



4 Gambaran Statistik Sistem Partikel

Dalam pembahasan terdahulu kita telah mempelajari penerapan konsep dasar probabilitas untuk menggambarkan sistem dengan jumlah partikel yang cukup besar (N). Pada bab ini, kita akan menggabungkan antara statistik dan penerapan konsep-konsep mekanika untuk menggambarkan sistem makroskopik, pengembangan lebih lanjut dari pembahasan ini yang kita namakan *mekanika statistik*. Beberapa hal yang diperlukan dalam menggambarkan keadaan sistem partikel adalah:

1. Spesifikasi keadaan sistem.
2. Ensemble statistik.
3. Postulat statistik.
4. Perhitungan probabilitas

4.1 Spesifikasi Keadaan dari Sebuah Sistem

Dalam menentukan keadaan suatu sistem biasanya akan diawali dengan mengetahui gambaran keadaan partikelnya yang dapat diketahui dengan tinjauan mekanika kuantum, karena keadaan mikro suatu sistem dinyatakan oleh keadaan kuantumnya. Kita telah mengenal empat bilangan kuantum yang berdasarkan Asas Eksklusi Pauli, salah satunya adalah bilangan kuantum utama yang dilambangkan dengan n .

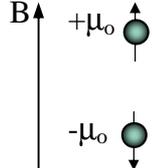
Setiap keadaan kuantum tertentu berkaitan dengan suatu nilai tertentu, misalnya bilangan kuantum utama menunjukkan tingkatan energi dalam sistem yang kemudian dikenal dengan adanya tingkatan-tingkatan energi atau *energi level*. Suatu sistem biasanya memiliki keadaan energi paling kecil, yang dalam pandangan fisika modern hal ini berkaitan dengan kestabilan inti (sebab dengan semakin memiliki keadaan energi yang paling kecil maka pengaruh inti sangat kuat sehingga cenderung lebih stabil).

Asas Eksklusi Pauli mengatakan bahwa tidak ada suatu atom yang memiliki bilangan kuantum yang sama, artinya suatu sistem biasanya memiliki satu nilai energi sistem tertentu. Hal ini dapat diterima dengan melihat atom atau sistem yang “mematuhi” prinsip tersebut. Akan tetapi satu nilai energi sistem tertentu dapat saja dimiliki oleh bermacam-macam atom. Dengan kata lain, dapat saja dua

atom atau lebih memiliki empat bilangan kuantum yang sama, dan hal ini dinamakan dengan *keadaan degenerasi*.

Mengetahui keadaan suatu sistem tak akan lepas dari informasi tentang keadaan kuantum dan akhirnya berhubungan dengan momen magnetiknya. Sebagai contoh sistem yang hanya terdiri dari 1 partikel saja, jika momen magnetiknya μ_o , maka ada dua keadaan yang mungkin muncul berkaitan dengan spinnya yaitu spin *up* atau spin *down*. Hal ini dapat ditentukan oleh bilangan kuantumnya yaitu $+\sigma$ untuk spin *up* atau $-\sigma$ untuk spin *down*. Begitu pula dengan momen magnetik sistem, bisa berharga $+\mu_o$ atau $-\mu_o$. Dan pada akhirnya energi sistem E dapat saja bernilai $-\mu_o B$ atau $\mu_o B$. Secara statistik dapat dilihat keadaan sistem tersebut dengan tabel adalah sebagai berikut :

R	σ	M	E
1	$+1$	$+\mu_o$	$\mu_o \cdot B$
2	-1	$-\mu_o$	$\mu_o \cdot B$



(a)

$\sigma = +1 \rightarrow E_+ = -\mu_o B$

$\sigma = -1 \rightarrow E_- = \mu_o B$

(b)

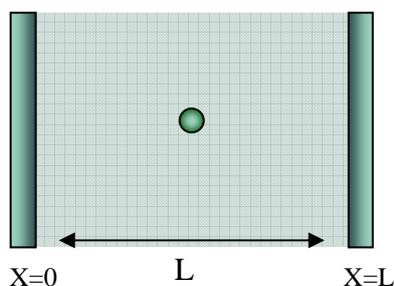
Gambar 4.1

- (a) Tabel keadaan quantum untuk 1 partikel spin $1/2$.
 (b) Diagram dua tingkat energi 1 partikel spin $1/2$ dengan medan magnet eksternal B .

Bagaimana kita dapat menjelaskan sebuah sistem dengan penerapan konsep fisika, mari kita tinjau contoh berikut ini.

1. Sistem Partikel dalam Kotak 1 Dimensi

Sebagai pendahuluan dalam menentukan gambaran statistik sistem partikel maka kita tinjau keadaan yang paling sederhana yaitu suatu sistem dengan 1 partikel dalam kotak 1 dimensi. Tujuan kita adalah mendapatkan gambaran untuk menjelaskan karakteristik partikel dalam kotak 1 dimensi. (Dilakukan dalam kotak



Gambar 4.2

Partikel dalam kotak 1 dimensi

karena dalam kotak aspek dimensinya justru akan memudahkan perhitungan lebih lanjut walaupun dalam kenyataannya partikel tidak selalu berada dalam kotak).

Kotak yang ditinjau adalah kotak 1 dimensi kemudian setelah itu dengan melihat prinsip yang ada dalam kotak 1 dimensi, dengan mudah kita dapat menentukan partikel dalam kotak 3 dimensi. Dari sini dapat ditentukan harga fungsi energi $f(E)$ berdasarkan variabel pada sistem yang terdefinisi. Perhatikan gambar 4.2. Syarat batas yang diberikan adalah partikel berada dalam kotak 1 dimensi, berarti partikel hanya ada pada daerah $L < x < 0$ dan tidak pada batas $x=0$ dan $x=L$. Dengan adanya pernyataan dualisme gelombang yang dicetuskan oleh De Broglie bahwa selain memiliki sifat partikel juga memiliki sifat gelombang maka keberadaan partikel dalam kotak dapat dinyatakan dalam persamaan gelombang:

$$\psi_A = A \sin kx \quad (4.1)$$

Jika partikel terdapat dalam kotak yang panjangnya L , maka syarat batas memenuhi:

$x = 0 \Rightarrow \psi(x) = 0$ dan $x = L \Rightarrow \psi(x) = 0$ maka:

$$0 = A \cdot \sin k(0); \quad 0 = A \cdot \sin kl \quad (4.2)$$

dengan syarat di atas berarti $A \neq 0$, maka syarat persamaan (4.2) memberikan nilai $\sin kl = 0$; yakni ketika $\sin kl = \sin n\pi$

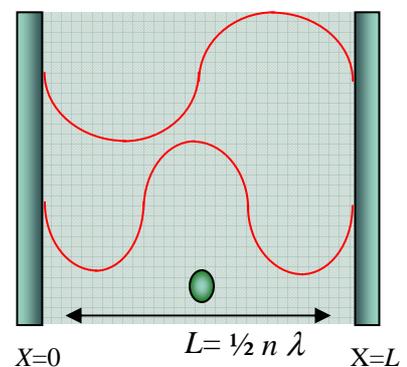
$$kl = n\pi \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Jika k menyatakan bilangan gelombang, maka akan diperoleh : $kl = n\pi$

$$\frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \quad \text{sehingga} \Rightarrow L = \frac{n\pi}{2} \quad (4.4)$$

Dari persamaan (4.4) dapat dianalisis bahwa panjang kotak agar kita dapat menemukan partikel yang didefinisikan dalam sistem tersebut adalah $L = n \cdot (\frac{1}{2})\lambda$, maka L harus merupakan kelipatan-kelipatan dari $\frac{1}{2}$ panjang gelombang. Bagaimana mendapatkan persamaan energi sistem tersebut? Hal ini dapat dilakukan dengan menentukan fungsi energi. Kita tinjau harga momentum yang dimiliki



Gambar 4.3
Ilustrasi panjang kotak 1 D berkaitan dengan λ

partikel oleh De Broglie dapat dinyatakan dengan

$$P = \hbar \cdot k = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \quad (4.5)$$

Pernyataan lain mengenai energi kinetik partikel (jika interaksi antar partikel diabaikan) $E = \frac{1}{2} mv^2$, dalam bentuk momentum energi tersebut dapat dinyatakan

$$\text{dengan : } E = \frac{(m \cdot v)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad \text{maka : } E = \frac{(\hbar k)^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 \Rightarrow k = \frac{n\pi}{L}$$

sehingga

$$E = \frac{\hbar^2 \left(\frac{n\pi}{2m} \right)^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2mL} = n^2 \left\{ \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \right\} \quad (4.6)$$

Terlihat pada pers. (4.6) bahwa harga E ini bergantung pada n . Penurunan harga energi ini juga dapat dilakukan dengan menggunakan *persamaan Schroedinger* yaitu dengan:

$$E\psi = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad \text{dengan } \psi = A \cdot \sin kx, \text{ sehingga : } E = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2$$

Jika kita menginginkan suatu fungsi energi $f(E)$, maka berdasarkan pers.(4.6) dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi energi yang dimaksud adalah:

$$n^2 = \frac{2mL}{\hbar^2 \pi^2} = \left(\frac{L}{\hbar \pi} \right) \sqrt{2Em} \text{ sehingga } f(E) = n = \left(\frac{L}{\pi \hbar} \sqrt{2m} \right) E^{1/2} \quad (4.7)$$

Pers. (4.7) menunjukkan bahwa variabel n merupakan harga yang ditentukan oleh nilai E , jika variabel lainnya kita anggap konstan $\left(\frac{L}{\pi \hbar} \sqrt{2m} \right)$, sehingga pengamatan kita pada sistem seperti ini sangat ditentukan oleh harga rentang energi yang diberikan.

2. Partikel dalam kotak 3 dimensi

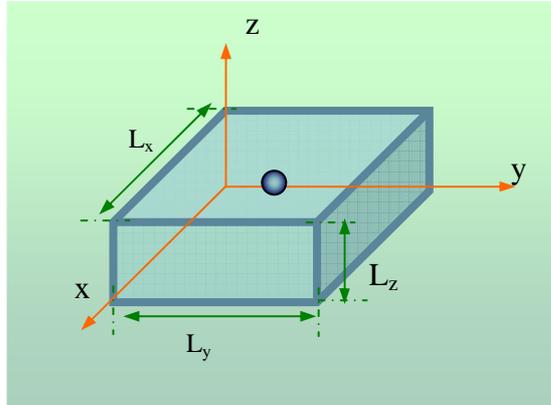
Pembahasan yang lebih luas, sistem pada contoh 1 di atas dapat kita kembangkan menjadi sistem partikel tunggal dalam kotak 3D, yaitu yang memiliki panjang, lebar dan tinggi. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar 4.4. Jika diinginkan partikel berada dalam kotak, maka syarat yang harus dipenuhi adalah :

$$0 < x < L_x ; 0 < y < L_y ; 0 < z < L_z$$

Fungsi gelombang yang menggambarkan partikel dalam kotak adalah :

$$\Psi = A(\sin k_x x)(\sin k_y y)(\sin k_z z) \quad (4.8)$$

$$\Psi = \Psi_x \Psi_y \Psi_z$$



Gambar 4.4

Ilustrasi partikel dalam kotak 3 D

Dengan demikian syarat batas tersebut memenuhi :

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \rightarrow \Psi_x = 0 & \quad ; \quad x = L_x \rightarrow \Psi_x = 0 \\ y = 0 \rightarrow \Psi_y = 0 & \quad ; \quad y = L_y \rightarrow \Psi_y = 0 \\ z = 0 \rightarrow \Psi_z = 0 & \quad ; \quad z = L_z \rightarrow \Psi_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

maka persamaan (4.8) dapat kita turunkan dengan menggunakan syarat batas tersebut:

$$\Psi = A(\sin k_x x)(\sin k_y y)(\sin k_z z)$$

$$A(\sin k_x x)(\sin k_y y)(\sin k_z z) \neq 0, \text{ sehingga}$$

$$\Psi = A(0)(0)(\sin k_z z) = 0 \quad (4.10)$$

Dengan menghindari solusi trivial, maka : $A(\sin k_z z) \neq 0$ dan

$$\psi = A(0)(0)(0) = 0 \text{ sehingga } A \neq 0 \quad (4.11)$$

sehingga persamaan ini harus memenuhi hubungan :

$$\sin kx = 0 \text{ atau } k_x L_x = 0;$$

$$\sin ky = 0 \text{ atau } k_y L_y = 0;$$

$$\sin kz = 0 \text{ atau } k_z L_z = 0,$$

$$k_x = \frac{n\pi}{L_x}; k_y = \frac{n\pi}{L_y}; k_z = \frac{n\pi}{L_z}. \quad (4.12)$$

Mengingat harga momentum p adalah suatu vektor,

$$P = \hbar.k \quad (4.13)$$

dimana k adalah bilangan gelombang yang juga merupakan vektor dan \hbar adalah suatu konstanta, sehingga pernyataan harga momentum partikel untuk ruang 3 dimensi dapat dinyatakan dengan :

$$P = \hbar \{kx^2 + ky^2 + kz^2\}^{\frac{1}{2}},$$

$$E = \frac{P^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \{kx^2 + ky^2 + kz^2\}^{\frac{1}{2}},$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \left(\frac{n_x \pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{L_z} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.14)$$

Jika harga $L_x = L_y = L_z = L$, maka persamaan di atas menjadi:

$$E = \frac{\hbar^2 \cdot \pi}{2mL} \{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.15)$$

dan mengingat n adalah indeks yang berjalan ($n = 1, 2, 3, \dots$) yang dapat dinyatakan sebagai bilangan kuantum. Untuk menggambarkan tingkatan-tingkatan energi, pernyataan yang lebih mudah jika kita memberlakukan sifat simetris pada sistem ini:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = R^2 \quad (4.16)$$

Untuk lebih jelasnya jika tingkatan energi ini digambarkan dalam koordinat bola sebagai berikut:

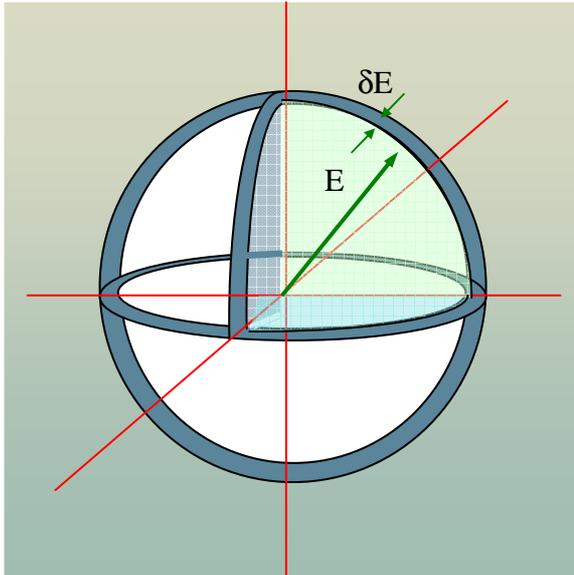
Harga volume bola pada gambar 4.5 adalah

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Jika dipandang $1/8$ volume bola, maka untuk menentukan harga perubahan energi merupakan fungsi R atau E adalah :

$$f(E) = \frac{1}{8} \left\{ \frac{4}{3} \pi \left\{ \left(\frac{L}{\hbar \pi} \right) (2mE)^{\frac{1}{2}} \right\}^3 \right\}$$

$$f(E) = \frac{1}{6} \pi \left\{ \left(\frac{L}{\hbar \pi} \right)^3 (2mE)^{\frac{3}{2}} \right\} \quad (4.17)$$



Gambar 4.5

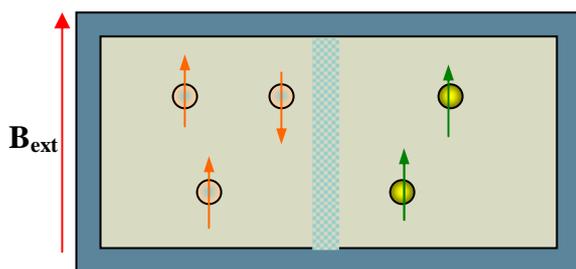
Ilustrasi pengembangan ruang energi

dimana $f(E)$ adalah fungsi energi dari sistem satu buah partikel yang berada dalam kotak tiga dimensi. Dalam menjelaskan sebuah sistem kita harus memiliki metode yang tepat untuk mendapatkan informasi tentang perubahan sistem tersebut akibat dari perubahan variabel yang dinyatakan dalam fungsi $f(X)$ dengan X merupakan variabel teramati. Hal inilah dinamakan spesifikasi keadaan sistem.

Sebagai latihan coba anda turunkan persamaan energi untuk kasus Osilator harmonik dan atom hidrogen.

4.2 Ensambel Statistik

Ketika kita berhubungan dengan sistem makroskopik, maka kita terkait dengan pengamatan variabel makroskopik yang secara teknik mudah kita kontrol, sehingga untuk keadaan-keadaan yang kita harapkan, dapat kita ciptakan kondisinya. Namun tidak demikian dengan keadaan sistem mikroskopik yang memiliki variasi keadaan yang sangat beragam dan sulit untuk dikontrol, terutama untuk pengamatan yang berkaitan dengan waktu. Oleh karena itu kita memerlukan konsep *Ensambel Statistik*, dimana sistem dengan N partikel yang keadaannya beragam akan dikelompokkan atas dasar sifat yang sama atau hampir sama. Untuk melakukan hal ini kita memiliki dua informasi yaitu informasi tentang parameter eksternal dan informasi tentang keadaan yang kita inginkan. Untuk lebih jelasnya, perhatikan sistem berikut :



Informasi eksternal yang diberikan pada sistem ini adalah adanya medan magnet luar B , sifat dari dinding yang memungkinkan adanya interaksi

partikel satu terhadap lainnya dan sistem yang terisolasi. Adapun keadaan yang diinginkan adalah

energi dari sistem yang terukur yaitu $E = -2\mu_0 B$, jika setiap partikelnya memiliki spin $\frac{1}{2}$ dengan momen magnetik partikel μ_0 . Maka ensemble statistik yang dapat dibangun adalah memilah harga yang memungkinkan untuk mendapatkan energi gabungan sebesar $E = -2\mu_0 B$, sebagai berikut:

Tabel 4.1
Pola harga moment magnetik yang muncul

r	σ_1	σ_2	σ_3	σ_1'	σ_2'	M	M'
1.	+	+	+	+	-	$3\mu_0$	0
2.	+	+	+	-	+	$3\mu_0$	0
3.	+	+	-	+	+	$-\mu_0$	$4\mu_0$
4.	+	-	+	+	+	$-\mu_0$	$4\mu_0$
5.	-	+	+	+	+	$-\mu_0$	$4\mu_0$

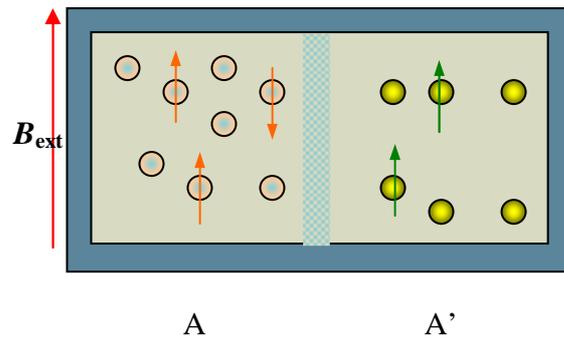
Dari informasi ini kita dapat lebih mudah menentukan nilai momen magnetik total dan standar deviasinya untuk sistem yang kita inginkan.

4.3 Postulat Statistik

Agar kita dapat memiliki prediksi teoritis yang tepat dalam menjelaskan sebuah sistem, maka kita memerlukan postulat statistik. Sebagai contoh ketika kita melakukan pengamatan pada sebuah sistem dengan N partikel, maka kita terkait dengan keadaan pengamatan sistem berada dalam rentang variabel tertentu. Misalkan sistem berada dalam rentang $E \rightarrow E + dE$, kita dapat melakukan pengamatan ketika sistem berada dalam keadaan setimbang. Untuk menggambarkan sistem tersebut berada dalam keadaan setimbang kita memerlukan postulat statistik sebagai berikut :

1. Jika dalam sistem terisolasi ditemukan harga probabilitas yang sama untuk setiap keadaan, maka sistem tersebut berada dalam keadaan setimbang.
2. Jika dalam sistem yang terisolasi tidak ditemukan harga probabilitas yang sama untuk setiap keadaan, maka sistem tersebut tidak berada dalam keadaan setimbang dan akan mengalami perubahan hingga kesetimbangan tercapai, dimana setiap keadaannya memiliki probabilitas yang sama.

Perhatikan contoh berikut :



Gambar 4.6
Ilustrasi sistem A dan A'

Perhatikan gambar 4.6, jika sistem A memiliki 8 partikel spin $\frac{1}{2}$ dengan harga momen magnetik partikelnya adalah μ_0 dan A' memiliki 6 partikel spin $\frac{1}{2}$ dengan harga momen magnetik partikelnya $2\mu_0$, maka keadaan setimbang ditemukan ketika jumlah partikel dalam keadaan *up* sama banyak dengan jumlah partikel dalam keadaan *down* untuk kedua sistem A dan A' dimana setiap keadaannya memiliki peluang yang sama.

4.4 Perhitungan Probabilitas

Berbicara dengan suatu keadaan pengamatan maka kita terkait dengan keadaan yang menggambarkan pengamatan sedang berlangsung, misal keadaan tersebut kita namakan dengan keadaan yang diizinkan. $\Omega(E)$ adalah jumlah keadaan yang diizinkan ketika pengamatan berlangsung, yaitu ketika sistem yang kita amati memiliki energi dalam rentang $E \rightarrow E + dE$, maka untuk menggambarkan jumlah peluang suatu keadaan yang sedang berlangsung dapat kita nyatakan dengan mudah. Misal untuk "i" pengamatan, Ω_i adalah jumlah keadaan yang diizinkan ketika sistem memiliki rentang energi dari $E_i \rightarrow E_i + dE_i$, maka peluang untuk mendapatkan keadaan ini adalah:

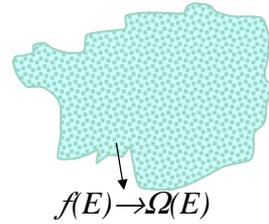
$$P_i = \frac{\Omega_i}{\Omega} \quad (4.18)$$

dengan Ω jumlah semua keadaan yang diizinkan, sehingga nilai rata-rata untuk parameter y pada keadaan i memenuhi:

$$\bar{y} \equiv \sum_i^n P_i y_i = \frac{1}{\Omega} \sum_i^n \Omega_i y_i \quad (4.19)$$

4.5 Jumlah Keadaan yang Diizinkan untuk Sebuah Sistem Makroskopik

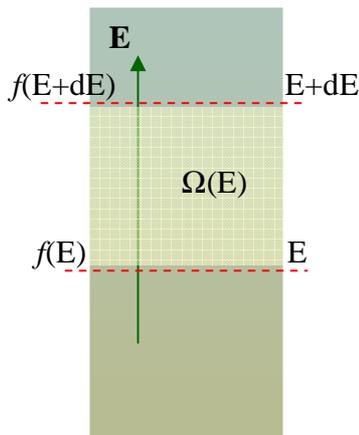
Gambar di samping adalah suatu sistem dengan N partikel. Mengingat kekompleksan yang ada pada sistem ini maka kita batasi pengamatan kita pada variabel yang terukur saja. Untuk memudahkan mengetahui bagaimana keadaan sistem tersebut maka variabel yang teramati ini dinyatakan dalam *fungsi energi* $f(E)$.



Gambar 4.7

Keadaan pengukuran suatu sistem dapat diwakili oleh harga $\Omega(E)$

Dalam Gb. 5.6 di atas, $\Omega(E)$ adalah jumlah keadaan yang diizinkan oleh sistem yang memiliki energi $E \rightarrow E + \delta E$. Jika $f(E)$ adalah fungsi energi yang menggambarkan jumlah keadaan yang diizinkan oleh sistem yang memiliki energi $\leq E$, maka $f(E + \delta E)$ adalah jumlah keadaan yang diizinkan oleh sistem yang memiliki energi $\leq (E + \delta E)$.



Gambar 4.8

Ilustrasi sistem dengan fungsi energi $f(E)$

Dari perumusan tersebut, maka jumlah keadaan yang diizinkan oleh sistem yang memiliki energi $E \rightarrow E + \delta E$ dapat dituliskan menjadi:

$$\Omega(E) = f(E + \delta E) - f(E) \tag{4.20}$$

Harga $f(E)$ dapat diperoleh dengan melakukan diferensial total :

$$\Omega(E) = \frac{d}{dE} f(E) - dE \tag{4.21}$$

Jika harga $f(E)$ telah diperoleh, maka sekarang kita menentukan keadaan yang diizinkan oleh sistem terdefinisi jika sistem mengalami perubahan dari tingkatan energi $E \rightarrow E + \delta E$ yaitu:

$$\Omega(E) = \frac{df(E)}{dE} \delta E \tag{4.22}$$

dengan δE menunjukkan perubahan secara infinitesimal,

$$\Omega(E) = \frac{d}{dE} \left(\frac{L}{2\pi} \sqrt{2Em} \right) \delta E \Rightarrow \Omega(E) = \frac{L}{2\hbar\pi} \left(\frac{2m}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \delta E \tag{4.23}$$

dengan $\Omega(E)$ adalah jumlah keadaan yang diizinkan dari sistem ini dengan adanya perubahan secara infinitesimal.

Sekarang bagaimana menentukan jumlah keadaan yang diizinkan dari partikel yang berada dalam kotak 3 dimensi itu?. caranya adalah dengan menurunkannya terhadap fungsi energi sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}\Omega(E) &= \frac{d}{dE} f(E) \delta E \\ \Omega(E) &= \frac{d}{dE} \left(\frac{1}{6} \pi \left(\frac{L}{\hbar\pi} \right)^3 (2mE)^{\frac{3}{2}} \right) \delta E \\ \Omega(E) &= \left(\frac{1}{6} \pi \left(\frac{L}{\hbar\pi} \right)^3 \frac{3}{2} (2mE)^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}} \right) \delta E \\ \Omega(E) &= \frac{V}{4\pi^2 \hbar^3} (E)^{\frac{1}{2}} (2mE)^{\frac{1}{2}} \delta E\end{aligned}\quad (4.24)$$

Untuk jumlah partikel yang cukup banyak N , maka kita akan melihat kesebandingan fungsi energi terhadap satu satuan tingkat energi. Di dalam ruang energi yang memenuhi eksklusi Pauli, maka satu satuan ruang energi hanya dapat dimiliki oleh satu partikel, sehingga fungsi energi yang memenuhi :

$$f(e) \propto (e - e_0)^\alpha, \text{ dengan } \alpha \sim 1. \quad (4.25)$$

Dengan demikian hubungan antara energi total dan sub energi pada tingkat energi dapat dinyatakan dengan $E - E_0 \sim N(e - e_0)$. (4.26)

Mengingat fungsi ini menggambarkan jumlah keadaan yang diizinkan yang berkaitan dengan jumlah kombinasi yang diperbolehkan ketika sistem berada dalam suatu harga variabel, maka untuk menggambarkan hubungan fungsi energi terhadap fungsi energi untuk satu satuan tingkat energi dapat dinyatakan dengan:

$$f(E) \sim [f(e)]^N \quad (4.27)$$

Sehingga jumlah keadaan yang diizinkan ketika pengukuran berlangsung $\Omega(E)$, memenuhi persamaan:

$$\Omega(E) = \frac{df(E)}{dE} \Delta E \sim N [f(e)]^{N-1} \frac{df(e)}{de} \Delta E = f(e)^{N-1} \frac{df(e)}{de} \Delta E \quad (4.28)$$

Karena harga $N \gg 1$, maka persamaan di atas menjadi:

$$\ln \Omega(E) = (N-1) \ln f(e) + \ln \left(\frac{df(e)}{de} \right) \Delta E \quad (4.29)$$

Soal Latihan

1. Tinjau sebuah gas ideal yang mengandung N partikel monoatomik mengisi sebuah kotak berukuran L_x , L_y , dan L_z . Diperkirakan harga N memiliki orde yang sama dengan bilangan Avogadro. Tunjukkan bahwa jumlah keadaan yang diizinkan $\Omega(E)$ untuk interval $E \rightarrow E + dE$ memenuhi persamaan:

$$C.V^N . E^{(3/2)N} \delta E$$

dengan C adalah konstanta dan

$$V = L_x . L_y . L_z .$$

2. Dengan menggunakan jumlah keadaan yang diizinkan pada soal nomor 1 diatas, tentukan energi sistem sebagai fungsi dari temperature $E = f(T)$!
3. Suatu kristal dipanaskan pada temperatur T , maka akan terjadi *deffect Schottky*. Jika pada temperature tersebut terjadi n buah *deffect* adalah $\Omega(n)$ dan entropi sistemnya adalah $S = k \ln \Omega(n)$, maka :
 - a. Jelaskan apa yang dimaksud dengan *deffect Schottky* itu!
 - b. Tentukan besarnya n sebagai fungsi suhu!
4. Sebuah sistem terdiri dari N partikel dengan spin $1/2$. Setiap partikel memiliki momen magnetik μ_0 , dan berada dalam lokasi medan magnet B . Energi total sistem ini dapat dinyatakan dengan $E = -(n-n')\mu_0.B$, dengan n adalah jumlah partikel dalam keadaan *up*. Tunjukkan bahwa jumlah keadaan yang diizinkan untuk sistem ini memenuhi (gunakan definisi $E' = E\mu_0.B$):

$$\ln \Omega(E) = N \ln(2N) - \frac{1}{2}(N - E') E_n(N - E') - \frac{1}{2}(N + E') E_n(N + E')$$

5. Sebuah kotak 3D ($L_x = L_y = L_z$) diperkirakan gaya yang diberikan oleh molekul r ketika menumbuk dinding hingga bergeser sejauh L_x adalah:

$$Fr = -\frac{\partial E_r}{\partial L_x}$$

Buktikan bahwa tekanan rata-rata yang dibutuhkan molekul dinyatakan oleh:

$$\bar{P} = C \cdot \frac{N}{V} \cdot e,$$

dengan \bar{e} adalah energi rata-rata partikel gas.

6. Untuk soal nomor 5, jika gas yang mengisi kotak tersebut adalah N_2 dengan massa 1,15 gr yang diukur pada tekanan $P = 10^6$ dyne/cm² dengan volume 1 liter, hitunglah:
- $\phi(E)$!
 - $\Omega(E)$ untuk penambahan energi internal $\delta E = 10^{24}$ erg.