

Bab 4 Pemecahan Masalah Matematika

A. Pengertian Pemecahan Masalah

Sebuah soal pemecahan masalah biasanya memuat suatu situasi yang dapat mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak secara langsung tahu caranya. Jika seorang anak dihadapkan pada suatu masalah matematika dan anak tersebut langsung tahu cara menyelesaikannya dengan benar, maka masalah yang diberikan tidak dapat digolongkan pada kategori soal pemecahan masalah. Pada awal abad ke sembilan belas, pemecahan masalah dipandang sebagai kumpulan keterampilan bersifat mekanis, sistematis, dan seringkali abstrak sebagaimana keterampilan yang digunakan pada penyelesaian soal sistem persamaan. Penyelesaian masalah seperti ini seringkali hanya berlandaskan pada solusi logis yang bersifat tunggal (Kirkley, 2003).

Dengan adanya pengaruh teori belajar kognitif, maka terjadi pula perubahan pandangan terhadap makna pemecahan masalah yang mengarah pada aktivitas mental bersifat kompleks meliputi berbagai keterampilan dan aksi kognitif. Menurut Garofalo dan Lester (dalam Kirkley, 2003), pemecahan masalah mencakup proses berpikir tingkat tinggi seperti proses visualisasi, asosiasi, abstraksi, manipulasi, penalaran, analisis, sintesis, dan generalisasi yang masing-masing perlu dikelola secara terkoordinasi.

Pada tahun enam puluhan sampai tujuh puluhan, para ahli pendidikan matematika mencoba mengembangkan model pemecahan masalah umum untuk menjelaskan proses yang terjadi pada pemecahan masalah (Newel dan Simon, 1972; Polya, 1957; Bransford dan Stein, 1984). Para ahli mengembangkan model tersebut dengan asumsi bahwa keterampilan pemecahan masalah yang bersifat abstrak dapat ditransfer pada penyelesaian masalah dengan konteks berbeda. Salah satu contoh model pemecahan masalah umum adalah yang dikembangkan oleh Bransford yaitu meliputi langkah-langkah berikut: (1) identifikasi masalah, (2) mendefinisikan masalah melalui proses berpikir tentang masalah tersebut serta melakukan pemilihan informasi yang relevan, (3) eksplorasi solusi melalui pencarian alternatif, *brainstorming*, dan melakukan pengecekan dari berbagai sudut pandang, (4) melaksanakan alternatif strategi yang dipilih, dan (5) meriviu kembali dan

mengevaluasi akibat-akibat dari aktivitas yang dilakukan. Model ini pada dasarnya hampir serupa dengan model-model yang dikembangkan ahli lain. Walaupun telah lahir model pemecahan masalah kontemporer, akan tetapi model yang berkembang pada dekade ini sampai sekarang masih banyak dirujuk baik dalam konteks pemecahan masalah umum maupun dalam pemecahan masalah matematika.

B. Pentingnya Pemecahan Masalah

Tantangan kehidupan yang semakin kompleks mendorong para ahli pendidikan untuk berpikir dan bekerja keras dalam upaya membantu generasi muda menjadi pemecah masalah handal. Untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah seseorang, latihan berpikir secara matematis tidaklah cukup, melainkan perlu dibarengi pengembangan rasa percaya diri melalui proses pemecahan masalah sehingga memiliki kesiapan memadai menghadapi berbagai tantangan dalam kehidupan nyata. Para ahli percaya bahwa kemampuan berpikir dan keterampilan yang digunakan manusia dalam proses pemecahan masalah matematis, dapat ditransfer ke dalam berbagai bidang kehidupan (MacIntosh,2000). Selain itu, dalam dokumen *National Research Council* (1989), dinyatakan bahwa pengalaman-pengalaman yang diperoleh melalui proses pemecahan masalah matematis memungkinkan berkembangnya kekuatan matematis yang antara lain meliputi kemampuan membaca dan menganalisis situasi secara kritis, mengidentifikasi kekurangan yang ada, mendeteksi kemungkinan terjadinya bias, menguji dampak dari langkah yang akan dipilih, serta mengajukan alternatif solusi kreatif atas permasalahan yang dihadapi. Dengan demikian, pemecahan masalah matematis dapat membantu seseorang memahami informasi yang tersebar di sekitarnya secara lebih baik.

C. Tahap Proses Pemecahan Masalah

Dalam bukunya yang berjudul *How to Solve It*, Polya mengembangkan empat tahap proses pemecahan masalah yang kira-kira serupa dengan langkah-langkah berikut ini:

1. Memahami Masalah

- (1) Dapatkah Anda menyatakan masalah dalam kata-kata sendiri?
- (2) Apa yang Anda coba cari atau kerjakan?
- (3) Apa yang tidak diketahui?

(4) Informasi apa yang Anda dapatkan dari masalah yang dihadapi?

(5) Jika ada, informasi apa yang tidak tersedia atau tidak diperlukan?

2. Merencanakan Penyelesaian Masalah

Walaupun bukan merupakan keharusan, strategi berikut ini sangatlah berguna dalam proses pemecahan masalah.

(1) Mencari pola.

(2) Menguji masalah yang berhubungan serta menentukan apakah teknik yang sama bisa diterapkan atau tidak.

(3) Menguji kasus khusus atau kasus lebih sederhana dari masalah yang dihadapi untuk memperoleh gambaran lebih baik tentang penyelesaian masalah yang dihadapi.

(4) Membuat sebuah tabel.

(5) Membuat sebuah diagram.

(6) Menulis suatu persamaan.

(7) Menggunakan strategi tebak-periksa.

(8) Bekerja mundur.

(9) Mengidentifikasi bagian dari tujuan keseluruhan.

3. Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

(1) Melaksanakan strategi sesuai dengan yang direncanakan pada tahap sebelumnya.

(2) Melakukan pemeriksaan pada setiap langkah yang dikerjakan. Langkah ini bisa merupakan pemeriksaan secara intuitif atau bisa juga berupa pembuktian secara formal.

(3) Upayakan bekerja secara akurat.

4. Pemeriksaan Kembali

(1) Periksa hasilnya pada masalah asal (Dalam kasus tertentu, hal seperti ini perlu pembuktian).

(2) Interpretasikan solusi dalam konteks masalah asal. Apakah solusi yang dihasilkan masuk akal?

(3) Apakah ada cara lain untuk menyelesaikan masalah tersebut?

(4) Jika memungkinkan, tentukan masalah lain yang berkaitan atau masalah lebih umum lain dimana strategi yang digunakan dapat bekerja.

Eksplorasi Pola

Pencarian pola merupakan hal yang sangat menarik dalam matematika. Sebagai contoh, perhatikan fakta berikut ini.

$$\begin{aligned}
 1 \times 9 + 2 &= 11 \\
 12 \times 9 + 3 &= 111 \\
 123 \times 9 + 4 &= 1111 \\
 1234 \times 9 + 5 &= 11111 \\
 12345 \times 9 + 6 &= 111111 \\
 123456 \times 9 + 7 &= 1111111
 \end{aligned}$$

Dari fakta ini muncul pertanyaan: mengapa pola seperti ini bisa terjadi? Dari data-data yang tersedia, seringkali pola yang ditemukan bisa lebih dari satu macam. Sebagai contoh, jika kita diminta menentukan tiga suku berikutnya dari barisan berikut,

$$1, 2, 4, \dots, \dots, \dots$$

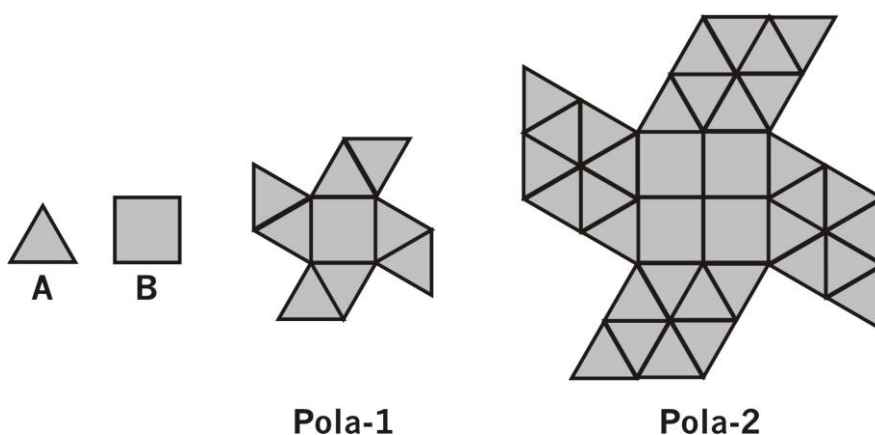
maka ada dua pola yang bisa ditemukan yaitu:

$$1, 2, 4, 7, 11, 16,$$

dan

$$1, 2, 4, 8, 16, 32,$$

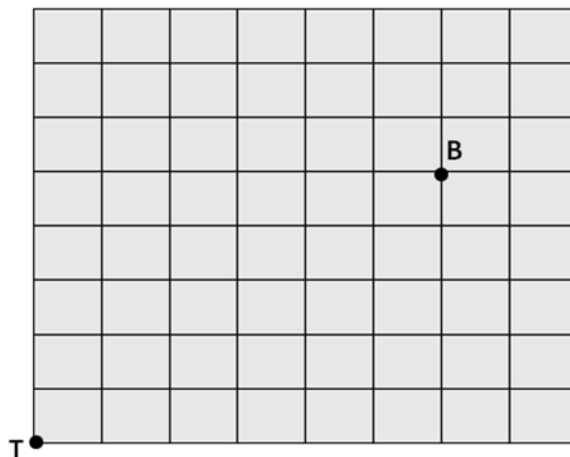
Pola-1 dan Pola-2 pada gambar di bawah ini dikonstruksi dari sejumlah segitiga A dan persegi B. Dapatkah Anda menentukan Pola-3, Pola-4, dan seterusnya? Adakah pola-pola lain yang bisa dikonstruksi? Jika Anda diminta mengkonstruksi pola-20, berapakah segitiga A diperlukan?



Proses Pemecahan Masalah

Pada bagian ini Anda diminta untuk mencoba menerapkan strategi pemecahan masalah seperti yang sudah dikemukakan sebelumnya pada penyelesaian masalah-masalah berikut:

- (1) Ketika matematikawan German Carl Gauss masih di sekolah dasar, gurunya memberikan sebuah soal yaitu menentukan jumlah 100 bilangan asli pertama. Guru berharap soal ini diselesaikan siswa dengan waktu yang cukup lama. Gauss ternyata mampu memberikan jawaban dengan sangat cepat segera setelah guru menyampaikan soalnya. Dapatkan Anda menjawab secara cepat soal ini? (strategi menemukan pola)
- (2) Tentukan sisa hasil bagi dari $13^{2007} : 10$. (strategi menemukan pola).
- (3) Jika 1 *dime* sama dengan 10 *penni* dan 1 *nickle* sama dengan 5 *penni*, ada berapa cara untuk memperoleh 25 *penni* dari tiga jenis pecahan uang tersebut? (strategi buat sebuah tabel)
- (4) Gambar di bawah ini menggambarkan situasi sebuah kota yang ditata dalam bentuk blok. T dan B menyatakan dua tempat di kota tersebut. Tentukan banyaknya rute yang mungkin ditempuh dari T ke B. (strategi uji kasus lebih sederhana)



- (5) Susunlah bilangan 1 sampai 9 pada sebuah tabel 3 x 3 seperti di bawah ini sehingga jumlah tiap kolom, baris, dan diagonal utama sama besar.



- (6) Sebuah barisan dibangun dari sejumlah batang korek api seperti gambar di bawah ini. Jika suku terakhir dari barisan tersebut memerlukan 67 batang korek api, tentukan banyaknya batang korek api keseluruhan untuk membangun barisan tersebut. (strategi masalah yang mirip)



- (7) Dani dan Maya melakukan permainan dengan menggunakan batang korek api. Dalam permainan tersebut, masing-masing memegang sebungkus korek api. Mereka saling bergantian menyimpan batang korek api sebanyak 1, 2, atau 3 buah ke dalam sebuah kotak yang sama. Orang yang berhasil menyimpan sejumlah batang korek api sehingga diperoleh jumlah 24, dinyatakan sebagai pemenang permainan tersebut. Bagaimana strategi Dani agar dia menjadi pemenang permainan tersebut? (strategi melangkah mundur)
- (8) Seorang petani bermaksud memagari kebunnya yang berbentuk persegi panjang. Petani tersebut menggunakan pagar bekas untuk memagari salah satu sisi kebun, dan tiga sisi lainnya akan dipagari dengan bahan baru sepanjang 244 m. Jika panjang kebun dua kali lebarnya, tentukan panjang pagar yang mengelilingi kebun keseluruhan. (strategi tulis sebuah persamaan)
- (9) Hari pertama dari pembelajaran matematika, 20 orang hadir di ruangan. Untuk menjalin keakraban, setiap orang melakukan jabat tangan satu kali dengan setiap orang. Tentukan banyaknya jabat tangan yang terjadi. (strategi gambar sebuah diagram)
- (10) Martanegara adalah seorang siswa pandai di kelasnya. Dia bertanya kepada gurunya sebagai berikut, "Saya berpikir tentang sebuah bilangan yang lebih kecil atau sama dengan 1000. Dapatkah Bapak menebak bilangan yang saya rahasiakan? Guru tersebut menjawab, "Bukan hanya saya bisa menebak bilangan yang anda rahasiakan, akan tetapi saya bisa menebak bilangan tersebut dengan cara mengajukan

pertanyaan tidak lebih dari 10 pertanyaan. Jika pertanyaan yang diajukan guru adalah pertanyaan dengan jawaban “ya” atau “tidak”, serta tidak ada kebohongan, maka bagaimanakah guru bisa begitu yakin bahwa pertanyaan yang diajukan tidak lebih dari sepuluh buah pertanyaan. (Strategi tebak dan periksa)