

## TUGAS SEMESTER GENAP TAHUN 2008/2009

**MATA KULIAH : MATEMATIKA KOMBINATORIK**  
**JURUSAN : (S1) PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**KELAS : A/B/C**  
**DOSEN : YAYA S. KUSUMAH**  
**BATAS WAKTU : 13 MEI 2009, PKL. 13.00**

### Soal-soal:

- Buktikan bahwa berlaku
  - $C(n, k) = C(n, n - k)$ .
  - $\sum_{k=0}^n C(n, k) = 2^n$ .
- Tentukan banyaknya penyelesaian bilangan bulat
  - $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ , jika  $0 \leq x_1 \leq 5$ ,  $1 \leq x_2 \leq 8$ ,  $x_3 \geq 0$ .
  - $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$ , jika  $0 \leq x_1 \leq 5$ ,  $0 \leq x_2 \leq 6$ ,  $0 \leq x_3 \leq 7$ ,  $0 \leq x_4 \leq 8$ .
- Selesaikan relasi berulang berikut ini:
  - $a_n = 2a_{n-2} - a_{n-1}$ ,  $a_1 = a_2 = 1$ .
  - $a_n = 3 + 2n + a_{n-1}$ ,  $a_1 = 1$ .
- Misalkan seorang anak memiliki  $n$  rupiah dan setiap harinya dia membeli jus jeruk seharga Rp. 8.000,-, jus tomat seharga Rp. 7.000,-, atau jus alpukat seharga Rp. 10.000,-. Jika  $H_n$  menyatakan banyaknya cara anak tersebut membelanjakan uangnya, perlihatkan bahwa
$$H_n = H_{n-1} + 2H_{n-2}.$$
- Sebuah barisan Fibonacci dinyatakan dengan  $f_n$ . Tunjukkan bahwa
$$f_{n+2}^2 = f_n f_{n+3} + f_{n+1}^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
- Misalkan  $A(n, k)$  menyatakan banyaknya fungsi *onto* dari himpunan dengan  $n$  anggota ke himpunan dengan  $k$  anggota. Tunjukkan bahwa  $A(n, k)$  memenuhi relasi berulang
$$A(n, k) = k^n - \sum_{i=1}^{k-1} C(k, i) A(n, i).$$
- Buktikan bahwa dalam tiap kumpulan 6 mata pelajaran pasti ada dua mata pelajaran yang terjadwal pada hari yang sama, jika tak ada pelajaran yang diselenggarakan di hari Sabtu.
- Sebuah laci lemari diisi selusin kaus kaki berwarna biru dan selusin kaus kaki berwarna coklat yang bercampur tidak berpasangan. Seorang anak mengambil beberapa kaus kaki tersebut dalam kegelapan malam.
  - Berapa kaus kaki harus diambil agar dia yakin bahwa paling sedikit dia memperoleh dua kaus kaki yang berwarna sama?
  - Berapa kaus kaki harus dia ambil agar paling sedikit diperoleh dua kaus kaki berwarna biru?
- Perlihatkan bahwa jika 7 bilangan dipilih dari 10 bilangan asli pertama, maka pasti terdapat paling sedikit dua pasang bilangan yang jumlahnya 11.
- Dalam sebuah kelompok yang terdiri atas 10 orang, di antara dua orang dalam kelompok tersebut saling merupakan teman atau saling merupakan musuh. Perlihatkan bahwa pasti terdapat tiga orang dalam kelompok tersebut yang saling merupakan musuh satu sama lain, atau empat orang yang saling merupakan teman satu sama lain, dan tiga orang yang saling merupakan musuh satu sama lain atau empat orang yang satu sama lainnya merupakan teman.