

H. Maman Suherman, Drs., M.Si

## FILE 15 : HANDOUT MATA KULIAH PENGANTAR TEORI STOKASTIK

### Pertemuan 3

Pokok materi : Ekspektasi matematik

Sub pokok materi: Ekspektasi matematik, Ekspektasi khusus, Ekspektasi bersyarat

Tujuan umum : Mahasiswa dapat memahami ekspektasi matematik

#### Uraian pokok perkuliahan

Definisi (Ekspektasi matematik)

Misalkan  $h(X)$  bentuk atau fungsi dalam  $X$ . Nilai ekspektasi dari  $h(X)$  ditulis  $E[h(X)]$ , adalah:

- Untuk  $X$  diskrit,  $E[h(X)] = \sum_x h(x)P(X = x)$
- Untuk  $X$  kontinu,  $E[h(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_h(x)$

Contoh:

Peubah acak  $X$  dengan  $F(x) = 0$  untuk  $x < 0$ ;  $1/8x^3$  untuk  $0 \leq x < 2$ ; dan  $1$  untuk  $x \geq 2$ . Jika  $h(X) = 2X-1$

Maka  $E[2X-1] = \int_{-\infty}^{\infty} (2x - 1)dF(x) = 2$ , atau  $E[2X-1] = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_h(x) = 2$ , dengan  $F_h(x) =$

$P[h(X) \leq x] = F[1/2(x+1)]$

Ekspektasi matematik khusus

Definisi:

- 1)  $\mu = E[X]$  adalah rerata dari  $X$
- 2)  $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2]$  adalah varians dari  $X$
- 3)  $\mu'_k = E[X^k]$  adalah momen ke  $k$  dari  $X$

- 4)  $\mu_k = E[(X-\mu)^k]$  adalah momen sentral ke k sekitar rerata dari X
- 5)  $Cov(X,Y) = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$  adalah kovarians dari X dan Y
- 6)  $\rho_{XY} = Cov(X,Y)/\sigma_X\sigma_Y$  adalah koefisien korelasi antara X dan Y

$$E[\sum_{i=1}^n X_i] = \sum_{i=1}^n E[X_i]$$

$$Var(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n var(X_i) + 2 \sum_{i < j} cov(X_i, X_j)$$

Fungsi pembangkit momen

Fungsi pembangkit momen dari X didefinisikan dengan  $M_X(t) = E[e^{tx}]$  jika ada  $h > 0$  sedemikian sehingga  $M_X(t)$  ada untuk  $-h < t < h$

Catatan:

Fungsi pembangkit momen dari X belum tentu ada !

Umumnya distribusi peluang peubah acak khusus memiliki rerata, varians, dan fpm.

Ekspektasi bersyarat

Definisi:

Sifat:

$$E[X] = E [ E[X/Y] ]$$

$$\text{Var}(X) = E[\text{var}(X/y) ] + \text{var}( E[X/y] )$$