INTEGRAL LIPAT DUA

DEFINISI

Misalkan f terdefinisi pada daerah empat persegi panjang tertutup R

$$\lim_{\|\Delta\|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i,\gamma_i)\Delta_i A = L$$

Jika dan hanya jika $\forall\, \varepsilon > 0, \exists\, \delta > 0, \ni\ \|\Delta\| < \delta$, dan Untuk setiap $f(\xi_i,\gamma_i)$ dalam empat persegi panjang ke – i, i = 1,2,...,n berlaku

$$\left| \lim_{\|\Delta\|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i,\gamma_i)\Delta_i A - L \right| < \varepsilon$$

DEFINISI

Misalkan z = f(x,y) terintegralkan pada daerah persegi panjang tertutup R, jika f didefinisikan pada R dan L ada. L dinamakan integral lipat dua dari f pada R

$$\lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \gamma_i) \Delta_i A = \iint_R f(x,y)\, dA$$

NOTASI

INTEGRAL LIPAT DUA

$\iint_R f(x,y)\,dx\,dy$ **dan** $\iint_R f(x,y)\,dy\,dx$

TEOREMA

Jika $z = f(x,y)$ kontinu pada suatu daerah empat persegi panjang tertutup R , maka f terintegralkan pada R

TEOREMA

Misalkan $z = f(x,y)$ kontinu pada daerah persegi panjang tertutup R di bidang xy dan $f(x,y) \geq 0$ untuk semua (x,y) di R. Jika V adalah isi benda S dengan daerah R sebagai alasnya dan $f(x,y)$ sebagai tingginya di titik (x,y) di R, maka

$$V = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \gamma_i) \Delta_i A$$

$$V = \iint_R f(x, y)\, dA$$

TEOREMA

Jika c bilangan tetap f terintegralkan pada daerah tertutup R, maka cf terintegralkan pada R dan

$$\iint_R cf(x,y)\,dA = c\iint_R f(x,y)\,dA$$

TEOREMA

Jika f dan g terintegralkan pada daerah R, maka fungsi f+g terintegralkan pada R dan

$$\iint_R [f(x,y)+g(x,y)]dA =$$

$$\iint_R f(x,y)\, dA + \iint_R g(x,y)\, dA$$

TEOREMA

Misalkan f dan g terinteralkan pada daerah tertutup R dan $f(x,y) \geq g(x,y)$ untuk semua (x,y) di R, maka

$$\iint_R f(x,y)\, dA \geq \iint_R g(x,y)\, dA$$

TEOREMA

Misalkan $z = f(x,y)$ terintegralkan pada R, m dan M bilangan real, sehingga $m \leq f(x,y) \leq M$ untuk semua (x,y) di R. Jika A adalah luas daerah R, maka

$$mA \leq f(x,y)\, dA \leq MA$$

TEOREMA

Misalkan f kontinu pada daerah R yang terdiri atas dua daerah R_1 dan R_2 yang tidak mempunyai titik persekutuan kecuali titik-titik pada bagian batasnya. Maka

$$\iint_R f(x,y)\, dA = \iint_{R_1} f(x,y)\, dA + \iint_{R_2} f(x,y)\, dA$$