Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Pendidikan Matematika dan IPA
Universitas Pendidikan Indonesia

ANALISIS REAL 1

Perkuliahan ini dimaksudkan memberikan kemampuan pada mahasiswa agar dapat memahami pernyataan-pernyataan matematika secara baik dan benar, berpikir secara logis, kritis dan sistematis, dan memberikan argumen secara benar dalam lingkup bilangan real.

Oleh: Kosim Rukmana

ANALISIS REAL 1

I. PENDAHULUAN
II. SISTEM BILANGAN REAL
III. BARISAN BILANGAN REAL

Oleh: Kosim Rukmana

I PENDAHULUAN

1.1 FUNGSI

1.2 INDUKSI MATEMATIK

1.3 HIMPUNAN BERHINGGA DAN HIMPUNAN TAK BERHINGGA

Oleh: Kosim Rukmana

II SISTEM BILANGANI REAL

2.1 SIFAT ALJABAR BILANGAN REAL

2.2 SIFAT URUTAN BILANGAN REAL

2.3 NILAI MUTLAK

2.4 SIFAT KELENGKAPAN BIL. REAL

2.5 APLIKASI SIFAT-SIFAT SUP DAN INF

2.6 INTERVAL TERSARANG

Oleh: Kosim Rukmana

III BARISAN BILANGAN REAL

3.1 BARISAN BIL. REAL DAN LIMITNYA

3.2 BEBERAPA TEOREMA LIMIT BAR.

3.3 BARISAN MONOTON

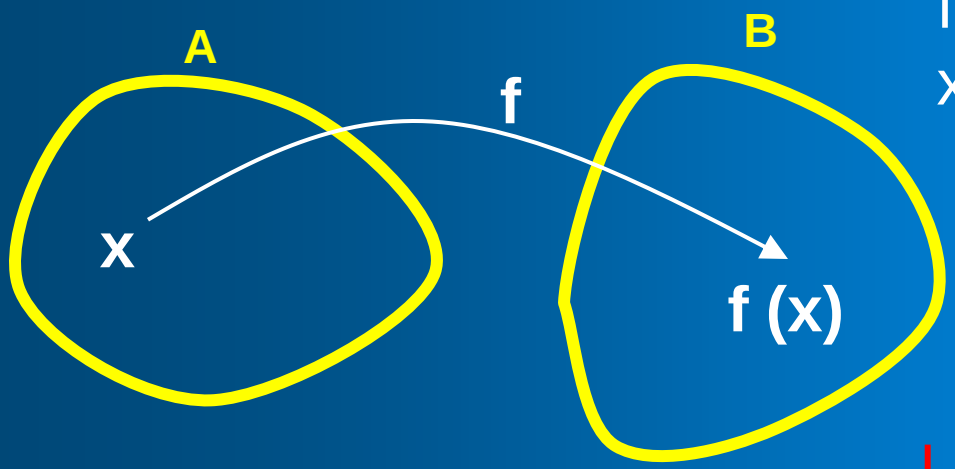
3.4 BARISAN BAGIAN DAN TEOREMA BOLZANO-WEIERSTRASS

3.5 KRITERIA CAUCHY

3.6 BARISAN DIVERGEN MURNI

Oleh: Kosim Rukmana

1.1 FUNGSI

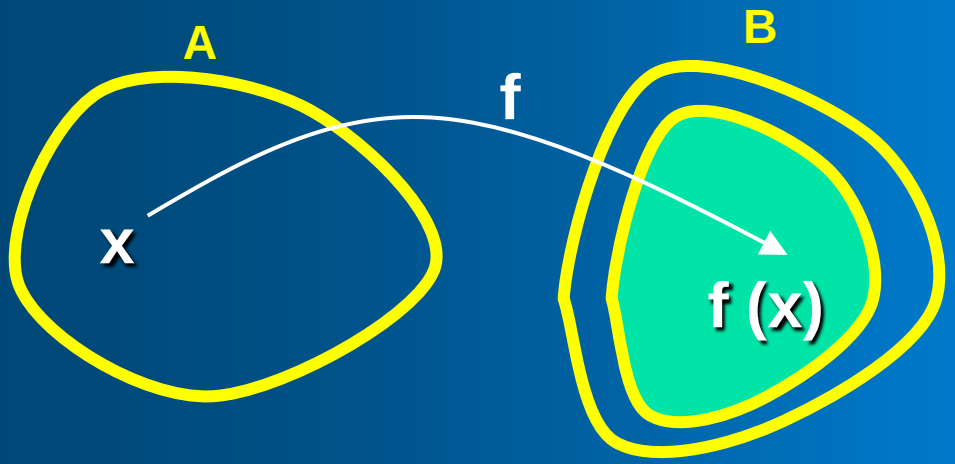


$f : A \to B$ fungsi $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A,$
$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_1)$

Latihan:

Tunjukkan bahwa relasi f dari R ke R dengan aturan $f(x) = x^3$ merupakan suatu fungsi

1.1 FUNGSI



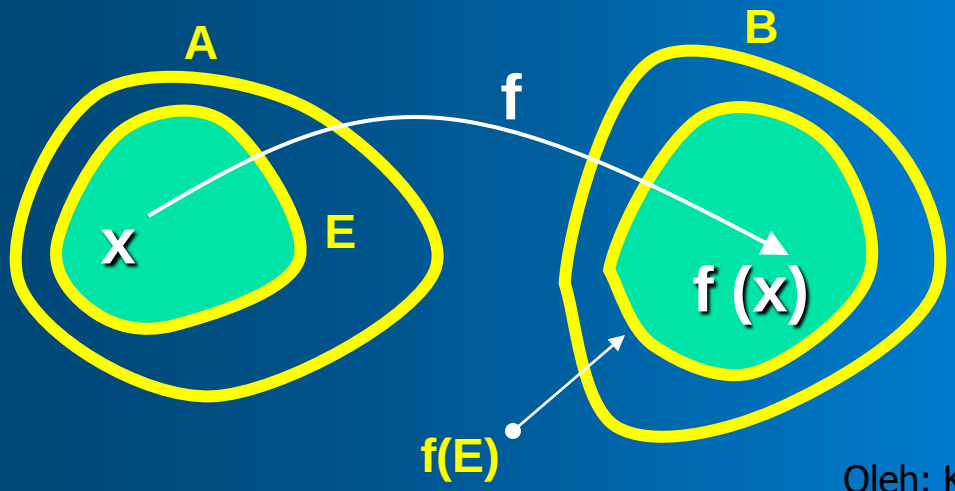
A = Domain Fungsi f = D_f

B = Kodomain Fungsi f

f(x) = peta dari x oleh f

Himpunan $\{ f(x) \mid x \in A \}$

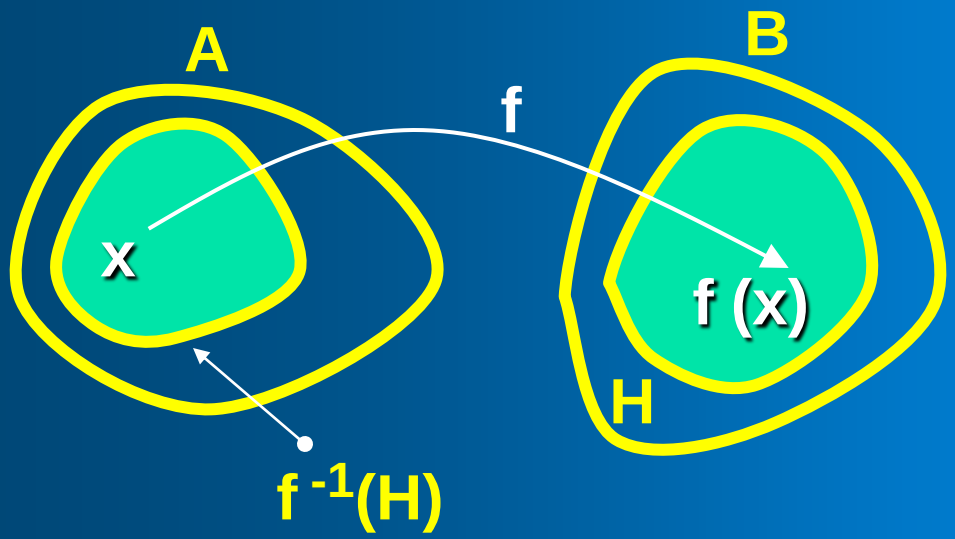
disebut Range f = R_f



$E \subseteq A$

$f(E) = \{ f(x) \mid x \in E \}$ disebut peta langsung dari E oleh f

1.1 FUNGSI



$H \subseteq B$

$f^{-1}(H) = \{ x \in A \mid f(x) \in H \}$

disebut peta invers dari H oleh f.

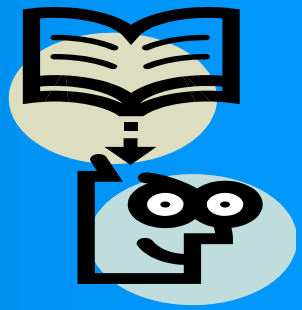
BAHAN DISKUSI

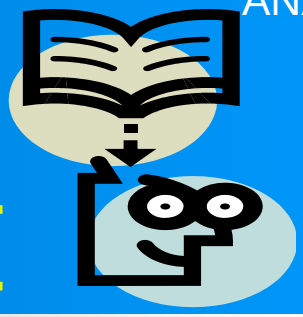
1. Diberikan fungsi f : A $\rightarrow$ B.

   A = { 1, 2, 3, 4 }, B = { 1, 2, 3 }, f(1) = 1, f(2) = 1 f(3) = 1, dan f(4) = 3

   Jika E = { 1, 2 }, F = { 3, 4 }, G = { 1, 2], H = {1}, K = B, L = { 2 }, tentukan:

   f(E), f(F), $f^{-1}(G)$, $f^{-1}(H)$, $f^{-1}(K)$, dan $f^{-1}(L)$.





BAHAN DISKUSI

2. Misalkan $f : R \rightarrow R$ suatu fungsi dengan aturan

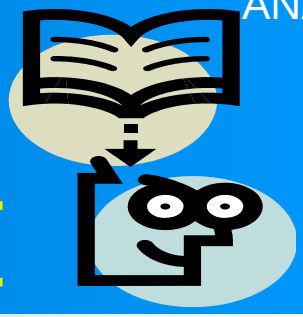
   $f(x) = 6x - x^2$

   (i) Jika $E = \{ x \mid 0 < x \leq 1 \}$, tentukan $f(E)$

   (ii) Jika $F = \{ x \mid 1 < x < 3 \}$, tentukan $f(F)$

   (iii) Jika $G = \{ x \mid 0 \leq x \leq 5 \}$, tentukan $f^{-1}(G)$

   (iv) Jika $H = \{ x \mid 5 < x < 9 \}$, tentukan $f^{-1}(H)$



BAHAN DISKUSI

3. Misalkan E dan F masing-masing himpunan bagian dari A sedangkan G, dan H masing-masing himpunan bagian dari B.

   Misalkan pula $f : A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi

   Tunjukkan:

   (i) $f(E \cap F) \subset f(E) \cap f(F)$

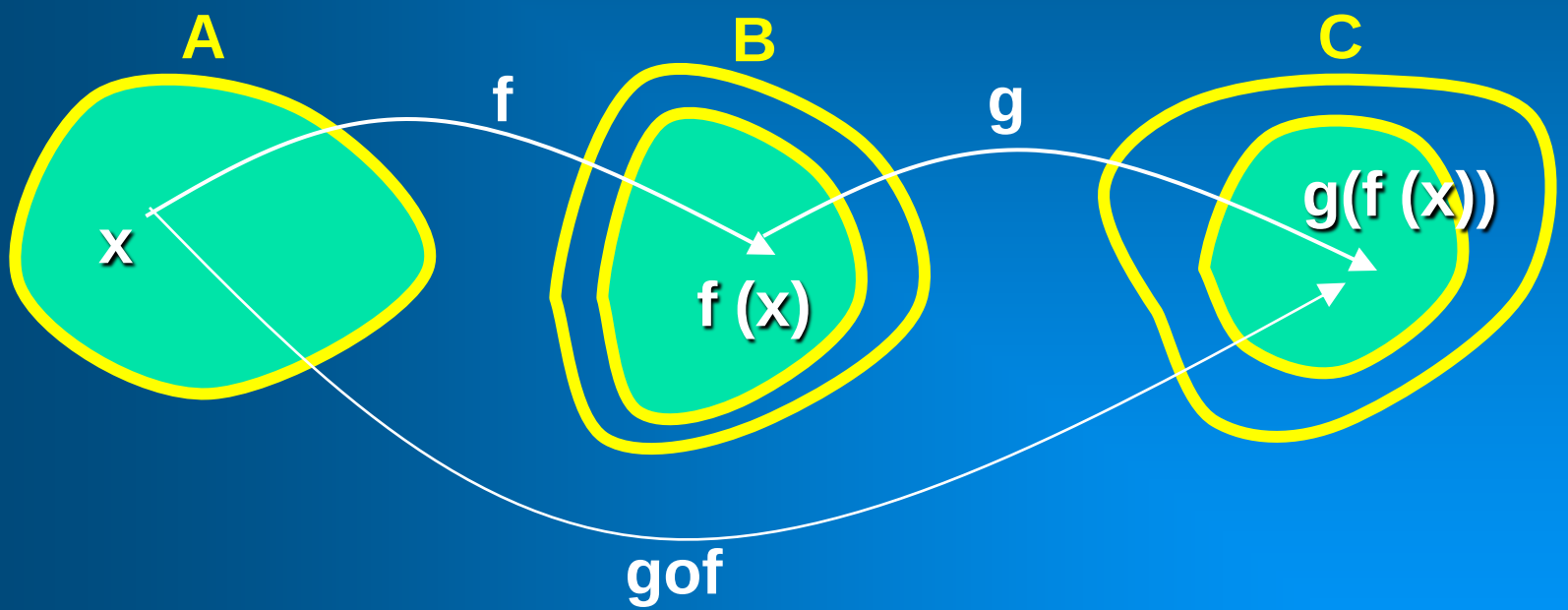
   (ii) $f^{-1}(G) \cup f^{-1}(H) = f^{-1}(G \cup H)$

   (iii) $E \subset f^{-1}(f(E))$ dan tunjukkan dengan contoh, bahwa $E \neq f^{-1}(f(E))$

Macam-macam Fungsi

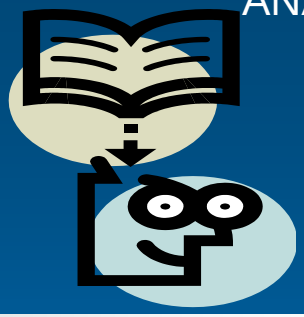
1. Fungsi $f : A \to B$ injektif (satu-satu) jhj $\forall x_1, x_2 \in A$
   $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
   Tuliskan dalam bentuk kontrapositif !
2. Fungsi $f : A \to B$ surjektif (onto) jhj $f(A) = B$
   Tuliskan dengan kalimat yang lebih operasional !
3. Fungsi $f : A \to B$ bijektif jhj f injektif dan surjektif
4. Misalkan $f : A \to B$ injektif
   $g = \{ (b, a) \in B \times A \mid (a, b) \in f \}$ disebut fungsi invers dari f dengan domain $D_g = R_f$ dan $R_g = A$
   g dinyatakan oleh f^{-1}

Macam-macam Fungsi



Buatlah definisi dari fungsi komposisi gof !

Oleh: Kosim Rukmana



BAHAN DISKUSI

1. (i) Berikan contoh yang menunjukkan bahwa $gof \neq fog$

   (ii) Berikan contoh yang menunjukkan $f \neq g$ tetapi $gof = fog$

2. Jika $f : A \to B$ dan $g : B \to C$ masing-masing injektif, tunjukkan bahwa komposisi $gof : A \to C$ juga injektif

3. Misalkan $f : A \to B$ dan $g : B \to C$

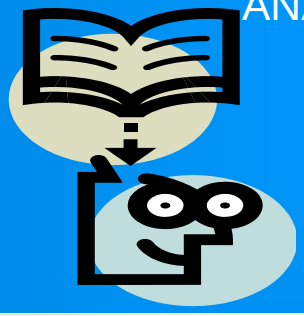
   Jika $D \subseteq C$, tunjukkan bahwa:

   $(gof)^{-1}(D) = f^{-1}(g^{-1}(D))$

1.2 INDUKSI MATEMATIK

I. Misalkan S himpunan bagian dari N
Jika S mempunyai sifat:
(i) $1 \in S$
(ii) jika $k \in S$, maka $(k + 1) \in S$
maka S = N

2. Jika P(n) pernyataan tentang bilangan asli n, dan
(i) P(1) benar
(ii) Jika P(k) benar, maka P(k+1) benar
maka P(n) benar untuk setiap $n \in N$



BAHAN DISKUSI

Dengan menggunakan induksi matematik I atau II, buktikan ketidaksamaan Bernoulli berikut ini:

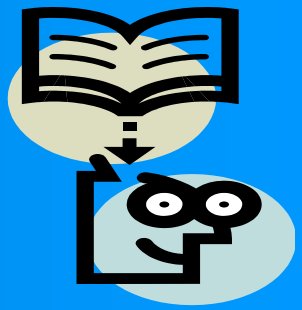
Jika $x > -1$, maka $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, $\forall\, n \in N$

1.3 Himpunan Berhingga dan Himpunan Tak Berhingga

1. Himpunan S disebut mempunyai n unsur jhj terdapat pemetaan bijektif dari himpunan $N_n = \{ 1, 2, \ldots, n \}$ ke himpunan S
2. Himpunan S disebut berhingga jhj salah satu kondisi berikut dipenuhi: $S = \varnothing$ atau S mempunyai n unsur untuk suatu $n \in N$
3. Himpunan S disebut tak berhingga jhj himpunan S bukan merupakan himpunan berhingga.

1.3 Himpunan Berhingga dan Himpunan Tak Berhingga

4. Himpunan S disebut terbilang jhj terdapat pemetaan bijektif dari N ke S
5. Himpunan S disebut terhitung jhj salah satu dari berikut dipenuhi: S berhingga atau S terbilang.
6. Himpunan S disebut tak terhitung jhj S bukan merupakan himpunan terhitung.

BAHAN DISKUSI

1. Tunjukkan himpunan semua bilangan bulat Z dan himpunan semua bilangan rasional Q masing-masing terbilang.