

CONTOH SOAL –SOAL RESPONSI
Analisis Real I

1. Buktikan: $(\frac{1}{2}(a+b))^2 \leq \frac{1}{2}(a^2+b^2)$; $\forall a, b \in \mathbb{R}$
2. Buktikan: $(\frac{1}{2}(a+b))^2 = \frac{1}{2}(a^2+b^2) \Leftrightarrow a = b$
3. Jika $x, y, z \in \mathbb{R}$ dan $x \leq z$, tunjukkan bahwa:
 $x < y < z \Leftrightarrow |x-y| + |y-z| = |x-z|$
4. Tentukan H P dari pertidaksamaan:
 $|x| + |x+1| < 2$
5. Tentukan dan sket himpunan pasangan terurut $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ yang memenuhi:
 $|x| + |y| \leq 1$
6. Misalkan $S = \{1 - (-1)^n/n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Carilah $\sup S$ dan $\inf S$.
7. Misalkan $S \subseteq \mathbb{R}$, $S \neq \emptyset$ dan S adalah himpunan berhingga. Tunjukkan bahwa S memuat supremum dan infimumnya (dapat digunakan Induksi Matematik).
8. Misalkan $S \subseteq \mathbb{R}$, $S \neq \emptyset$. Tunjukkan bahwa $u \in \mathbb{R}$ adalah batas atas dari S jika dan hanya jika $t \in \mathbb{R}$, $t > u$ mengakibatkan $t \notin S$.
9. Misalkan $S \subseteq \mathbb{R}$, $S \neq \emptyset$. Tunjukkan bahwa $u = \sup S \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}$ bilangan $u - 1/n$ bukan batas atas dari S tetapi bilangan $u + 1/n$ batas atas dari S .
10. Misalkan A dan B masing-masing himpunan bagian dari \mathbb{R} dan keduanya terbatas di \mathbb{R} .
Misalkan $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$.
Buktikan: $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$
11. Jika $I = [a, b]$ dan $I_1 = [a_1, b_1]$ masing-masing adalah interval tertutup di \mathbb{R} , tunjukkan bahwa:
 $I \subseteq I_1 \Leftrightarrow a_1 \leq a$ dan $b \leq b_1$

CONTOH
Ujian Tengah Semester Genap 20../20..

Mata Kuliah : ANALISIS REAL I
Hari / Tgl :
Waktu : 120 menit

Soal:

1. Misalkan $a > 0$, $b > 0$.
Jika $a < b$, tunjukkan $a^n < b^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$

2. Misalkan $x, y \in \mathbb{R}$
Jika $|x + y| = |x| + |y|$, tunjukkan $xy \geq 0$

3. a) Diberikan definisi:
“ Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$. A disebut terbatas di \mathbb{R} jika dan hanya jika terdapat $a, b \in \mathbb{R}$ sehingga $a \leq x \leq b$, $\forall x \in A$.”
Berdasarkan definisi di atas, tuliskan definisi untuk himpunan A yang tak terbatas !

b) Misalkan $A \subseteq \mathbb{R}$, $B \subseteq \mathbb{R}$, A, B masing-masing terbatas di \mathbb{R}
(b.1) Tunjukkan $A \cup B$ terbatas di \mathbb{R}
(b.2) Jika $\sup A \geq \sup B$, tunjukkan $\sup (A \cup B) = \sup A$.

4. Jika $I_n = (n, +\infty)$, $n \in \mathbb{N}$, tunjukkan : $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n = \emptyset$