

Aritmatika Jam

Oleh

Sufyani P

Salah satu kegiatan pengayaan yang dapat dilaksanakan dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar yang berkenaan dengan kongruensi adalah pembelajaran aritmatika jam. Sebagai contoh, Jika sekarang adalah pukul 09.00 maka pukul berapa 8 jam kemudian? Untuk menentukan 8 jam setelah pukul 09.00 kita dapat menggunakan gambar jam dan akan kita peroleh 8 jam setelah pukul 09.00 adalah pukul 05.00. Masalah ini kita tulis $9 \oplus 8 = 5$, di mana lambang \oplus menunjukkan penjumlahan jam. Hasil ini dapat pula diperoleh dengan menggunakan penjumlahan biasa $9 + 8 = 17$, kemudian 17 dibagi oleh 12 dan kita pilih sisa pembagian itu sebagai jawabannya, yaitu 5. Dengan demikian, untuk memperoleh hasil penjumlahan dua buah bilangan dalam jam 12-an, kita jumlahkan bilangan-bilangan itu dengan cara biasa, kemudian cari sisa hasil bagiannya oleh 12.

Untuk operasi pengurangan pada jam 12-an, seperti $2 \ominus 9$ di mana \ominus menunjukkan pengurangan jam, kita dapat mengatakannya sebagai 9 jam sebelum pukul 02.00. Dengan membilang mundur 9 langkah pada gambar jam, kita peroleh $2 \ominus 9 = 5$. Jika pengurangan ini kita definisikan melalui penjumlahan maka kita peroleh $2 \ominus 9 = x$ jika dan hanya jika $2 = 9 \oplus x$. Akibatnya, $x = 5$.

Contoh 1.

Tentukan hasil operasi pada jam 12-an berikut:

- $8 \oplus 8$
- $4 \ominus 12$
- $4 \ominus 4$
- $4 \ominus 8$

Jawab.

- $(8 + 8) : 12$ mempunyai sisa 4.

Jadi, $8 \oplus 8 = 4$.

- $4 \ominus 12 = 4$, karena dengan membilang mundur 12 langkah pada gambar jam, kita sampai pada bilangan 4.
- $4 \ominus 4 = 12$, karena $4 \ominus 12 = 4$.

d. $4 \ominus 8 = 8$, karena $8 \oplus 8 = 4$.

Perkalian jam dapat didefinisikan sebagai penjumlahan berulang dengan bilangan cacah. Sebagai contoh, pada jam 12-an, $2 \otimes 8 = 8 \oplus 8 = 4$ di mana \otimes melambangkan perkalian jam. $3 \otimes 5 = 5 \oplus 5 \oplus 5 = 10 \oplus 5 = 3$.

Pembagian jam dapat didefinisikan dengan menggunakan perkalian. Sebagai contoh, pada jam 12-an, $8 \circ 5 = x$, di mana \circ melambangkan pembagian jam jika dan hanya jika $8 = 5 \otimes x$ untuk suatu x unik dalam himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$. Karena $5 \otimes 4 = 8$, $8 \circ 5 = 4$.

Contoh 2.

Tentukan hasil operasi dalam jam 12-an berikut ini (jika mungkin).

- a. $3 \otimes 11$
- b. $2 \circ 7$
- c. $3 \circ 2$
- d. $5 \circ 12$

Jawab.

a. $3 \otimes 11 = 11 \oplus 11 \oplus 11$
 $= 10 \oplus 11$
 $= 9$

b. $2 \circ 7 = x$ jika dan hanya jika $2 = 7 \otimes x$.
Akibatnya, $x = 2$.

c. $3 \circ 2 = x$ jika dan hanya jika $3 = 2 \otimes x$.

Perkalian 2 dengan salah satu bilangan dalam himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ pada jam 12-an tidak ada yang menghasilkan 3. Dengan demikian, $3 \circ 2$ tidak terdefinisi.

d. $5 \circ 12 = x$ jika dan hanya jika $5 = 12 \otimes x$. Tetapi karena pada jam 12-an, $12 \otimes x = 12$ untuk setiap x dalam himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$. Dengan demikian, $5 \circ 12$ tidak terdefinisi.

Penjumlahan dan pengurangan 12 pada jam 12-an memberikan hasil yang sama. Dengan demikian, 12 pada jam 12-an memainkan peran seperti 0 pada penjumlahan atau pengurangan bilangan berbasis 10 dan 12 adalah unsur identitas pada jam 12-an. Begitu pula pada jam 5-an, 5 adalah unsur identitasnya.

Penjumlahan, pengurangan, dan perkalian pada jam 12-an untuk dua buah bilangan asli sebarang dapat ditentukan hasilnya, tetapi seperti yang ditunjukkan pada contoh 2 di atas,

tidak semua pembagian pada jam 12-an tidak dapat ditentukan hasilnya. Bagaimana pembagian pada jam 5-an?

Untuk itu perhatikan tabel berikut ini.

TABEL 1

(a)

\oplus	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	1
2	3	4	5	1	2
3	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	4
5	1	2	3	4	5

(b)

\otimes	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	1	3	5
3	3	1	4	2	5
4	4	3	2	1	5
5	5	5	5	5	5

Pada jam 5-an ini, $3 \oplus 4 = 2$, $2 \oplus 3 = 4$, $2 \otimes 4 = 3$, dan $3 \circ 4 = 2$. Karena pada jam 5-an, setiap bilangan dijumlahkan dengan 5 menghasilkan bilangan itu sendiri, 5 dikatakan sebagai unsur identitas penjumlahan untuk jam 5-an, sebagaimana ditunjukkan pada tabel di atas. Akibatnya, kita dapat mengatakan bahwa setiap bilangan kecuali 5 dibagi oleh 5 tidak mungkin terjadi pada jam 5-an. Untuk menentukan pembagian mana yang mungkin pada jam 5-an, perhatikan tabel (b), tabel perkalian untuk jam 5-an. Untuk menentukan $1 \circ 2$, kita tulis $1 \circ 2 = x$. yang ekuivalen dengan $1 = 2 \otimes x$. Baris ke-2 pada tabel (b) di atas menunjukkan bahwa $2 \otimes 1 = 2$, $2 \otimes 2 = 4$, $2 \otimes 3 = 1$, $2 \otimes 4 = 3$, dan $2 \otimes 5 = 5$. Jawaban untuk $1 = 2 \otimes x$ adalah $x = 3$. Jadi $1 \circ 2 = 3$. Informasi yang diambil dari baris ke-2 tabel tersebut dapat digunakan untuk menentukan pembagian-pembagian berikut:

$$2 \circ 2 = 1. \text{ karena } 2 = 2 \otimes 1$$

$$3 \circ 2 = 4. \text{ karena } 3 = 2 \otimes 4$$

$$4 \circ 2 = 2. \text{ karena } 4 = 2 \otimes 2$$

$5 \div 2 = 5$. karena $5 = 2 \otimes 5$

Tampak bahwa setiap unsur yang ada pada baris ke-2 tabel (b), pembagian oleh 2 pada jam 5-an selalu ada hasilnya. Hal yang sama terjadi pada pembagian oleh bilangan lain kecuali pembagian oleh 5. Selanjutnya anda diminta untuk menyelidiki operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada aritmatika jam selain jam 12-an dan jam 5-an.

Soal-Soal Latihan

1. Pada jam 12-an, tentukan lawan dari 2 dan lawan dari 3.
2. Buatlah tabel penjumlahan pada jam 7-an.
3. Gunakan tabel penjumlahan pada jam 7-an (soal no. 1) untuk menentukan hasil operasi $5 \ominus 6$ dan $2 \ominus 5$.
4. Buatlah tabel perkalian pada jam 7-an.
5. Gunakan tabel perkalian pada jam 7-an (soal no. 3) untuk menentukan hasil operasi $3 \otimes 5$ dan $4 \otimes 6$.

Jawab.

1. Pada jam 12-an, lawan dari 2 adalah 10 karena $2 + 10 = 12$ dan Lawan dari 3 adalah 9 karena $3 + 9 = 12$.

2.

TABEL

\oplus	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	1
2	3	4	5	6	7	1	2
3	4	5	6	7	1	2	3
4	5	6	7	1	2	3	4
5	6	7	1	2	3	4	5
6	7	1	2	3	4	5	6
7	1	2	3	4	5	6	7

3. Pada jam 7-an, $5 \ominus 6 = 6$ karena $6 \oplus 6 = 5$.

Pada jam 7-an, $2 \ominus 5 = 4$ karena $5 \oplus 4 = 2$.

4.

TABEL

\otimes	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	1	3	5	7
3	3	6	2	5	1	4	7
4	4	1	5	2	6	3	7
5	5	3	1	6	4	2	7
6	6	5	4	3	2	1	7
7	7	7	7	7	7	7	7

5. Pada jam 7-an, $3 \circ 5 = 2$ karena $5 \otimes 2 = 3$.

Pada jam 7-an, $4 \circ 6 = 3$ karena $6 \otimes 3 = 4$.

Rangkuman

1. Untuk menentukan hasil penjumlahan dua buah bilangan dalam sistem jam 12-an, kita jumlahkan bilangan-bilangan itu dengan cara biasa; jika hasil penjumlahan cara biasa adalah kelipatan 12 maka hasil dalam sistem jam 12-an adalah 12. jika tidak, maka cari sisa hasil baginya oleh 12 dan hasil dalam sistem jam 12-an adalah sisa hasil bagi tersebut.
2. Operasi pengurangan pada jam 12-an dapat dilakukan dengan beberapa cara, yaitu membilang mundur dan mendefinisikan bahwa pengurangan adalah balikan dari penjumlahan.
3. Perkalian dalam sistem jam 12-an didefinisikan sebagai penjumlahan berulang.
4. Pembagian dalam sistem jam 12-an didefinisikan sebagai balikan dari perkalian.
5. Penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada jam 5-an dan jam 7-an dilakukan dengan cara yang serupa dengan pada jam 12-an.

Tes Formatif 1

Lingkarilah salah satu jawaban yang menurut anda benar.

1. Pada jam 12-an, hasil operasi $7 \oplus 8$ adalah
 - a. 2
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 5
2. Pada jam 12-an, hasil operasi $3 \ominus 9$ adalah
 - a. 3
 - b. 5
 - c. 4
 - d. 6
3. Pada jam 12-an, hasil operasi $4 \otimes 4$ adalah
 - a. 4
 - b. 5
 - c. 6
 - d. 7
4. Pada jam 12-an, hasil operasi $1 \circ 3$ adalah
 - a. 12
 - b. tidak ada
 - c. 1
 - d. 6
5. Pada jam 5-an, hasil operasi $3 \oplus 4$ adalah
 - a. 1
 - b. 4
 - c. 3
 - d. 2
6. Pada jam 5-an, hasil operasi $2 \ominus 4$ adalah
 - a. 1

- b. 2
 - c. 3
 - d. 4
7. Pada jam 5-an, hasil operasi $3 \otimes 4$ adalah
- a. 2
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 5
8. Pada jam 5-an, hasil operasi $3 \circ 4$ adalah
- a. tidak ada
 - b. 4
 - c. 3
 - d. 2
9. Pada jam 7-an, hasil operasi $3 \oplus 6$ adalah
- a. 2
 - b. 4
 - c. 5
 - d. 6
10. Pada jam 7-an, hasil operasi $2 \theta 4$ adalah
- a. 2
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 5
11. Pada jam 7-an, hasil operasi $6 \otimes 3$ adalah
- a. 4
 - b. 5
 - c. 6
 - d. 7
12. Pada jam 5-an, hasil operasi $5 \circ 4$ adalah
- a. 1
 - b. 2
 - c. 4
 - e. 5

13. Pada jam 4-an, hasil operasi $3 \oplus 4$ adalah
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
14. Pada jam 4-an, hasil operasi $2 \ominus 3$ adalah
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
15. Pada jam 4-an, hasil operasi $3 \otimes 2$ adalah
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
16. Pada jam 4-an, hasil operasi $3 \circ 2$ adalah
- 2
 - 3
 - 4
 - tidak ada
17. Jika 23 April jatuh pada hari rabu maka hari-hari rabu lain yang ada pada bulan april itu adalah tanggal
- 1, 8, 15, 29
 - 2, 9, 16, 30
 - 3, 10, 17, 31
 - 4, 11, 18, 28
18. Jika 3 September jatuh pada hari senin maka satu tahun yang akan datang (365 hari lagi) jatuh pada hari
- Senin
 - Rabu
 - Jum 'at
 - Minggu
19. Jika sekarang pukul 10.00 maka 100 jam lagi pukul

- a. 4
- b. 6
- c. 8
- d. 10

20. Bilangan yang berada pada nilai tempat satuan dari 7^{111} adalah

- a. 7
- b. 9
- c. 3
- d. 1