

MATEMATIKA SEBAGAI PEMECAHAN MASALAH

C. JACOB

Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI

Jl. DR. Setiabudhi 229, Bandung 40154

Email: cjacob@upi.edu

ABSTRAK

Pemecahan masalah adalah mutlak dalam kehidupan sehari-hari. Dalam kenyataan, sebagian besar pekerjaan membutuhkan suatu jenis pemecahan masalah – apakah kita sebagai seorang manajer, mekanik mobil, dokter, guru, konselor, atau berberapa jabatan lainnya. Proses pemecahan masalah merupakan aktivitas mental yang membentuk suatu inti yang disebut “berpikir.” Selanjutnya, dalam pemecahan masalah sangat dibutuhkan cara berpikir yang sistematis, logis, kritis, matematis, kreatif, dan konstruktif. Tujuan utama dari makalah ini adalah untuk membantu guru matematika memperbaiki dan meningkatkan keterampilan pemecahan-masalah, dan strategi pemecahan masalah matematis.

Kata Kunci: Algoritma, dan Heuristic.

1. Pengantar

Pada suatu pertemuan informal, seorang ilmuwan sosial bertanya kepada seorang profesor matematika, “Apakah tujuan utama dari mengajar matematika?” (“What’s the the main goal of teaching mathematics?”). Profesor matematika itu menjawab, “pemecahan masalah” (“problem solving”). Kemudian matematisi itu kembali bertanya, “Apakah tujuan utama dari mengajar ilmu sosial?” (“What is the main goal of teaching the social scieces?”) Sekali lagi, jawabannya adalah “pemecahan masalah” (“problem solving”) (Musser & Burger, 1994: 3).

Semua matematisi, insinyur, ilmuwan sosial, ahli hukum, dokter, manajer perusahaan, dan jabatan lainnya yang berhasil adalah “pemecah masalah terbaik” (“good problem solvers”). Meskipun, masalah yang dihadapi setiap orang berbeda, tetapi ada elemen-elemen yang sama dan suatu struktur utama yang dapat membantu untuk mendukung pemecahan masalah. Karena pentingnya pemecahan masalah universal itu, kelompok profesional terutama dalam pendidikan matematika, the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), mereka merekomendasikan 1980 dalam: “An Agenda for Action” bahwa **“pemecahan masalah terfokus pada matematika sekolah dalam 1980-an.”**

The National Council of Teachers of Mathematics 1989 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics menghendaki meningkatkan perhatian kepada “mengajar pemecahan masalah dalam matematika K-8.” Bidang penekanan termasuk masalah ‘kata’,

‘aplikasi’, ‘pola-pola’, dan ‘hubungan’, ‘open-ended problem’, dan menyatakan situasi masalah secara ‘verbal’, numerik’, ‘grafik’, ‘geometri’, atau ‘simbolik.’

2. Ciri-Ciri Matematika

Apakah pemecahan masalah, penalaran, dan pengomunikasian memainkan peranannya dalam kurikulum matematika? Bagaimana pertanyaan ini dijawab bergantung pada keyakinan kita tentang ciri matematika (Schoenfeld, 1992; Baroody, 1993 dalam Jacob, 1998: 6).

Pandangan Tradisional. Sebagian besar orang berpikir bahwa matematika hanya sebagai suatu kumpulan informasi. Banyak menyamakan matematika dengan aritmetika: Suatu kumpulan sejumlah fakta-fakta, aturan-aturan aritmetika, formula-formula, dan prosedur komputasional. Matematisi yang dikenal luas, dipandang sebagai bakat individu yang diatur sebagai pemilik cabang pengetahuan ini, dan yang dapat memiliki cabang pengetahuan ini, misalnya, melakukan kalkulasi dengan keahlian yang luar biasa.

Pandangan Reflektif. Dalam kenyataan, matematika lebih banyak lagi daripada banyaknya mata pelajaran. Matematika pada dasarnya adalah suatu “metode penyelidikan” (“method of inquiry”): Suatu cara berpikir tentang dunia, mengorganisasikan pengalaman kita, dan pemecahan masalah. Matematika dalam batinnya (at heart), suatu upaya untuk menentukan pola-pola. Malahan, matematika telah digambarkan sebagai ilmu (science) dan bahasa pola-pola (Steen, 1990a; Baroody, 1993 dalam Jacob, 1998: 6).

Seperti setiap ilmu, mengerjakan matematika membutuhkan penalaran dan pengomunikasian. Pengomunikasian penting, karena matematika dalam kenyataannya, suatu aktivitas usaha sosial, matematisi membangun masing-masing karya lainnya dan seringkali berkarya dalam tim untuk menyelesaikan suatu masalah. Singkatnya, pemecahan masalah, penalaran, dan pengomunikasian merupakan alat yang sangat mendasar untuk penyelidikan matematis—ilmu dan bahasa pola-pola.

3. Pengembangan Berpikir Matematis

Bagaimana pengajaran meningkatkan keterampilan pemecahan masalah, penalaran, dan pengomunikasian? Bagaimana pertanyaan ini dijawab bergantung pada keyakinan kita tentang proses belajar (Schoenfeld, 1992; Baroody, 1993 dalam Jacob, 1998: 7).

Pandangan Tradisional. Sebagian besar orang, termasuk banyak guru, yakin bahwa belajar pada dasarnya merupakan suatu proses menerima atau pasif. Siswa dipandang sebagai tidak mengetahui dan belajar dipandang sebagai suatu proses informasi yang diperlukan yang sangat mengasyikkan. Peranan siswa adalah untuk “menunggu tugas” (stay on task)—sukar

mendengarkan dan sangat rajin mempraktikkan apa yang telah mereka butuhkan untuk diketahui. Dalam suatu pandangan tradisional, bagaimanapun, untuk menyelesaikan masalah, alasan, dan komunikasi—jika diajarkan semua—dibutuhkan sebagai informasi yang siswa perlukan untuk diingat.

Pandangan Reflektif. Penelitian kognitif masa kini mengusulkan bahwa pengetahuan bermakna dan dapat digunakan adalah bukan hanya yang mengasyikkan, tetapi secara aktif dikonstruksi. Dalam pandangan ini, suatu pengertian matematika dan cara berpikir matematis tidak dapat dibebankan pada siswa, tanpa dari siswa, tetapi harus secara aktif dibangun dari dalam diri siswa itu sendiri dan oleh siswa itu sendiri. Penelitian masa kini juga menyatakan bahwa siswa bukan sama sekali tidak mengerti atau bukasn sebagai daftar kosong apabila mereka mulai sekolah. Khususnya, semua siswa remaja dapat dipertimbangkan memiliki pengetahuan matematis melalui kehidupan sehari-hari. Implikasi untuk pengajaran adalah siswa perlu secara aktif dalam pemecahan masalah, penalaran, dan pengomunikasian, dianjurkan untuk menggunakan pengetahuan informasi yang merupakan kemampuan kuantitas yang mengagumkan dari belajar berpikir sendiri secara regular.

4. Ciri-Ciri Pengajaran

Pandangan Tradisional. Secara tradisional, pengajaran elementer terfokus pada penguasaan keterampilan dasar: fakta-fakta, formula-formula, dan prosedur komputasional yang diperlukan untuk studi matematika tinggi atau menjadi suatu anggota masyarakat produktif. Dalam kasus tradisional, guru merupakan sumber yang berwewenang dari pengetahuan ini dan siswa secara pasif menghafal apa yang didiktekan. Penghafalan merupakan sebagian besar yang diunggulkan dengan melakukan sejumlah lembaran kerja tertulis—seringkali tanpa refleksi atau pengertian.

Singkatnya, bagaimana matematika secara tradisiuonal diajarkan untuk mendorong siswa sebagai “pengikut-aturan” (“rule-follower”) ang terikat, daripada “pemikir bebas” (“independent thinker”).

Pandangan Reflektif. Ada bermacam-macam konsensus di mana sekolah akan merubah fokus siswa dari menghafal keterampilan dasar kepada pengembangan pengertian dan pemecahan masalah (NCTM, 1989; Baroody, 1993: 1-3). Tabel 1, membandingkan suatu pendekatan konseptual dan pendekatan pemecahan masalah dengan pendekatan tradisional untuk mengajar matematika. Dalam Tabel 1 tercatat bahwa “pendekatan konseptual” (suatu kebermaknaan-konten) dan inkonsistensi dengan “pendekatan pemecahan masalah” (proses). Malahan, pendekatan konseptual dan pendekatan pemecahan-masalah dapat diintegrasikan.

Untuk mengembangkan berpikir matematis dan otonomi untuk menyelesaikan tantangan masalah matematis, siswa perlu mengerjakan matematika (National Research Council, 1989, 1990 dalam Baroody, 1993: 1-3). Mengerjakan matematika di sini tidak berarti mengerjakan barisan dan barisan dari “masalah” komputasional. Hal ini membutuhkan: (1) menyelesaikan tantangan masalah; (2) menyelidiki pola-pola; (3) memfokuskan perkiraan terarah dan mengeceknya; (4) menggambarkan konklusi (penalaran); dan (5) mengomunikasikan (Baroody, 1993: 1-3).

5. Pengajaran Pemecahan Masalah

Pada bagian ini, kita menguji cara pemecahan masalah berbeda yang dapat digabungkan ke dalam pengajaran, kunci untuk mengembangkan keterampilan pemecahan-masalah, tipe masalah dan penggunaannya, dan bagaimana seorang guru dapat mengembangkan suatu keinginan untuk digunakan dalam pemecahan masalah.

Pendekatan untuk Menggunakan Masalah. Bagaimana pemecahan masalah tergabung ke dalam pengajaran?

Tiga Pendekatan Berbeda. Secara pembelajaran, masalah dapat digunakan dalam tiga cara yang sangat berbeda (Schoenfeld & Lester, 1989; Stanic & Kilpatrick, 1989).

1. Mengajar melalui pemecahan masalah. Pendekatan ini terfokus pada menggunakan pemecahan masalah sebagai suatu makna untuk mengajar konten materi pelajaran. Selain itu membantu sebagai suatu sarana untuk mempraktikkan keterampilan komputasional dasar, masalah sering digunakan untuk menunjukkan bagaimana konten dihubungkan dengan dunia nyata. Pemecahan masalah juga digunakan untuk memperkenalkan dan membangkitkan diskusi tentang suatu topik. Masalah kadang-kadang digunakan untuk memotivasi siswa untuk studi dan menguasai konten. Satu cara ini adalah melakukan dengan menyajikan suatu masalah pada permulaan dari suatu unit dengan menunjukkan siswa apa yang mereka mampu untuk menyelesaikan dengan mempelajari unit itu. Cara lain adalah dengan menggunakan masalah rekreasional untuk menunjukkan bagaimana keterampilan belajar-sekolah dapat digunakan dalam cara yang dapat memikat perhatian orang.

2. Mengajar tentang pemecahan masalah. Pendekatan ini meliputi pengajaran langsung tentang strategi pemecahan-masalah umum. Ini biasanya memerlukan penjelasan dan/atau mengilustrasikan model pemecahan masalah empat-fase Polya (1973) (atau suatu variasi dari empat-langkah itu) dan heuristic khusus untuk melaksanakan empat fase itu. Sebenarnya, teknik pemecahan-masalah seperti heuristic menggambarkan suatu gambar diberlakukan

sebagai konten materi-pelajaran. Buku teks sekarang ini hanya mulai dengan menggunakan masalah untuk mengajar siswa tentang strategi pemecahan-masalah umum.

3. Mengajar untuk pemecahan masalah. Pendekatan ini terfokus pada “mengajar strategi pemecahan-masalah umum dengan memberikan siswa secara aktual kesempatan untuk menyelesaikan masalah.” Yakni, siswa belajar bagaimana untuk menggunakan pendekatan pemecahan-masalah empat-fase Polya dan heuristic pemecahan-masalah selama proses menyelesaikan masalah yang menantang.

6. Apakah Pemecahan Masalah Matematis?

Biasanya dalam studi sistem matematika, **masalah** merupakan objek studi utama dan pertama (Jacob, 1998: 1). Demikian pula, dalam memperhatikan pemecahan masalah. Pemecahan masalah dibedakan antara **latihan, masalah, dan teka-teki** (Jacob, 1998: 10). Untuk menyatakan pemecahan masalah perlu menetapkan apakah ada suatu masalah, dan ada tantangan. Dalam Webster’s New Twentieth Century Unabridged Dictionary (1983: 1434) mengajukan dua definisi berbeda tentang **masalah** sebagai berikut:

- (1) “In mathematics, a problem is anything required to be done or that requires the doing of something.”
- (2) “A problem is a question ... that is perplexing or difficult.”

Latihan. Definisi pertama kamus Ms. Wise mencatat: “equates a problem with an assignment” (“menyamakan suatu masalah dengan tugas”). Guru biasanya memperkenalkan suatu prosedur atau formula dan, kemudian melakukan praktik sejumlah **tugas masalah** komputasional. Apabila seseorang selesai suatu strategi untuk menentukan solusi terhadap suatu tugas, maka banyak pendidik matematika lebih senang menyebut sebagai **tugas** suatu latihan.

Masalah. Secara aktual, pengertian kedua dari kamus Ms. Wise lebih teliti menangkap telaah dari masalah yang diperankan oleh matematisasi. Sedangkan, istilah masalah dalam penggunaan sehari-hari dibandingkan dengan suatu tugas yang memerlukan suatu strategi dalam solusinya.

Teka-Teki. Suatu masalah, selanjutnya dapat dinyatakan sebagai suatu situasi yang menimbulkan teka-teki yang berupa masalah tersebut membutuhkan: (1) suatu keinginan untuk mengetahui sesuatu; (2) kekurangan suatu cara tertentu untuk menentukan suatu solusi;

dan (3) suatu dukungan untuk menentukan solusi (Charles & Lester, 1982 dalam Jacob, 1998: 11).

7. Konsep Dasar Pemecahan Masalah Matematis

Di antara banyak konsep dasar yang muncul dalam literatur pemecahan masalah adalah:

(a) komponen suatu masalah; (b) algoritma dan heuristic; dan (c) masalah terdefinisi-baik dan masalah tak terdefinisi-baik (Jacob, 2000: 445).

Komponen suatu Masalah. Setiap masalah paling sedikit ada tiga komponen:

(1) diberikan (given)—suatu informasi yang ditentukan apabila masalah itu disajikan; (2) tujuan (goal)—tujuan akhir yang ingin dicapai; dan (3) operasi ((operation) —tindakan yang dapat dilakukan untuk mencapai atau mendekati tujuan (Glass, Holyoak, & Santa, 1979; Wielkelgren, 1974; Ormrod, 1995 dalam Jacob, 2000: 445). Selain itu, ada juga yang menyajikan empat komponen dasar dalam menyelesaikan suatu masalah: (1) tujuan, atau deskripsi yang merupakan suatu solusi terhadap masalah; (2) deskripsi objek-objek yang relevan untuk mencapai suatu solusi sebagai sumber yang dapat digunakan, pemecah masalah, dan setiap perpaduan atau pertentangan yang dapat tercakup; (3) himpunan operasi, atau tindakan yang diambil untuk membantu mencapai solusi; dan (4) himpunan pembatas yang tidak harus dilanggar dalam menyelesaikan masalah (Glass & Holyoak, 1986: 365-366).

Algoritma dan Heuristic. Ada masalah yang didekati dengan menggunakan suatu himpunan operasi spesifikasi yang selalu berperan untuk suatu solusi yang benar. Misalnya, masalah membagi 1024 dengan 32 dapat diselesaikan dengan menggunakan satu dari dua prosedur: (1) menggunakan metode pembagian panjang sesuai perintah, atau (2) menggunakan kalkulator. Salah satu prosedur pendekatan itu menghasilkan solusi yang benar, yaitu, 32. Prosedur khusus, prosedur langkah demi langkah untuk menyelesaikan masalah itu, disebut “**algoritma.**”

Tidak semua masalah dapat diselesaikan dengan algoritma. Dalam situasi seperti itu, orang menggunakan pendekatan lain untuk menyelesaikan masalah—dikenal sebagai “**heuristic**”, termasuk strategi penyelesaian masalah umum, aturan menonjol (rule of thumb), dan terkaan terbaik (best guesses) yang didasarkan pada pengalaman lalu dengan masalah serupa.

Masalah Terdefinisi-baik lawan Masalah Takterdefinisi-baik. Masalah-masalah besar perlu didefinisikan. Banyak teorist telah menemukan perbedaan yang sangat berguna antara

masalah terdefinisi-baik dan masalah takterdefinisi-baik (misalnya, Eysenck & Keane, 1990; Frederiksen, 1984a; Reitman, 1964, 1965; Simon, 1973, 1978; dalam Ormrod, 1995: 383). Hasil temuan mereka antara lain, bahwa perbedaan yang secara aktual merefleksikan suatu kontinum dari struktur masalah terdefinisi-baik, tujuan diberikan ditekankan secara jelas; semua informasi yang diperlukan adalah untuk menyelesaikan masalah yang disajikan, dan algoritma yang ada berperan untuk suatu solusi yang benar. Sedangkan, masalah yang takterdefinisi-baik, tujuan yang ditentukan bermakna ganda, informasi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah adalah kurang, tidak ada algoritma yang relevan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Selanjutnya, masalah yang terdefinisi-baik sering hanya memiliki satu solusi yang benar, sedangkan masalah yang takterdefinisi-baik sering memiliki beberapa solusi yang dapat diterima. Misalnya, masalah membagi 1024 dengan 332 adalah masalah terdefinisi-baik, sedangkan masalah pembatasan militer adalah masalah takterdefinisi-baik.

8. Tipe-Tipe Masalah Matematis

Staf MPSP (Mathematical Problem Solving Project) mengklasifikasikan masalah dalam empat dimensi: (1) susunan dan struktur matematis (mathematical setting and structure); (2) kompleksitas matematis (mathematical complexity); (3) konten matematis (mathematical content); dan (4) strategi yang dapat diaplikasikan (strategies applicable).

Sedangkan Kulm (1979) mengklasifikasikan masalah matematis atas empat kategori utama variabel tugas: (1) konten matematis (mathematical content); (2) konteks nonmatematis (nonmathematical context); (3) struktur matematis (mathematical structure); dan (4) variabel proses heuristik (heuristic process variable).

9. Dimensi-Dimensi Kompleksitas Masalah Matematis

Dimensi-dimensi kompleksitas masalah matematis meliputi: (1) kompleksitas pernyataan masalah; (2) kompleksitas pemfokusan proses; (3) kompleksitas proses solusi; dan (4) kompleksitas evaluasi dan generalisasi (Lesh & Landau, 1983: 234).

10. Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pemecahan Masalah Matematis

Faktor-faktor yang mempengaruhi pemecahan masalah matematis adalah: (1) latar belakang matematis; (2) pengalaman sebelumnya dengan masalah serupa; (3) kemampuan membaca; (4) ketekunan; (5) toleransi untuk kemenduaan; dan (6) kemampuan keruangan, umur, dan seks.