

The background features a light beige gradient. On the left side, there is a faint, semi-circular grid pattern resembling a polar coordinate system. Overlaid on this grid is a vector field represented by several thin, light gray lines radiating from a central point. A small, light gray pushpin is pinned to the grid, with its point resting on one of the radial lines. The title text is centered horizontally and partially overlaps the grid and vector lines.

ANALISIS VEKTOR

Vektor dan Skalar

- ◆ Macam-macam kuantitas dalam fisika seperti: temperatur, volume, dan kelajuan dapat ditentukan dengan angka riil (nyata).
- ◆ Kuantitas seperti disebut dengan *skalar*.
- ◆ Kuantitas yang lain seperti gaya, kecepatan, dan momentum memiliki spesifikasi arah dan besar.
- ◆ Kuantitas seperti itu disebut *vektor*.

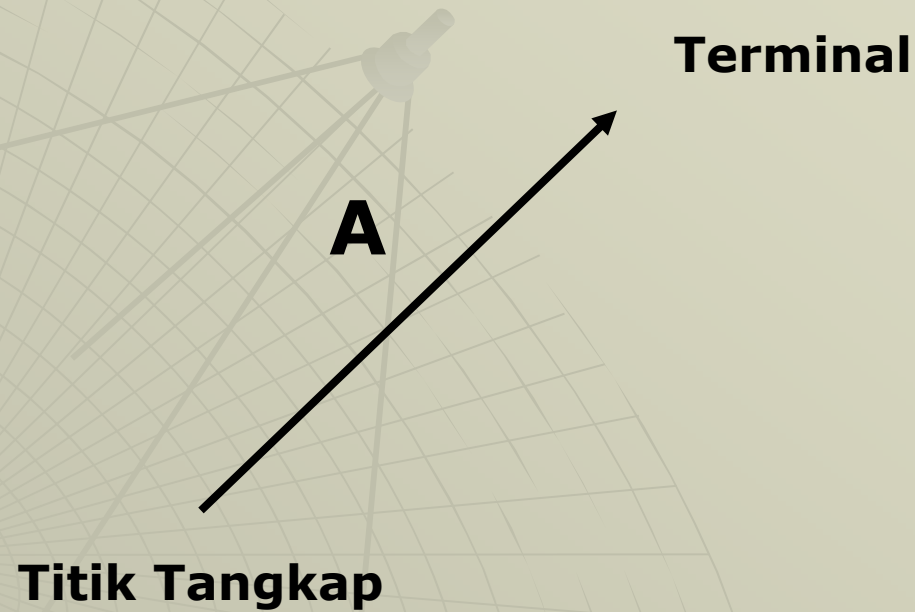
Vektor dan Skalar

- ◆ Sebuah vektor direpresentasikan (dinyatakan) dengan sebuah anak panah atau bagian garis berarah yang mengindikasikan arahnya.
- ◆ Besar vektor ditentukan dengan panjang dari anak panah, menggunakan satuan yang tepat (sesuai).

Lambang dan notasi Vektor

- ◆ Vektor ditulis dengan huruf cetak tebal seperti **A** atau $\vec{A}$
- ◆ Besarnya ditunjukkan dengan $|\vec{A}|$ atau A.
- ◆ Vektor digambarkan dengan anak panah. Ekor anak panah menunjukkan posisi titik tangkap sedangkan ujung anak panah menunjukkan titik terminal.

Penggambaran Vektor



Definisi

- ◆ Kesamaan vektor

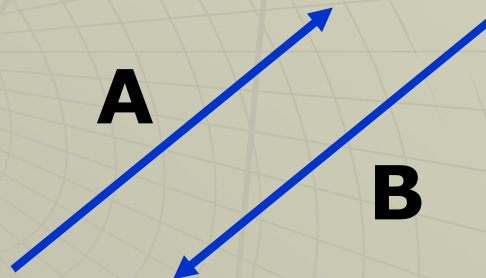
$$\mathbf{A} = \mathbf{B}$$



- ◆ Vektor yang berlawanan

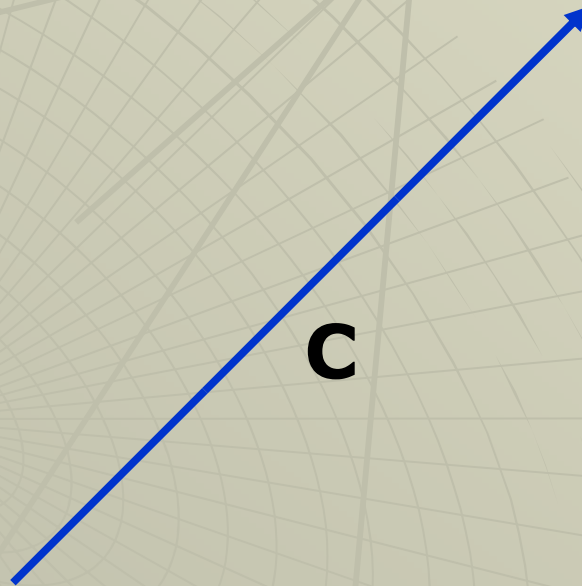
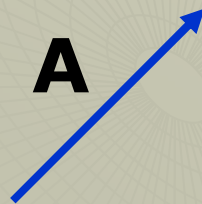
$$\mathbf{A} = -\mathbf{B}$$

$$\mathbf{B} = -\mathbf{A}$$



Definisi

- ◆ Perkalian vektor dengan skalar
 $m\mathbf{A} \rightarrow \text{vektor}$

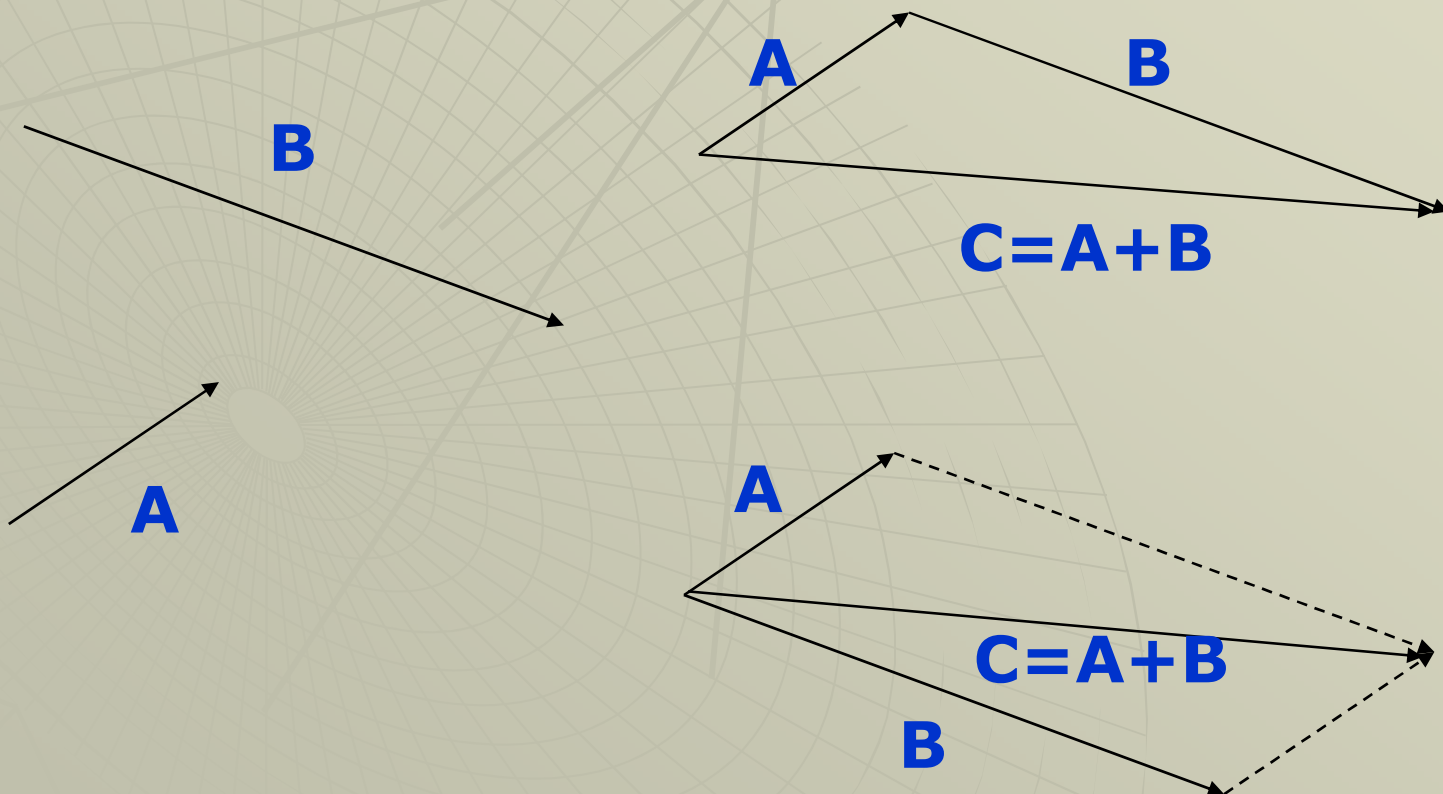


$$\mathbf{C} = 3\mathbf{A}$$

Definisi

- ◆ Penjumlahan vektor

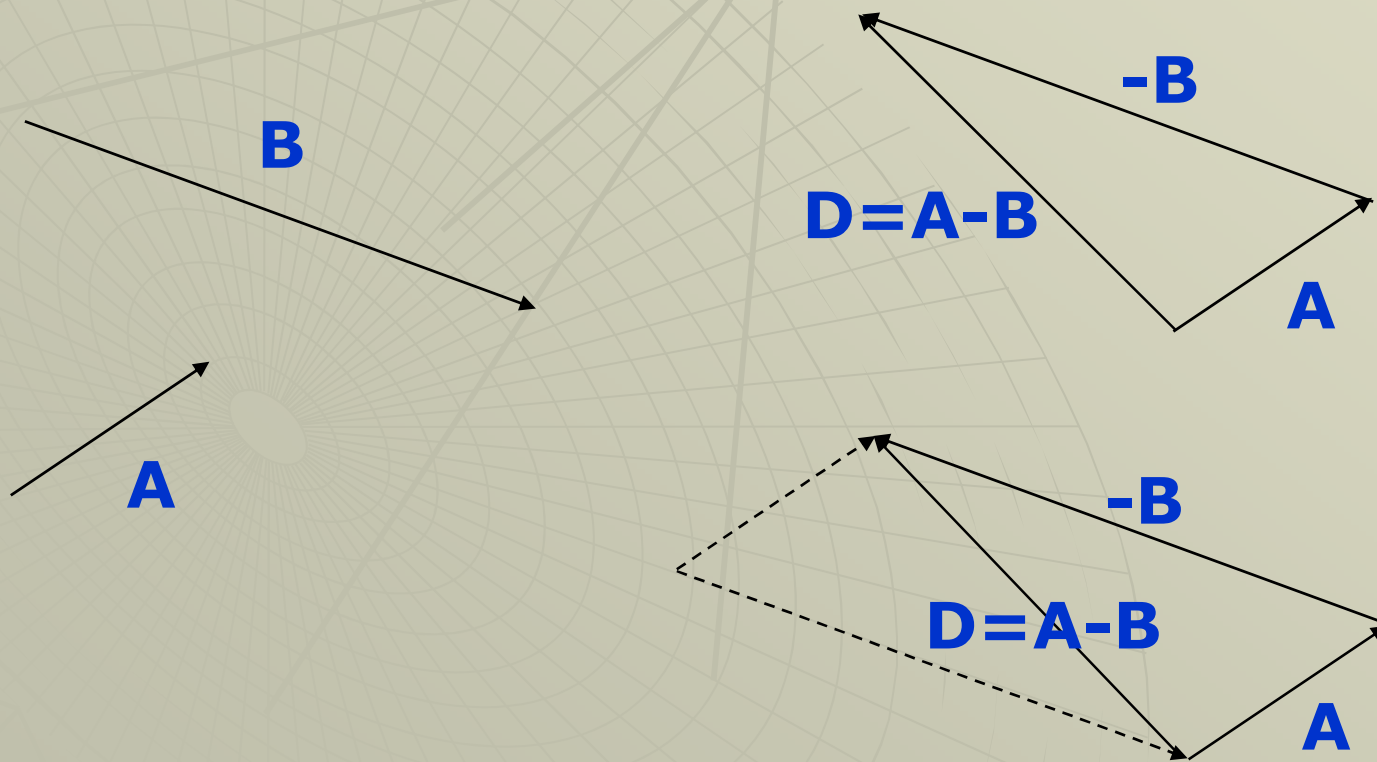
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \rightarrow \text{VEKTOR}$$



Definisi

- ◆ Pengurangan vektor

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) \rightarrow \text{VEKTOR}$$



Definisi

- ◆ Vektor satuan
 $\mathbf{a} = \mathbf{A}/A$ (hanya penentu arah, besarnya 1 satuan)
- ◆ Sehingga suatu vektor biasa ditulis sbg :
 $\mathbf{A} = A\mathbf{a}$

Hukum Aljabar Vektor

Jika **A**, **B**, **C** adalah vektor dan m , n adalah skalar.

1. **$A+B=B+A$** $\rightarrow$ Komutatif Penjumlahan
2. **$A+(B+C)=(A+B)+C$** $\rightarrow$ Asosiatif penjumlahan
3. **$m(nA)=mn(A)=n(mA)$** $\rightarrow$ Asosiatif perkalian skalar
4. **$(m+n)A = mA+nA$** $\rightarrow$ Distributif
5. **$m(A+B) = mA+mB$** $\rightarrow$ Distributif

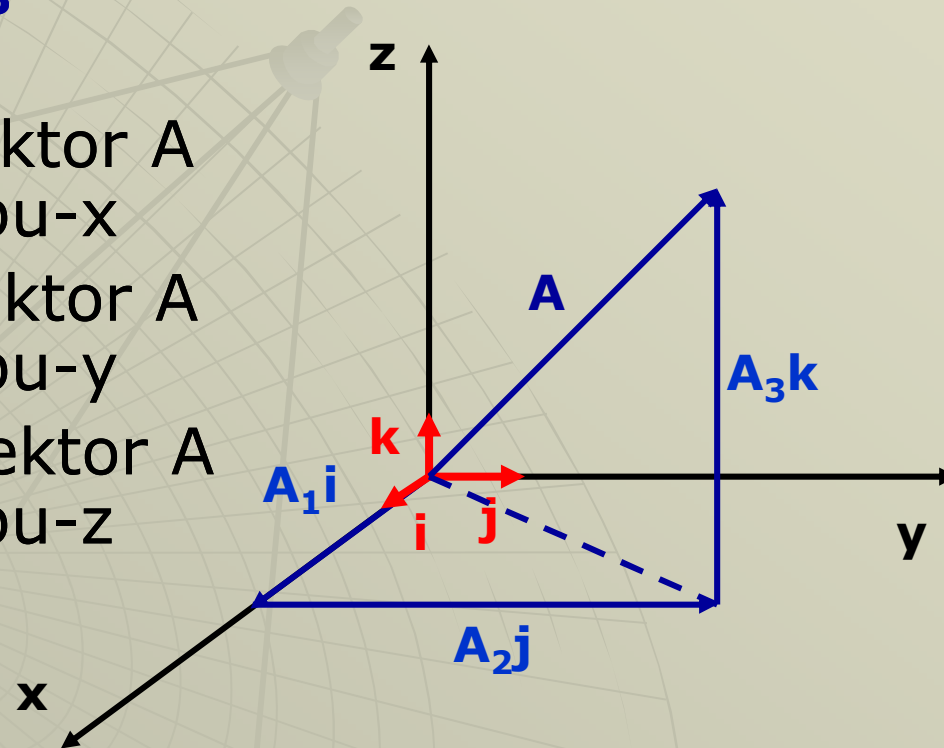
Komponen sebuah Vektor

$$\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}$$

$A_1\mathbf{i}$ = komponen vektor $\mathbf{A}$
dalam arah sumbu-x

$A_2\mathbf{j}$ = komponen vektor $\mathbf{A}$
dalam arah sumbu-y

$A_3\mathbf{k}$ = komponen vektor $\mathbf{A}$
dalam arah sumbu-z



Penjumlahan Vektor

$$\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_1\mathbf{i} + B_2\mathbf{j} + B_3\mathbf{k}$$

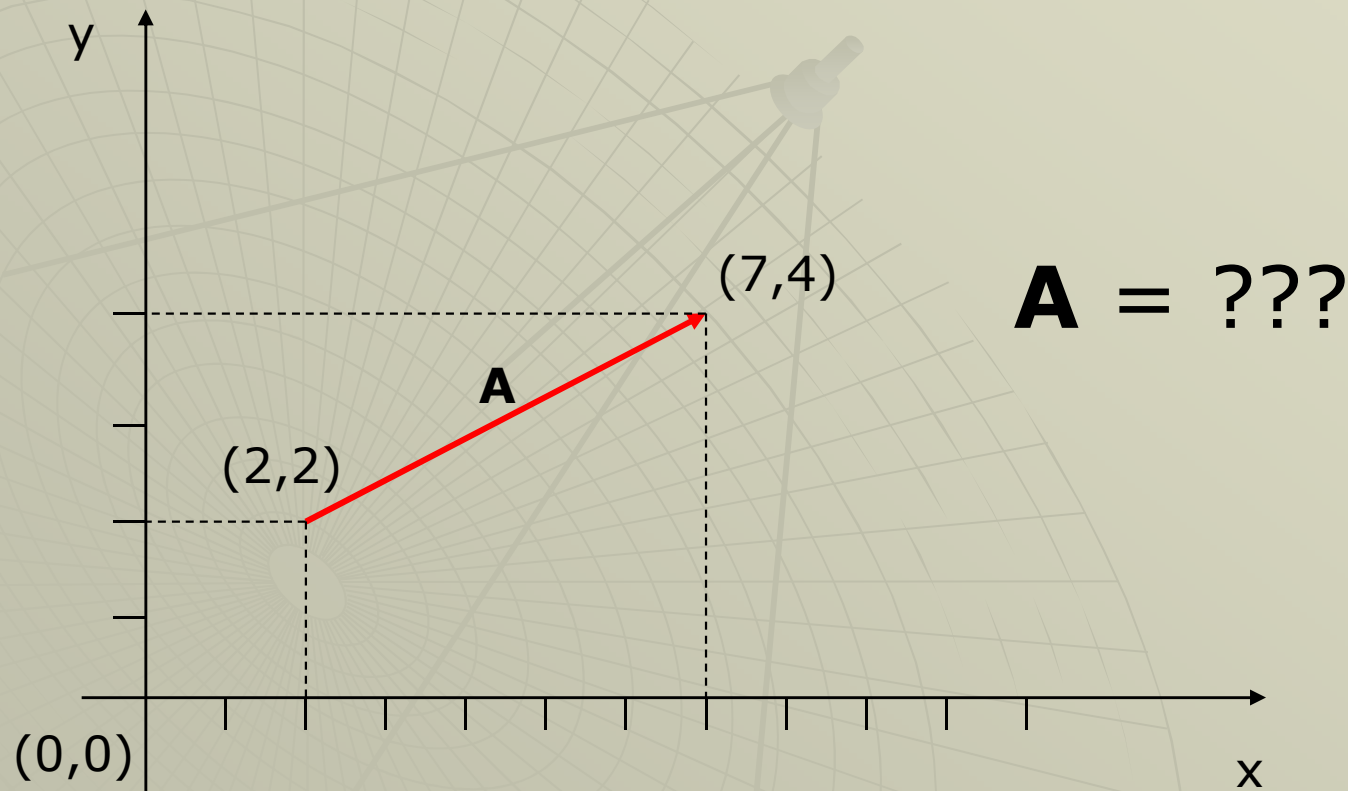
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}) + (B_1\mathbf{i} + B_2\mathbf{j} + B_3\mathbf{k})$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_1+B_1)\mathbf{i} + (A_2+B_2)\mathbf{j} + (A_3+B_3)\mathbf{k}$$

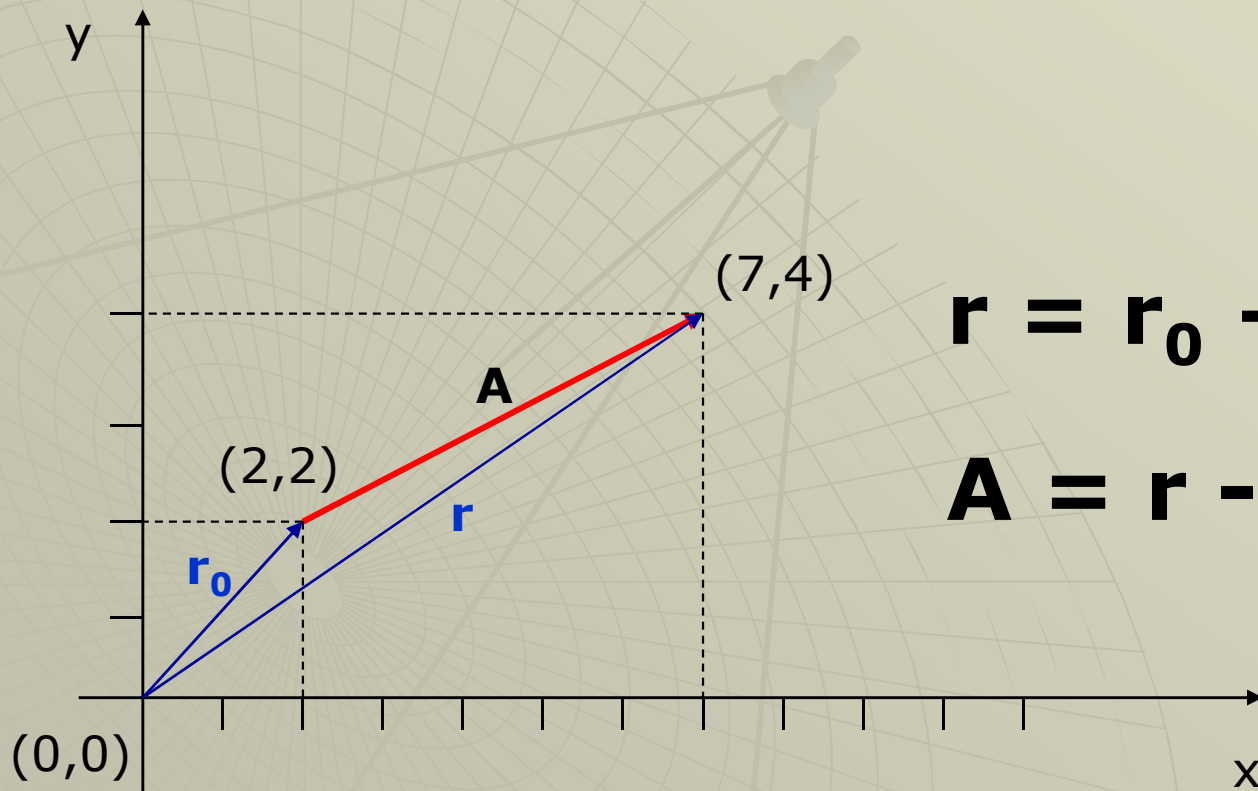
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}) - (B_1\mathbf{i} + B_2\mathbf{j} + B_3\mathbf{k})$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_1-B_1)\mathbf{i} + (A_2-B_2)\mathbf{j} + (A_3-B_3)\mathbf{k}$$

Cara menyatakan vektor dalam komponen-komponennya



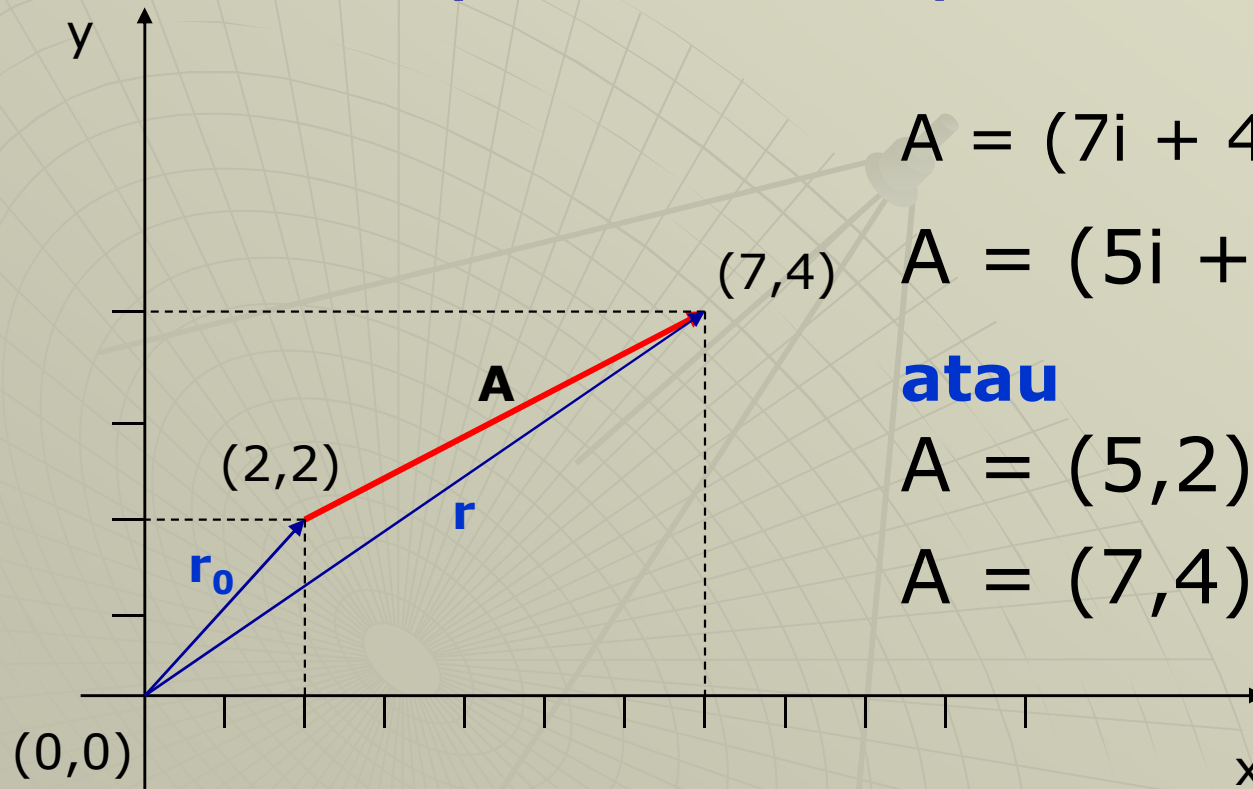
Cara menyatakan vektor dalam komponen-komponennya



$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$$

Cara menyatakan vektor dalam komponen-komponennya



$$A = (7i + 4j) - (2i + 2j)$$

$$A = (5i + 2j)$$

atau

$$A = (5, 2)$$

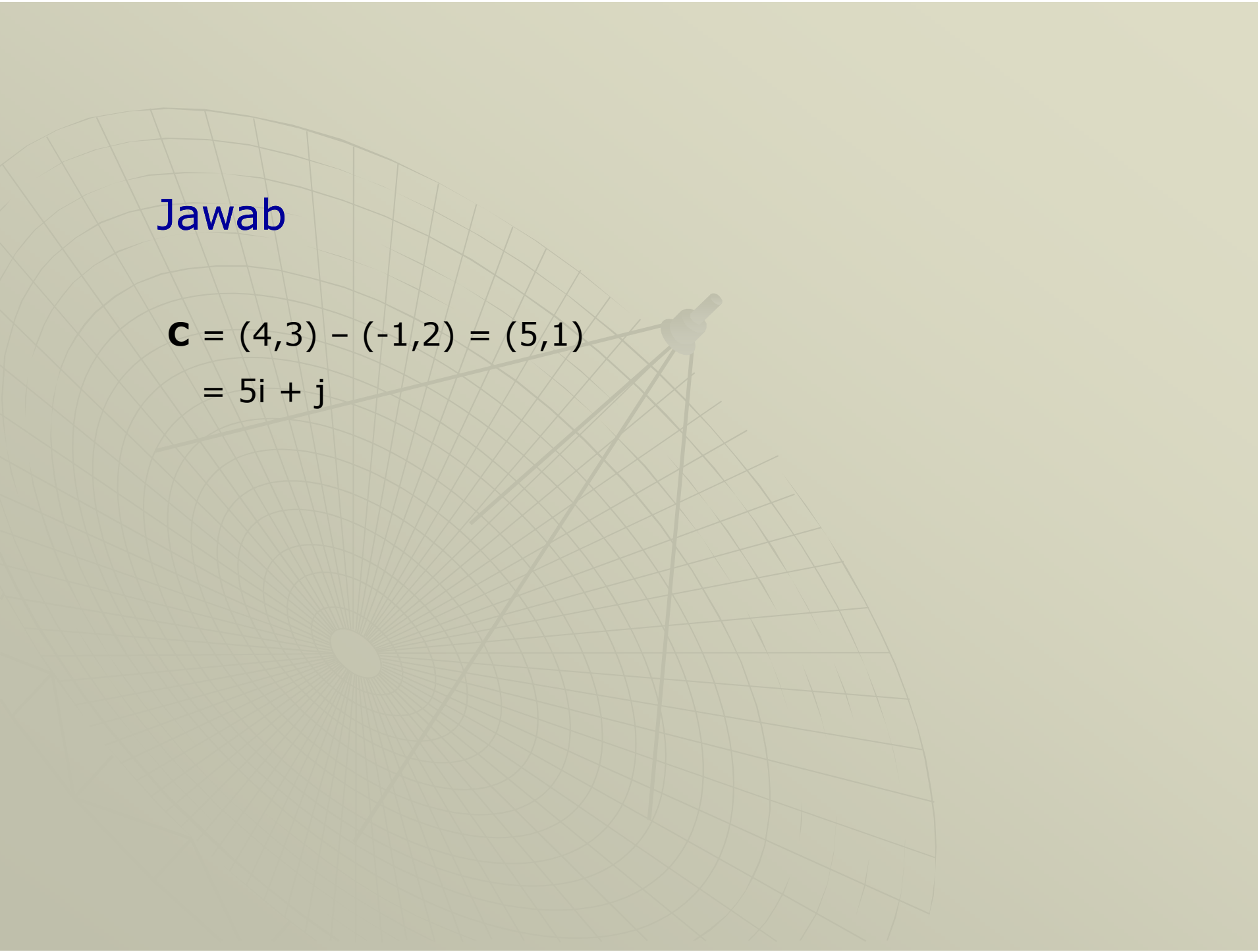
$$A = (7, 4) - (2, 2)$$

Jadi vektor A dapat ditentukan dengan cara mengurangkan koordinat terminal dengan koordinat titik tangkap.

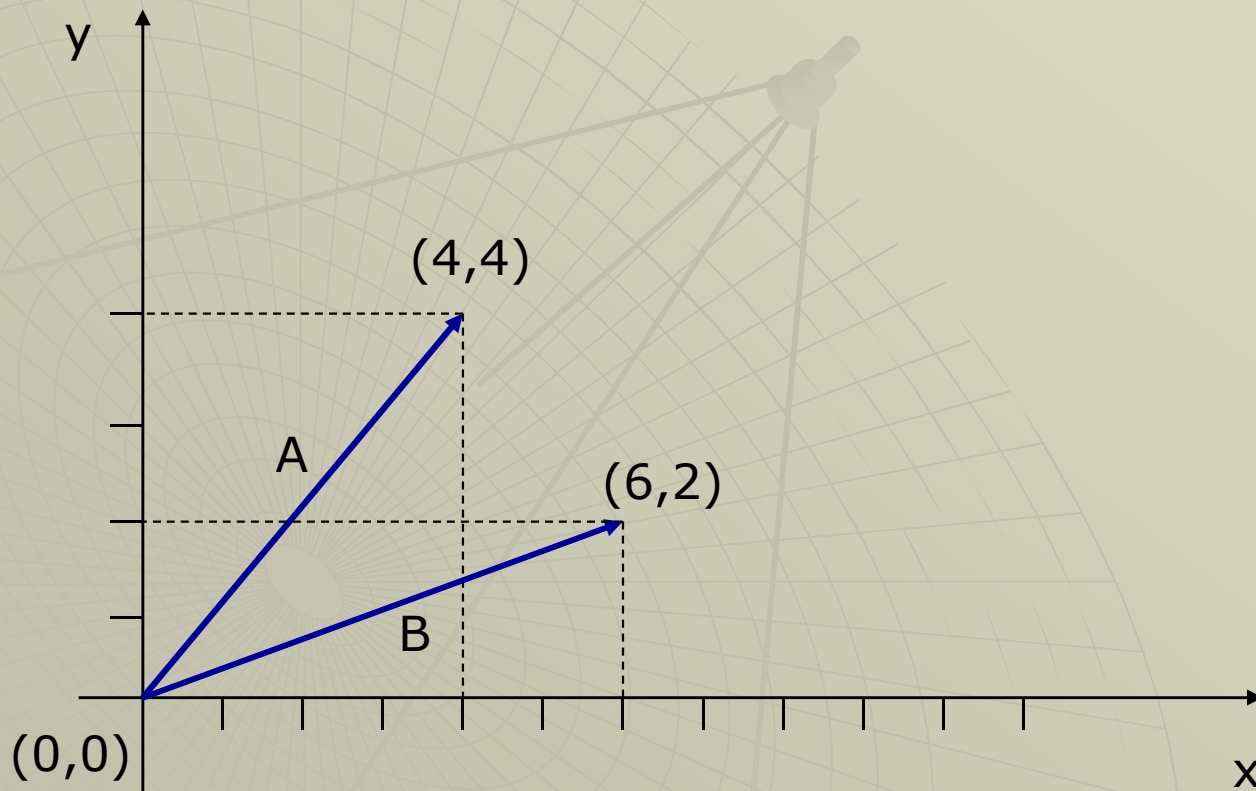
Contoh

Nyatakan dalam komponen-komponennya, sebuah vektor C yang titik tangkapnya di $(-1,2)$ dan terminalnya $(4,3)$

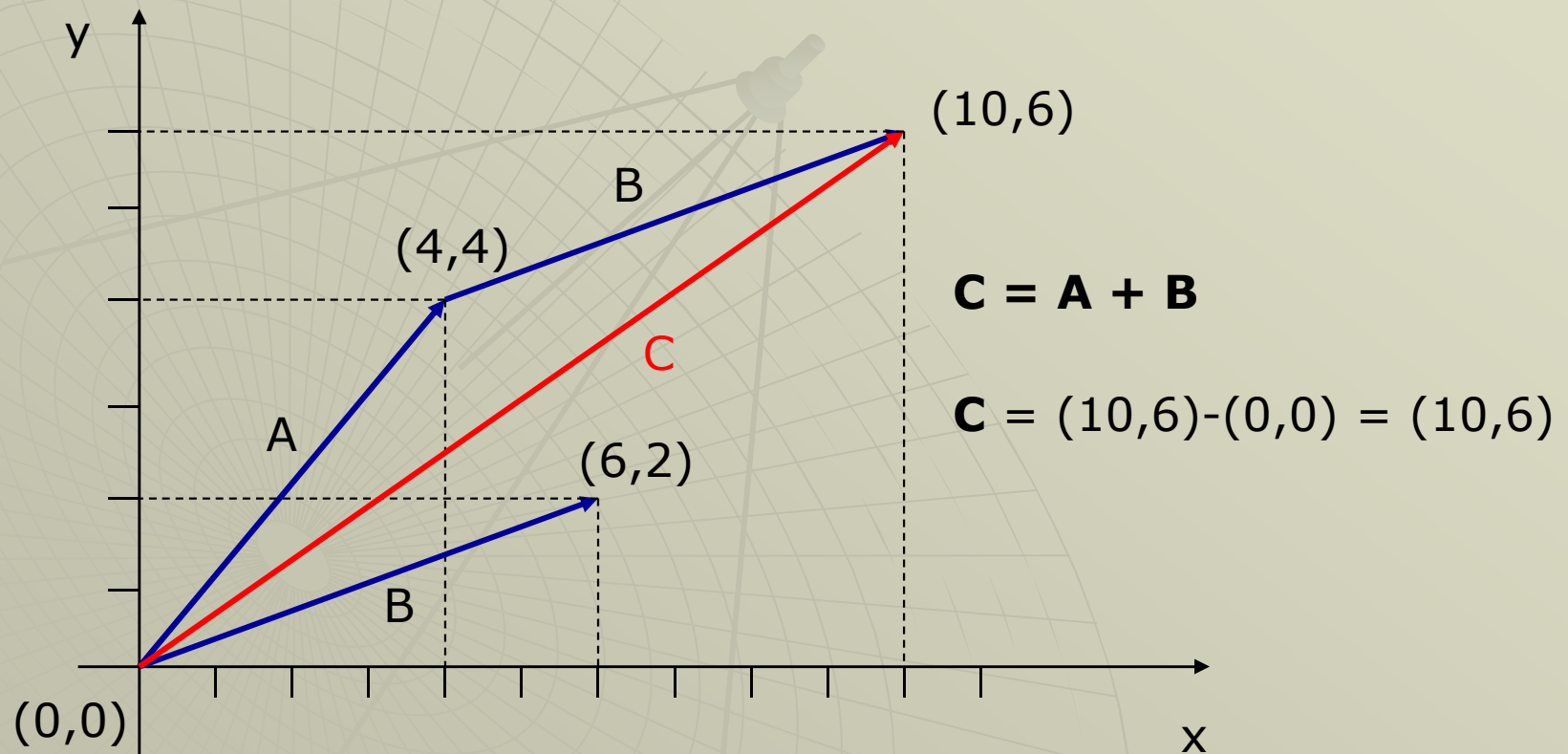
Jawab

$$\begin{aligned}\mathbf{C} &= (4,3) - (-1,2) = (5,1) \\ &= 5\mathbf{i} + \mathbf{j}\end{aligned}$$


Penjumlahan vektor secara analitis sama dengan secara grafis



Penjumlahan vektor secara analitis sama dengan secara grafis



Secara analitis

$$\mathbf{A} = 4\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$$

$$\mathbf{B} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (4\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) + (6\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) = \mathbf{10i} + \mathbf{6j}$$

Sama !!!

Perkalian Vektor dengan skalar

$$\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_1\mathbf{i} + B_2\mathbf{j} + B_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{D} = 3\mathbf{A} = 3(A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k})$$

Besar Vektor

Teorema Pythagoras :

$$(\overline{OP})^2 = (\overline{OQ})^2 + (\overline{QP})^2$$

tapi

$$(\overline{OQ})^2 = (\overline{OR})^2 + (\overline{RQ})^2$$

Sehingga

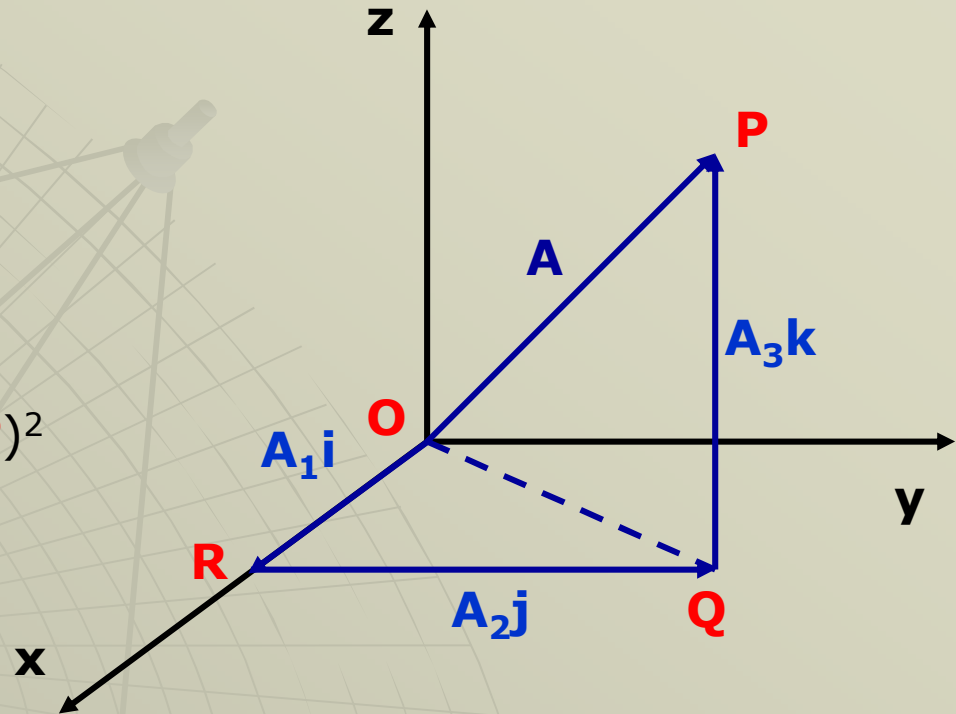
$$(\overline{OP})^2 = (\overline{OR})^2 + (\overline{RQ})^2 + (\overline{QP})^2$$

Atau

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2$$

atau

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$$



Contoh soal

Diketahui $r_1 = 2i + 4j - 5k$ dan $r_2 = i + 2j + 3k$

- a. Tentukan resultan vektor r_1 dan r_2
- b. Tentukan vektor satuan dalam arah resultan vektor tersebut

Jawab :

a. $R = r_1 + r_2 = (2i + 4j - 5k) + (i + 2j + 3k) = 3i + 6j - 2k$

b. $|R| = |(3i + 6j - 2k)| = \sqrt{9 + 36 + 4} = \sqrt{49} = 7$

$$r = \frac{R}{|R|} = \frac{3i + 6j - 2k}{7}$$

Cek besar vektor satuan, $|r| = 1$

Perkalian Titik (*Dot Product*)

Dot product antara **A** dan **B**
Atau perkalian skalar didefinisikan :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

θ Adalah sudut terkecil yang diapit **A** dan **B**

Secara fisis dot product adalah proyeksi suatu vektor terhadap vektor lainnya, sehingga sudut yang diambil adalah sudut yang terkecil

Perkalian Titik

(Dot Product)

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (\mathbf{A}_1\mathbf{i} + \mathbf{A}_2\mathbf{j} + \mathbf{A}_3\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &= (\mathbf{A}_1\mathbf{i}) \cdot (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) + (\mathbf{A}_2\mathbf{j}) \cdot (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &\quad + (\mathbf{A}_3\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &= \mathbf{A}_1\mathbf{B}_1(\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_2(\mathbf{i} \cdot \mathbf{j}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_3(\mathbf{i} \cdot \mathbf{k}) \\ &\quad + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1(\mathbf{j} \cdot \mathbf{i}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_2(\mathbf{j} \cdot \mathbf{j}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_3(\mathbf{j} \cdot \mathbf{k}) \\ &\quad + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_1(\mathbf{k} \cdot \mathbf{i}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_3(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}_1\mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_2 + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_3$$

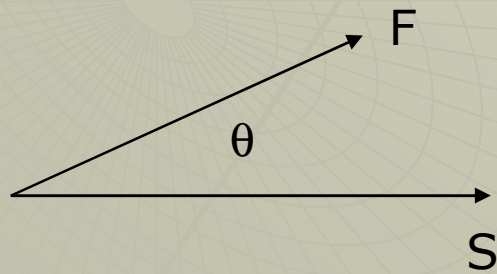
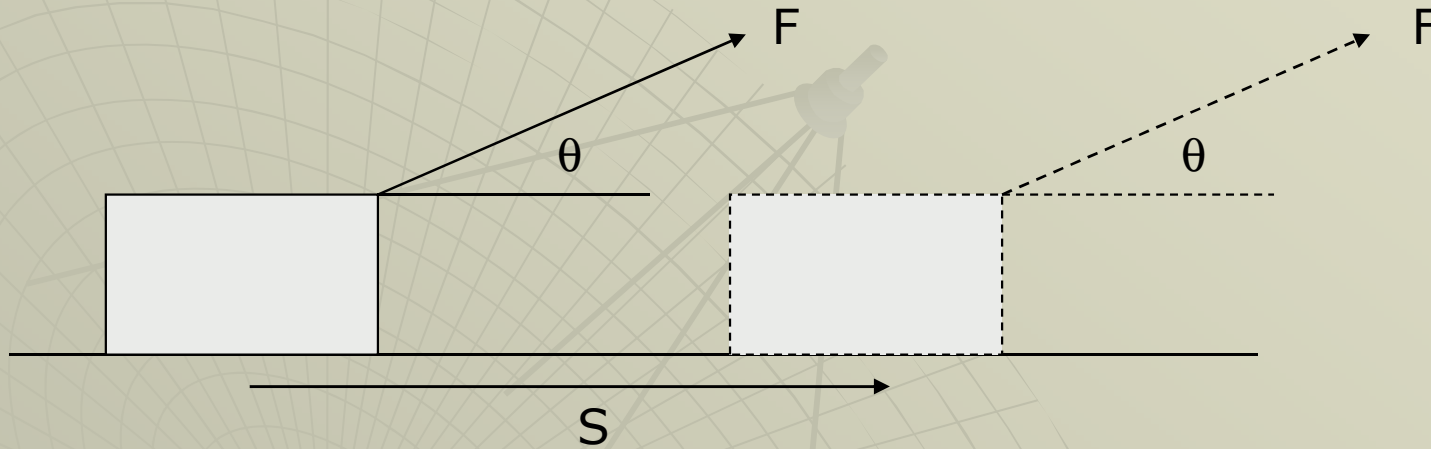
$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = |\mathbf{i}| |\mathbf{i}| \cos 0^\circ = 1$$

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = |\mathbf{j}| |\mathbf{j}| \cos 0^\circ = 1$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = |\mathbf{k}| |\mathbf{k}| \cos 0^\circ = 1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = |\mathbf{i}| |\mathbf{j}| \cos 90^\circ = 0 \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = |\mathbf{j}| |\mathbf{k}| \cos 90^\circ = 0 \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = |\mathbf{k}| |\mathbf{i}| \cos 90^\circ = 0$$

Contoh dot product dalam Fisika



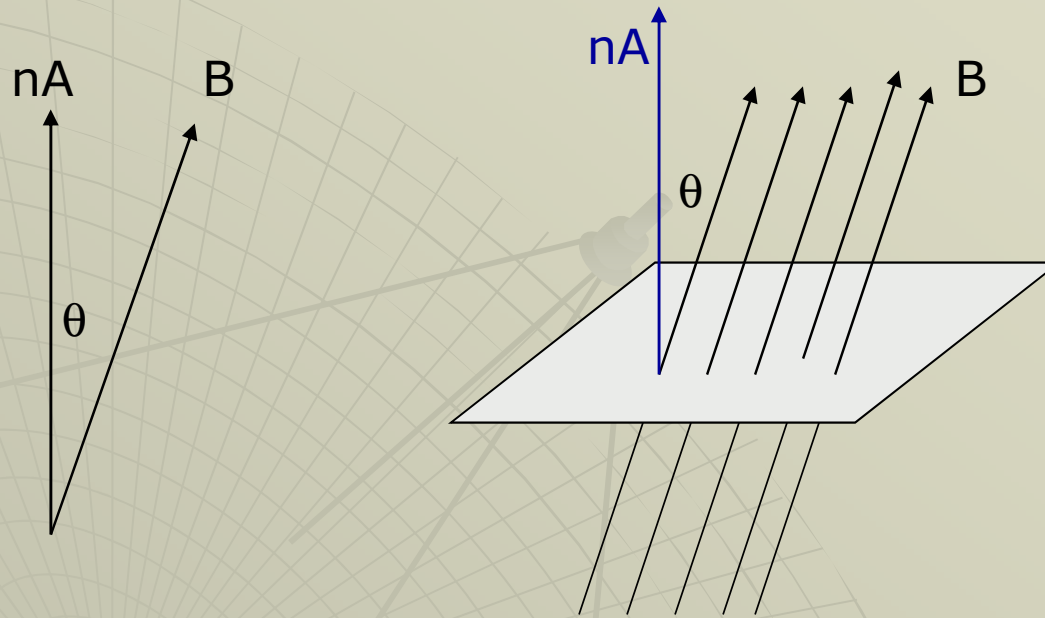
$$W = FS \cos \theta = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$$

W = usaha

F = Vektor gaya

S = Vektor perpindahan

Contoh dot product dalam Fisika



$$\phi = BA \cos \theta = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

ϕ = Fluks magnetik

B = Medan magnetik

A = arah bidang

Catatan :

Bidang adalah vektor memiliki luas dan arah. Arah bidang adalah arah normal bidang di suatu titik.

Normal = tegak lurus

Perkalian Silang (*Cross Product*)

Cross product antara **A** dan **B**
Atau perkalian vektor didefinisikan :

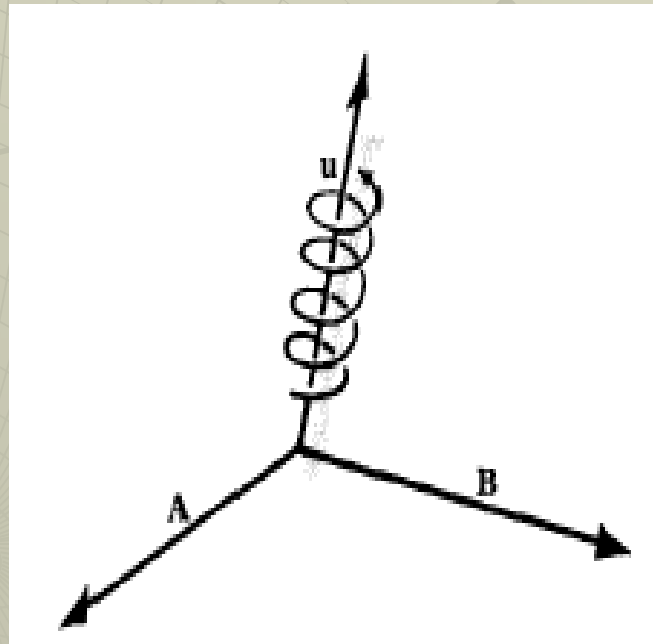
$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = AB \sin \theta \mathbf{u}$$

θ Adalah sudut terkecil yang diapit **A** dan **B**

Hasil perkalian silang antara vektor A dan vektor B adalah sebuah vektor C yang arahnya tegak lurus bidang yang memuat vektor A dan B, sedemikian rupa sehingga A, B, dan C membentuk sistem tangan kanan (sistem skrup)

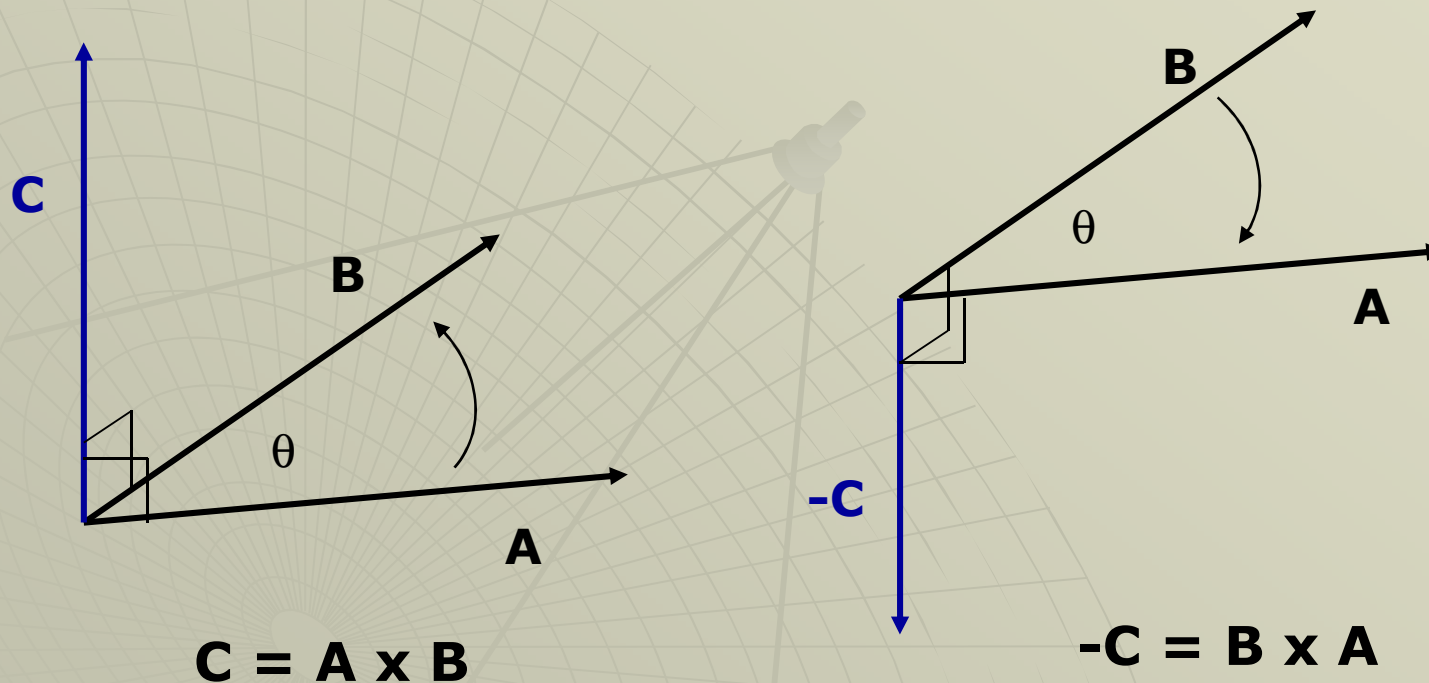
Perkalian Silang

(Cross Product)



Perkalian Silang

(*Cross Product*)



Tidak memenuhi hukum komutatif perkalian

Pada sistem koordinat tegak lurus

$$i \times i = 0$$

$$j \times j = 0$$

$$k \times k = 0$$

$$i \times j = k$$

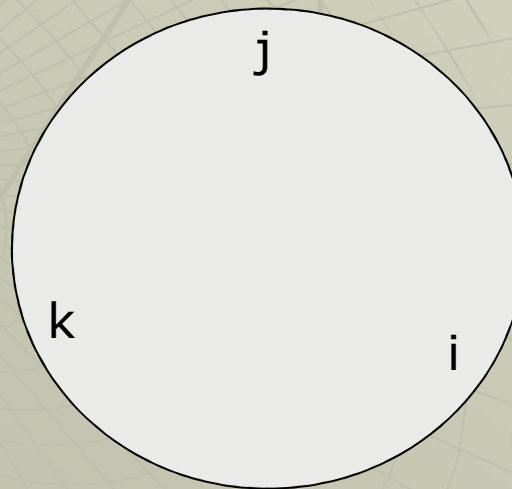
$$j \times k = i$$

$$k \times i = j$$

$$j \times i = -k$$

$$k \times j = -i$$

$$i \times k = -j$$



Perkalian silang

(Cross Product)

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (\mathbf{A}_1\mathbf{i} + \mathbf{A}_2\mathbf{j} + \mathbf{A}_3\mathbf{k}) \times (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &= (\mathbf{A}_1\mathbf{i}) \times (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) + (\mathbf{A}_2\mathbf{j}) \times (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &\quad + (\mathbf{A}_3\mathbf{k}) \times (\mathbf{B}_1\mathbf{i} + \mathbf{B}_2\mathbf{j} + \mathbf{B}_3\mathbf{k}) \\ &= \mathbf{A}_1\mathbf{B}_1(\mathbf{i} \times \mathbf{i}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_2(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_3(\mathbf{i} \times \mathbf{k}) \\ &\quad + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1(\mathbf{j} \times \mathbf{i}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_2(\mathbf{j} \times \mathbf{j}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_3(\mathbf{j} \times \mathbf{k}) \\ &\quad + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_1(\mathbf{k} \times \mathbf{i}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_2(\mathbf{k} \times \mathbf{j}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_3(\mathbf{k} \times \mathbf{k}) \\ &= \mathbf{A}_1\mathbf{B}_1(\mathbf{0}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_2(\mathbf{k}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_3(-\mathbf{j}) \\ &\quad + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1(-\mathbf{k}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_2(\mathbf{0}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_3(\mathbf{i}) \\ &\quad + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_1(\mathbf{j}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_2(-\mathbf{i}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_3(\mathbf{0}) \end{aligned}$$

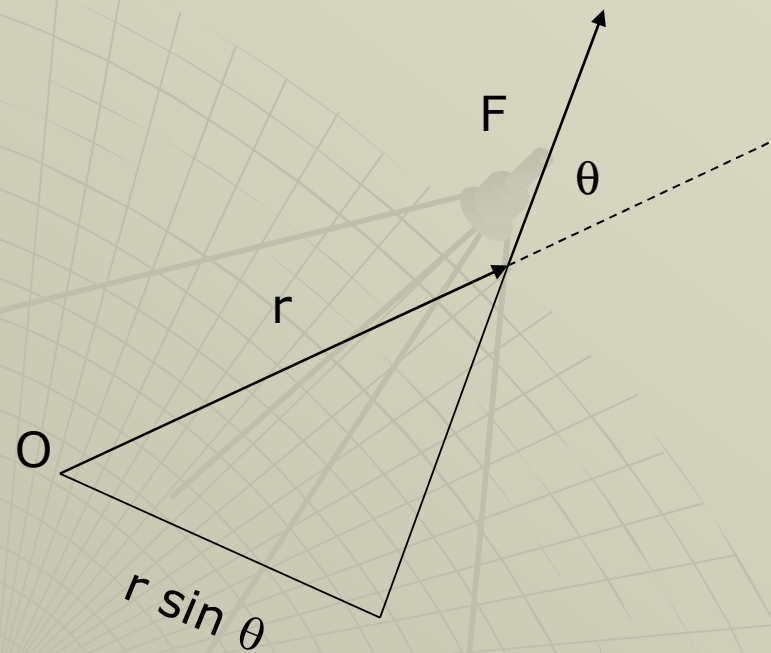
Perkalian silang (*Cross Product*)

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} = & \mathbf{A}_1\mathbf{B}_1(\mathbf{0}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_2(\mathbf{k}) + \mathbf{A}_1\mathbf{B}_3(-\mathbf{j}) \\ & + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1(-\mathbf{k}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_2(\mathbf{0}) + \mathbf{A}_2\mathbf{B}_3(\mathbf{i}) \\ & + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_1(\mathbf{j}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_2(-\mathbf{i}) + \mathbf{A}_3\mathbf{B}_3(\mathbf{0}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} = & (\mathbf{A}_1\mathbf{B}_2 - \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1) \mathbf{k} + (\mathbf{A}_3\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_1\mathbf{B}_3) \mathbf{j} \\ & + (\mathbf{A}_2\mathbf{B}_3 - \mathbf{A}_3\mathbf{B}_2) \mathbf{i} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

Contoh perkalian silang dalam Fisika



$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = r F \sin \theta = \vec{r} \times \vec{F}$$

Contoh Soal

Jika gaya $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ bekerja pada titik $(2, -1, 1)$,
tentukan torsi dari $\mathbf{F}$ terhadap titik asal koordinat

Jawab

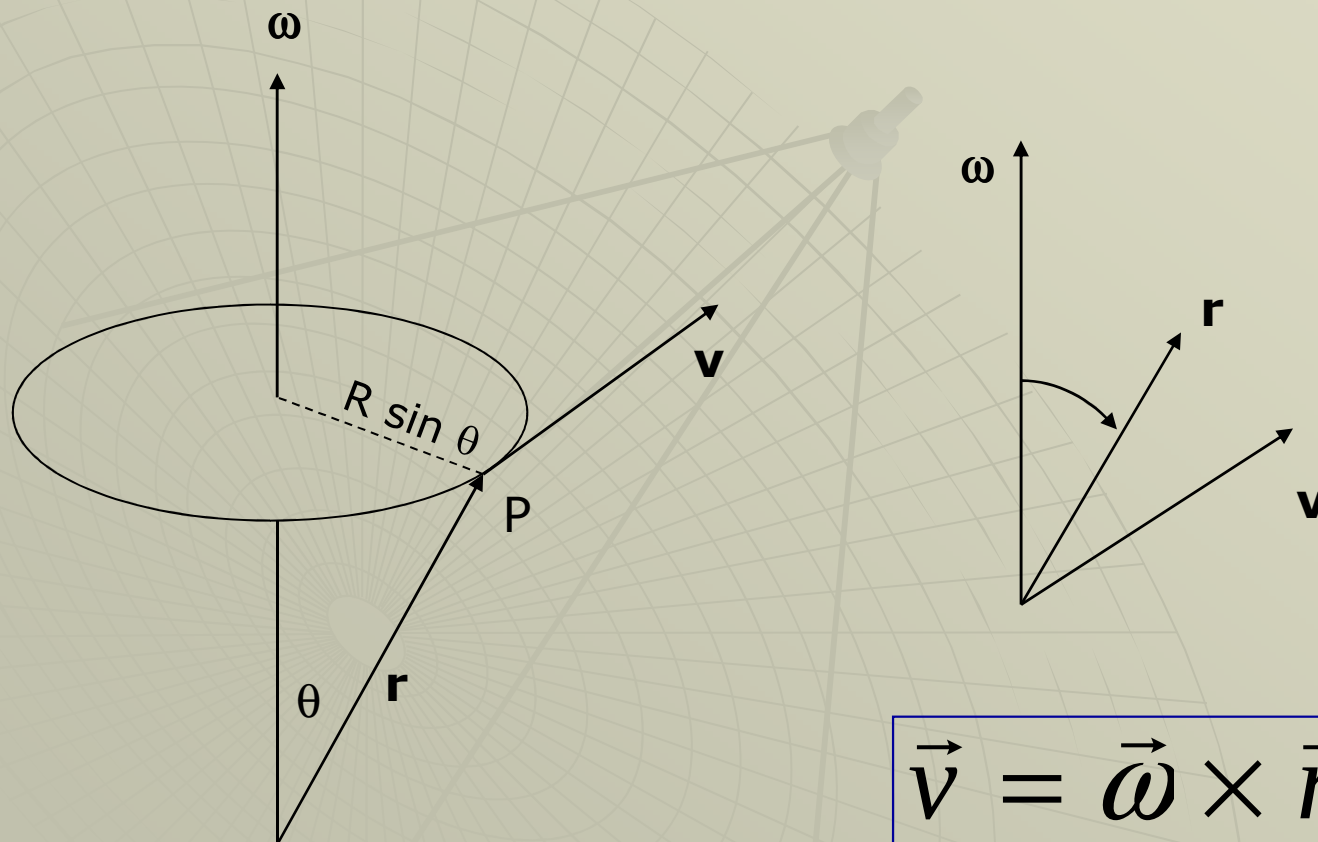
$$\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r} = (2, -1, 1) - (0, 0, 0) = (2, -1, 1) = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}) - (-2\mathbf{k} - \mathbf{i} - 6\mathbf{j}) = -2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$$

Gerak melingkar

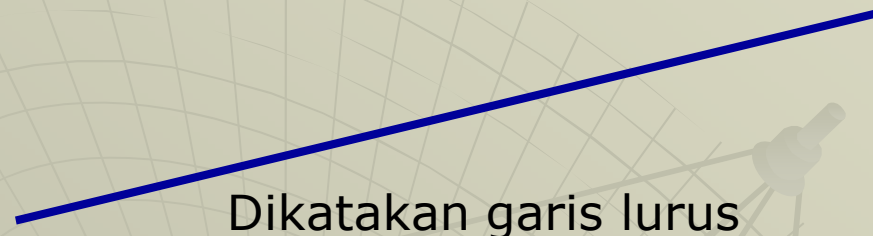


$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

The background of the slide features a light beige gradient. On the left side, there is a faint, stylized graphic consisting of a grid of lines that curves around a central point, creating a spiral or fan-like effect. The text is centered in the upper half of the slide.

PERSAMAAN GARIS LURUS DAN PERSAMAAN BIDANG

Definisi Garis



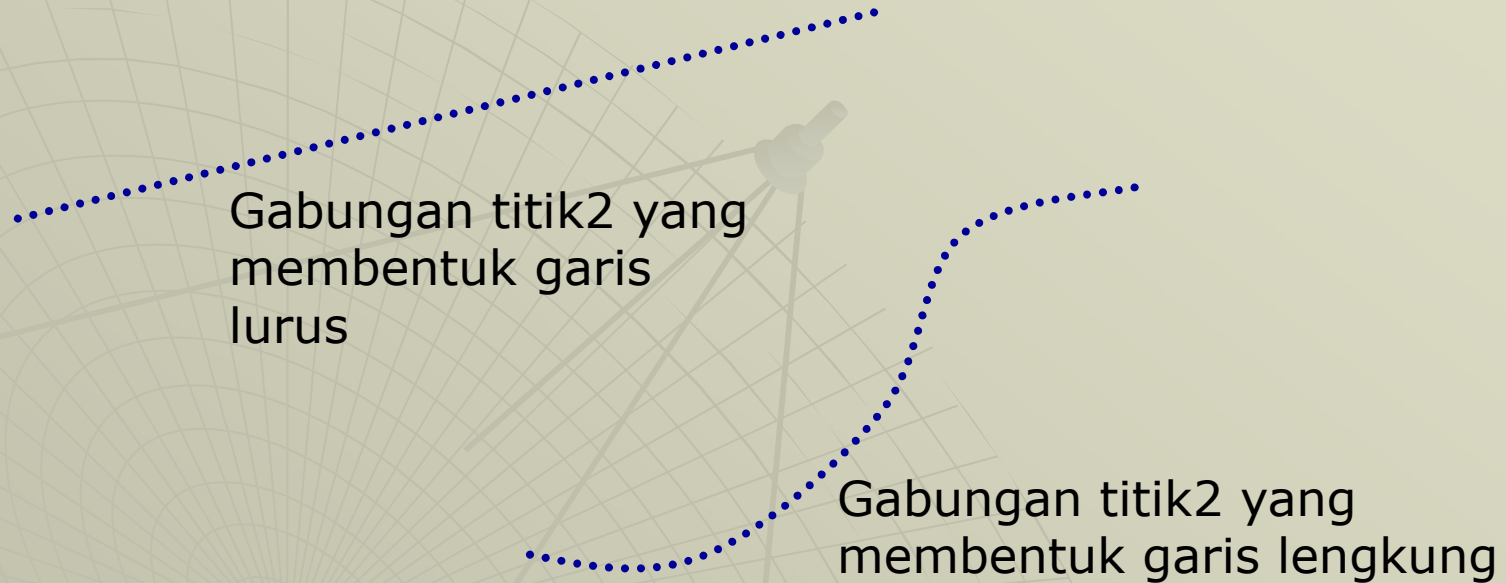
Dikatakan garis lurus



Dikatakan garis lengkung

Jadi apakah garis itu?

Definisi Garis



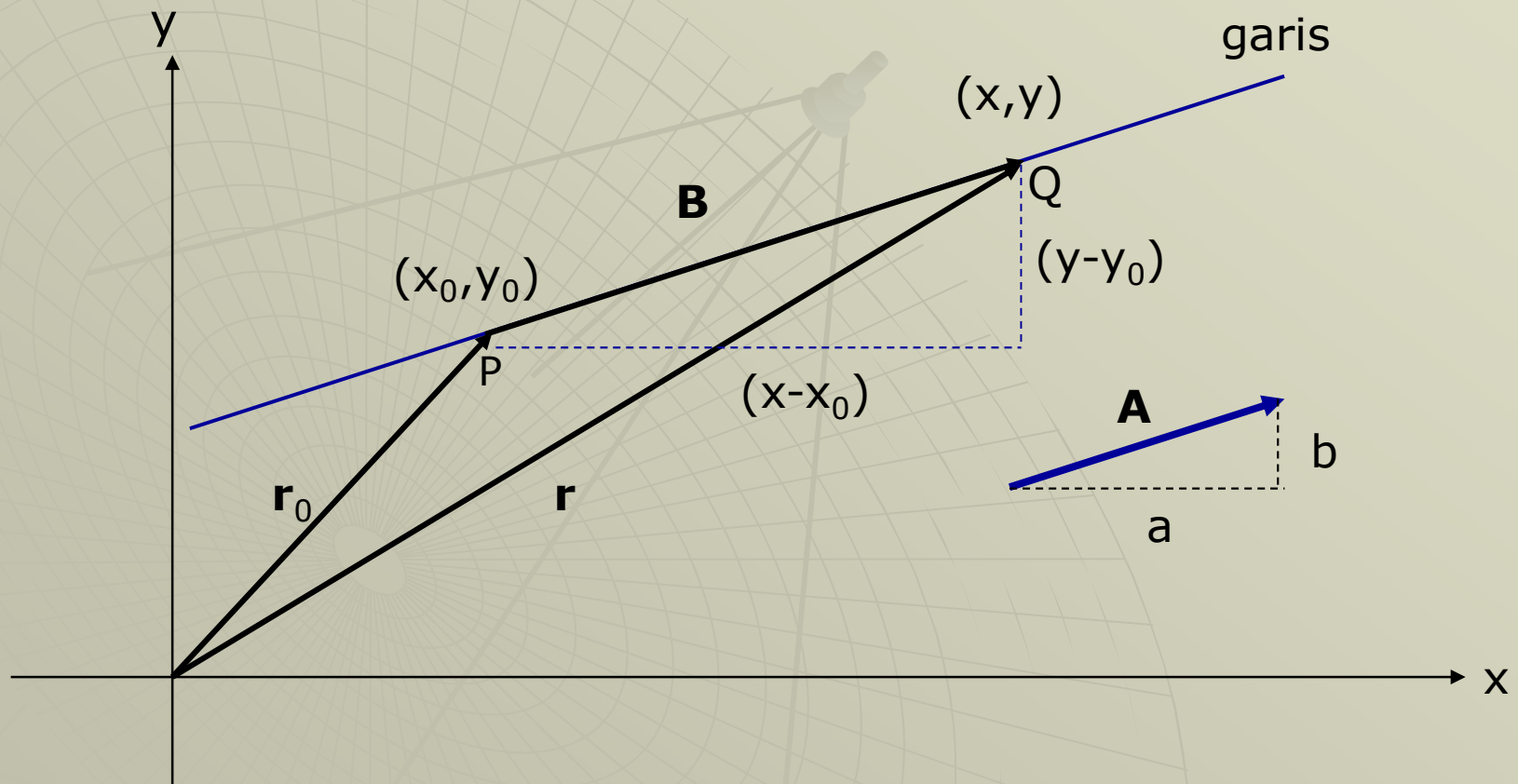
Garis adalah barisan titik-titik secara kontinu yang membentuk satu kesatuan segmen ?

Definisi Garis

Sebuah garis dalam bidang atau ruang dapat dinyatakan dalam suatu persamaan garis.

Suatu garis lurus dapat dinyatakan dalam persamaan garis lurus. Demikian juga untuk garis lengkung dapat dinyatakan dalam persamaan garis lengkung

Persamaan garis lurus



Persamaan garis lurus

Dari gambar :

$$\mathbf{B} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$$

Karena **vektor B** sejajar dengan **vektor A** maka perbandingan setiap komponen vektor akan sama.

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) - (x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j}) \\ &= (x - x_0)\mathbf{i} + (y - y_0)\mathbf{j}\end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$$

Persamaan garis lurus

Maka

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} \rightarrow 2D$$

Disebut persamaan garis lurus simetrik dalam dua dimensi

(x_0, y_0) adalah koordinat suatu titik dalam bidang yang dilalui oleh garis, dan a, b adalah komponen-komponen vektor arah dari garis.

Persamaan garis lurus

Jika diperluas dalam 3 Dimensi

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \rightarrow 3D$$

Disebut persamaan garis lurus simetrik dalam tiga dimensi

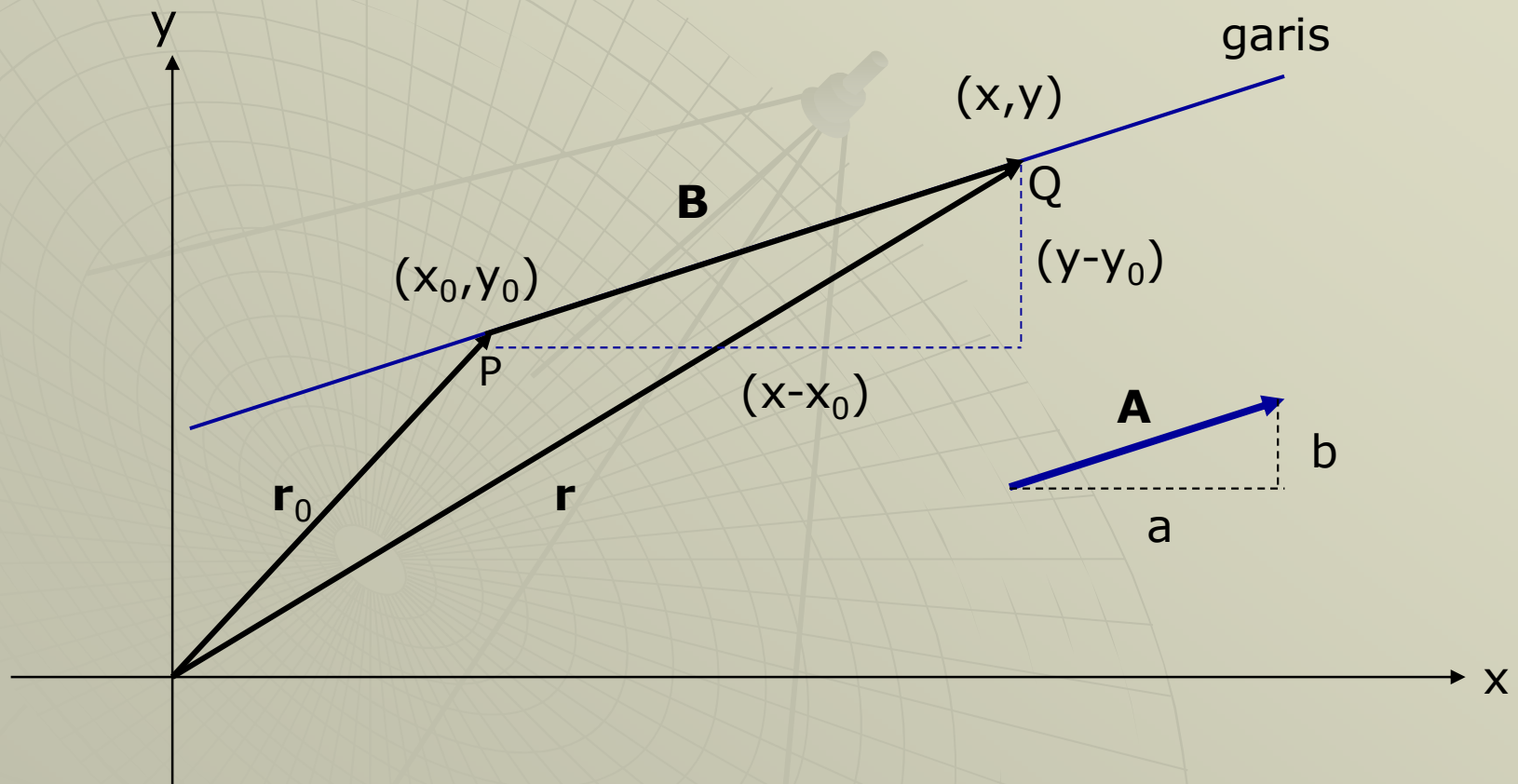
(x_0, y_0, z_0) adalah koordinat suatu titik dalam ruang yang dilalui oleh garis, dan a, b, c adalah komponen-komponen vektor arah dari garis.

Persamaan garis lurus

Jika b sama dengan nol, maka persamaan garis simetrik ditulis

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{z - z_0}{c}, y = y_0$$

Persamaan garis lurus



Persamaan garis lurus

Dari gambar juga dapat dilihat :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{B}$$

Tetapi

$$\mathbf{B} = t\mathbf{A} \quad t \text{ adalah faktor pengali (skalar)}$$

maka

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{A}t$$

$$\mathbf{r} = (x_0, y_0) + (a, b)t$$

$$\mathbf{r} = i x_0 + j y_0 + (a i + b j)t$$

Disebut
persamaan **garis**
parametrik dalam
dua dimensi

Persamaan garis lurus

Jika diperluas dalam 3 Dimensi (Ruang)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{A}t$$

$$\mathbf{r} = (x_0, y_0, z_0) + (a, b, c)t$$

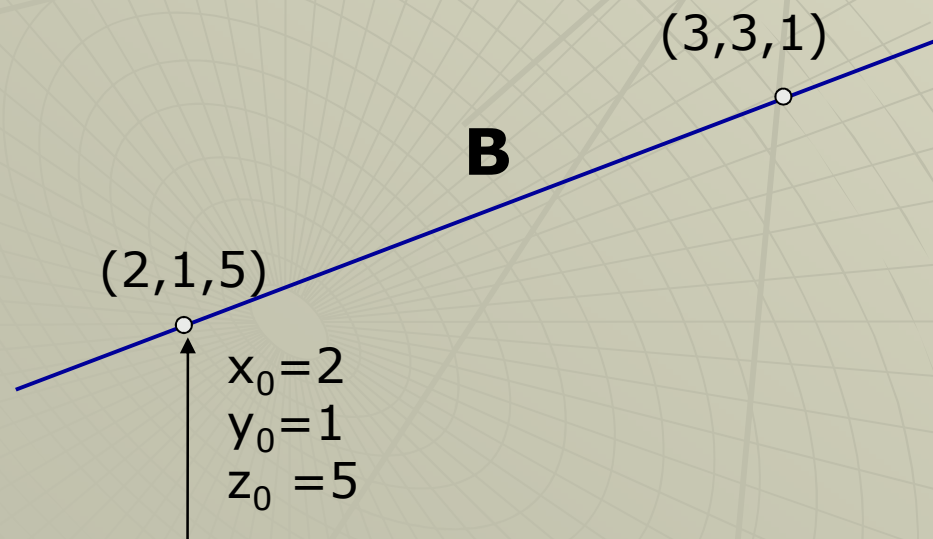
$$\mathbf{r} = i x_0 + j y_0 + k z_0 + (a i + b j + c k)t$$

Disebut persamaan **garis parametrik**
dalam dua dimensi

(x_0, y_0, z_0) adalah koordinat suatu titik dalam ruang yang dilalui oleh garis, dan a, b, c adalah komponen-komponen vektor arah dari garis.

Contoh:

Cari persamaan garis lurus yang melalui titik $(2,1,5)$ dan titik $(3,3,1)$!



Jawab : (Persamaan garis parametrik)

Vektor arah garis ditentukan sbb :

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= (3,3,1) - (2,1,5) \\ &= (1,2,-4)\end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$$

berarti : $a = 1, b = 2, c = -4$

Dan suatu titik yang dilalui garis memiliki koordinat: $(2,1,5)$

Sehingga persamaan garis parametriknya:

$$\mathbf{r} = (2,1,5) + (1,2,-4)t$$

atau

$$\mathbf{r} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 5\mathbf{k} + (\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k})t$$

Vektor titik
yang dilalui

arah

Jawab : (Persamaan garis simetrik)

karena : $a = 1, b = 2, c = -4$

Dan suatu titik yang dilalui garis memiliki koordinat: $(x_0=1, y_0=2, z_0=5)$

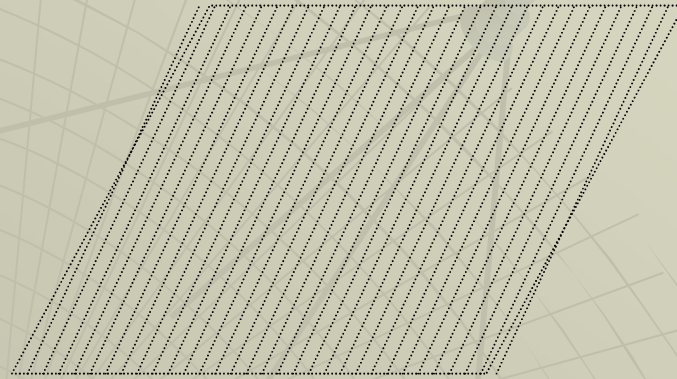
Maka persamaan garis simetriknya:

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{-4}$$

Latihan Soal

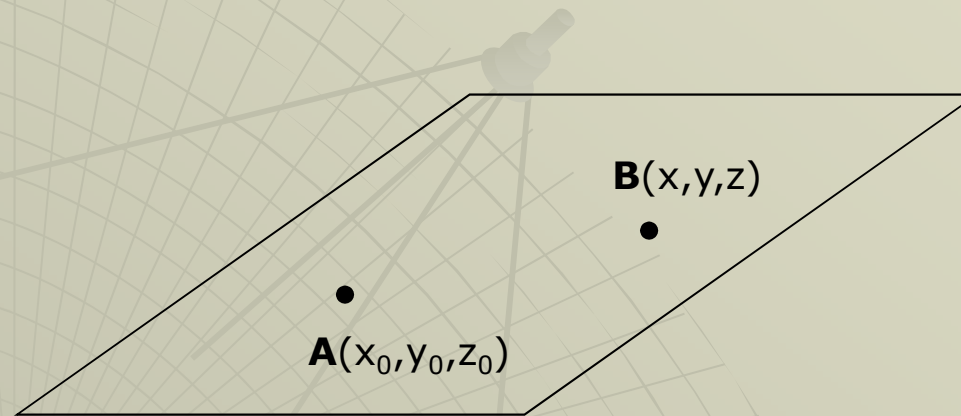
1. Tentukan suatu persamaan garis lurus melalui $(3,2,1)$ dan sejajar dengan vektor $(3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+6\mathbf{k})$!
2. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik $(3,0,-5)$ dan sejajar dengan garis $\mathbf{r} = (2,1,-5) + (0,-5,1)t$!

Persamaan Bidang



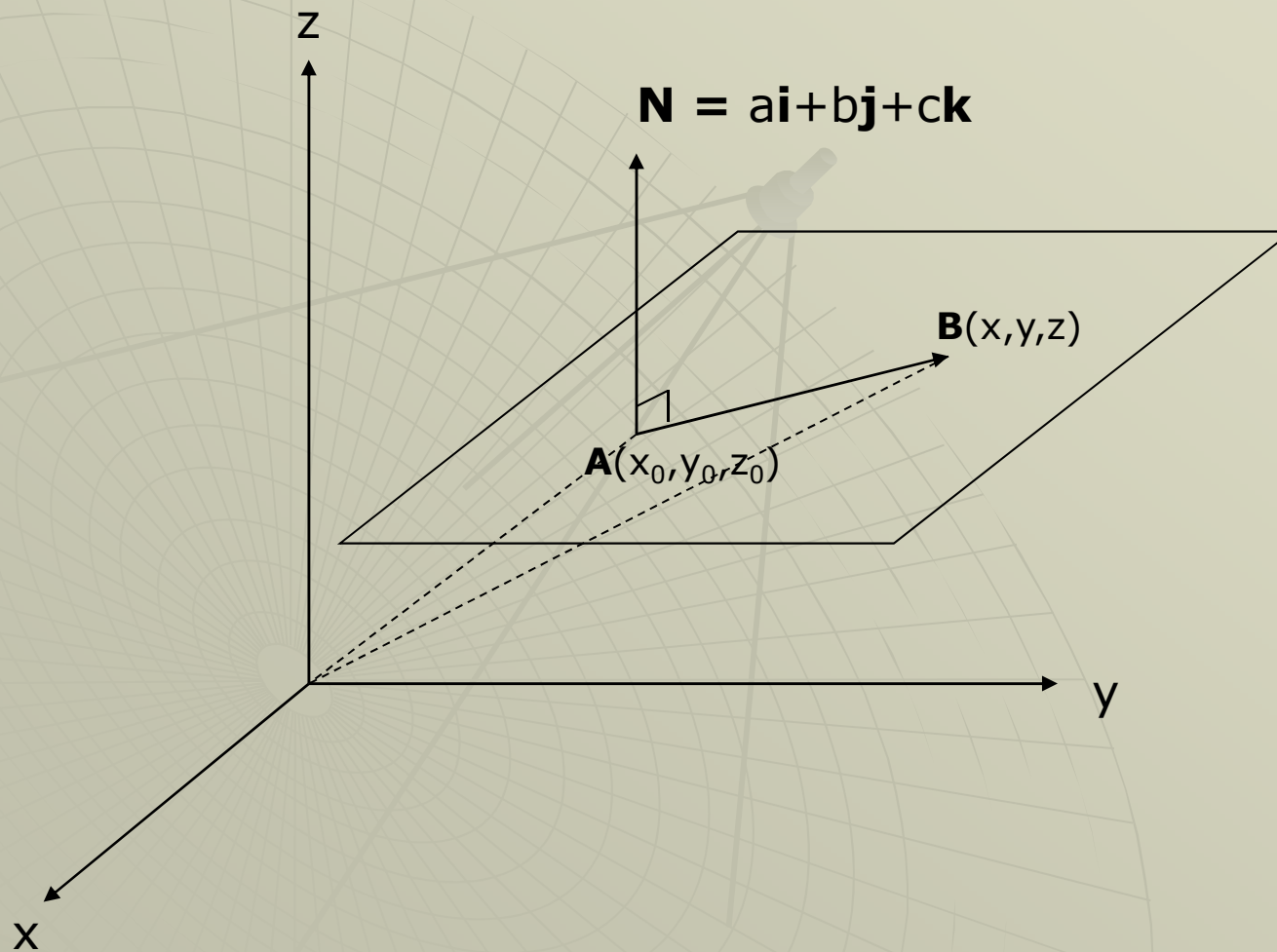
Apa itu bidang ????

Persamaan Bidang



Tinjau dua titik dalam bidang, yaitu : A dan B

Persamaan Bidang



Vektor $\mathbf{AB} = (B-A) = (x-x_0)\mathbf{i} + (y-y_0)\mathbf{j} + (z-z_0)\mathbf{k}$, yaitu vektor yang menghubungkan titik A dan titik B

$\mathbf{N} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ adalah vektor tegak lurus bidang(disebut vektor normal bidang) yaitu vektor yang menunjukkan arah bidang di titik A.

- ◆ Lakukan dot product antara **$\mathbf{AB}$** dan **$\mathbf{N}$**
- ◆ **$\mathbf{N} \cdot (\mathbf{AB}) = N AB \cos 90^\circ = 0$**
- ◆ **$(a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}) \cdot [(x-x_0)\mathbf{i} + (y-y_0)\mathbf{j} + (z-z_0)\mathbf{k}] = 0$**
- ◆ **$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$**
atau
- ◆ **$ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$**

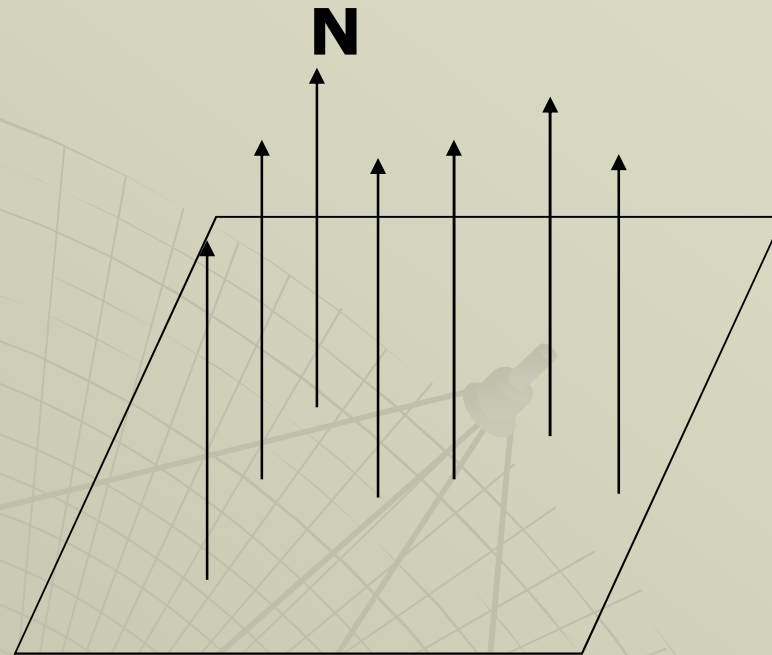
Persamaan terakhir ini disebut Persamaan Bidang

Untuk menentukan persamaan suatu bidang, minimal diperlukan

1. Vektor normal bidang (**N**)
2. Suatu titik pada bidang

Atau

Diketahui 3 titik pada bidang.

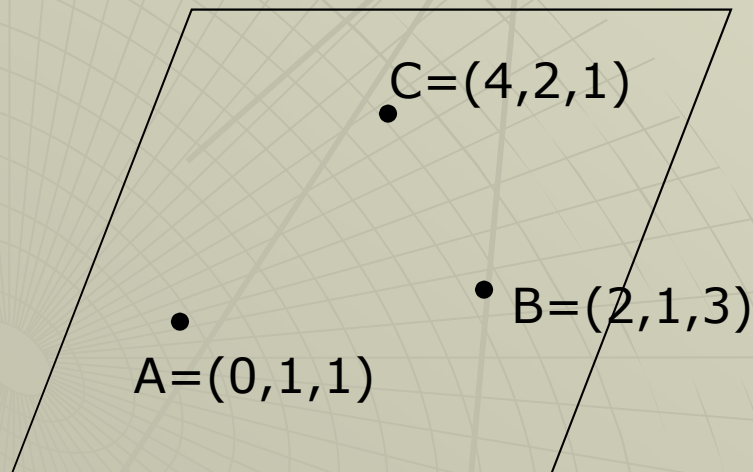


Catatan:

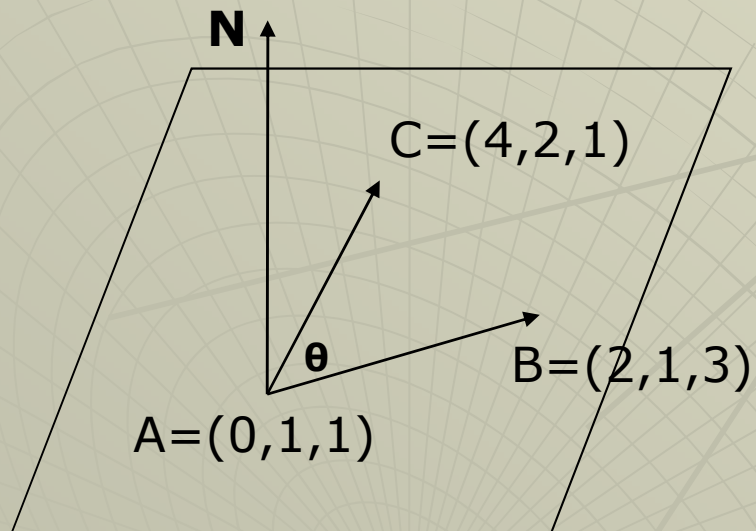
1. Arah bidang di suatu titik selalu tegak lurus terhadap bidang
2. Untuk bidang datar arah garis normal di setiap titik adalah sejajar (satu arah bidang)
3. Untuk bidang lengkung tidak demikian

Contoh Soal:

Tentukan persamaan bidang yang mencakup 3 titik : $A=(0,1,1)$; $B=(2,1,3)$; $C=(4,2,1)$



Jawab



$$\mathbf{AB} = \mathbf{B} - \mathbf{A}$$

$$\mathbf{AB} = (2, 1, 3) - (0, 1, 1)$$

$$\mathbf{AB} = (2, 0, 2)$$

$$\mathbf{AC} = \mathbf{C} - \mathbf{A}$$

$$\mathbf{AC} = (4, 2, 1) - (0, 1, 1)$$

$$\mathbf{AC} = (4, 1, 0)$$

- ◆ $\mathbf{N} = \mathbf{AB} \times \mathbf{AC}$

- ◆ $\mathbf{N} = (2, 0, 2) \times (4, 1, 0)$

- ◆ $\mathbf{N} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

- ◆ $\mathbf{N} = 0 + 8\mathbf{j} + 2\mathbf{k} + 0 - 2\mathbf{i} + 0$

- ◆ $\mathbf{N} = -2\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, maka didapat
 $\mathbf{a} = -2, \mathbf{b} = 8, \mathbf{c} = 2$

Lanjutan... Solusi

- ◆ Tinjau titik $\mathbf{A}=(0,1,1)$

sehingga $x_0=0$; $y_0=1$; $z_0=1$

Dengan demikian persamaan bidang tersebut adalah

$$ax+by+cz= ax_0+by_0+cz_0$$

$$-2x+8y+2z=8+2$$

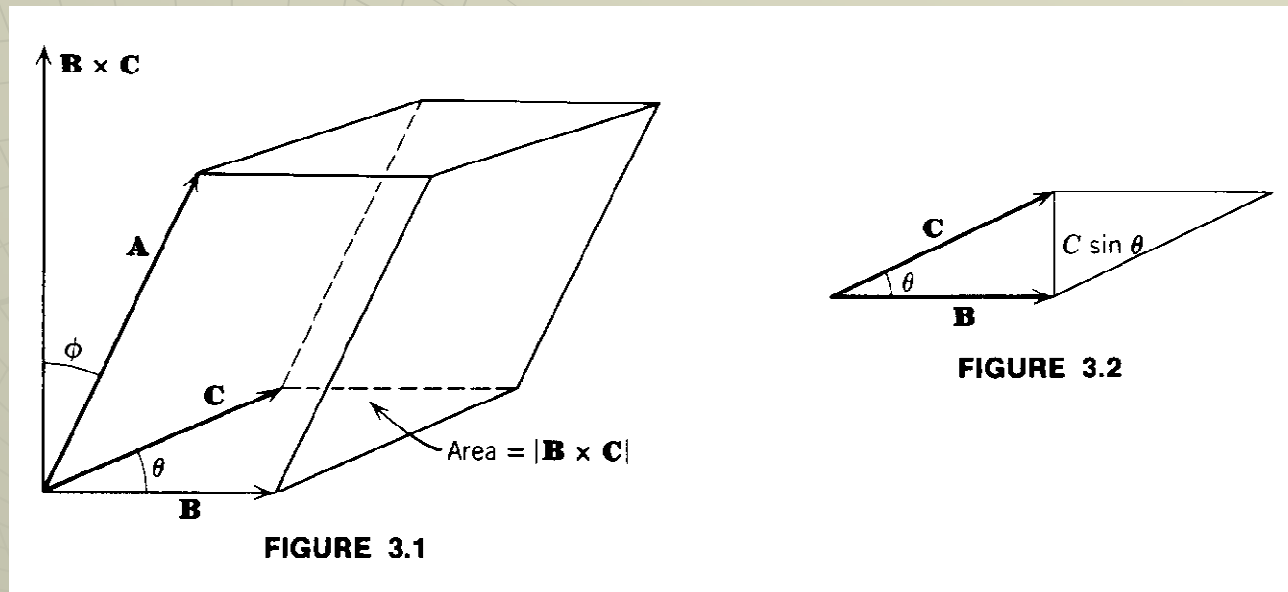
$$-2x+8y+2z=10$$

Latihan Soal

1. Tentukan persamaan bidang yang mencakup titik $(1, -1, 0)$ dan sejajar dengan garis :

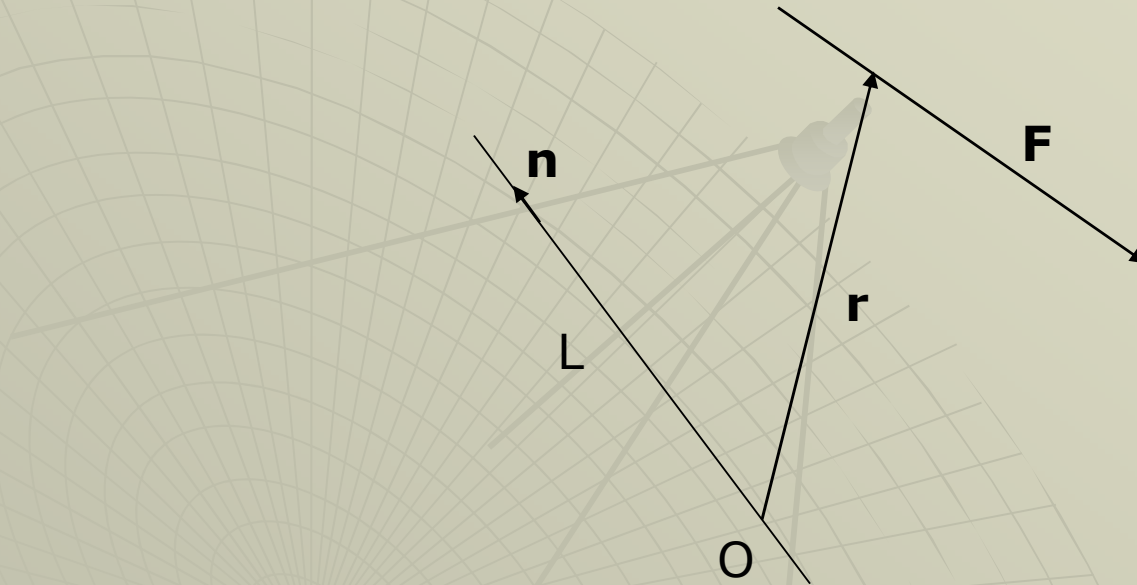
$$\mathbf{r} = (5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}) + (2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k})\mathbf{t}$$

Perkalian tiga vektor



$$|\vec{B}||\vec{C}|\sin\theta|\vec{A}|\cos\phi = |\vec{B} \times \vec{C}||\vec{A}|\cos\phi = \vec{A} \bullet (\vec{B} \times \vec{C})$$

Aplikasi Perkalian Skalar Tiga Vektor



Komponen torsi terhadap garis L :

$$\tau_{II} = \hat{n} \bullet \vec{\tau} = \hat{n} \bullet (\vec{r} \times \vec{F})$$

Contoh Soal

Jika gaya $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ bekerja pada titik $(1,1,1)$, tentukan komponen torsi dari $\mathbf{F}$ terhadap garis $\mathbf{L} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{k} + (2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k})t$.

Solusi:

Pertama kita tentukan vektor torsi terhadap sebuah titik pada garis yaitu titik $(3,0,2)$. Torsi tersebut adalah $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ dimana $\mathbf{r}$ adalah vektor berasal dari titik pada garis ke titik dimana $\mathbf{F}$ bekerja, yaitu dari $(3,0,2)$ ke $(1,1,1)$, sehingga $\mathbf{r} = (1,1,1) - (3,0,2) = (-2,1,-1)$. Dengan demikian vektor torsi τ :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2i - 3j - 7k$$

Solusi....lanjutan

$$\hat{n} = \frac{2i - 2j + k}{|2i - 2j + k|} = \frac{2i - 2j + k}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j + \frac{1}{3}k$$