

## RELATIVITAS

Arif hidayat

Gerak suatu benda hanya berarti jika dipandang terhadap kerangka acuan tertentu. Tidak ada gerak yang mutlak, semua gerak bersifat *relatif*. Contohnya, seorang penumpang kereta api yang sedang duduk di dalam kereta api yang bergerak meninggalkan stasiun dapat dikatakan diam bila kerangka acuannya adalah kereta api. Akan tetapi, penumpang yang sedang duduk itu justru dikatakan bergerak jika kerangka acuannya adalah stasiun. Siapa yang benar? Apakah dalam kasus tersebut hukum-hukum fisika masih berlaku? Bagaimana pula jadinya jika kereta melejit secepat cahaya?

### RELATIVITAS NEWTON

Hukum pertama Newton (hukum Inersia) tidak membedakan antara partikel yang diam dan partikel yang bergerak dengan kecepatan konstan. Jika tidak terdapat gaya luar-bersih yang bekerja, partikel tersebut tetap akan berada pada keadaan awalnya—diam atau bergerak dengan kecepatan awalnya (lembam)..

Sebuah koin dijatuhkan oleh seseorang yang berada dalam sebuah mobil yang sedang bergerak. Pada kerangka acuan  $S$  (pengemudi mobil), ketika koin dijatuhkan terlihat koin jatuh vertikal ke bawah. Sedangkan dalam kerangka acuan  $S'$  (Pengamat yang diam diluar mobil) koin mengikuti suatu kurva lintasan parabola karena koin tersebut memiliki kecepatan awal  $V$  ke kanan. Berdasarkan ilustrasi tersebut dapat disimpulkan bahwa Hukum Newton berlaku untuk kerangka acuan  $S$  dan  $S'$ . Kerangka acuan dimana hukum Newton berlaku disebut **kerangka acuan Inersia**. Kerangka acuan inersia adalah suatu kerangka acuan yang berada dalam keadaan diam atau bergerak terhadap acuan lainnya dengan kecepatan konstan pada suatu garis lurus. Kerangka acuan inersia tidak mengalami percepatan dan tidak berotasi.

Jika kita memiliki kerangka acuan inersia yang bergerak dengan kecepatan konstan relatif terhadap yang lainnya seperti  $S$  dan  $S'$ , tidak ada percobaan mekanika yang dapat memberitahu kita bagian mana yang diam dan bagian mana yang sedang bergerak atau keduanya bergerak. Hasil ini dikenal dengan prinsip **relativitas Newton**, yaitu hukum – hukum Newton tentang gerak dan persamaan gerak suatu benda tetap sama dalam semua kerangka acuan inersia, sedangkan kecepatan benda tidak mutlak tapi bersifat relatif.

Prinsip ini dikenal oleh Galileo, Newton dan yang lainnya pada abad ke 17. Akan tetapi, pada akhir abad ke 19. Pandangan ini telah berubah. Sejak itu umumnya dipikirkan bahwa relativitas Newton tidak berlaku lagi dan gerak mutlak dapat dideteksi dalam prinsip pengukuran kecepatan cahaya.

### ➤ **Kegagalan Relativitas Klasik**

Pandangan tentang alam, yang berasal dari Galileo mengatakan bahwa:

- Ruang dan waktu adalah mutlak
- Setiap percobaan yang dilakukan dalam kerangka acuan (pengamatan) kita barulah bermakna fisika apabila dapat dikaitkan dengan percobaan serupa yang dilakukan dalam kerangka acuan mutlak, yaitu suatu sistem koordinat kartesius semesta yang padanya tercantumkan jam-jam mutlak . Contoh pada asas kelembaman (inersia) Galileo, mengatakan bahwa *sebuah benda yang diam cenderung diam kecuali jika padanya dikenakan gaya luar*. Bila kita mencoba menguji asas ini dalam sebuah kerangka acuan yang mengalami percepatan, seperti sebuah mobil yang berhenti secara mendadak, atau sebuah komidi putar yang berputar dengan sangat cepat, kita akan dapati bahwa asas ini tidak berlaku (dilanggar). Jadi *hukum I Newton (kelembaman), tidak berlaku dalam kerangka acuan yang mengalami percepatan*, kecuali dalam kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan konstan. Kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan konstan disebut *kerangka acuan lembam (inersial)*. Peristiwa-peristiwa yang diamati dari berbagai kerangka lembam dapat tampak berbeda bagi masing-masing pengamat dalam tiap kerangka itu. Perbandingan pengamatan-pengamatan yang dilakukan dalam berbagai kerangka lembam memerlukan sebuah perumusan yang disebut *transformasi Galileo*, yang mengatakan bahwa *kecepatan (relatif terhadap tiap kerangka lembam) mematuhi aturan jumlah yang paling sederhana*.

## **TRANSFORMASI GALILEO**

Prinsip relativitas yang digunakan para fisikawan klasik adalah berdasarkan *transformasi Galileo*. Transformasi ini bermanfaat untuk memeriksa pertanyaan yang telah dilontarkan sebelumnya tentang kondisi hukum-hukum fisika dalam kerangka acuan yang berbeda. Dalam hal ini, kita memerlukan suatu *kerangka acuan inersial*, yaitu kerangka acuan di mana hukum pertama Newton berlaku. Dengan kata lain,

kerangka inersial adalah suatu kerangka yang berada dalam keadaan diam atau bergerak dengan kecepatan konstan terhadap kerangka acuan lainnya pada suatu garis lurus. Selain kerangka acuan inersial, sebenarnya ada juga kerangka noninersial, yaitu kerangka acuan yang berada dalam keadaan dipercepat terhadap kerangka lainnya. Kerangka acuan noninersial digunakan dalam perumusan teori relativitas umum sehingga tidak akan kita bahas sekarang.

Andaikan suatu kejadian fisika berlangsung dalam sebuah kerangka inersial, maka lokasi dan waktu kejadian dapat dinyatakan dengan koordinat  $(x, y, z, t)$ . Pada gambar 1.1 terdapat dua kerangka acuan inersial  $O$  dan  $O'$ . Kerangka  $O$  diam sementara kerangka  $O'$  bergerak dengan kecepatan tetap  $\mathbf{v}$ , dimisalkan dalam arah  $+x$ .

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jika kedua kerangka melakukan pengamatan terhadap suatu objek pada keadaan awal yang sama, yaitu saat  $O$  dan  $O'$  mula-mula berimpit, maka kedua kerangka akan terpisah sejauh  $vt$  setelah waktu  $t$  tertentu. Seperti yang terlihat pada gambar 1, kita dapat tuliskan

TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Karena tidak terdapat gerak relatif dalam arah  $y$  dan  $z$ , diperoleh

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dan dengan anggapan waktu bersifat mutlak, maka

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture

Persamaan (1) sampai (4) inilah yang disebut dengan transformasi Galileo. Dari rangkaian persamaan tersebut, kita bisa menurunkan hubungan kecepatan objek yang diukur masing-masing kerangka, yaitu dengan mendiferensiasikan  $x'$ ,  $y'$ , dan  $z'$  terhadap waktu ( $t$ ):

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jika kita lakukan diferensiasi satu kali lagi, diperoleh

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dan secara umum dalam bentuk vektor,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### SOAL 1

Kereta meninggalkan stasiun dengan kelajuan tetap sebesar 60 km/jam. Penumpang di dalam kereta bergerak terhadap kereta dengan kelajuan 1 km/jam. Berapakah laju penumpang relatif terhadap stasiun?

**Penyelesaian:**

Bayangkanlah stasiun sebagai kerangka  $O$  dan kereta sebagai kerangka  $O'$ . Stasiun bergerak dalam arah  $+x$ . Dengan demikian, laju kereta terhadap stasiun adalah  $v = 60$  km/jam dan laju penumpang terhadap kereta ( $O'$ ) adalah  $v_{x'} = 1$  km/jam. Untuk menentukan laju penumpang relatif terhadap stasiun ( $v_x$ ), gunakan persamaan (5),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

## SOAL 2

Dua buah perahu A dan B bergerak menyusuri sungai yang laju arusnya  $v$  masing-masing dengan kelajuan konstan  $c$  terhadap air. Perahu A bergerak secara menyilang (tegak lurus aliran sungai) diamati oleh pengamat yang diam di tanah dan setelah menempuh jarak  $d$ , perahu A kemudian kembali lagi ke posisi awalnya. Sementara itu perahu B juga melakukan hal yang sama, namun pengamat di tanah melihatnya bergerak sejajar aliran sungai. Tentukanlah perbandingan waktu yang dibutuhkan perahu A dan perahu B ketika menyusuri sungai!

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Penyelesaian:

Misalkan kerangka acuan  $O$  adalah tanah dan kerangka acuan  $O'$  adalah air sungai yang bergerak dengan kelajuan  $v$ . Untuk memudahkan, bayangkanlah kalau di tanah ada pengamat yang diam, sementara pada air sungai yang bergerak juga ada orang yang mengamati perahu A dan B.

Agar perahu A dapat bergerak menyilang aliran sungai, maka ia harus bergerak agak miring (perhatikan gambar 3).

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dengan demikian, kelajuannya terhadap kerangka  $O'$ , yaitu sebesar  $c$ , akan terbagi menjadi 2 komponen pada sumbu- $x$  ( $v_{x'}$ ) dan sumbu- $y$  ( $v_{y'}$ ). Sementara itu, kelajuannya menurut pengamat di tanah (kerangka  $O$ ) adalah  $v_x = 0$  sehingga berdasarkan persamaan (5) kita akan peroleh  $v_{x'} = -v$ . Dalam perjalanannya yang bolak-balik itu, perahu A akan menempuh jarak  $2d$  dengan kelajuan  $v_{y'}$  terhadap air sungai.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Sekarang untuk perahu B, pertama-tama ia akan bergerak searah aliran sungai sehingga kelajuannya menurut pengamat di sungai adalah  $v_{x'} = c$ . (Ingat, kelajuan air sungai  $v$  dianggap mendefinisikan arah  $x$  positif). Sedangkan saat perahu B berbalik arah,

kelajuannya menurut pengamat di sungai menjadi  $v_{x'} = -c$ . Dengan menggunakan persamaan (5), kita selanjutnya bisa tentukan kelajuan perahu B menurut pengamat di tanah, yaitu

saat pergi :  $v_x = c + v$  ; saat kembali :  $v_x = c - v$

Dan waktu total yang dibutuhkan perahu B pulang pergi menjadi

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

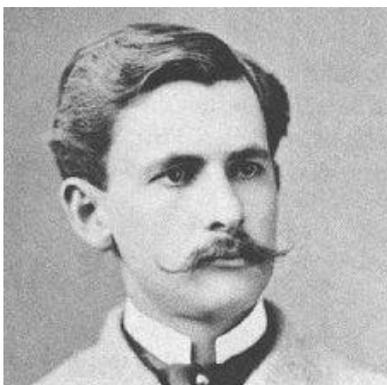
Dengan demikian, perbandingan waktu tempuh perahu A dan B adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

## **EKSPERIMEN MICHELSON-MORLEY**

sebuah teori terpadu yang disebut teori elektromagnetik. Namun teori yang dikukuhkan pada 1865 tersebut masih mengganggu banyak fisikawan masa itu. Sumber gangguan tersebut adalah keberadaan eter sebagai zat perantara gelombang elektromagnetik. Eter sebagai medium rambat gelombang elektromagnetik mempunyai sifat yang sangat sulit dibayangkan secara fisika. Sebagai perantara cahaya (gelombang transversal), eter semestinya berkelakuan seperti zat padat. Akan tetapi, sepertinya tidak masuk akal juga jika cahaya harus dirambatkan dalam zat padat sehingga saat itu diandaikan saja bahwa eter itu bersifat sangat halus. Kendati masih samar-samar, para fisikawan menerima begitu saja ide eter tersebut. Mereka sulit menerima kenyataan bila ada gelombang tanpa medium.

Dalam konteks persoalan ini, kelajuan cahaya  $c$  menjadi masalahnya. Kita ambil pengandaian dengan pengukuran kecepatan bunyi di udara memanfaatkan transformasi Galileo. Misalkan saja, kita mengukur kecepatan suara di udara sambil diam dan mendapat nilai 330 m/s. Tapi ketika kita mengukurnya sambil bergerak dengan kecepatan 20 m/s mendekati sumber suara, akan didapatkan nilai yang berbeda, yaitu 350 m/s. Nilai kecepatan suara tergantung pada gerakan sumber maupun pengamat. Dalam perumusan lain, kecepatan suara tergantung pada kerangka acuan yang dipakai. Apakah hal yang sama terjadi pada cahaya? Seandainya benar berarti jika pengamat bergerak terhadap eter, maka ia akan mendapati nilai  $c$  yang berbeda.



Tahun 1887, Albert A. Michelson (1852-1931) bersama rekannya Edward Morley (keduanya dari negeri “Paman Sam”) menemukan suatu cara untuk menyelidiki ketergantungan kecepatan cahaya terhadap pengamat. Dengan memanfaatkan interferensi cahaya, mereka yakin bisa mengetahui perubahan nilai kecepatan cahaya secara sangat teliti.

Perbedaan sekecil 1 per 1010 pun katanya masih bisa diukur dengan perangkat buatan mereka. Alat yang mereka buat itu dinamakan interferometer. Sampai sekarang, metode ini masih dimanfaatkan untuk mempelajari sifat interferensi gelombang (cahaya).



QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Di dalam rangkaian interferometer, terdapat 2 buah cermin yang diletakkan saling tegak lurus. Di bagian tengahnya, terdapat sebuah cermin separo perak (*beam splitter*) yang jika diletakkan pada sudut  $45^\circ$  terhadap cermin 1 (*fixed mirror*) dan cermin 2 (*moveable mirror*) dapat membagi sinar datang menjadi 2 bagian secara tegak lurus. Salah satu sinar akan mengarah ke cermin 1, sedangkan yang lainnya mengarah ke cermin 2.

Awalnya Michelson-Morley menganggap bahwa eter itu ada sehingga mereka mengandaikan eksperimennya seperti gerak perahu A dan B pada soal 2.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Michelson-Morley berasumsi, jika eter itu ada, maka kelajuannya  $v$  (analog dengan arus sungai) dapat ditentukan melalui persamaan

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Mereka kemudian berusaha mengukur perbedaan waktu tempuh A dan B. Ternyata hasilnya nihil. Dengan demikian,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Untuk meyakinkan hasil tersebut, mereka juga mencoba mengukur pergeseran pola interferensi yang terbentuk pada layar seperti inset dalam gambar 4. Namun tetap saja hasilnya nihil. Ketika eksperimen dilakukan pada musim yang berbeda setiap tahunnya dan pada lokasi yang berbeda, kesimpulannya selalu identik: tidak diperoleh pergeseran pola interferensi. Hasil eksperimen ini tentu saja membuat semua ilmuwan saat itu terheranheran, termasuk Michelson sendiri. Sebagai fisikawan klasik, ia bahkan menganggap percobaannya sia-sia. Tapi mau diulang berkali-kali pun hasilnya tetap sama, kecepatan cahaya tidak berubah. Tidak salah lagi, kecepatan cahaya seharusnya tidak tergantung pada kerangka acuan. Kecepatan cahaya harus dianggap sebagai sesuatu yang tetap untuk setiap pengamat dan tentu saja seharusnya eter itu tidak ada.

Lord Kelvin (seorang tokoh fisikawan klasik) mengakui bahwa hasil percobaan ini, yang sama sekali di luar dugaan, membawa persoalan besar bagi segenap bangunan fisika. Pengertian mekanika warisan Newton (tentang gelombang) ternyata tidak taat pada sifat elektromagnet rumusan Maxwell tentang kecepatan cahaya. Siapa yang salah, Newton/Maxwell? Atau apakah eter memang tidak ada? Tak seorang pun ilmuwan masa itu mau menerima dugaan seperti ini. Michelson sampai akhir hayatnya tetap percaya pada keberadaan eter, bahkan setelah teori relativitas “menggebuk” pengertian itu pada 1905. Bagaimanapun, ketelitian yang luar biasa dari eksperimennya membuat Michelson mendapatkan hadiah Nobel tahun 1907. Ia menjadi orang Amerika pertama yang mendapat hadiah paling bergengsi dalam dunia ilmiah itu.

### **POSTULAT EINSTEIN**

Permasalahan dalam eksperimen Michelson-Morley nyaris dipecahkan Lorentz melalui transformasinya yang menghasilkan suku matematis yang unik,  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  (akan kita bahas selanjutnya). Sayang sekali Lorentz masih belum mengeluarkan pernyataan yang benar-benar meniadakan keberadaan eter. Barulah pada tahun 1905, Einstein yang menerbitkan 3 buah makalah, salah satunya tentang relativitas, menyebutkan postulat:

1. Hukum fisika dapat dinyatakan dalam bentuk pernyataan yang sama pada semua sistem lembam (inersial).
2. Eter itu tidak ada, berarti laju cahaya dalam ruang hampa sama besar untuk semua pengamat, tidak bergantung dari keadaan pengamat itu.

Postulat pertama menegaskan bahwa tidak ada satupun percobaan yang dapat digunakan untuk mengukur kecepatan terhadap ruang mutlak. Yang dapat kita ukur hanyalah kecepatan relatif dua sistem inersial seperti telah kita lihat pada transformasi Galileo, setiap gerak baru berarti jika ada acuannya.

Postulat kedua tidak lain merupakan konsekuensi dari percobaan Michelson-Morley bahwa laju cahaya dalam arah silang maupun searah sumber adalah sama. Dan postulat kedua ini menegaskan pula bahwa laju cahaya pun akan tetap sama bagi pengamat-pengamat yang sedang berada dalam keadaan gerak relatif, selama pengamat tersebut merupakan sistem inersial.

Kedua postulat Einstein yang dibatasi dalam ruang lingkup kerangka inersial itu disebut dengan teori *relativitas khusus*. Sedangkan teorinya yang dikeluarkan ahun

1917, diperluas dalam kerangka noninersial (kerangka yang dipercepat satu sama lainnya), disebut dengan teori *relativitas umum*. Teori Einstein ini telah mengubah cara pandang manusia dalam memahami alam dan memecah kemutlakan ruang waktu versi Galileo dan Newton yang bertahan selama kurang lebih 300 tahun. Kita akan lihat beberapa konsekuensi postulat Einstein dan hal-hal menarik yang diturunkan darinya.

## TRANFORMASI LORENTZ

Eksperimen Michelson-Morley telah menghasilkan fakta bahwa pengamat-pengamat dalam kondisi apapun harus mengukur laju cahaya yang sama  $c$ . Jika transformasi Galileo diterapkan dalam kasus tersebut, maka akan kita temui sebuah kontradiksi,

$$c' = c - v$$

$c'$  adalah laju yang diukur oleh pengamat  $O'$  yang bergerak relatif terhadap pengamat  $O$  dengan kelajuan  $v$ . Kita lihat ternyata  $O'$  mengukur laju cahaya yang berbeda dengan  $O$ . Tentu transformasi ini bertentangan dengan postulat kedua Einstein. Oleh karena itu, diperlukan suatu transformasi baru yang sesuai dengan postulat Einstein dan dapat meramalkan berbagai efek relativistik yang ada. Selain itu, transformasi baru itu juga harus memberikan hasil yang sama dengan transformasi Galileo apabila laju relatif antara  $O$  dan  $O'$  cukup rendah\*. Bentuk transformasi ini berhasil diturunkan oleh fisikawan Hendrik A. Lorentz sehingga dikenal dengan nama *transformasi Lorentz*. Masalah utama yang ada pada transformasi Galileo sehingga menyebabkan ketidaksihannya dengan postulat Einstein terdapat pada persamaan (1). Sedikit tebakan yang masuk akal menyatakan bahwa hubungan yang benar antara  $x'$  dan  $x$  seharusnya

TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

$\gamma$  adalah faktor yang tidak bergantung dari  $x$  atau  $t$ , tetapi mungkin dapat merupakan fungsi dari  $v$ . Tugas kita sekarang adalah menentukan nilai  $\gamma$  tersebut.

Dari postulat relativitas khusus, persamaan fisika harus berbentuk sama dalam kedua kerangka  $O$  dan  $O'$  sehingga kita harus memperhitungkan perbedaan arah gerak relatif. Hal ini diselesaikan dengan mengganti tanda  $v$  untuk menyatakan  $x$  dalam  $x'$  dan  $t$ , dikenal dengan istilah transformasi balik,

TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Faktor  $k$  harus sama dalam kedua kerangka  $O$  dan  $O'$  karena tidak ada perbedaan antara

\* transformasi Galileo masih sah untuk kelajuan yang rendah

keduanya kecuali tanda  $v$  saja.

Oleh karena transformasi Lorentz ini meninjau kasus yang sama seperti transformasi Galileo, kita tidak perlu membedakan koordinat  $y'$ ,  $y$ , dan  $z$ ,  $z'$  yang tegak lurus terhadap arah  $v$ . Tapi lain halnya untuk  $t$  dan  $t'$ , kita harus mengambil nilai yang beda untuk keduanya karena dari substitusi persamaan (20) ke persamaan (21) diperoleh

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

atau

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Pada saat  $t = 0$ , titik asal kedua kerangka  $O$  dan  $O'$  berada pada tempat yang sama. Menurut syarat awal, maka  $t'$  juga bernilai nol dan kedua pengamat harus mengukur kelajuan  $c$  yang sama, artinya

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dengan meramu beberapa persamaan yang ada, dimulai dari persamaan (23) atau (24), akhirnya dapat diketahui (coba hitung sendiri, sebagai bahan senang-senang : )

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Substitusikan hasil (25) pada persamaan (20) dan (22) untuk mendapatkan transformasi Lorentz yang lengkap, yaitu

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Lihat keunikannya, transformasi Lorentz ini dapat tereduksi menjadi transformasi Galileo jika kecepatan relatif  $v$  sangat kecil dibandingkan  $c$ .

## SOAL 8

Turunkan persamaan kontraksi panjang memanfaatkan transformasi Lorentz!

### Penyelesaian:

Misalkan sebuah batang besi terletak pada sumbu  $x'$  dalam kerangka  $O'$  (artinya pengamat  $O'$  diam relatif terhadap batang dan ia akan mengukur  $L_0$ ). Pengamat dalam kerangka ini menentukan koordinat ujung batang masing-masing  $x_1'$  dan  $x_2'$ . Ia kemudian akan mengukur panjang sejati batang tersebut sebesar

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Agar kita dapat memperoleh  $L = x_2 - x_1$ , yaitu panjang batang yang teramati oleh kerangka  $O$  saat  $t$ , maka gunakan persamaan (1.26),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dengan demikian,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Transformasi Lorentz yang terangkum dalam persamaan (26) s.d. (29) menyatakan pengukuran yang dibuat dalam koordinat bergerak  $O'$ . Bagaimana jika kita ingin menyatakan pengukuran yang dibuat dalam koordinat diam  $O$ ? Kita cukup menukar besaran beraksen dan tanpa aksen serta mengganti  $v$  dengan  $-v$ . Apakah hasil pengukurannya menjadi beda? Sebenarnya sama saja. Ingat bahwa gerak itu relatif sehingga pengukuran terhadap suatu kejadian selalu bersifat benar dari tinjauan masing-masing kerangka. Pengubahan transformasi Lorentz ini kita sebut *transformasi balik* seperti halnya persamaan (20) dan (21).

Hasil yang lengkap untuk transformasi Lorentz balik adalah:

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Tentu saja setiap definisi yang dibuat harus memiliki kegunaan. Transformasi balik ini akan memudahkan kita dalam penurunan rumusan pemuluran waktu, efek Doppler relativistik, dan beberapa peristiwa lainnya. Untuk iseng-iseng, kita bisa coba bandingkan penurunan rumus pemuluran waktu menggunakan transformasi Lorentz biasa dan transformasi Lorentz balik.

### **PENJUMLAHAN KECEPATAN RELATIVISTIK**

Ketika seseorang melempar bola ke depan dengan kelajuan 20 m/s dari sebuah kereta yang bergerak pada kelajuan 60 m/s, maka kelajuan bola tadi terhadap jalan adalah 80 m/s, yang merupakan jumlah kedua kelajuan tersebut. Jika hal yang sama diterapkan pada cahaya yang dipancarkan oleh kerangka  $O'$ , maka kerangka  $O$  akan mengukur kelajuan sebesar  $c + v$ . Akan tetapi seperti sudah disebut berulang-ulang sebelumnya, hal ini bertentangan dengan postulat relativitas khusus meskipun akal sehat kita tidak mengatakan demikian. Kita harus tetap berpegang pada postulat Einstein dan transformasi Lorentz untuk memahami bahwa alam semesta ini memang demikian

adanya. Postulat Einstein telah membatasi bahwa kecepatan maksimum yang ada di dunia ini adalah kecepatan cahaya.

Misalkan sebuah objek yang diamati  $O$  bergerak dengan kecepatan

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Kecepatannya menurut  $O'$ , yaitu

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dapat ditentukan menggunakan transformasi Lorentz biasa:

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

atau dengan transformasi balik (ingat, hasil akhirnya nanti sama saja):

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

## SOAL 9

Turunkan transformasi kecepatan bagi  $v_x$  dalam bentuk transformasi balik!

### Penyelesaian:

Transformasi kecepatan ini berarti ingin menyatakan  $v_x$  dalam bentuk  $v_x'$  dan  $t'$ .

Pengamat  $O$  akan mengamati komponen kecepatan pada sumbu- $x$ , yaitu

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dari persamaan (1.30) dan (1.33), kita dapatkan dengan diferensiasi biasa ternyata

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jadi,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Untuk hiburan, kita bisa coba *turunkan seluruh transformasi kecepatan*, baik dengan cara biasa maupun menggunakan transformasi balik.

### SOAL 10

Pesawat angkasa Kappa berkecepatan  $0,9c$  terhadap stasiun Mu yang diam. Jika pesawat angkasa Phi melewati Kappa dengan kecepatan relatif  $0,5c$ , berapakah kecepatan Phi terhadap stasiun Mu?

#### Penyelesaian:

Kita coba gunakan 2 cara, dengan transformasi biasa dan transformasi balik. Misalkan stasiun Mu yang diam menjadi kerangka  $O$  sehingga ia mengukur kelajuan Phi adalah  $v_x$ . Sementara itu pesawat angkasa Kappa bergerak relatif terhadap Mu dengan kelajuan  $v$  sehingga dianggap sebagai kerangka  $O'$  dan mengukur kelajuan Phi sebesar  $v_{x'} = 0,5c$ .

-Cara I: *transformasi biasa*-

Gunakan persamaan 34,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

-Cara II: *transformasi balik*-

Gunakan persamaan 37,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Hasilnya sama!

### SOAL 11

Dua buah roket sedang meninggalkan stasiun ruang angkasa mereka dengan bergerak sepanjang dua lintasan yang saling tegak lurus, menurut pengukuran seorang pengamat di stasiun ruang angkasa. Roket 1 bergerak dengan laju  $0,6c$  sedangkan roket 2 dengan laju  $0,8c$ , kedua-duanya relatif terhadap stasiun. Berapa kecepatan roket 2 bila diamati roket 1?

#### Penyelesaian:

Bayangkan stasiun ruang angkasa sebagai kerangka  $O$  (diam). Ambillah roket 1 sebagai kerangka  $O'$  dengan laju  $v = 0,6c$ . Dalam transformasi Lorentz, arah dari kelajuan kerangka  $O'$  ditetapkan dalam sumbu- $x$ . Dengan demikian, kerangka  $O$  akan mengukur kelajuan roket 2 yang tegak lurus roket 1 sebagai  $v_y = 0,8c$  sementara kelajuannya pada sumbu- $x$  adalah  $v_x = 0$ . Roket 1 sebagai  $O'$  tentunya akan mengukur kelajuan roket 2 sebagai  $v_x'$  dan  $v_y'$ . Rumus yang memudahkan di sini adalah transformasi kecepatan biasa, (34) dan (35).

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### PEMULURAN WAKTU

Misalkan ada pengamat  $O$  yang diam sedang menembakkan seberkas sinar menuju sebuah cermin yang berjarak  $d$  darinya dan mengukur waktu yang dibutuhkan berkas sinar tersebut untuk menempuh jarak ke cermin dan terpantul kembali ke  $O$  ternyata sebesar  $2\Delta t_0$ . Tentu saja dari sini kita tahu  $d = c \Delta t_0$ . Sementara itu, pengamat lain  $O'$  bergerak dengan kelajuan  $v$  terhadap  $O$  tegak lurus arah sinar yang ditembakkan  $O$ .

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dalam pengamatan  $O$ , titik pengiriman dan penerimaan berkas sinar ini akan sama, dan  $O'$  sedang bergerak menjauhinya. Lain halnya menurut pandangan  $O'$ , justru  $O$  sedang bergerak menjauh dengan kecepatan  $-v$ . Menurutny, berkas sinar dikirim dari titik  $P$  melalui titik  $R$  dan akan diterima di titik  $Q$  dalam waktu  $2\Delta t$  kemudian.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Akibat postulat Einstein, maka relativitas Newton dalam transformasi Galileo tidak berlaku lagi. Artinya waktu relatif  $\Delta t$  tidak akan sama dengan waktu sejati  $\Delta t_0$  yang disebabkan kedua pengamat harus mengukur kelajuan berkas sinar yang sama,  $c$ . Menurut  $O$ , berkas sinar akan menempuh lintasan  $PRQ$  yang besarnya dapat dihitung dengan memanfaatkan teorema Pythagoras (lihat gambar .8),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Sekarang kita coba gabungkan pengamatan  $O$  dan  $O'$ .

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Ini berarti pengamat  $O'$  yang sedang bergerak dengan kelajuan relatif  $v$  akan mengukur selang waktu kejadian yang lebih lama (*time dilation*) daripada yang diukur  $O$  yang diam.

Akan tetapi, kita harus *perhatikan* baik-baik perbedaan  $\Delta t$  dan  $\Delta t_0$ . Selang waktu sejati  $\Delta t_0$  (*proper time*) adalah waktu yang diukur oleh jam pengamat yang *diam relatif* terhadap kejadian. Sementara selang waktu relativistik  $\Delta t$  adalah waktu yang diukur oleh jam pengamat yang *bergerak relatif* terhadap kejadian. Jadi tidak bisa semata-mata kita langsung tentukan jika seorang pengamat bergerak dengan laju  $v$  maka akan mengukur selang waktu  $\Delta t$  atau sebaliknya yang sedang diam akan mengukur selang waktu  $\Delta t_0$ , melainkan tergantung dari kondisi kejadian yang dipersoalkan.

### SOAL 3

Periode suatu bandul di permukaan Bumi adalah 3,5 detik. Bila bandul tersebut diamati oleh seseorang yang bergerak relatif terhadap Bumi dengan kecepatan  $0,96c$  tentukan periode bandul tersebut menurutnya!

**Penyelesaian:**

Periode bandul di Bumi yang diamati pengamat di Bumi adalah *waktu sejati*  $\Delta t_0$  karena pengamat tersebut *diam relatif* terhadap kejadian (bandul). Sedangkan pengamat yang bergerak relatif terhadap Bumi akan mengamati *waktu relativistik*  $\Delta t$  yang tentunya akan bernilai lebih besar (lebih lama) daripada  $\Delta t_0$ , sesuai dengan persamaan (15) Data-data yang ada dengan demikian adalah

$$\Delta t_0 = 3,5 \text{ detik dan } v = 0,96c.$$

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

**SOAL 4**

Sebuah pesawat ruang angkasa melakukan perjalanan jauh dengan kelajuan relatif  $0,6c$  relatif terhadap Bumi. Perjalanan berlangsung selama 20 tahun menurut jam yang ada di pesawat. Berapakah lamanya perjalanan menurut pengamat yang ada di Bumi?

**Penyelesaian:**

Kejadian yang diamati dalam soal ini adalah jam yang ada di pesawat. Artinya pengamat di pesawat berada dalam keadaan *diam relatif* terhadap jam dan mengukur selang waktu sejati  $\Delta t_0 = 20$  tahun. Pengamat di Bumi sebaliknya sedang bergerak relatif terhadap jam yang ada di pesawat dengan kelajuan  $v = 0,6c$  dan mengukur waktu relativistic  $\Delta t$ .

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

**SOAL 5**

A dan B adalah pasangan saudara kembar. Ketika usia mereka 30 tahun, B pergi ke luar angkasa dengan pesawat berkecepatan  $0,8c$ . Pada ulang tahun A yang ke-50 (menurut jam di Bumi), B kembali dari perjalanannya untuk menemui A. Berapa usianya saat itu?

### Penyelesaian:

Seperti halnya soal 4, kejadian yang penting dalam soal ini adalah waktu yang terukur di pesawat ruang angkasa (yang dinaiki B). Menurut A, waktu perjalanan B yang terukur olehnya adalah waktu relativistik  $\Delta t$ , yaitu sebesar  $50 - 30 = 20$  tahun. B sendiri akan mengukur perjalanan dalam selang waktu sejati  $\Delta t_0$  karena ia *diam relatif* terhadap waktu (jam) di pesawat. Asumsikan kelajuan relatif  $v = 0,8c$  selalu konstan, maka

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dengan demikian, B akan kembali ke Bumi dalam usia  $30 + 12 = 42$  tahun dan menemui A untuk memberikan ucapan selamat ulang tahun ke-50 padahal ia sendiri jadi 8 tahun lebih muda daripada A (aneh, ya?). Mungkin fenomena ini bisa dijadikan sebagai resep awet muda untuk manusia di masa mendatang.

### KONTRAKSI PANJANG

Sekarang andaikan bahwa kerangka  $O'$  bergerak dengan kelajuan konstan  $v$  terhadap  $O$  menurut arah seperti pada gambar 1.9 sementara  $O$  sedang dalam keadaan diam.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Ternyata jarak  $LO$  yang terukur oleh  $O$  menjadi lebih pendek dalam pengamatan  $O'$ , yaitu sebesar  $L$ . Pengerutan (kontraksi) panjang ini rupanya terkait dengan konsep pemuluran waktu yang telah dibahas sebelumnya.

Jika kita tinjau waktu yang diamati oleh pengamat  $O'$ , misalkan di dalam pesawatnya, maka waktu yang diukurinya untuk melakukan perjalanan sejauh  $L$  adalah waktu sejati (*proper time*)  $\Delta t_0$  yang berarti

Sekarang tinjaulah pengamat  $O$ , ia akan mengamati jarak  $L$  dan pergerakan  $O'$  dalam waktu relativistik  $t'$  sehingga menurutnya

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Hati-hati, *pengerutan panjang hanya terjadi pada arah pergerakan kerangka acuan  $O'$  yang bergerak sejajar dengan panjang yang diamatinya*. Pengamat  $O'$  tidak akan melihat pengerutan panjang terhadap komponen lainnya (tegak lurus arah gerak). Dan perlu ditegaskan lagi,  $L_0$  adalah panjang objek yang diukur dalam kerangka pengamatan yang diam, sedangkan  $L$  adalah panjang objek yang diukur dalam kerangka pengamatan yang bergerak dengan laju tetap terhadap kerangka diam.

### SOAL 6

Sebuah persegi dalam kerangka pengamat diam memiliki luas  $400 \text{ cm}^2$ . Tentukan luasnya menurut seorang pengamat yang bergerak dengan kecepatan  $0,6c$  relatif terhadap persegi dalam arah yang sejajar dengan salah satu sisinya!

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### Penyelesaian:

Perhatikan bahwa hanya sisi persegi yang sejajar dengan arah kecepatan  $v$  yang mengalami pengerutan panjang. Misalkan sisi persegi panjangnya  $L_0$ , maka besar sisi tersebut dalam keadaan pengamatan diam adalah:  $L_0 = 20 \text{ cm}$ .

Pengamat yang bergerak akan melihat salah satu sisi tersebut mengerut menjadi sepanjang  $L$ , yaitu

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jadi, luas persegi menurut pengamat yang bergerak adalah:  $L_0 \cdot L = 16 \cdot 20 = 320 \text{ cm}^2$ .

### EFEK DOPPLER RELATIVISTIK

Sejak kecil kita sudah mengenal fenomena pertambahan tinggi nada jika sumbernya mendekati kita (atau kita mendekati sumbernya) dan penurunan tinggi nada jika sumbernya menjauhi kita (atau kita yang menjauhi sumber). Perubahan frekuensi ini disebut dengan efek Doppler dan hubungan antara frekuensi sumber  $f$  dengan frekuensi yang dirasakan pengamat  $f'$  memenuhi rumusan:

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dengan  $V =$  kelajuan bunyi

$v' =$  kelajuan pengamat (+ jika bergerak ke arah sumber, atau – jika menjauh)

$v =$  kelajuan sumber (+ jika bergerak ke arah pengamat, atau – jika menjauh)

Jika pengamat diam, tentunya  $v' = 0$  dan jika sumber diam,  $v = 0$ .

Efek Doppler untuk bunyi sangat tergantung dari pergerakan masing-masing sumber atau pengamat. Akan tetapi gelombang bunyi hanya terjadi dalam medium materi seperti udara atau air dan medium itu sendiri merupakan kerangka acuan. Dalam kasus gelombang elektromagnetik (memiliki kecepatan cahaya  $c$ ), kita tidak meninjau mediumnya (Ingat tidak ada eter!) sehingga hanya gerak relatif antara sumber dan pengamat saja yang berarti. Dengan demikian efek Doppler untuk cahaya tentu berbeda dengan efek tersebut dalam bunyi. Andaikan pengamat  $O$  menjadi sumber radiasi yang memancarkan gelombang elektromagnetik berfrekuensi  $f$  menurut pengamatannya. Pengamat  $O'$ , yang sedang bergerak dengan laju  $v$  relatif terhadap  $O$ , akan mengukur frekuensi yang lebih besar jika ia bergerak menuju  $O$ . Sebaliknya, jika ia bergerak menjauhi  $O$ , maka ia akan mengukur frekuensi yang lebih kecil. Tinjau situasi tersebut dari sudut pandang  $O'$ , untuk kasus  $O'$  bergerak relatif menuju  $O$ .

Jika  $T'$  adalah selang waktu antara dua puncak gelombang menurut  $O'$  dan  $\lambda'$  adalah panjang gelombang yang dilihat  $O'$ , maka jarak antara dua puncak gelombang menurut  $O'$  adalah  $(c - v)T'$ . Sebabnya adalah setelah satu puncak gelombang tertentu bergerak sejauh  $cT'$  barulah sumber memancarkan puncak gelombang berikutnya, sementara pengamatnya sendiri telah bergerak sejauh  $vT'$ . Jadi,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Lebih jelasnya perhatikan gambar 1.10!

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Selang waktu pengukuran  $T'$  berkaitan dengan selang waktu  $T$  menurut  $O$  menurut persamaan (15); sedangkan  $T$  sendiri berkaitan dengan frekuensi  $f$  yang diukur  $O$  (sumber gelombang) menurut hubungan  $T = 1/f$ . Dan panjang gelombang  $\lambda'$  yang diukur  $O'$  berkaitan dengan frekuensi  $f'$  menurut hubungan  $c = \lambda'f'$ .

Selesaikan,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

atau

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Persamaan ini adalah rumus efek Doppler yang sesuai dengan kedua postulat Einstein.

Perhatikan bahwa rumus ini tidak membedakan antara gerak sumber dan pengamat seperti halnya persamaan (17), melainkan hanya bergantung pada laju relatif  $v$ . sehingga tidak jadi soal siapa yang bergerak, apakah sumber atau pengamat. Untuk kasus gerak relatif yang saling menjauhi antara sumber dan pengamat, maka cukup gantikan  $v$  dengan  $-v$  dalam persamaan (18),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

## SOAL 7

Ada sebuah galaksi yang sedang bergerak menjauhi Bumi dengan laju cukup tinggi sehingga spektrum (garis) hidrogen biru berpanjang gelombang 434 nm terekam pada 600 nm dalam rentang spektrum merah. Berapakah laju galaksi itu relatif terhadap Bumi?

### Penyelesaian:

Karena  $\lambda' > \lambda$ , maka  $f' < f$ , berarti galaksi tersebut menjauhi Bumi (pergeseran merah/*redshift*). Jangan lupa, panjang gelombang berbanding terbalik frekuensi.

Dengan demikian,

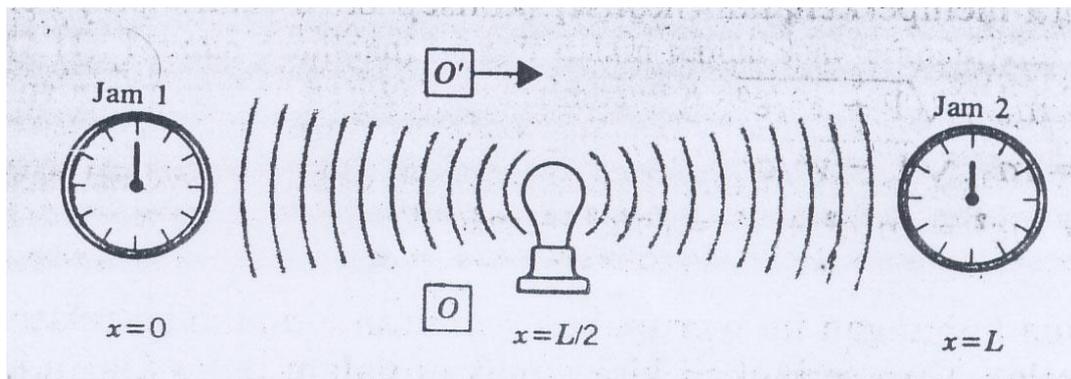
QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Dari hasil ini kita perkirakan galaksi tersebut menjauhi Bumi dengan laju sekitar  $0,31c$  atau  $9,4 \cdot 10^7$  m/s. Apakah ini dapat menjadi bukti alam semesta yang mengembang?

## KESERAMPAKAN DAN PARADOKS KEMBAR

### a) Keserampakan

Dalam hal ini kita meninjau dua buah dari sekian banyak akibat relativitas khusus, yaitu menyangkut pengertian *keserampakan dan pensinkronan jam*. Bagi sebagian besar diantara kita, masalah mensinkronkan jam bukanlah suatu proses yang sulit. Contohnya kita dapat mengatur jam kita dengan langsung melihat pada jam yang berada di dekat kita. Namun demikian, metode ini mengabaikan waktu yang dibutuhkan cahaya dari jarum jam untuk merambat ke mata kita. Bila kita berada pada jarak 1 meter dari sebuah jam, maka arloji kita kan terlambat sekitar 3 ns (). Walaupun keterlambatan waktu yang nilainya kecil ini tidak akan membuat anda terlambat mengikuti kuliah Fisika, namun bagi seorang fisikawan yang sedang melakukan eksperimn, hal ini tentunya merupakan suatu masalah yang serius. Karena bagi mereka, pengukuran selang waktu yang lebih kecil daripada 1 ns merupakan hal yang biasa. Andaikan kita membuat sebuah piranti, mirip yang diperlihatkan gambar di bawah ini:



Gambar,,, Kilatan cahaya yang dipancarkan dari sebuah titik di tengah-tengah antara kedua jam, menjalankan fungsi kedua jam tersebut secara serempak, menurut O. Pengamat O' melihat jam 2 berdetak lebih dulu daripada jam 1.

Pada dan , masing-masing terletak sebuah jam, sedangkan di terletak sebuah bola lampu kamera (flash blub). Kedua jam tersebut dibuat sedemikian rupa sehingga baru berdetak bila mereka menerima kilatan cahaya. Karena cepat rambat cahaya membutuhkan waktu yang sama untuk mencapai kedua jam tersebut, maka keduanya akan mulai berdetak secara bersamaan pada saat setelah kilatan cahaya dipancarkan. Jadi, kedua jam tersebut benar-benar tersinkronkan.

Sekarang kita tinjau situasi yang sama dari sudut pandang pengamat yang bergerak O'. Dalam kerangka acuan O, terjadi dua buah peristiwa yaitu: penerimaan sebuah sinyal cahaya oleh jam 1 di , dan oleh jam 2 di . Dengan menggunakan persamaan transformasi Lorentz, kita dapati bahwa O' mengamati jam 1 menerima sinyal tersebut pada saat:

Sedangkan jam 2 pada saat:

Jadi, lebih kecil daripada sehingga jam 2 tampak menerima sinyal lebih dulu daripada jam 2. Karena itu, kedua jam tersebut berdetak pada saat yang berbeda dengan selang waktu sebesar:

Menurut O', penting untuk dicamkan bahwa beda waktu ini bukanlah efek pemuluran waktu dicirikan oleh suku pertama persamaan Lorentz:

Sedangkan keterlambatan pensinkronan dicirikan oleh suhu keduanya. O' memang mengamati kedua jam tersebut berjalan lambat, sebagai akibat efek pemuluran waktu. O' juga mengamati bahwa jam 2 berjalan sedikit lebih cepat daripada jam 1. Selang waktu yang diukur O' antara saat kedua jam tersebut mulai berdetak memberikan dengan menggunakan persamaan bagi pembacaan jam 2 ketika O melihat pada pembacaan nol.

Oleh karena itu kita peroleh kesimpulan:

*"dua peristiwa yang terjadi serempak dalam satu kerangka acuan tidaklah serempak dalam kerangka acuan lain yang bergerak relatif terhadap yang pertama, kecuali jika kedua peristiwa itu terjadi pada tempat yang sama (pada titik yang sama dalam ruang) maka keduanya akan sinkron dalam semua kerangka acuan. Jadi jam-jam yang sinkron dalam satu kerangka acuan tidaklah perlu tetap sinkron dalam kerangka acuan lain yang dalam keadaan relatif.*

#### **b) Paradoks Kembar**

Kita tinjau dua orang saudara kembar yang bermukim di bumi. Andaikan salah satunya bermukim di bumi, katakanlah yang bernama *Casper*. Sedangkan saudara kembar perempuannya bernama *Amelia* melakukan perjalanan antariksa dengan sebuah pesawat roket menuju sebuah planet. Casper yang memahami teori relativitas khusus, mengetahui bahwa jam saudaranya akan berjalan lambat relatif terhadap jam miliknya. Oleh karena itu, Amelia akan lebih muda darinya ketika ia kembali lagi ke bumi. Namun, dengan mengingat kembali bahasan tadi, kita ketahui bahwa bagi dua pengamat yang bergerak relatif, masing-masing akan berpendapat bahwa jam saudara kembarnya yang berjalan lambat. Jadi, masalah ini dapat kita pelajari dari sudut pandang Amelia, yang berpendapat bahwa Casper dan bumilah yang melakukan perjalanan pulang pergi menjauhinya dan kemudian kembali lagi. Dalam keadaan ini, Amelia berpendapat bahwa jam Casper yang berjalan lambat, sehingga bagi Amelia, Casperlah yang lebih muda ketika mereka bertemu kembali.

Ketika Amelia tiba kembali ke bumi, semua pengamat haruslah sependapat mengenai siapakah yang usianya lebih muda. Inilah paradoksnya, masing-masing memperkirakan bahwa yang lainnya lebih muda.

Pemecahan paradoks ini, terletak pada peninjauan kita yang tidak simetris terhadap peran kedua saudara kembar itu. Hukum-hukum relativitas khusus hanya berlaku bagi kerangka lembam yang bergerak relatif terhadap kerangka lainnya dengan kecepatan

konstan. Kita dapat memasuki roket Amelia dengan dorongan yang cukup kuat sehingga Amelia dan roketnya mengalami percepatan untuk suatu selang waktu yang singkat, sehingga pesawatnya mencapai suatu laju konstan yang meluncurkannya menuju planet tujuan. Jadi, selama perjalanan Amelia hampir seluruh waktunya ia habiskan dalam suatu kerangka acuan yang bergerak pada kecepatan konstan terhadap Casper. Tetapi untuk kembali ke bumi, ia harus memperlambat dan membalikkan pesawatnya. Meskipun gerakan ini dilakukan dalam waktu yang singkat, perjalanan kembali Amelia berlangsung dalam dalam suatu kerangka acuan yang berbeda dari kerangka acuan pada perjalanan perginya. “Loncatan” Amelia dari satu kerangka acuan ke kerangka acuan lainnya menyebabkan usia kedua saudara kembar ini tidak simetris. Hanya Amelia yang harus “meloncat” ke suatu kerangka acuan baru agar dapat kembali, dan karena itu semua pengamat akan sependapat bahwa Amelialah yang sebenarnya berjalan lambat. Oleh karena itu, Amelialah yang lebih muda ketika ia kembali ke bumi.

Bahasan secara kuantitatif tentang masalah ini adalah kita menganggap bahwa percepatan dan perlambatan berlangsung dalam selang waktu yang sangat singkat, sehingga seluruh usia Amelia terhitung selama perjalanannya saja. Untuk menyederhanakan, kita anggap bahwa planet lain diam terhadap bumi. Andaikan planet itu berjarak 12 tahun cahaya dari bumi, dan bahwa Amelia bergerak dengan laju  $0,6c$ . Maka menurut Casper, saudarinya membutuhkan waktu 20 tahun ( $20 \text{ tahun} \times 0,6c = 12 \text{ tahun cahaya}$ ) untuk mencapai planet itu dan 20 tahun lagi untuk tiba kembali di bumi. Oleh karena itu Amelia bepergian total waktunya 40 tahun, tapi Casper tidak akan dapat mengetahui apakah Amelia telah tiba di planet itu sampai sinyal cahaya yang membawa berita tentang ketibaannya di sana mencapai bumi. Karena cahaya membutuhkan waktu 12 tahun untuk menempuh jarak bumi-planet, maka barulah 32 tahun kemudian setelah keberangkatan Amelia, Casper melihat Amelia tiba di planet itu. Delapan tahun kemudian ia kembali ke bumi). Dari kerangka acuan Amelia pada roket, jaraknya ke planet menyusut dengan faktor sebesar  $c$  dan karena itu jarak ini adalah tahun cahaya. Pada laju ini, Amelia akan mengukur lama waktu 16 tahun bagi perjalanannya menuju planet tersebut. Sehingga ia membutuhkan total waktu 32 tahun bagi perjalanan pulang-perginya. Jadi, Casper berusia 40 tahun sedangkan Amelia 32 tahun. Kita dapat mempertegas analisis ini dengan meminta Casper tiap tahun mengirimkan suatu sinyal cahaya pada saat ia berulang tahun pada Amelia. Kita ketahui bahwa frekuensi sinyal yang diterima oleh

Amelia akan mengalami pergeseran Doppler. Selama perjalanan pergi, Amelia akan menerima sinyal tersebut pada laju (frekuensi terima)=, sedangkan untuk perjalanan balik, laju sinyal yang diterimanya adalah atau  $2/t_h$ . Jadi untuk 16 tahun pertama selama perjalanan Amelia menuju planet. Ia akan menerima 8 sinyal, sedangkan selama 16 tahun perjalanan pulanginya ia akan menerima 32 sinyal, jadi totalnya 40 buah sinyal. 40 buah sinyal yang diterimanya ini menunjukkan bahwa Casper telah merayakan 40 kali pesta ulang tahun selama 32 tahun kepergiannya.

### **MASSA, MOMENTUM, DAN ENERGI**

Pada bagian terakhir ini akan dibahas aspek dinamis dari relativitas khusus. Aspek ini sama menariknya dengan tinjauan kinematis yang hanya melihat geometrinya saja. Termasuk dalam kasus dinamika relativistik adalah perubahan massa terhadap kecepatan, momentum relativistik, dan kesetaraan massa-energi.

Ada hal yang menarik untuk kita tanyakan saat ini setelah begitu jauh membahas berbagai konsekuensi relativitas khusus, “Apakah hukum-hukum kekekalan dasar dari fisika klasik, seperti kekekalan momentum dan energi, masih berlaku? Hukum-hukum tersebut begitu pentingnya dalam fisika klasik sehingga rasanya kita enggan membuangnya. Seandainya konsep tersebut dibuang, rasanya manusia dan makhluk lainnya hidup dalam alam semesta yang aneh. Oleh karena itu, kita akan tetap beranggapan bahwa alam semesta memiliki struktur yang sangat serasi, dan hukum-hukum kekekalan tersebut tetap berlaku, namun dengan kemungkinan bahwa relativitas khusus menghendaki konsep-konsep tersebut untuk ditinjau ulang dan diperbaiki.

Misalkan ada dua massa A dan B identik yang saling mendekat, masing-masing dengan laju  $v$ . Setelah tumbukan, diperoleh sebuah massa  $2m$  dalam keadaan diam yang tampak oleh pengamat  $O$  di laboratorium.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Menurut  $O$ , momentum linear saat sebelum dan sesudah tumbukan adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

terlihat bahwa  $O$  mengamati adanya kekekalan momentum dalam peristiwa tumbukan tersebut.

Sekarang misalkan ada kerangka acuan  $O'$  yang bergerak dengan laju  $v$  ke kanan.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Berdasarkan mekanika klasik, massa A akan tampak diam, sementara massa B akan tampak mendekat pada kerangka dengan laju  $2v$ . Tetapi transformasi Lorentz ternyata memberi hasil berbeda. Menurut  $O'$ , kecepatan massa A dengan menggunakan persamaan (34) adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dan kecepatan massa B

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

sedangkan kecepatan massa gabungan  $2m$  (setelah tumbukan) adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Menurut  $O'$ , momentum linear sebelum dan sesudah tumbukan adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Tidak seperti  $O$ , pengamat  $O'$  justru tidak mengamati adanya kekekalan momentum! Berarti dapat kita terka bahwa ada sedikit masalah dalam kasus momentum tersebut. Karena semua kecepatan telah ditangani secara benar (transformasi Lorentz), maka masalah yang ada tinggal tentang massa saja, jangan-jangan massa pun bersifat relatif. Jika demikian, asumsikan kita memiliki massa relativistik,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

$m_0$  adalah *massa diam* dan seperti halnya panjang sejati maupun waktu sejati, ia diukur terhadap kerangka acuan yang diam terhadapnya.

Sekarang kita cek ulang apakah definisi massa relativistik  $m$  dapat menyelesaikan permasalahan kekekalan momentum. Misalkan massa yang terukur  $O$  dinotasikan dengan  $m_A$ ,  $m_B$ , dan  $M$  (massa gabungan), sedangkan massa yang terukur oleh  $O'$  adalah  $m_{A'}$ ,  $m_{B'}$ , dan  $M'$ . Anggap kedua benda A dan B memiliki massa diam yang sama, yaitu  $m_0$ . Menurut  $O$ , kedua benda bergerak relatif terhadapnya sehingga ia akan mengukur massa relativistik

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Massa gabungan yang terakhir ini diam dalam kerangka  $O$  (lihat lagi gambar 12).

Dengan demikian, massa  $M$  tersebut selanjutnya akan menjadi massa diam gabungan ( $M_0$ ) dalam pandangan kerangka  $O'$ .

Perhatikan, ternyata definisi massa relativistik berhasil mempertahankan kekekalan momentum menurut  $O$  karena momentum awal  $p_{\text{awal}} = m_A v_A + m_B v_B$  bernilai nol sama seperti

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

bernilai nol sama seperti

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Selanjutnya kita cek untuk kerangka  $O'$ . Menurutnya, benda A diam (lihat gambar 13) sehingga  $m_A' = m_0$ . Karena benda B bergerak dengan laju

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

maka

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Massa gabungan  $M'$  bergerak dengan laju  $V' = -v$  sehingga

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Substitusikan hasil  $M_0$  sebelumnya, maka

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Momentum linearnya menjadi

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dan

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

terlihat bahwa  $p'_{\text{awal}} = p'_{\text{akhir}}$ , yang berarti asumsi massa relativistik yang kita gunakan dapat menghasilkan kekekalan momentum yang kita harapkan pada kerangka  $O'$ . Oleh karena itu, kita sahkan massa relativistik

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dan momentum

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Massa relativistik sebenarnya baru terlihat penting ketika kelajuan suatu benda benar-benar mendekati kelajuan cahaya. Pada kelajuan sepersepuluh kelajuan cahaya pertambahan massanya hanya 0,5 persen, tetapi pertambahan itu mencapai 100 persen pada kelajuan sembilan per sepuluh kelajuan cahaya. Menurut sejarahnya, persamaan (40) ditemukan oleh Bucherer tahun 1908 ketika ia mendapatkan rasio muatan terhadap massa yang lebih kecil untuk elektron berkecepatan tinggi daripada elektron berkecepatan rendah, yang artinya massa elektron yang cepat seharusnya lebih besar daripada elektron yang lambat. Persamaan tersebut, seperti juga persamaan relativitas khusus lainnya, telah dibuktikan oleh banyak eksperimen sehingga sudah dianggap sebagai rumus dasar dalam fisika.

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### SOAL 12

Cari massa elektron ( $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg) yang kecepataannya  $0,99c$ !

**Penyelesaian:**

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

berarti massa elektron saat bergerak sekitar 7 kali massa diamnya.

Konsep terakhir yang akan kita bahas dalam teori relativitas khusus adalah rumus “sapu jagat” Einstein yang menghubungkan antara massa dan energi. Penurunannya dimulai dari energi kinetik.

Energi kinetik dalam fisika klasik didefinisikan sebagai usaha suatu gaya luar yang mengubah laju sebuah objek. Definisi ini tetap dipertahankan dalam mekanika relativistik dengan membatasi bahasan dalam satu dimensi. Perubahan energi kinetik  $\Delta K = K_{akhir} - K_{awal}$  adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jika benda mulai dari keadaan diam, maka  $K_{awal} = 0$ .

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Gantikan  $F$  oleh  $dp/dt$  (Hukum II Newton),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Karena

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Selesaikan,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Hasil ini menyatakan bahwa energi kinetik suatu benda sama dengan pertambahan

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

massanya akibat gerak relatif dikalikan dengan kuadrat kelajuan cahaya. Hati-hati, persamaan ini juga memberikan informasi bahwa kita tidak boleh menggunakan persamaan klasik  $K = 1/2 mv^2$  lantas hanya mengganti suku  $m$  dengan massa relativistik.

Selain permasalahan matematis, secara eksperimen pun memang sangat bermasalah jika kita hanya asal mengganti salah satu suku persamaan klasik untuk mendapatkan hubungan energi kinetik dalam dinamika relativistik.

Persamaan (1.42) dapat juga ditulis dalam bentuk lain, yaitu energi total

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

dengan  
QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### SOAL 13

Tunjukkan bahwa untuk semua partikel berlaku hubungan energi dengan momentum,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

#### Penyelesaian:

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Kurangkan  $p^2c^2$  dari  $E^2$  menghasilkan

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

atau

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

### SOAL 14

Apakah ada kemungkinan ditemukannya partikel tak bermassa ( $m_0 = 0$ )?  
Ramalkanlah keberadaannya dengan teori energi dan momentum relativistik!

#### Penyelesaian:

Perhatikan bentuk persamaan (41) dan (43),

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jika  $m_0 = 0$  dan  $v < c$ , maka  $E = p = 0$ . Buat apa ada partikel tak bermassa yang bergerak dengan energi nol dan momentum nol? Tentu tidak ada gunanya. Namun jika kita ambil  $m_0 = 0$  dan  $v = c$ , maka hasilnya  $E = p = 0/0$ . Ini adalah bentuk tak tentu, hasilnya banyak jawab. Artinya,  $E$  dan  $p$  dapat memiliki nilai berapa saja. Dengan demikian, partikel tak bermassa itu  *mungkin ada*. Apakah syaratnya cukup  $v = c$  saja? Ternyata masih ada syarat lain.

Dari persamaan (46), substitusi  $m_0 = 0$  menghasilkan  $E = pc$ . Nyatanya, saat ini telah diketahui dua jenis partikel tak bermassa, yaitu foton dan neutrino. Perilaku keduanya ternyata sesuai dengan ramalan yang kita kemukakan di atas.

### SOAL 15

Pada jarak yang sama dengan orbit Bumi ( $1,5 \cdot 10^{11}$  m), intensitas radiasi matahari adalah sekitar  $1,4 \cdot 10^3$  W/m<sup>2</sup>. Hitung laju kehilangan massa matahari!

#### Penyelesaian:

Intensitas  $S$  berkaitan dengan daya (energi per waktu) radiasi dari matahari,

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jika radiasi energi matahari dianggap tersebar merata (berupa muka gelombang bola), maka daya totalnya adalah

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Kehilangan energi diam sebesar  $4 \cdot 10^{26}$  joule itu setara dengan perubahan massa sebesar

QuickTime™ and a  
TIFF (Uncompressed) decompressor  
are needed to see this picture.

Jadi, laju kehilangan massa matahari adalah sekitar 4 milyar kilogram per detik. Jika laju kehilangan massa ini besarnya tidak pernah berubah, maka matahari akan bersinar untuk sekitar 10<sup>13</sup> tahun lagi.

\*\*\*

*"Seseorang dikatakan BERILMU selama ia TETAP BELAJAR. Jika ia  
MENINGGALKAN  
belajar dan merasa CUKUP dengan ILMU yang ada padanya, maka  
sungguh ia adalah orang yang paling BODOH"*