

1. BILANGAN REAL DAN KETAKSAMAAN

1.1 Sistem Bilangan Real terdiri dari:

Himpunan bilangan real **R** dan dua operasi yaitu operasi penjumlahan dan perkalian.

1.2 Definisi

Jika $a, b \in \mathbf{R}$

(i). $a < b$ jika dan hanya jika $b - a$ positif

(ii). $a > b$ jika dan hanya jika $a - b$ positif

1.3 Definisi

Jika $a, b \in \mathbf{R}$

(i). $a \leq b$ jika dan hanya jika $a < b$ atau $a = b$

(ii). $a \geq b$ jika dan hanya jika $a > b$ atau $a = b$

1.4 Teorema

(i). $a > 0$ jika dan hanya jika a positif

(ii). $a < 0$ jika dan hanya jika a negatif

1.5 Teorema

(i). Jika $a > 0$ dan $b > 0$, maka $a+b > 0$

(ii). Jika $a > 0$ dan $b > 0$, maka $ab > 0$

1.6 Teorema (Sifat Transitif)

Jika $a, b \in \mathbf{R}$ dan

Jika $a > b$ dan $b > c$, maka $a > c$

1.7 Teorema

Jika $a, b, c \in \mathbf{R}$,

(i). Jika $a < b$, maka $a + c < b + c$

(ii). Jika $a < b$, dan $c > 0$, maka $ac < bc$

(iii). Jika $a < b$ dan $c < 0$, maka $ac > bc$

1.8 Teorema

Jika $a < b$ dan $c < d$, maka $a + c < b + d$

1.9 CONTOH-CONTOH

Tentukan himpunan jawab ketaksamaan berikut;

(i). $5 + 6x < 9x + 13$

(ii). $8 < 6x - 4 \leq 20$

(iii). $\frac{21}{5x} > 3$

(iv). $\frac{3x}{x-4} < -5$

(v). $\frac{x+1}{2-x} < \frac{x}{3+x}$

(vi). $\frac{x^2+6x+9}{x^2-x-2} \geq 0$

2. NILAI MUTLAK

2.1 Definisi

Nilai mutlak dari x , dinyatakan dengan $|x|$, didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

2.2 Teorema

$|x| < a$ jika dan hanya jika $-a < x < a$, di mana $a > 0$.

2.3 Akibat

$|x| \leq a$ jika dan hanya jika $-a \leq x \leq a$, di mana $a > 0$.

2.4 Teorema

$|x| > a$ jika dan hanya jika $x > a$ atau $x < -a$, di mana $a > 0$

2.5 Akibat

$|x| \geq a$ jika dan hanya jika $x \geq a$ atau $x \leq -a$, di mana $a > 0$

2.6 Teorema

Jika a dan b adalah bilangan real, maka

$$|ab| = |a||b|$$

2.7 Teorema

Jika a dan b adalah bilangan real dan b tak nol, maka

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

2.8 Teorema (Ketaksamaan segitiga)

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

2.9 Teorema

$$|a - b| \leq |a| + |b|$$

2.10 Teorema

$$|a| + |b| \leq |a - b|$$

2.11 CONTOH – CONTOH

Tentukan himpunan jawab dari;

(i). $|2x - 5| = 9$

(ii). $|6x - 5| = |5x - 6|$

(iii). $\left| \frac{4x+7}{2x-5} \right| = 8$

(iv). $|11 - 3x| < 7$

(v). $|2x + 5| \geq |12 - 7x|$

3. FUNGSI

3.1 Definisi

Fungsi adalah himpunan pasangan terurut bilangan (x,y) , di mana tidak terdapat dua pasangan terurut yang berbeda tetapi bilangan pertamanya sama.

Himpunan semua x yang mungkin disebut daerah asal (daerah definisi)

Himpunan semua y yang dihasilkan disebut daerah hasil.

3.2 Definisi

Jika f adalah suatu fungsi, maka grafik fungsi f adalah himpunan titik-titik (x,y) di R^2 sehingga (x,y) merupakan pasangan terurut dari f .

3.3 Definisi

Diberikan dua fungsi f dan g :

Penjumlahan; $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

Selisih ; $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

Hasil kali ; $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

Hasil bagi ; $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$

3.4 Definisi

Diberikan dua fungsi f dan g , fungsi komposisi yang dinyatakan dengan $f \circ g$ didefinisikan oleh $(f \circ g)(x) = f(g(x))$, dan daerah asal $f \circ g$ adalah himpunan semua bilangan x di daerah asal g sehingga $g(x)$ di daerah asal f .

3.5 Definisi

(i). f disebut fungsi genap jika untuk setiap x di D_f , $f(-x) = f(x)$

(ii). f disebut fungsi ganjil jika untuk setiap x di D_f , $f(-x) = -f(x)$

3.6 Definisi

(i). $f(x) = |x|$ adalah fungsi nilai mutlak

(ii). $f(x) = \llbracket x \rrbracket$ adalah fungsi bilangan bulat terbesar.

3.7 CONTOH-CONTOH

(i). Nyatakan tanpa nilai mutlak $f(x) = |x - 2| - |x| + 2$ pada selang

a. $[2, +\infty)$ b. $[-3, 0)$ c. $[0, 2)$

(ii). Selidiki apakah fungsi ganjil, genap atau tidak keduanya

a. $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$ b. $g(x) = 5x^3 - 7x$.

(iii). Tentukan daerah definisi dan daerah hasil dari fungsi berikut;

a. $f(x) = 4 - 2x^2$ b. $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10}$ c. $\frac{2x^2+3x-9}{\sqrt{3x^2-14x-5}}$

(iv). Tentukan daerah definisi, daerah asal dan sketsa grafik fungsi berikut;

a. $f(x) = |3x - 2| - |x| - 5$ b. $g(x) = \llbracket 2x - 3 \rrbracket + x$