

Koefisien Transmisi Elektron yang Melalui Penghalang dengan Ketebalan Nanometer pada Heterostruktur Anisotropik yang Diberi Tegangan Panjar

Lilik Hasanah¹, Fatimah A. Noor, Khairurrijal, Mikrajuddin, Toto Winata, dan Sukirno
Departemen Fisika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

Abstrak.—Penurunan pernyataan analitik dari koefisien transmisi elektron yang datang pada heterostruktur anisotropik dengan memecahkan persamaan Schrödinger yang melibatkan elemen-elemen tensor massa-efektif *off-diagonal*. Di sini diasumsikan bahwa arah dari propagasi elektron adalah sembarang sudut terhadap antarmuka heterostruktur dan massa efektif elektron tergantung pada posisi. Pernyataan analitik ini diterapkan pada heterostruktur Si(110)/Si_{0.7}Ge_{0.3}/Si(110) dimana ketebalan penghalang Si_{0.7}Ge_{0.3} adalah 5 nm. Penghalang diberi tegangan panjar 50 meV. Hasil perhitungan koefisien transmisi digambarkan sebagai fungsi dari sudut datang elektron dan dihitung untuk energi elektron yang lebih rendah dari potensial penghalang. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa koefisien transmisi tergantung pada lembah dan tidak simetri terhadap sudut datang.

Kata kunci—koefisien transmisi, material anisotropik, penghalang dengan ketebalan nanometer, heterostruktur

I. PENDAHULUAN

Fenomena terobosan melalui penghalang potensial sudah sejak lama dipelajari dan sampai sekarang masih merupakan topik yang menarik untuk dipelajari. Beberapa penulis sebelumnya yang telah mengawali mempelajari tentang perhitungan koefisien transmisi ini di antaranya Paranjape yang membahas tentang waktu terobosan dan koefisien transmisi elektron yang melalui heterostruktur isotropik dengan masa efektif yang berbeda-beda[1], kemudian Kim dan Lee telah menurunkan waktu terobosan, posisi setelah penerobosan dan koefisien transmisi elektron dalam penghalang heterostruktur yang ditumbuhkan pada material anisotropik dengan melibatkan elemen-elemen tensor masa-efektif *off-diagonal* [2],[3]. Sebelumnya, penulis telah menghitung koefisien transmisi dan waktu terobosan elektron yang datang pada penghalang potensial heterostruktur yang ditumbuhkan pada material anisotropik Si(110)/Si_{0.7}Ge_{0.3}/Si(110) tanpa diberi tegangan panjar dengan memvariasikan sudut datang dari arah propagasi elektron[4]. Pada paper ini, kami mempelajari secara teori koefisien transmisi elektron melalui struktur Si(110)/Si_{0.7}Ge_{0.3}/Si(110) yang diberi tegangan panjar sebesar 50 meV dengan ketebalan penghalang Si_{0.7}Ge_{0.3} adalah 5 nm. Perhitungan koefisien transmisi dilakukan untuk energi elektron yang lebih rendah dari penghalang potensial dan sudut datang dari

arah propagasi electron terhadap antar muka heterostruktur divariasikan.

II. MODEL TEORITIS

Untuk mempelajari kelakuan elektron dalam heterostruktur anisotropik maka persamaan Schrödinger berikut harus dipecahkan :

$$H\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

dimana

$$H = \frac{1}{2m_0} \mathbf{p}^T \alpha(\mathbf{r}) \mathbf{p} + V(\mathbf{r}). \quad (2)$$

H adalah Hamiltonian, m_0 adalah masa elektron bebas, $\mathbf{p}$ vektor momentum, $(1/m_0)\alpha$ adalah invers tensor masa efektif and $V(\mathbf{r})$ adalah energi potensial. Gambar 1 memperlihatkan profil potensial dalam arah z. Elektron datang dari daerah I menuju penghalang potesial (daerah II). Masa efektif elektron hanya tergantung pada arah z. Fungsi gelombang yang diperoleh dari (1) dan (2) adalah

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi(z) \exp(-i\gamma z) \exp(i(k_x x + k_y y)), \quad (3)$$

dimana

$$\gamma = \frac{k_x \alpha_{xz} + k_y \alpha_{yz}}{\alpha_{zz}} \quad (4)$$

$\varphi(z)$ memenuhi persamaan Schrödinger satu dimensi berikut :

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \alpha_{zz,l} \frac{d^2 \varphi(z)}{dz^2} + V(z) \varphi(z) = E_z \varphi(z) \quad (5)$$

dimana l menyatakan masing-masing daerah pada Gambar 1. Energi dalam arah z dapat ditulis sebagai :

$$E_z = E - \frac{\hbar^2}{2m_0} \sum_{i,j \in \{x,y\}} \beta_{ij} k_i k_j, \quad (6)$$

dimana

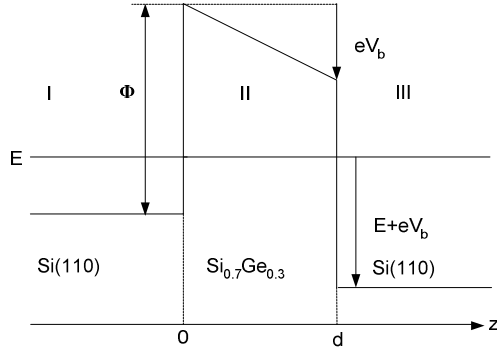
$$E = \sum_{i,j \in \{x,y,z\}} \frac{\hbar^2}{2m_0} \alpha_{ij,l} k_i k_j, \quad (7)$$

$$\beta_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{\alpha_{iz} \alpha_{zj}}{\alpha_{zz}}, \quad (8)$$

dan α_{ij} adalah elemen-elemen tensor berhubungan dengan invers tensor masa efektif.

Fungsi gelombang elektron di masing-masing daerah adalah :

¹⁾Jurusan Fisika, Universitas Pendidikan Indonesia, Indonesia



Gambar 1. Model yang digunakan dalam perhitungan numerik.

$$\Psi_I(z) = (Ae^{ik_1 z} + Be^{-ik_1 z})e^{-(i\gamma_1 z)}e^{-(ik_x x + ik_y y)} \quad z \leq 0, \quad (9)$$

$$\Psi_2(z) = (Ce^{-\int_0^z k_2(z) dz} + De^{\int_0^z k_2(z) dz})e^{-(i\gamma_2 z)}e^{-(ik_x x + ik_y y)} \quad 0 < z < d, \quad (10)$$

$$\Psi_3(z) = Fe^{ik_3 z}e^{-(i\gamma_1 z)}e^{-(ik_x x + ik_y y)} \quad z \geq d, \quad (11)$$

dengan bilangan gelombang k_1 , k_2 , dan k_3 adalah sebagai berikut :

$$k_1 = \left\{ \frac{2m_0 E_z}{\hbar^2} \frac{1}{\alpha_{zz,I}} \right\}^{1/2}, \quad (12)$$

$$k_2^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{1}{\alpha_{zz,2}} (\Phi - eFz) - \frac{\alpha_{zz,1}}{\alpha_{zz,2}} k_1^2 - \frac{1}{\alpha_{zz,2}} \sum_{i,j \in (x,y)} (\beta_{ij,1} - \beta_{ij,2}) k_i k_j, \quad (13)$$

$$k_3 = \left\{ \frac{2m_0 (E_z + eV_b)}{\hbar^2} \frac{1}{\alpha_{zz,I}} \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

dimana Φ adalah tinggi penghalang potensial akibat ketidakkontinuan pita Si(110) dan Si_{0.7}Ge_{0.3}.

Syarat batas fungsi gelombang pada $z = 0$ dan $z = d$ diberikan oleh [2]:

$$\Psi_I(z = 0^-) = \Psi_2(z = 0^+), \quad (15a)$$

$$\frac{1}{m_0} \left[\alpha_{zx,I} \frac{d\Psi_1}{dz} + \alpha_{zy,I} \frac{d\Psi_1}{dz} + \alpha_{zz,I} \frac{d\Psi_1}{dz} \right]_{z=0^-} = \frac{1}{m_0} \left[\alpha_{zx,2} \frac{d\Psi_2}{dz} + \alpha_{zy,2} \frac{d\Psi_2}{dz} + \alpha_{zz,2} \frac{d\Psi_2}{dz} \right]_{z=0^+}, \quad (15b)$$

$$\Psi_2(z = d^-) = \Psi_3(z = d^+), \quad (15c)$$

$$\frac{1}{m_0} \left[\alpha_{zx,2} \frac{d\Psi_2}{dz} + \alpha_{zy,2} \frac{d\Psi_2}{dz} + \alpha_{zz,2} \frac{d\Psi_2}{dz} \right]_{z=d^-} = \frac{1}{m_0} \left[\alpha_{zx,1} \frac{d\Psi_3}{dz} + \alpha_{zy,1} \frac{d\Psi_3}{dz} + \alpha_{zz,1} \frac{d\Psi_3}{dz} \right]_{z=d^+}. \quad (15d)$$

Dari syarat batas ini, diperoleh amplitudo transmisi T_a sebagai :

$$T_a = G \exp(i\phi), \quad (16)$$

dimana:

$$G = \frac{2k_1 k_2}{(P^2 \sinh^2(u) + Q^2 \cosh^2(u))^{1/2}}, \quad (17)$$

adalah amplitudo T_a ,

$$\phi = \left[\tan^{-1} \left(\frac{P}{Q} \right) \tanh(u) \right] - k_3 d + (\gamma_1 - \gamma_2) d, \quad (18)$$

adalah fasa T_a ,

$$P = \left(\frac{\alpha_{zz,I}}{\alpha_{zz,2}} k_1^2 - \frac{\alpha_{zz,2}}{\alpha_{zz,I}} k_2^2 \right), \quad (19)$$

$$Q = 2k_1 k_2, \quad (20)$$

$$u = k_2 d. \quad (21)$$

Koefisien transmisi diperoleh dari persamaan berikut :

$$T = T_a^* T_a. \quad (22)$$

III. HASIL PERHITUNGAN DAN DISKUSI

Mengacu pada gambar 1, penghalang potensial Si_{0.7}Ge_{0.3} (daerah II) ditumbuhkan pada Si (110) (daerah I dan II). Tebal penghalang adalah 50 Å dan ketidakkontinuan pita adalah 216 meV [2].

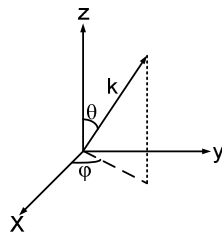
Ada empat lembah ekuivalen dalam pita konduksi Si (110). Elemen-elemen tensor masa efektif dari keempat lembah ini tidak sama. Ada dua kelompok lembah dalam Si (110) dan Si_{0.7}Ge_{0.3}. Invers masa efektif yang digunakan dalam contoh ini berhubungan dengan elemen-elemen tensor α_{ij} dalam Tabel 1 [5].

Gambar 2 memperlihatkan sistem koordinat yang digunakan. Posisi ketika elektron menumbuk penghalang dipilih sebagai pusat sistem koordinat. Dari sistem koordinat ini, maka (7) menjadi:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_0} \times \left\{ \alpha_{xx1} k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \alpha_{yyx1} k^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \alpha_{zz1} k^2 \cos^2 \theta \left(\alpha_{xy1} k^2 \sin^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi + \alpha_{yz1} k^2 \sin^2 \theta \cos \theta \sin \varphi + \alpha_{zx1} k^2 \sin^2 \theta \cos \theta \cos \varphi \right) \right\}. \quad (23)$$

TABEL I
ELEMEN-ELEMEN TENSOR (α_{ij}) YANG DIGUNAKAN DALAM PERHITUNGAN NUMERIK

Lembah	Daerah I, III			Daerah II		
1	5.26	0	0	5.91	0	0
	0	3.14	2.12	0	3.86	2.45
	0	2.12	3.14	0	2.45	3.86
2	5.26	0	0	5.91	0	0
	0	3.14	-2.12	0	3.86	-2.45
	0	-2.12	3.14	0	-2.45	3.86

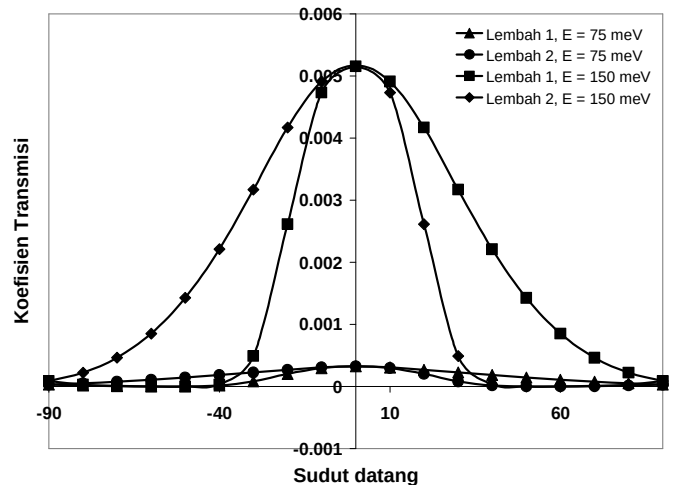


Gambar 2. Sistem koordinat yang digunakan dalam analisis

Kami melakukan perhitungan koefisien transmisi untuk sudut datang $\mathbf{k}$ (vektor gelombang elektron datang) yang divariasikan dari -90° to 90° dengan energi datang 75 meV dan 150 meV dan hasilnya diplot di Gambar 3. Meskipun sudut datang adalah θ dan ϕ , tetapi kami menetapkan ϕ pada $\pi/2$ untuk penyederhanaan. Perhatikan bahwa untuk seluruh lembah, koefisien transmisi tidak simetri dengan perubahan tanda sudut datang ($\theta \rightarrow -\theta$), ini menunjukkan material anisotropik. Untuk lembah 1 dan 2, koefisien transmisi maksimum terjadi pada sudut datang 0° (tegak lurus antarmuka penghalang potensial), hal ini disebabkan karena pada sudut datang ini energi elektron yang menembus penghalang potensial paling besar dibanding sudut-sudut datang lainnya. Untuk semua lembah, koefisien transmisi untuk energi datang elektron 150 meV lebih besar daripada koefisien transmisi untuk energi datang elektron 75 meV. Hal ini disebabkan ketika energi datang elektron 150 meV, elektron memiliki energi yang lebih besar untuk menerobos penghalang dibanding ketika elektron memiliki energi datang 75 meV.

IV. KESIMPULAN

Kami sudah menurunkan pernyataan analitik dari koefisien transmisi elektron dalam penghalang potensial dengan ketebalan nanometer yang diberi tegangan panjar yang ditumbuhkan pada material anisotropik dengan memvariasikan sudut datang. Efek masa efektif yang berbeda pada antarmuka sambungan hetero turut diikutsertakan. Syarat batas untuk fungsi gelombang elektron (dalam pendekatan masa efektif) pada sambungan heterostruktur anisotropik juga dilibatkan dalam perhitungan. Perhitungan dikerjakan untuk penghalang potensial $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ yang ditumbuhkan pada Si (110). Perhitungan menunjukkan bahwa koefisien transmisi tergantung pada lembah dan tidak simetri terhadap sudut datang.



Gambar 3. Koefisien transmisi terhadap sudut datang vektor gelombang dari -90° sampai dengan 90° untuk kasus $E > V(z)$ dan $E < V(z)$

DAFTAR PUSTAKA

- [1] V.V. Paranjape, "Transmission coefficient and stationary-phase tunneling time of an electron through a heterostructure", *Phys.Rev. B*, vol. 52, no.15, pp. 10740-10743, 1995.
- [2] K.-Y. Kim and B. Lee, "Tunneling time and the post-tunneling position of an electron through a potential barrier in an anisotropic semiconductor" *Superlattice Microstruct.*, vol. 24, no. 6, pp. 389-397, 1998.
- [3] K.-Y. Kim and B. Lee, "Transmission coefficient of an electron through a heterostructure barrier grown on anisotropic materials," *Phys.Rev. B*, vol. 58, no.11, pp. 6728-6731, 1998.
- [4] L. Hasanah, Khairurrijal, Mikrajudin, T. Winata and Sukirno, "Tunneling Time and Transmission Coefficient of An Electron Tunneling Through A Nanometer-Thick Square Barrier in an Anisotropic Heterostructure", *Proc. Int. Conf. Applied .Math .(ICAM05)*, Bandung 22-26 August 2005, CP14.
- [5] K.-Y. Kim and B. Lee, "Wigner function formulation in anisotropic semiconductor quantum wells" *Phys.Rev. B*, vol. 64, 115304, 2001.
- [6] Khairurrijal, F. A. Noor, and Sukirno, "Electron direct tunneling time in heterostructure with nanometer-thick trapezoid barriers" *Solid-State Electronics*, vol. 49, no. 6, pp. 923-927, 2005.
- [7] B. Lee and W. Lee, "Electron tunneling through a potential barrier under non normal incidence" *Superlattice Microstruct.*, vol. 18, no. 3, pp. 177-185., 1995.