

## 5. GERAK LURUS DAN LAJU PERUBAHAN

### 5.1 Definisi

Jika  $f$  suatu fungsi yang diberikan oleh persamaan  $s = f(t)$  dan suatu partikel bergerak sepanjang suatu garis lurus, sehingga  $s$  adalah jarak berarah dari suatu titik tetap pada garis pada  $t$  satuan waktu, maka kecepatan sesaat partikle pada  $t$  satuan waktu adalah  $v$  satuan kecepatan, di mana

$$v = f'(t) \quad \text{atau} \quad v = \frac{ds}{dt}, \text{ jika ada}$$

## 5.2 Definisi

Jika  $y = f(x)$ , maka laju perubahan sesaat dari  $y$  tiap satuan perubahan dalam  $x$  di  $c$  adalah  $f'(c)$ , atau yang ekuivalen dengan turunan dari  $y$  terhadap  $x$  di  $c$ , jika nilai turunan itu ada di sana.

### **5.3 Contoh**

**Sebuah bola dilemparkan vertikal ke atas dengan kecepatan awal 64 km/detik. Jika arah positif jarak dari titik awal dipilih keatas, persamaan gerak adalah  $s = -16t^2 + 64 t$ .**

**Tentukan**

- (i). Kecepatan sesaat pada akhir 1 detik**
- (ii). Laju bola pada akhir 1 detik dan pada akhir 3 detik.**

# 6. TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI

## 6.1 Teorema

Jika  $f(x) = \sin x$ ,

maka

$$f'(x) = \cos x$$

## 6.2 Teorema

**Jika  $f(x) = \cos x$**

**maka**

$$**f'(x) = -\sin x**$$

## 6.3 Teorema

Jika  $f(x) = \tan x$ ,

maka

$$f'(x) = \sec^2 x$$

## 6.4 Teorema

Jika  $f(x) = \cot x$ , maka  $f'(x) = -\operatorname{csc}^2 x$

## 6.5 Teorema

Jika  $f(x) = \sec x$ , maka

$$f'(x) = \sec x \tan x$$

## 6.6 Teorema

Jika  $f(x) = \operatorname{csc} x$ , maka

$$f'(x) = -\operatorname{csc} x \cot x$$

## 7.1 Teorema ( Aturan rantai )

Jika  $g$  adalah fungsi yang terdiferensialkan di  $x$  dan  $f$  terdiferensialkan di  $g(x)$ , maka fungsi komposisi  $f \circ g$  terdiferensialkan di  $x$  dan

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

# DIFERENSIASI IMPLISIT

## Ilustrasi

(i). Tentukan  $y' = dy/dx$  dari

$$x \sin y + y \cos x = 1$$

(ii). Tentukan  $dy/dx$  dari

$$x^2 y^3 = x^4 - y^4$$

## **TURUNAN TINGKAT TINGGI**

**Turunan tingkat adalah turunan kedua,  
ketiga dst**

**Turunan kedua adalah turunan  
pertama dari turunan pertama.**

**Turunan ketiga adalah turunan  
pertama dari turunan kedua**

**Contoh:**

**Tunjukkan  $d^2y/dx^2 = -2x/y^5$ ,  
bila  $x^3 + y^3 = 1$**

# DIFERENSIAL

## Definisi

Jika  $y = f(x)$ , maka diferensial dari  $y$  adalah  $dy = f'(x) dx$ , dengan  $x$  di dalam daerah definisi  $f'$  sedangkan  $dx$  adalah pertambahan sebarang dari  $x$ .

## Definisi

Jika  $y = f(x)$ , maka diferensial dari  $x$  adalah  $dx = x$ , dengan  $x$  di dalam daerah definisi  $f'$  sedangkan  $x$  adalah pertambahan sebarang dari  $x$ .

# Teorema

Jika  $y = f(x)$ , maka

$$dy = f'(x) dx,$$

bila  $f'(x)$  ada