GARIS SINGGUNG

1.1 Definisi

Misalkan fungsi f kontinu di c. Garis singgung (tangent line) pada kurva f di titik P(c,f(c)) adalah

(i). garis melalui P dengan kemiringan atau gradien m(c) yang diberikan oleh

m(c) = $\lim_{h\to 0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ **jika limit ini ada.**

(ii). garis x = c,

jika $\lim_{h \to 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ = + ∞

atau $\lim_{h \to 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ = -∞

2. TURUNAN

2.1 Definisi

Turunan fungsi f adalah fungsi yang nilainya di setiap bilangan sebarang c di dalam D_{f} diberikan oleh $f'(c) = \lim_{h \to 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$

Bila peran c+h di ganti dengan x atau x = c + h, maka bentuk di atas dapat dituliskan

$$f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

2.2 Notasi Turunan

(i). Lambang f’ untuk menyatakan turunan dikenalkan oleh matematikawan Perancis Joseph Louis Lagrange. f’(x) adalah nilai turunan fungsi disebarang titik x.

(ii). Bila (x,y) suatu titik pada kurva f, maka y = f(x) dan y’ = f’(x)

(iii). $\frac{dy}{dx}$ sebagai notasi turunan pertama dikenalkan oleh matematikawan Jerman Gottfried Wilhelm Leibniz dan bersamaan dengan Sir Isaac Newton.

3. KETERDIFERENSIALAN DAN KEKONTINUAN

3.1 Teorema

Jika fungsi f terdiferensialkan di c, maka f kontinu di c

3.2 Pertanyaan

(i). Bila f tidak terdiferensialkan di c atau f'(c) tidak ada, apakah f kontinu di c ?

(ii). Bila f tak kontinu di c, apakah f'(c) ada ?

(iii). Bila f kontinu apakah f terdiferensialkan di c ?

3.3 Definisi (turunan kanan)

Jika fungsi f terdefinisi di c, maka turunan kanan dari f di c adalah

$$f'_{+}(c) = \lim_{x \to c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \quad ,$$

jika limit ini ada

3.3 Definisi (turunan kiri)

Jika fungsi f terdefinisi di c, maka turunan kanan dari f di c adalah

$$f'_{-}(c) = \lim_{x \to c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \quad ,$$

jika limit ini ada

3.4 Teorema

Fungsi f terdiferensialkan di c jika dan hanya jika $f'_+ = f'_-$

4. TEOREMA DIFERENSIASI FUNGSI ALJABAR

4.1 Teorema

Jika k suatu konstanta dan f(x) = k untuk semua x, maka f’(x) = 0

4.2 Teorema

Jika n bilangan bulat dan $f(x) = x^n$, maka $f'(x) = nx^{n-1}$

4.3 Teorema

Jika k suatu konstanta dan $f(x) = k.g(x)$, maka $f'(x) = k.g'(x)$

4.4 Teorema

Jika $f(x) = g(x) + h(x)$, maka

$f'(x) = g'(x) + h'(x)$

4.5 Teorema

Jika $f(x) = g(x) - h(x)$, maka

$$f'(x) = g'(x) - h'(x)$$

4.6 Teorema

Jika $f(x) = g(x) \cdot h(x)$, maka

$$f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)\,h'(x)$$

4.7 Teorema

Jika f(x) = $\dfrac{g(x)}{h(x)}$ **,**

maka

f'(x) = $\dfrac{g'(x).h(x) - g(x).h'(x)}{[h(x)]^2}$ **.**

4.8 Contoh

Tentukan turunan pertama dari fungsi berikut;

(i). $f(x) = 5x^3 – 3x^2 + x + 4 – 7x^{-3}$

(ii). $f(x) = (4x^2-3x)(5x+4)$

(iii). $f(x) = \frac{4 - 7x}{3x + 9}$