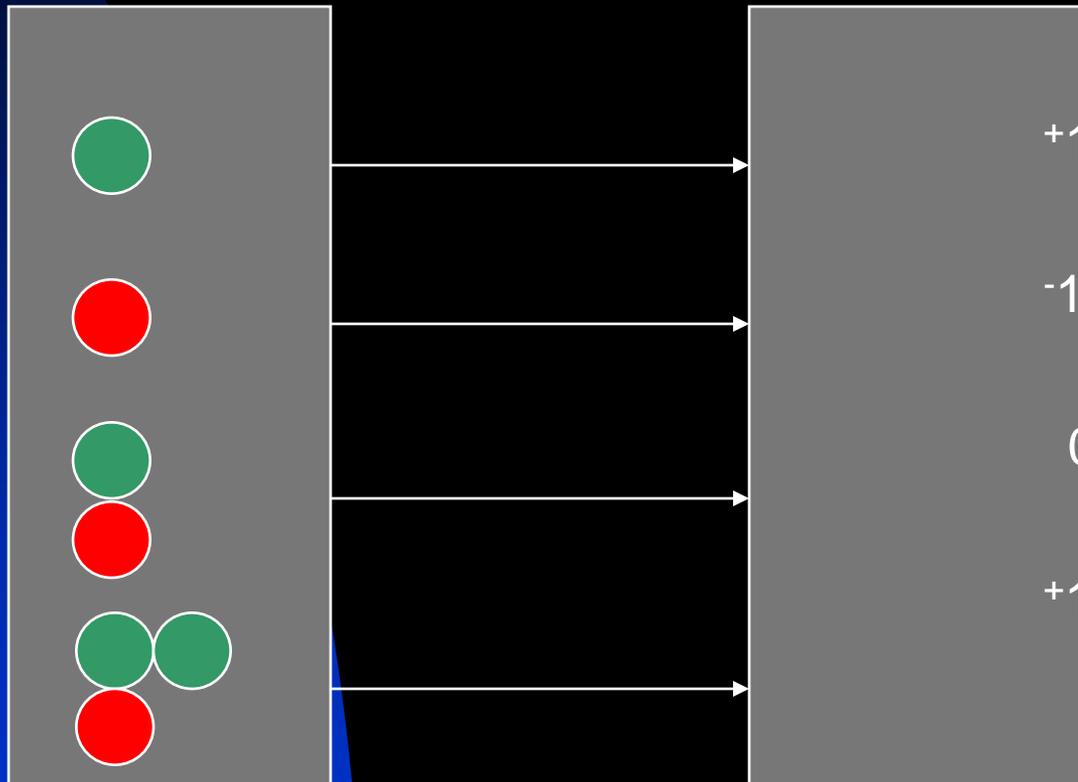
Dengan menggunakan bulatan-bulatan, nyatakan bilangan-bilangan berikut ini masing-masing dalam tiga penampilan!

- a. 2
- b. 0
- c. -3
- d. -2
- e. -1

Menyatakan Bilangan Bulat dengan Gambar / Bulatan

Gambar

Bilangan



Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Masalah:

Nyatakan operasi berikut ini dengan menggunakan Bulatan-bulatan!

a. $1 + 2$

b. $1 - (-2)$

c. $1 + (-2)$

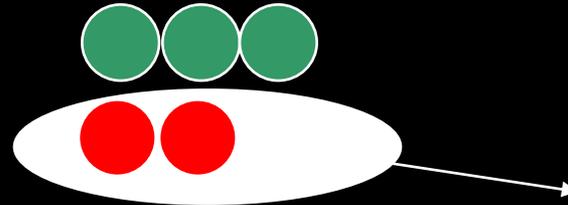
d. $1 - 2$

Alternatif Penyelesaian

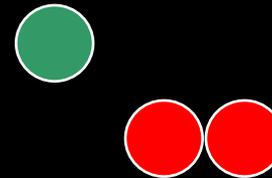
a. $1 + 2$



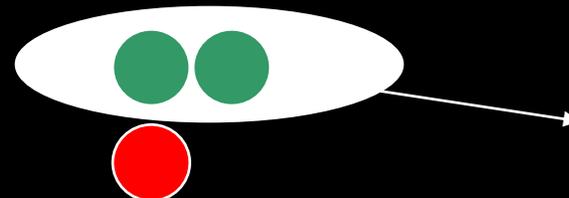
b. $1 - (-2)$



c. $1 + (-2)$



d. $1 - 2$



Perkalian Bilangan Bulat

LKS-1

Kerjakan soal-soal berikut ini!

1. $4 \times 2 = \dots\dots$
2. $3 \times 2 = \dots\dots$
3. $2 \times 2 = \dots\dots$
4. $1 \times 2 = \dots\dots$
5. $0 \times 2 = \dots\dots$
6. $(-1) \times 2 = \dots\dots$
7. Kesimpulan:
8. $(-8) \times 6 = \dots\dots\dots$

Perkalian Bilangan Bulat

LKS-2

Kerjakan soal-soal berikut ini!

1. $2 \times 4 = \dots\dots$
2. $2 \times 3 = \dots\dots$
3. $2 \times 2 = \dots\dots$
4. $2 \times 1 = \dots\dots$
5. $2 \times 0 = \dots\dots$
6. $2 \times (-1) = \dots\dots$
7. Kesimpulan: $\dots\dots\dots$
8. $7 \times (-4) = \dots\dots\dots$

Perkalian Bilangan Bulat

LKS-3

Kerjakan soal-soal berikut ini!

1. $(-2) \times 4 = \dots\dots\dots$
2. $(-2) \times 3 = \dots\dots\dots$
3. $(-2) \times 2 = \dots\dots\dots$
4. $(-2) \times 1 = \dots\dots\dots$
5. $(-2) \times 0 = \dots\dots\dots$
6. $(-2) \times (-1) = \dots\dots\dots$
7. Kesimpulan: $\dots\dots\dots$
8. $(-6) \times (-4) = \dots\dots\dots$

Bilangan Bulat (keterbagian)

- Masalah 1

Ibu akan membagikan beberapa buku tulis secara merata kepada anak panti asuhan. Jika banyak anak itu paling banyak 10 orang (mungkin 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, atau 1 orang), berapa banyak buku paling sedikit harus ibu siapkan agar habis untuk dibagikan kepada mereka?

- Masalah 2

Bagaimana anda menjelaskan kepada siswa tentang:

- a. 0 dibagi oleh 5?
- b. 0 dibagi oleh 0?
- c. 5 dibagi oleh 0?

Penyelesaian Masalah 1

1. Banyak anak	Banyak buku
1	1
1 atau 2	2
1, 2, atau 3	$6 = 2 \times 3$
1, 2, 3, atau 4	$12 = 2^2 \times 3$
1, 2, 3, 4, atau 5	$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
1, 2, 3, 4, 5, atau 6	$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
.	
.	
.	
1, 2, 3, ..., 9, atau 10	$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 =$
2520	

Penyelesaian Masalah 2

- a. $0 : 5 = ?$, artinya $? \times 5 = 0$.
Karena hanya 0 yang dapat mengganti tanda “?”, dikatakan $0 : 5 = 0$
- b. $0 : 0 = ?$, artinya $? \times 0 = 0$.
Karena setiap bilangan (real) dapat mengganti tanda “?”, dikatakan $0 : 0$ adalah benak tak tentu. Seringkali dikatakan $0 : 0$ tidak terdefinisi.
- c. $5 : 0 = ?$, artinya $? \times 0 = 5$.
Karena tidak ada bilangan (real) dapat mengganti tanda “?”, dikatakan $5 : 0$ tidak terdefinisi.

Bilangan Berpangkat

- Masalah 1

Angka manakah yang berada pada nilai tempat satuan jika bilangan itu adalah 7^{100} ?

- Masalah 2

Satu orang diperkirakan memiliki 25 trilion ($25 \cdot 10^{12}$) sel darah merah. Rata-rata jari-jari setiap sel darah itu adalah $4 \cdot 10^{-3}$ mm. Jika sel-sel darah merah tersebut disusun dalam sebuah persegi panjang, maka berapa m^2 luas maksimum persegi panjang itu?

Penyelesaian masalah 1

Bilangan Berdasarkan	Angka Satuan	Pengelompokan
7^0	1	Angka Satuan: I : $7^0, 7^4, 7^8, \dots$
7^1	7	
7^2	9	II : $7^1, 7^5, 7^9, \dots$
7^3	3	
7^4	1	III: $7^2, 7^6, 7^{10}, \dots$
7^5	7	
7^6	9	IV: $7^3, 7^7, 7^{11}, \dots$
7^7	3	
7^8	1	7^{100} ikut kelompok
mana?		
adalah ...		Jadi angka satuan 7^{100}
7^{100}	?	

Penyelesaian Masalah 2

Diketahui:

Perkiraan banyak sel darah merah satu orang = $25 \cdot 10^{12}$ butir.

Rata-rata jari-jari setiap sel darah merah = $4 \cdot 10^{-3}$ mm.

Mencari luas maksimum persegi panjang itu dalam m^2 .

Diminta menentukan luas persegi panjang maksimum (L).

Penyelesaian:

Jika diameter rata-rata sel darah merah D dan panjang sel darah merah jika dijajarkan K maka $\frac{1}{2}$ keliling persegi panjang adalah $\frac{1}{2}$ K.

$$D = 2 \times 4 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$K = 25 \cdot 10^{12} \times 8 \cdot 10^{-3} = 10^{11} \text{ mm} = 10^8 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} K = 5 \cdot 10^7 \text{ m.}$$

$$L \text{ maks} = 2,5 \cdot 10^7 \times 2,5 \cdot 10^7 = 6,25 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

FPB dan KPK

- Masalah 1
Amir mempunyai 144 buah jeruk dan 120 buah salak. Jika ia ingin membagikan buah-buah itu kepada sebayak-banyaknya orang dan setiap orang memperoleh bagian sama, berapa banyak orang yang akan memperoleh buah-buah itu?
- Masalah 2
Pada sebuah ruangan ada tiga buah jam alarm yang disetel secara berbeda. Jam alarm A berbunyi setiap 15 menit, jam alarm B berbunyi setiap 40 menit, dan jam alarm C berbunyi setiap 60 menit. Jika semua jam itu berbunyi pada jam 06.00. Berapa lama ketiga jam alarm tersebut berbunyi bersamaaa-sama lagi setelah jam 06.00 tersebut?
- Masalah 3
FPB (2364 , 10134) = dan KPK (2364 , 10134) =

Penyelesaian Masalah 1

Amir mempunyai 144 buah jeruk dan 120 buah salak. Jika ia ingin membagikan buah-buah itu kepada sebayak-banyaknya orang dan setiap orang memperoleh bagian sama, berapa banyak orang yang akan memperoleh buah-buah itu?

	Banyak orang tiap orang	Banyak jeruk tiap orang	Banyak salak
	1	144	120
	2	72	60
	3	48	40
	4	36	30
	6	24	20
	8	18	15
	12	12	10
	24	6	5

Penyelesaian Masalah 2

Pada sebuah ruangan ada tiga buah jam alarm yang disetel secara berbeda. Jam alarm A berbunyi setiap 15 menit, jam alarm B berbunyi setiap 40 menit, dan jam alarm C berbunyi setiap 60 menit. Jika semua jam itu berbunyi pada jam 06.00. Berapa lama ketiga jam alarm tersebut berbunyi bersamaaa-sama lagi setelah jam 06.00 tersebut?

	Alarm A	Alarm B	Alarm C
	06.00	06.00	06.00
	06.15	-	-
	06.30	-	-
	-	06.40	-
	06.45	-	-
	07.00	-	07.00
	07.15	-	-
	-	07.20	-
	07.30	-	-
	07.45	-	-
	08.00	08.00	08.00

FPB (15, 40, 60) = 120. Jadi 120 menit setelah 06.00 atau pukul 08.00

Penyelesaian Masalah 3

FPB (2364 , 10134) = dan KPK (2364 , 10134) =

- FPB (2364 , 10134) =
FPB (678 , 2364) =
FPB (330, 678) =
FPB (78, 330) =
FPB (18, 78) =
FPB (6, 18) =
6
- KPK (2364 , 10134) =
(2364 x 10134) : FPB (2364 , 10134) =
23956776 : 6 =
3992796

Geometri

- Masalah 1
Tentukan banyak diagonal segi-20!
- Masalah 2
Tentukan besar setiap sudut segi-20 beraturan!
- Masalah 3
Seuntas tali berukuran panjang 180 cm. Jika tali itu digunakan untuk mengelilingi suatu bangun datar berbentuk persegi panjang, berapa luas maksimum bangun datarnya?

Penyelesaian Masalah 1

Tentukan banyak diagonal segi-20!

Jenis Segi Banyak	Banyak Diagonal
Segi-4	$1 + 1$
Segi-5	$2 + 2 + 1$
Segi-6	$3 + 3 + 2 + 1$
Segi-7	$4 + 4 + 3 + 2 + 1$
.	
.	
.	
Segi-20	$17 + 17 + 16 + 15 + \dots + 1$
	$1 + 2 + 3 + \dots + 16 + 17 + 17 = (1 + 2 + 3 + \dots + 16 + 17 + 18) - 1$
	$= 9 \times 19 - 1 = 170$

Penyelesaian Masalah 2

Tentukan besar setiap sudut segi-20 beraturan!

Segi ...beraturan	Ukuran Setiap sudut
3	$180 : 3 = 60^{\circ}$
4	$(4 \times 180 - 360) : 4 = 90^{\circ}$
5	$(5 \times 180 - 360) : 5 = 108^{\circ}$
6	$(6 \times 180 - 360) : 6 = 120^{\circ}$
7	$(7 \times 180 - 360) : 7 = \dots^{\circ}$
.	
.	
.	
20	$(20 \times 180 - 360) : 20 = \dots^{\circ}$

Penyelesaian Masalah 3

Seuntas tali berukuran panjang 180 cm. Jika tali itu digunakan untuk mengelilingi suatu bangun datar berbentuk persegi panjang, berapa luas maksimum bangun datarnya?

- Ukuran keliling persegi panjang itu adalah 180 cm.
- Ukuran $\frac{1}{2}$ keliling persegi panjang itu adalah 90 cm.
- Beberapa kemungkinan ukuran panjang dan lebarnya:

Panjang (cm)	Lebar (cm)	Luas (cm ²)
10	80	800
20	70	1400
30	60	1800
40	50	2000

Kesimpulan:

Semakin dekat ukuran antara panjang dan lebar, semakin besar ukuran luasnya. Dengan demikian, panjang = 45, lebar = 45. Jadi luas maksimumnya = 2025

Pengantar Logika

- Masalah 1
Lengkapilah tabel berikut!

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
B	B
B	S
S	B
S	S

- Masalah 2
Tentukan negasinya!
 1. p : Semua siswa pintar matematika.
 2. q : Ada siswa benci matematika.

Penyelesaian Masalah Pengantar Logika

- Penyelesaian Masalah 1

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
B	B	...B.....	...B.....	...B.....
B	S	...S.....	...B.....	...S.....
S	B	...S.....	...B.....	...B.....
S	S	...S.....	...S.....	...B.....

- Penyelesaian Masalah 2

1. p : Ada siswa tidak pintar matematika.
2. q : Tidak Ada siswa benci matematika, atau Semua siswa tidak benci matematika.

CONTOH LEMBAR AKTIVITAS SISWA

Pokok Bahasan : Geometri dan Pengukuran

Sub Pokok Bahasan : Volume Kubus dan Volume Balok

a. Standar Kompetensi :

Menghitung volume volume kubus dan balok dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.

b. Kompetensi Dasar:

- 1) Menghitung volume kubus dan balok.
- 2) Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan volume kubus dan balok.

c. Indikator:

- 1) Mengenal bangun kubus dan balok.
- 2) Mengenal satuan volume.
- 3) Menemukan rumus volume kubus.
- 4) Menemukan rumus volume balok.
- 5) Menentukan volume kubus.
- 6) Menentukan volume balok.
- 7) Menyelesaikan masalah menggunakan volume kubus dan balok.

Aktivitas Pertama

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan (1, 1, 1)
- Empat balok-balok kertas atau kardus dengan ukuran sebagai berikut:

A: 3, 2, 2

B: 3, 5, 1

C: 2, 8, 1

D: 2, 4, 2

Masalah

- Balok mana yang paling besar?
- Balok mana yang paling kecil?
- Berapa banyak kubus kayu satuan mengisi secara tepat untuk setiap balok?

Diskusi

Pertanyaan di atas mungkin bagi anak membingungkan. Apa yang dimaksud dengan terbesar? Apakah balok terpanjang adalah terbesar? Apakah balok tertinggi adalah terbesar? Setelah berbicara tentang yang dimaksud terbesar, kita dapat mengembangkan gagasan balok terbesar itu sebagai balok yang dapat memuat paling banyak kubus-kubus satuan dan dengan demikian menghubungkan terbesar dengan volum.

Catatan: Balok C dan D adalah balok terbesar.

Kita dapat mengamati bagaimana anak merumuskan tebakannya. Apakah mereka menggunakan kayu-kayu itu sebagai pembeda? Mereka dapat memeriksa jawaban-jawabannya dengan mengisi balok-balok itu dengan kubus-kubus satuan

Aktivitas ke dua

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan.
- Empat balok-balok kertas atau kardus (sama seperti pada aktivitas pertama tetapi dengan permukaan diberi gambar-gambar persegi satuan).

Masalah

- Balok mana yang paling besar?
- Balok mana yang paling kecil?
- Berapa banyak kubus kayu satuan mengisi secara tepat untuk setiap balok?

Diskusi

Sekarang permukaan balok diberi gambar-gambar persegi. Apakah anak menemukan persegi-persegi ini membantu dalam mencapai estimasi banyaknya kubus satuan untuk mengisi balok-balok itu?

Apakah mereka hanya menghitung kubus-kubus itu (mengacaukan luas permukaan dengan volum)?

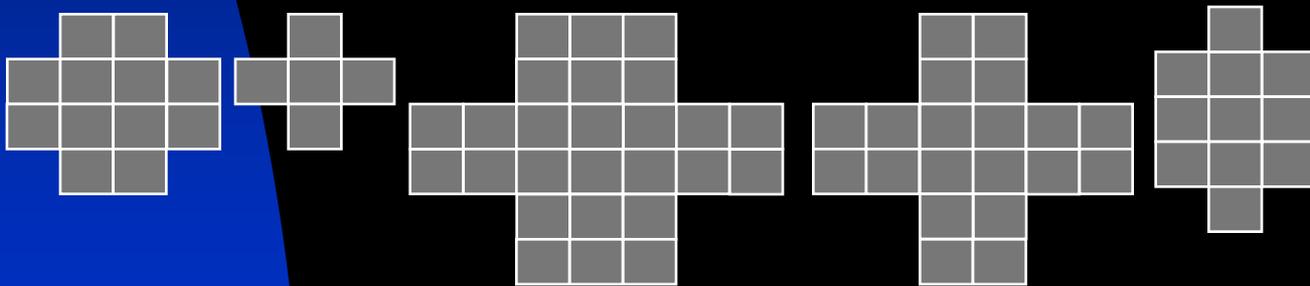
Sekali lagi, mereka dapat memeriksa estimasinya dengan mengisi balok-balok itu dengan kubus-kubus satuan.

Aktivitas ke tiga

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan.
- Gunting.
- Kertas grafik (persegi-perseginya kongruen dengan permukaan kubus kayu satuan).
- Pola-pola balok (lihat gambar 1).

Gb. 1



Masalah

- Perhatikan pola-pola untuk balok itu dan berapa banyak kubus kayu satuan itu mengisi secara tepat

Diskusi

- Sekarang permukaan-permukaan balok diberi gambar-gambar persegi. Apakah anak menemukan persegi-persegi ini membantu dalam mencapai estimasi banyaknya kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi setiap balok itu? Apakah mereka hanya menghitung kubus-kubus itu (mengacaukan luas permukaan dengan volum)? Sekali lagi, mereka dapat memeriksa estimasinya dengan mengisi balok-balok itu dengan kubus-kubus satuan

Aktivitas ke empat

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan.
- Gunting.
- Cellotape.
- Kertas berpetak.

Masalah

- Dapatkah kalian membuat beberapa balok, menggunakan kertas berpetak, yang dapat memuat tepat 6 kubus satuan? Berapa banyak balok yang dapat kalian buat? Apa yang berbeda dari balok-balok itu? Apa yang sama dari balok-balok itu?
- Dapatkah kalian membuat beberapa balok yang dapat memuat 8 kubus satuan? 18 kubus satuan? 24 kubus satuan?
- Kelompokkan balok-balok yang dapat kalian buat yang dapat memuat banyak kubus satuan yang sama. Apa yang berbeda dari balok-balok itu? Apa yang sama dari balok-balok itu?

Diskusi

- Di dalam menyelesaikan masalah ini, anak menginvestigasi factor dari suatu bilangan. Sebagai contoh, balok-balok yang dapat memuat tepat 12 kubus satuan mempunyai ukuran 12, 1, 6; 6, 2, 1; 4, 3, 1; 2, 6, 1; 3, 4, 1; dan seterusnya, tetapi balok yang mempunyai ukuran 6, 2, 1 adalah benar-benar sama baik ukuran maupun bentuknya dengan balok yang mempunyai ukuran 2, 6, 1. Begitu juga antara balok yang mempunyai ukuran 4, 3, 1 dan balok yang mempunyai ukuran 3, 4, 1.
- Perluasan yang cukup menarik untuk aktivitas ini adalah memberi setiap anak satu lembar kertas grafik dan diminta membuat satu balok terbesar yang dapat dibuat oleh kertas itu (balok dapat memuat paling banyak kubus). Tantangan lainnya adalah meminta anak membuat satu balok terkecil yang dapat dibuat oleh satu lembar kertas itu (luas permukaan minimum).

Aktivitas ke lima

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan.
- Kertas berpetak.
- Gunting.
- Cellotape

Masalah

- Isilah bagian terkaan pada tabel di bawah ini.
- Isilah bagian jawaban dengan membuat baloknya dan mengisi balok itu dengan kubus-kubus kayu satuan.

	Panjang	Lebar	Tinggi	Terkaan	Jawaban
Balok A	2	2	3
Balok B	4	2	3
Balok C	9	2	1
Balok D	5	2	2

Diskusi

- Di dalam aktivitas ini siswa dibimbing untuk menemukan bahwa hasil kali dari banyak kubus yang menunjukkan panjang, banyak kubus yang menunjukkan lebar balok, dan banyak kubus yang menunjukkan tinggi balok, adalah banyak kubus yang diperlukan untuk mengisi balok itu.

Aktivitas ke enam

Bahan yang diperlukan

- Kubus-kubus kayu satuan.
- Kertas berpetak.
- Gunting.

Masalah

- Berapa banyak kubus satuan diperlukan untuk mengisi balok-balok berikut ini?

	Panjang	Lebar	Tinggi	Terkaan
Balok E	5	12	3
Balok F	6	3	4
Balok G	7	3	6
Balok H	12	10	3

Diskusi

Sekarang, kita gunakan bilangan-bilangan besar. Setelah anak menanggapi masalah yang diajukan, tanyakan kepada mereka beberapa pertanyaan, seperti:

1. bagaimana kalian memperoleh jawaban itu?
2. Seperti apakah masing-masing balok itu?
3. Berapa kubus mengisi setiap balok?

Anak dapat bekerja dalam kelompok untuk membuat suatu model salah satu dari balok-balok itu.

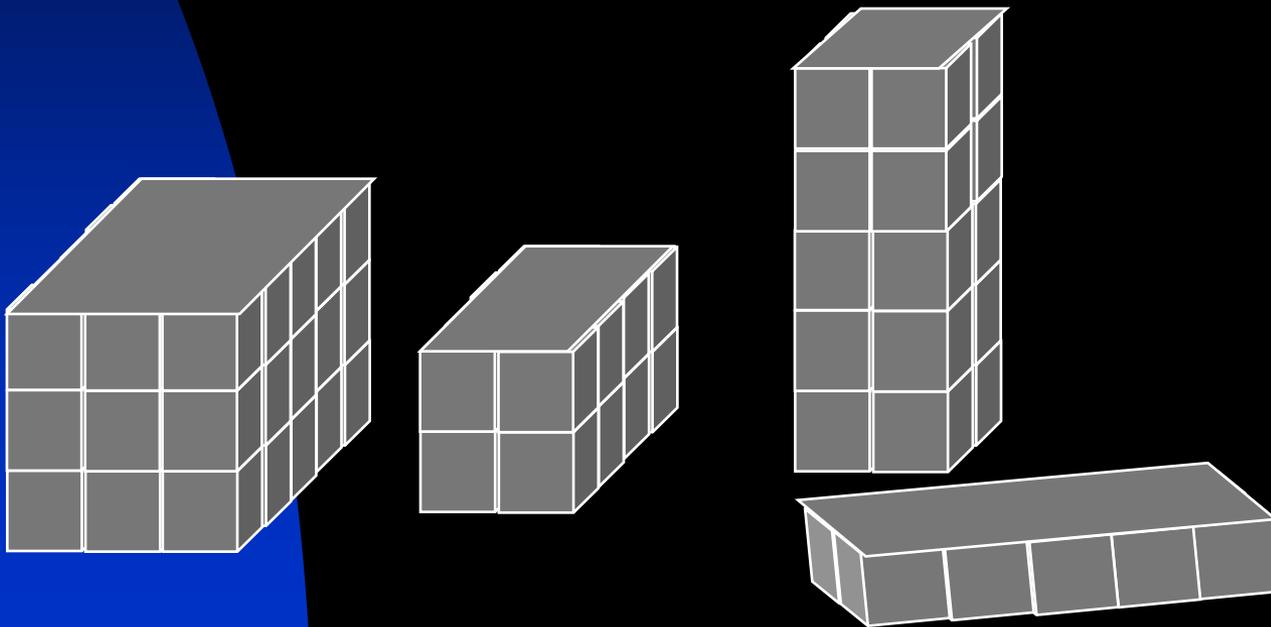
Apakah mereka memahami bahwa hasil kali dari tiga bilangan itu (panjang, lebar, dan tinggi) merepresentasikan banyak kubus yang dapat mengisi secara tepat setiap balok?

Bahan yang diperlukan

Gambar beberapa balok yang memuat gambar persegi-persegi pada permukaannya (gambar 2)
Gunting.

Masalah

Berapa banyak kubus satuan diperlukan untuk mengisi secara tepat balok-balok seperti pada gambar-gambar itu?
Gb. 2



Diskusi

- Aktivitas ini dapat membantu guru untuk melihat apakah telah mengembangkan pemahaman volume. Bagaimana anak mencapai jawaban-jawabannya? Apakah mereka masih bingung volum dengan luas permukaan, menghitung persegi pada setiap permukaan balok? Apakah mereka hanya menghitung persegi-persegi sepanjang dasar balok? Atau dapatkah mereka menggunakan pengalaman-pengalaman yang ada dalam membuat dan mengisi balok-balok untuk mengfisualisasikan pengisian balok itu dengan kubus-kubus?

Di sini kita mungkin ingin menampilkan pertanyaan-pertanyaan yang lebih menantang seperti berikut ini: Berapa banyak kubus diperlukan untuk mengisi secara tepat balok yang mempunyai ukuran 4, 3, $\frac{1}{2}$? 6, 2, $\frac{1}{3}$? 2, 4, $\frac{1}{4}$?

Aktivitas ke delapan

1. Banyak kubus satuan yang diperlukan mengisi secara tepat suatu balok berikut adalah volume balok itu.
2. Jika suatu balok 5 cm, lebar 3 cm, dan tinggi 2 cm, maka volumenya adalah
3. Jika volume suatu balok disingkat v , panjang disingkat p , lebar disingkat l , dan tinggi disingkat t , maka $v =$
4. Lengkapilah tabel berikut ini!

	Panjang	Lebar	Tinggi	Volume
Balok A	50 cm	30 cm	40 cm
Balok B	40 cm	20 cm	40 dm ³
Balok C	7 dm	20 cm	4.200cm ³
Balok D	5 dm	8 dm	1 m ³

Semoga anda berhasil

Wassalam

Belajar dan Pembelajaran

Belajar?

- Upaya memperoleh kepandaian, memperoleh perubahan tingkah laku, memberi tanggapan disebabkan pengalaman (Depdikbud).

Pembelajaran?

- Upaya membantu orang lain belajar (Gagne & Briggs).
- Upaya penciptaan lingkungan untuk memperoleh respon terhadap situasi tertentu (Carey).
- Sub-set dari pendidikan (Miarso, dkk).
- Upaya untuk menjadikan orang belajar (Depdikbud).

Bruner: Belajar

- Belajar merupakan proses aktif.
- Perkembangan kognitif berkaitan dengan cara memperoleh, mentransformasi, dan menyimpan pengetahuan.
- Internalisasi (transformasi ke dalam struktur kognitif) secara optimal terjadi jika pengetahuan baru itu melalui 3 model pentahapan, yaitu: enaktif, ikonik, dan simbolik.

Bruner: Dalil pembelajaran matematika

1. Penyusunan / pengonstruksian
Bagaimana menyusun representasi konsep.
2. Penotasian
Notasi sesuai dengan tingkat perk. kognitif.
3. Pengontraskan dan peragaman (variasi)
Suatu konsep dikontraskan dengan konsep lain.
4. Penyajian
Penyajian suatu konsep bervariasi.
5. Pengaitan
Suatu konsep dikaitkan dengan konsep lain.

Bruner: Metode penemuan

1. Bruner terkenal dengan metode penemuannya.
2. Tahap-tahap belajar dengan metode penemuan:
 - a. Stimulasi oleh guru.
 - b. Identifikasi masalah dan dugaan jawaban.
 - c. Pengumpulan data.
 - d. Pengolahan data.
 - e. Verifikasi jawaban.
 - f. Generalisasi.

Piaget: Perkembangan kognitif

1. Proses berpikir manusia terjadi secara kronologis melalui 4 tahap, yaitu:
 - a. Sensori motor
 - b. Pra-operasional
 - c. Operasi kongrit
 - d. Operasi formal
2. Guru SD sangat berkepentingan dengan karakteristik berpikir pada tahap pra-operasional dan operasi kongrit.

Piaget: Karakteristik berpikir tahap pra-operasional dan operasi kongrit

1. Tahap Pra-operasional
 - a. Berpikir didasarkan keputusan yang dapat dilihat seketika.
 - b. Disebut periode pemberian simbol, misalnya, suatu benda diberi nama.
2. Tahap Oprasi Kongrit
 - a. Kombinasivitas / klasifikasi
 - b. Reversabilitas / balikan
 - c. Asosiasivitas
 - d. Identitas
 - e. Korespondensi satu – satu
 - f. Konservasi (walaupun belum penuh).

Piaget: Hukum kekekalan

- Bilangan (banyaknya) (6 – 7 tahun)
Banyak suatu benda tetap meskipun letaknya diubah.
- Materi (7 – 8 tahun)
Banyak suatu zat tetap meskipun bentuknya atau letaknya diubah.
- Panjang (8 – 9 tahun)
Panjang tali tetap meskipun dilengkungkan.
- Luas (8 – 9 tahun):
Luas suatu benda tetap meskipun letaknya diubah.
- Berat (9 – 10 tahun)
Berat suatu benda tetap meskipun bentuk atau timbangannya berbeda.
- Volume (14 – 15 tahun)
Pada suatu bak / bejana yang diisi penuh air dimasukkan suatu benda, maka volume air yang tumpah itu sama dengan volume benda yang masuk.

Dienes: Teori belajar

Pendapat Dienes:

1. Matematika sebagai studi tentang struktur.
2. Konsep dalam matematika yang disajikan dalam berbagai sajian dan secara kongrit akan mudah dipahami siswa.
3. Perkembangan konsep matematika dapat dicapai melalui pola berkelanjutan, yang setiap seri dalam rangkaian kegiatan dari kongrit ke abstrak.
4. Permainan matematika sangat penting sebab operasi matematika dalam permainan itu menunjukkan aturan secara kongrit dan lebih membimbing dan menajamkan pengertian matematika kepada siswa.
5. Belajar matematika akan berhasil jika dipelajari dalam tahap-tahap tertentu.

Dienes: Pentahapan Belajar

- **Permainan bebas;**
tidak terstruktur dan tidak diarahkan.
- **Permainan dengan aturan;**
mempelajari keteraturan yang ada pada konsep tertentu, mis, mengelompokkan bangun segitiga.
- **Permainan mencari kesamaan sifat:**
diarahkan menemukan kesamaan sifat, mis, persegi dan persegi panjang.
- **Representasi:**
mengambil sifat dari beberapa situasi sejenis, mis, mencari banyak diagonal segi dua puluh.
- **Simbolisasi:**
mencari representasi suatu konsep, mis, mencari rumus banyak diagonal poligon.
- **Formalisasi:**
mempelajari sifat konsep kemudian merumuskan sifat baru dari konsep itu, mis, merumuskan teorema berdasarkan aksioma yang telah dipelajari.

Dienes: Permainan interaktif

- Permainan yang dikemas oleh guru untuk pembelajaran matematika dengan tujuan agar siswa aktif dan senang belajar matematika. Contoh:
 - a. Kartu bilangan,
untuk mengenal lambang bilangan.
 - b. Kartu relasi bilangan,
untuk relasi bilangan.
 - c. Tangram,
untuk stuktur bangun datar.
 - d. Dakon,
untuk konsep bilangan prima, menentukan
bilangan prima, FPB, dan KPK.

Gagne: Obyek belajar

- Gagne terkenal dengan aliran tingkah laku.
- Obyek Belajar
 1. Obyek langsung
 - a. Fakta
 - b. Keterampilan
 - c. Konsep
 - d. Prinsip
 2. Obyek tak langsung
 - a. Transfer belajar
 - b. Kemampuan menyelidiki
 - c. Kemampuan memecahkan masalah
 - d. Disiplin
 - e. Menghargai struktur matematika

Gagne: Kapabelitas

1. Sasaran pembelajaran adalah kapabelitas.
2. Kapabilitas adalah kemampuan yang dapat diamati sebagai hasil belajar.
3. Terdapat 5 macam kapabelitas:
 - a. Informasi verbal
 - b. Ketrampilan intelektual
 - c. Strategi kognitif
 - d. Sikap
 - e. Ketrampilan motorik

Gagne: Informasi verbal

- ◆ Kemampuan mengkomunikasikan pengetahuannya secara lisan.
- ◆ Diperoleh dari orang lain secara lisan, dari kegiatan membaca, dll.
- ◆ Klasifikasinya terdiri dari:
 - a. Fakta
 - b. Prinsip
 - c. Generalisasi

Gagne: Ketrampilan intelektual

- a. Kemampuan menguasai konsep, prinsip, dan pemecahan masalah diperoleh melalui belajar.
- b. Kemampuan-kemampuan itu dapat dikelompokkan ke dalam 8 tipe belajar, yaitu:
 - 1. Belajar isyarat
 - 2. Belajar stimulus respon
 - 3. Belajar rangkaian gerak
 - 4. Belajar rangkaian verbal
 - 5. Belajar membedakan
 - 6. Belajar pembentukan konsep
 - 7. Belajar pembentukan aturan
 - 8. Belajar pemecahan masalah

Gagne: Strategi kognitif, sikap, dan ketrampilan motorik

- Strategi kognitif
 1. Kemampuan mengembangkan proses berpikir dengan cara merekam, menganalisis, dan mensintesis suatu masalah.
 2. Terorganisasi secara internal sehingga berpikirnya terarah.
 3. Contoh: Menyusun langkah-langkah penyelesaian suatu masalah matematika.
- Sikap: kecenderungan merespon stimulus.
- Ketrampilan motorik: kecepatan, ketepatan gerakan fisik.
Contoh, menggunakan penggaris dan jangka untuk membagi sama panjang suatu ruas garis.

Gagne: Fase dalam belajar

Fase Belajar:

- Motivasi →
- Pengenalan →
- Perolehan →
- Retensi →
- Pemanggilan →
- Generalisasi →
- Penampitan →
- Umpan balik →
-

Tugas Guru:

- Memberikan motivasi
- Mengarahkan perhatian
- Merangsang ingatan
- Menyediakan bimbingan
- Meningkatkan retensi
- Melancarkan tranfer belajar
- Menunjukkan hasil belajar
- Memberikan umpan balik

Van Hiele: Tahap-tahap perkembangan kognitif dalam belajar geometri

- 1. Pengenalan**
Mengenal bangun geometri
- 2. Analisis**
Memahami sifat bangun geometri
- 3. Pengurutan**
Memahami hubungan antar bangun geometri
- 4. Deduksi**
Menarik kesimpulan secara deduktif
- 5. Akurasi**
Memahami pentingnya ketepatan prinsip yang melandasi pembuktian, dan memahami mengapa sesuatu itu dijadikan postulat atau dalil.

Van Hiele: Tiga unsur utama dalam pembelajaran geometri dan rekomendasinya

Tiga unsur utama:

- Waktu
- Materi pembelajaran
- Metode pembelajaran

Rekomendasi:

- Jika ketiganya dikelola secara baik maka peningkatan kemampuan berpikir anak akan lebih tinggi.
- Kegiatan belajar harus sesuai dengan tahap berpikir siswa.
- Pengurutan topik harus disesuaikan dengan tingkat kesukarannya.

Van Hiele dan Pierre: Tingkat pemikiran geometrik

1. Visual
2. Diskripsi
3. Analisis
4. Abstraksi
5. Bukti

Catatan:

Kenaikan dari tingkat yang lebih rendah ke tingkat yang lebih tinggi banyak disebabkan oleh faktor belajar, bukan faktor usia.

Van Hiele: Fase-fase pembelajaran geometri

Untuk mendukung peningkatan berpikir geometrik siswa, ditetapkan fase-fase pembelajaran, yaitu:

1. Fase informasi
 2. Fase orientasi
 3. Fase eksplisitasi
 4. Fase orientasi bebas
 5. Fase integrasi
- (Pada fase ini siswa mencapai tahap berpikir baru)

Van Hiele: Penjelasan fase-fase pembelajaran

- **Fase informasi**
Guru mempelajari pengalaman awal siswa.
- **Fase orientasi**
Siswa menggali topik yang dipelajari dengan alat yang disiapkan guru.
- **Fase penjelasan**
Siswa menyatakan pandangannya tentang struktur yang diobservasi.
- **Fase orientasi bebas**
Siswa menghadapi tugas yang lebih kompleks.
- **Fase integrasi**
Siswa meninjau kembali dan mensintesis hal yang telah dipelajari.

PAKEM: Pengertian

1. Aktif
Guru memantau, memberi pertanyaan menantang, mempertanyakan gagasan.
2. Kreatif
Guru memberi variasi dalam pendekatan pembelajaran, membuat alat bantu, dll.
3. Efektif
Tujuan pembelajaran tercapai.
4. Menyenangkan
Siswa senang belajar.

PAKEM: Gambaran kelas

- Siswa terlibat aktif mengembangkan pemahamannya.
- Guru menggunakan berbagai sumber yang relevan dan menyenangkan.
- Guru/siswa memajang materi-materi yang menarik di ruang kelas dan ada “pojok bacaan”.
- Siswa belajar dengan kooperatif dan interaktif.
- Guru mendorong siswa menemukan sendiri dalam menyelesaikan masalah dan mengungkap gagasan.
- Guru melibatkan siswa dalam menata lingkungan sekolahnya sendiri.

PAKEM:

Hal yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan

- Memahami sifat siswa secara individual.
- Memanfaatkan perilaku siswa dalam pengorganisasian belajar.
- Mengembangkan kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan pemecahan masalah.
- Mengembangkan ruang kelas sebagai lingkungan belajar yang menarik.
- Memanfaatkan lingkungan sebagai sumber belajar.
- Memberikan umpan balik untuk meningkatkan pembelajaran.
- Membedakan antara aktif fisik dan aktif mental.

Pendekatan Pemecahan Masalah

- Apa pendekatan masalah itu?
- Mengapa pendekatan pemecahan masalah penting dalam pembelajaran matematika?
- Hal-hal apa yang perlu diperhatikan dalam melaksanakan pembelajaran matematika dengan pendekatan pemecahan masalah?
- Bagaimana langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah matematika?
- Apa saja strategi penyelesaian masalah itu?

Apa pendekatan masalah itu?

Mengapa pendekatan pemecahan masalah penting?

- Pemecahan masalah pada dasarnya adalah proses yang ditempuh oleh seseorang untuk menyelesaikan masalah yang dihadapinya sampai masalah itu tidak lagi menjadi masalah baginya.
- Ada dua jenis masalah, yaitu rutin dan non-rutin. Dalam hal ini, yang dimaksud dengan masalah adalah masalah non-rutin.
- Pendekatan pemecahan masalah penting, karena antara lain:
 - ◆ Menghargai hak siswa untuk belajar.
 - ◆ Mengembangkan kemampuan yang dapat dialihgunakan ke bidang lain.
 - ◆ Mengembangkan kemampuan memecahkan masalah yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari.
 - ◆ Mengembangkan kemampuan menyelesaikan masalah dengan berbagai strategi.
 - ◆ Memberikan kepuasan apabila siswa dapat memecahkan masalah yang dihadapinya.

Hal-hal apa yang perlu diperhatikan dalam melaksanakan pembelajaran matematika dengan pendekatan pemecahan masalah?

Bagaimana langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah matematika?

- Hal yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan pembelajaran matematika dengan pendekatan pemecahan masalah:
 - Pengetahuan awal siswa.
 - Relevansi masalah yang diajukan dengan topik bahasan.

- Langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah matematika:
 - Memahami masalah.
 - Merencanakan strategi penyelesaian.
 - Menjalankan strategi penyelesaian.
 - Melakukan tinjau ulang.

Apa saja strategi penyelesaian masalah itu?

Strategi penyelesaian masalah, diantaranya:

1. Mencari Pola
2. Membuat tabel
3. Menguji masalah lebih sederhana
4. Menguji masalah yang berkaitan
5. Menebak dan memeriksa
6. Menggunakan penalaran tidak langsung

Masalah 1. Ketika seorang matematikawan asal Jerman yang sangat terkenal, Carl Gauss masih anak-anak, gurunya meminta para siswa mencari jumlah 100 bilangan asli pertama. Gurunya berharap masalah ini dapat menyibukkan kelas dalam waktu cukup lama, tetapi Gauss dapat memberikan jawaban sangat cepat. Dapatkah kalian seperti itu?

- Memahami Masalah.

Bilangan-bilangan asli adalah 1, 2, 3, 4,

Dengan demikian, masalahnya adalah mencari jumlah dari $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

- Merencanakan Strategi

Salah satu strategi penyelesaiannya adalah **mencari pola**.

Dengan memasang $1 + 100, 2 + 99, \dots, 50 + 51$, ada 50 pasang, dan jumlahnya 101 setiap pasang, sebagaimana terlihat pada gambar berikut:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 51 + \dots + 98 + 99 + 100$$



- Menjalankan Strategi

Ada 50 pasang bilangan dan setiap pasang jumlahnya 101.

Dengan demikian,

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 =$$

$$50 \times 101 =$$

$$5050.$$

- Meninjau ulang.

Apakikan hasil ini masuk akal?

Adakah cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?

Masalah 2.

Berapa banyak cara menukar satu lembar uang seratus ribu rupiah dengan uang puluhan ribu rupiah, ribuan rupiah, dan ratusan rupiah.

- Memahami Masalah

Banyak sekali cara menukar satu lembar uang seratus ribu dengan puluhan ribu, ribuan, dan ratusan. Contoh, 10 uang puluhan ribu, atau 9 uang puluhan ribu dan 10 ribuan.

- Merencanakan Strategi

Untuk merekam segala kemungkinan digunakan strategi membuat tabel.

■ Menjalankan Strategi

Puluhan ribu	Ribuan	Ratusan	
10	0	0	(1 cara)
9	10	0] (11 cara)
9	9	10	
9	8	20	
9	7	30	
9	6	40	
9	5t	50	
9	4	60	
9	3	70	
9	2	80	
9	2	90	
9	0	100	
dst			

- Dengan menggunakan 10 lembar puluhan ribu ada 1 cara.
- Dengan menggunakan 9 lembar puluhan ribu ada 11 cara.
- Dengan menggunakan 8 lembar puluhan ribu ada 21 cara.
- Dengan menggunakan 7 lembar puluhan ribu ada 31 cara.
- Dengan menggunakan 6 lembar puluhan ribu ada 41 cara.
- Dengan menggunakan 5 lembar puluhan ribu ada 51 cara.
- Dengan menggunakan 4 lembar puluhan ribu ada 61 cara.
- Dengan menggunakan 3 lembar puluhan ribu ada 71 cara.
- Dengan menggunakan 2 lembar puluhan ribu ada 81 cara.
- Dengan menggunakan 1 lembar puluhan ribu ada 91 cara.
- Dengan menggunakan 0 lembar puluhan ribu ada 101 cara.

$$1 + 11 + 21 + \dots + 81 + 91 + 101 =$$

$$1 + (11 + 21 + 31 + \dots + 81 + 91 + 101) =$$

$$1 + (5 \times 112) = 561 \text{ cara}$$

Tinjau Ulang:

Apakah hasilnya masuk akal? Adakah cara lain?

|

Masalah 1.

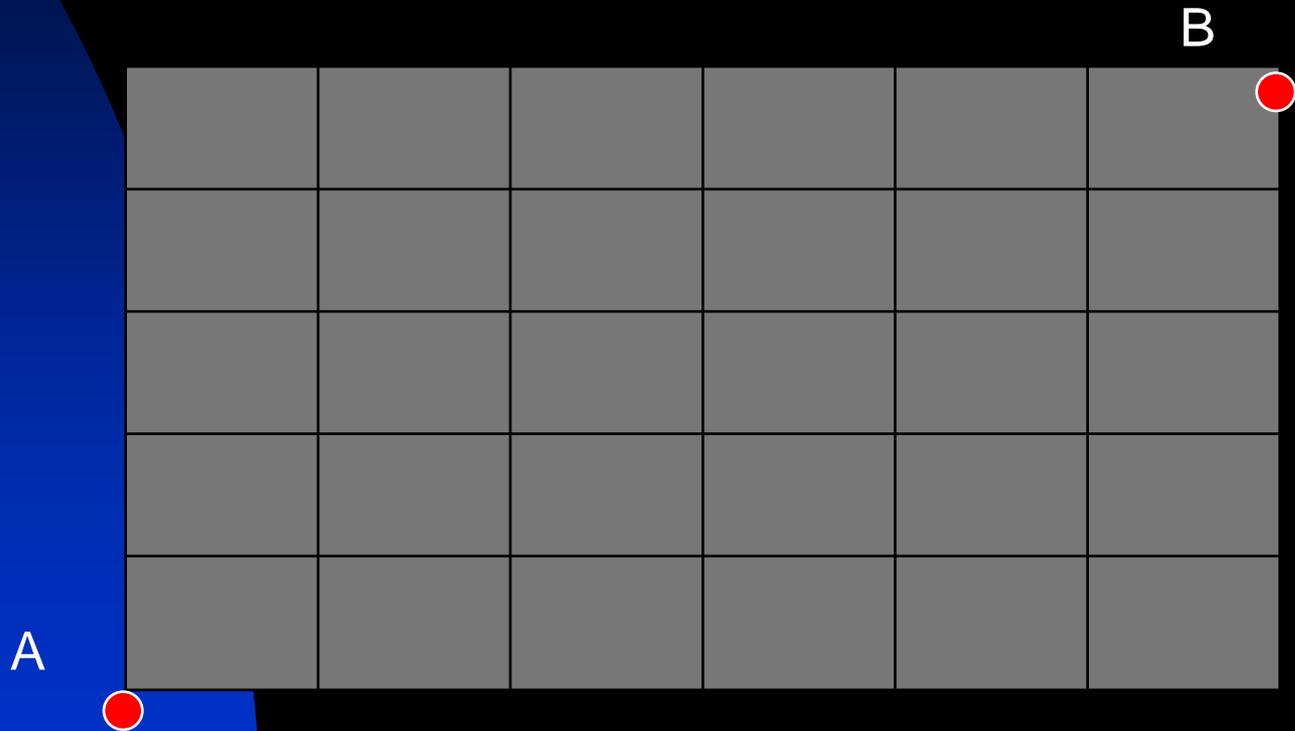
Sebuah bis kota mulai menaikkan penumpang jam 5.30. Jika 1 orang masuk pada halte pertama, 3 orang masuk pada halte ke dua, 5 orang masuk pada halte ke tiga, dan seterusnya. Berapakah banyak orang yang masuk ke bis itu dari halte pertama sampai dengan halte ke lima puluh? (penumpang yang turun tidak diperhitungkan)

Masalah 2

Bagaimana anda menjelaskan kepada siswa tentang:

- a. 0 dibagi oleh 5?
- b. 0 dibagi oleh 0?
- c. 5 dibagi oleh 0?

Andi berangkat dari rumah (A) ke sekolah (B).
Ada berapa cara perjalanan Andi jika ia tidak menggunakan jalan yang sama untuk perjalanannya (jalan yang sudah ditempuh tidak dilalui lagi)?



Andi berangkat dari rumah (A) ke lokasi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 14, 21, atau 28.
 Ada berapa cara perjalanan Andi jika ia jarak tempuhnya paling pendek?

	35	36	37	38	39	40	B
28	29	30	31	32	33		34
21	22	23	24	25	26		27
14	15	16	17	18	19		20
7	8	9	10	11	12		13
A	1	2	3	4	5		6

Jawab:
 satu cara

Andi berangkat dari rumah (A) ke lokasi 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 22, atau 29.

Ada berapa cara perjalanan Andi jika ia jarak tempuhnya paling pendek? Dari A ke 8: 2 cara, dari A ke 9: 3 cara, dari A ke 10: 4 cara, dari A ke 11:

	35	36	37	38	39	40	B
28		29	30	31	32	33	34
21		22	23	24	25	26	27
14		15	16	17	18	19	20
7		8	9	10	11	12	13
A		1	2	3	4	5	6

BIS KOTA

Sebuah bis kota mulai menaikkan penumpang jam 5.30. Jika 1 orang masuk pada halte pertama, 3 orang masuk pada halte ke dua, 5 orang masuk pada halte ke tiga, dan seterusnya. Berapakah banyak orang yang masuk ke bis itu dari halte pertama sampai dengan halte ke tiga puluh? (Penumpang yang turun tidak diperhitungkan)

Masalah

Pilihlah sebuah pendekatan tertentu, kemudian buatlah sebuah sknenario pembelajaran pada pokok bahasan bilangan bulat di kelas 5 SD!

