

HAND OUT
KEKONTINUAN FUNGSI
OLEH: FIRDAUS-UPI 0716

1. KEKONTINUAN FUNGSI DI SUATU TITIK

1.1 Definisi

Fungsi f dikatakan kontinu di c jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ dan $f(c)$ keduanya ada dan Sama, $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

1.2 Fungsi f dikatakan tidak kontinu (diskontinu) di bila

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ atau $f(c)$ tidak ada atau $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$

1.3 Fungsi f dikatakan diskontinu yang dapat dihapuskan (removable discontinuity) bila

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada dan $f(c)$ tidak ada. Atau bila $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$

1.4 Fungsi f dikatakan diskontinu tak dapat dihapuskan (esensial) bila $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ tidak ada.

1.5 Teorema

Jika f dan g dua fungsi yang kontinu di c , maka fungsi – fungsi $f+g$; $f-g$; $f.g$; f/g dengan $g(c) \neq 0$ kontinu di c .

1.6 Teorema

Suatu fungsi suku banyak kontinu di setiap bilangan

1.7 Teorema

Suatu fungsi rasional kontinu di setiap bilangan pada daerah asalnya.

2. KEKONTINUAN PADA SUATU SELANG

2.1 Definisi

Fungsi f kontinu pada selang terbuka S , jika dan hanya jika f kontinu disetiap titik pada selang S .

2.2 Definisi

Fungsi f kontinu kanan di c jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$

2.3 Definisi

Fungsi f kontinu kiri di c jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$.

2.4 Definisi

Fungsi f kontinu pada selang tertutup $[a,b]$ jika dan hanya jika f kontinu pada selang terbuka (a,b) , kontinu kanan di a dan kontinu kiri di b .

2.5 Teorema (Teo nilai antara)

Jika f kontinu pada selang tertutup $[a,b]$ dan $f(a) \neq f(b)$, maka untuk suatu k pada selang $(f(a), f(b))$ terdapat c pada (a,b) sehingga $f(c) = k$

2.6 CONTOH

Tentukan c dan k yang menjadikan fungsi f kontinu pada setiap titik pada $\mathbf{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2c & \text{jika } x < -2 \\ 3cx + k & \text{jika } -2 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2k & \text{jika } 1 < x \end{cases}$$

3. KEKONTINUAN FUNGSI TRIGONOMETRI

3.1 Teorema (Teorema Apit)

Misalkan fungsi f , g dan h terdefinisi pada suatu selang terbuka S yang memuat c kecuali mungkin di c sendiri, dan $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk setiap x pada selang S dengan $x \neq c$, jika $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = L$, maka $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = L$

3.2 Teorema

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

3.3 Teorema

Fungsi sinus kontinu di 0

3.4 Teorema

Fungsi kosinus kontinu di 0

3.5 Teorema

Fungsi sinus dan kosinus kontinu di setiap bilangan real

3.6 Teorema

Fungsi tangen, kotangen, sekan, dan kosekan kontinu pada daerah definisinya.

3.7 CONTOH

(i). Diketahui $|f(x) - 2| \leq 3(x-1)^2$ untuk setiap x , tentukan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(ii). Tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 7x}$$

(iii). Tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^5 2x}{4x^5}$$

(iv). Tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$$

(v). Tentukan

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}\pi} \frac{1 - \sin x}{\frac{1}{2}\pi - x}$$