

ALJABAR LOGIKA (EKUIVALENSI PROPOSISIONAL)

Drs. C. Jacob, M.Pd

Email: cjacob@upi.edu

SUATU TIPE PENTING DR LANGKAH YG DIGUNAKAN DLM SUATU ARGUMEN MATEMATIS ADALAH “MENEMPATKAN KEMBALI” SUATU PERNYATAAN DGN PERNYATAAN LAIN DGN NILAI KEBENARAN YG SAMA. KRN INI METODE YG MENGHASILKAN PROPOSISI DGN NILAI KEBENARAN YG SAMA SEPERTI PROPOSISI MAJEMUK YG DIBERIKAN, DIGUNAKAN SECARA EKSTENSIF DLM KONSTRUKSI ARGUMEN MATEMATIS.

MARILAH KITA DISKUSIKAN SUATU KLASIFIKSI PROPOSISI MAJEMUK MENURUT NILAI KEBENARANNYA YG MUNGKIN.

DEF: SUATU PROPOSISI MAJEMUK YG SELALU BENAR, BUKAN MATERI APA NILAI KEBENARAN PROPOSISI YG TERJADI DIDLMNYA, INI DISEBUT “TAUTOLOGY.” PROPOSISI YG SELALU SALAH DISEBUT “KONTRADIKSI.” SEDANGKAN PROPOSISI YG BUKAN TAUTOLOGY & JUGA BUKAN KONTRADIKSI DISEBUT “KONTINGENSI/KONTINGEN” (“CONTINGENCY/CONTINGENT”).

CONTOH 1: $p \vee \neg p \leftrightarrow T$ (TAUTOLOGY) (LIH. TABEL KEBENARAN)

CONTOH 2: $p \wedge \neg p \leftrightarrow F$ (KONTRADIKSI) (LIH. TABEL KEBENARAN)

CONTOH 3: SILAHKAN BERIKAN CONTOH KONTINGENSI!!!

CATATAN:

- 1. SIMBOL $\rightarrow, \supset$ MENYATAKAN “IMPLIKASI”**
- 2. SIMBOL $\leftrightarrow$ MENYATAKAN “BIIMPLIKASI”**
- 3. SIMBOL $\Leftrightarrow$ MENYATAKAN “EKUIVALENSI LOGIS”**

- 1. SIMBOL $\Rightarrow$ MENYATAKAN “IMPLIKASI”**
- 2. SIMBOL $\Leftrightarrow$ MENYATAKAN “BIIMPLIKASI”**
- 3. SIMBOL $\equiv$ MENYATAKAN “EKUIVALENSI LOGIS”**

EKUIVALENSI LOGIS (LOGICAL EQUIVALENCES)

PROPOSISI MAJEMUK YG SELALU MEMILIKI NILAI KEBENARAN YG SAMA DISEBUT “EKUIVALEN SECARA LOGIS” (“LOGICALLY EQUIVALENT”)

DEF: PROPOSISI p DAN q DISEBUT “EKUIVALEN SECARA LOGIS” JIKA $p \leftrightarrow q$ ADALAH SUATU TAUTOLOGY. NOTASI $p \leftrightarrow q$ MENYATAKAN BHW p DAN q “EKUIVALEN SECARA LOGIS”

CATATAN: $p \equiv q$ (p DAN q “EKUIVALEN SECARA LOGIS”) (SUMBER LAIN)

CONTOH 4: TUNJUKKAN BHW $\neg(p \vee q)$ DAN $\neg p \wedge q$ EKUIVALEN SECARA LOGIS. EKUIVALENSI INI ADALAH SALAH SATU DARI “DE MORGAN’S LAW” UTK PROPOSISI.

CONTOH 5: TUNJUKKAN BHW $p \rightarrow q$ DAN $\neg p \vee q$ ADALAH “EKUIVALEN SECARA LOGIS.”

CONTOH 6: TUNJUKKAN BHW PROPOSISI $p \vee (q \wedge r)$ DAN $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ EKUIVALEN SECARA LOGIS INI ADALAH “HUKUM DISTRIBUTIF DR DISJUNSI ATAS KONJUNSI.

CONTOH 7: TUNJUKKAN BAHWA “HUKUM DISTRIBUTIF DARI KONJUNSI ATAS DISJUNSI ADALAH “EKUIVALEN SECARA LOGIS.”

TABLE 1. EKVIVALENSI LOGIS (LOGICAL EQUIVALENCES)	
EQUIVALENCE	NAME
$p \wedge T \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	IDENTITY LAWS
$p \vee T \Leftrightarrow T$ $p \wedge F \Leftrightarrow F$	DOMINATION LAWS
$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	IDEMPOTENT LAWS
$\neg \neg p \Leftrightarrow p$	DOUBLE NEGATION LAW
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	COMMUTATIVE LAWS
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	ASSOCIATIVE LAWS
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	DISTRBTIV LAWS
$\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg (p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$	DE MORGAN'S LAWS
$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	ABSORPTION LAWS

TABLE 2. SOME USEFUL LOGICAL EQUIVALENCES
$p \vee \neg p \Leftrightarrow T$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$ $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

EKVIVALENSI DLM TABLE 1, & JUGA SETIAP EKVIVALENSI LOGIS LAINNYA YG TELAH DITETAPKAN (SEPerti TABLE 2) DPT DIGUNAKAN UTK KONSTRUKSI EKVIVALENSI LOGIS TAMBAHAN

CONTOH 8: TUNJUKKAN BHW $\neg (p \vee (\neg p \wedge q))$ DAN $\neg p \wedge \neg q$ EKVIVALEN SECARA LOGIS

SOLUSI:

CARA I: GUNAKAN TABEL KEBENARAN

CARAI: KEMBANGKAN SEDERETAN EKVIVALENSI LOGIS, DGN GUNAKAN SALAH SATU EKVIVALENSI DLM TABLE 1 PD SUATU SAAT, MULAI DGN $\neg (p \vee (\neg p \wedge q))$ & BERAKHIR DGN $\neg p \wedge \neg q$

$$\begin{aligned}
\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) &\Leftrightarrow \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \text{ (DE MORGAN'S LAWS II)} \\
&\Leftrightarrow \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q] \text{ (DE MORGAN'S LAWS I)} \\
&\Leftrightarrow \neg p \wedge (p \vee \neg q) \text{ (DOUBLE NEGATION LAWS)} \\
&\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \text{ (DISTRIBUTIVE LAWS)} \\
&\Leftrightarrow F \vee (\neg p \wedge \neg q) \text{ (KRN } \neg p \wedge p \Leftrightarrow F) \\
&\Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \text{ (Q.E.D)}
\end{aligned}$$

CONTOH 9: TUNJUKKAN BHW $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ ADALAH SUATU "TAUTOLOGY"

SOLUSI:

CARA I: GUNAKAN TABEL KEBENARAN

CARA II: GUNAKAN SDRTN EKVIVALENSI LOGIS

$$\begin{aligned}
(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) &\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q) \text{ (DGN CONTOH 5)} \\
&\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q) \text{ (DE MORGAN'S LAWS I)} \\
&\Leftrightarrow (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q) \text{ (ASS.&COMM FOR DISJU)} \\
&\Leftrightarrow T \vee T \text{ (CONTOH 1 & COMM FOR DISJUNC)} \\
&\Leftrightarrow T \text{ (DOMINATION LAW)}
\end{aligned}$$