

LIMIT DAN KEKONTINUAN FUNGSI DUA PEUBAH

DEFINISI

Misalkan f suatu fungsi dua peubah yang terdefinisi pada bola buka $B((x_0, y_0); r)$ kecuali mungkin di (x_0, y_0) sendiri. Maka limit $f(x, y)$ jika (x, y) mendekati (x_0, y_0) ditulis sebagai

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) = L$$

Jika dan hanya jika

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \exists, 0 < \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta \rightarrow |f(x, y) - L| < \varepsilon$$

DEFINISI

Misalkan f suatu fungsi yang terdefinisi pada S , suatu himpunan khusus dari titik-titik di R , dan misalkan (x_0, y_0) suatu titik timbun dari S , maka limit $f(x, y)$ jika (x_0, y_0) di S adalah L ditulis:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) = L$$

(P dalam S)

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \exists, 0 < \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \rightarrow |f(x,y) - L| < \varepsilon$$

dan (x,y) dalam S

TEOREMA

Misalkan f suatu fungsi dua peubah yang terdefinisi pada bola buka $B((x_0, y_0); r)$ kecuali mungkin di (x_0, y_0) sendiri.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = L$$

Bila S himpunan sebarang di $\mathbb{R}^2$ dgn (x_0, y_0) sebagai titik timbun maka

$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$ ada dan sama dengan L

(P dalam S)

TEOREMA

Bila fungsi f mempunyai limit-limit yang berlainan apabila (x,y) mendekati (x_0,y_0) melalui dua himpunan titik-titik yang berlainan, yang mempunyai (x_0,y_0) sebagai titik timbun, maka $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y)$ tidak ada

DEFINISI

Fungsi $z = f(x,y)$ kontinu di (a,b) jika dan hanya jika

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = f(a,b)$$

TEOREMA

Misalkan f dan g yang kontinu di (a,b) . Maka

- (i). $f+g$ kontinu di (a,b)
- (ii). $f-g$ kontinu di (a,b)
- (iii). fg kontinu di (a,b)
- (iv). f/g kontinu di (a,b) ,
asal $g(a,b) \neq 0$

TEOREMA

Fungsi polinom
dua peubah di
setiap titik $\mathbb{R}^2$

TEOREMA

Fungsi rasional dua variabel kontinu di setiap titik pada domainnya

TEOREMA

Misalkan f suatu fungsi satu variabel dan g suatu fungsi dua variabel. Misalkan pula $g(a,b)$. Maka fungsi komposisi $f \circ g$ kontinu di (a,b)