

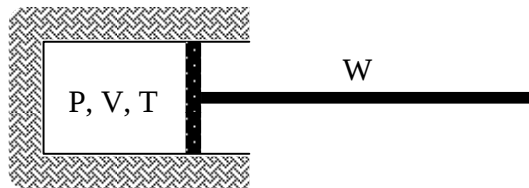
A. JUDUL: Tinjauan Termodinamika Pada Sistem Partikel Tunggal Yang Terjebak Dalam Sebuah Sumur Potensial

B. ABSTRAK

Dalam penelitian ini akan dikembangkan hubungan-hubungan antara koordinat-koordinat termodinamika untuk suatu sistem partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial secara teoritis. Untuk memudahkan peninjauan terhadap sistem partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial, akan digunakan pendekatan gas ideal dengan sedikit modifikasi terhadap hukum-hukum termodinamika. Parameter-parameter yang digunakan adalah jumlah partikel, temperatur, energi, frekuensi osilasi, dan tekanan umum. Kemudian dibuat analogi terhadap hubungan termodinamika konvensional untuk gas ideal pada volume tetap. Pada akhir penelitian teoritis ini akan diperoleh perumusan kapasitas panas untuk sistem partikel tunggal yang terjebak pada sebuah sumur potensial.

C. LATAR BELAKANG

Hukum-hukum termodinamika selama ini kebanyakan baru diterapkan pada sistem termodinamika berupa gas ideal. Penurunan persamaan-persamaan hukum termodinamika yang diterapkan pada gas ideal, biasanya diasumsikan bahwa sistem yang ditinjau adalah gas yang terdapat sebuah silinder tertutup dengan sebuah piston yang dapat bergerak. Seperti tergambar di bawah ini :



Gambar-1

Gas ideal mempunyai sifat bahwa partikel-partikel tidak saling berinteraksi, kecuali lewat tumbukan, persamaan yang sudah terkenal untuk gas ideal adalah :

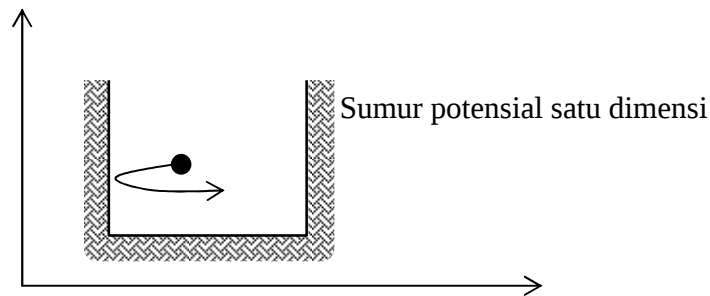
$$PV = NkT \dots\dots\dots(1-1)$$

dimana P adalah tekanan gas, V adalah volume bebas untuk gas bergerak, N adalah jumlah partikel, T adalah temperatur, k adalah konstanta gas ideal, dan mempunyai persamaan energi :

$$E = \frac{3}{2} NkT \dots\dots\dots(1-2)$$

Jika gas berada pada sebuah selinder tertutup, maka dengan mudah kita dapat menentukan volumenya. Akan tetapi sekarang bagaimana halnya jika partikel gas tersebut berada pada sebuah sumber potensial dimana dindingnya dibatasi oleh sebuah energi potensial tak berhingga. Jelas kita tidak dapat menentukan volume dengan mudah, sehingga persamaan (1) di atas harus dimodifikasi agar dapat menentukan persamaan gas ideal pada sistem ini.

Sistem yang kita maksud dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2
G

D. RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan uraian di atas, maka permasalahan pokok dalam penelitian ini adalah :

- ◆ Bagaimana caranya mendeskripsikan sistem partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial berdasarkan tinjauan termodinamika.
- ◆ Bagaimana rumusan hukum-hukum termodinamika untuk sistem berupa partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial.

E. TUJUAN PENELITIAN

Sesuai dengan masalah yang telah dirumuskan sebelumnya, maka penelitian ini bertujuan :

- 1) Memperluas penerapan hukum-hukum termodinamika pada sistem-sistem lain, dalam hal ini terutama untuk mendeskripsikan sistem partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial.
- 2) Untuk memperoleh rumusan-rumusan baru hukum-hukum termodinamika yang diterapkan pada sistem-sistem lain, dalam hal ini terutama untuk sistem berupa partikel tunggal yang terjebak dalam sumur potensial.
- 3) Mengembangkan materi perkuliahan termodinamika di Jurusan Pendidikan Fisika FPMIPA UPI.

F. KERANGKA TEORITIK PENELITIAN

1. Sekilas Termodinamika

Termodinamika adalah ilmu tentang *temperatur*, *kalor*, dan *pertukaran energi*. Termodinamika mempunyai penerapan praktis dalam semua cabang sains dan teknologi seperti halnya dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari, mulai dari urusan cuaca sampai urusan masak-memasak. Termodinamika adalah ilmu yang mempelajari hubungan antara *kalor* dengan *usaha* serta sifat-sifat yang mendukung hubungan tersebut. Dapat pula dikatakan bahwa termodinamika adalah ilmu yang mempelajari *energi* dan *transformasinya*. Prinsip-prinsip dan hukum-hukum termodinamika digunakan pada perencanaan motor-motor bakar, pusat-pusat tenaga nuklir, pesawat-pesawat pendingin, roket, pesawat terbang, pesawat dengan tenaga listrik, dan lain-lain.

Pembahasan termodinamika bersifat *makroskopis*, dalam arti menyangkut sifat kelompok atom atau molekul individual. Secara historis, termodinamika memang terlepas dari teori mikroskopis. Hal ini disebabkan karena termodinamika dikembangkan sebelum teori atom dan molekul mapan. Oleh karena itu maka hukum-hukum termodinamika tidak terpengaruh oleh perubahan-perubahan dalam teori tentang atom, molekul, struktur zat dan antar aksi atom atau molekul.

Termodinamika merupakan cabang dari termofisika. Termofisika adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari dan menjelaskan perilaku zat dibawah pengaruh kalor dan perubahan-perubahan yang menyertainya. Termofisika mencakup cabang-cabang ilmu : *kalorimetri*, *termometri*, *perpindahan kalor*, *termodinamika*, *teori kinetik gas* dan *fisika statistik*.

Pada diktat ini kita hanya akan membicarakan termodinamika saja. Untuk lebih memantapkan pemahaman konsep-konsepnya kita akan mencoba dengan menggunakan pendekatan teknik, yaitu setiap pembahasan akan disertai dengan terapannya dalam kehidupan sehari-hari dan dalam teknologi.

Termodinamika berbeda dengan fisika statistik. Dalam termodinamika kita akan berusaha mendapatkan rumus-rumus yang menggambarkan kaitan antara besaran fisika tertentu, untuk menjelaskan pengaruh zat dibawah pengaruh kalor. Besaran fisika yang dimaksud disebut *koordinat makroskopik sistem*. Rumus-rumus yang menggambarkan

kaitan antara besaran fisika tertentu dalam termodinamika diperoleh secara empiris melalui eksperimen yang kemudian digunakan untuk meramalkan perilaku zat tersebut dibawah pengaruh kalor yang lain. Jumlah koordinat makroskopik yang diperlukan untuk suatu sistem termodinamika jumlahnya tidak terlalu banyak.

Berbeda dengan termodinamika, dalam fisika statistik kita tidak memperlihatkan sistem sebagai suatu keseluruhan, melainkan memandang partikel-partikelnya secara individual. Oleh karena itu, besaran-besaran fisik yang dibicarakan pada fisika statistik disebut *koordinat mikroskopik*. Supaya terbentuk jembatan antara dunia *makroskopik* dan dunia *mikroskopik*, maka diadakan beberapa pemisalan tentang partikel itu, sehingga secara teoritik dapat diturunkan hubungan-hubungan yang mengkaitkan besaran makroskopik dengan sifat partikel. Dengan demikian jumlah koordinat mikroskopik untuk suatu sistem adalah *sejumlah partikel* yang ada dalam sistem tersebut (yaitu *se-orde dengan bilangan Avogadro*).

Suatu sistem berupa gas, padatan, atau cairan misalnya, terdiri atas sejumlah atom atau molekul . Oleh karena itu sangat berguna untuk mendefinisikan suatu makroskopik yang mencakup sejumlah partikel (atom, ion dan molekul). Satuan tersebut sering disebut *mol*. Dan sejumlah partikel yang terdapat dalam 1 mol gas misalnya, disebut bilangan avogadro (N). Bilangan N didefinisikan sebagai jumlah atom yang terdapat dalam tepat 12,00 gram isotop C-12, yakni $6,02 \times 10^{23}$. Oleh karena itu jika kita memiliki sejumlah mol gas, maka kita akan memiliki sejumlah partikel (berupa atom, molekul, atau ion) se-orde bilangan avogadro. Jadi istilah mol, kalau disederhanakan sama dengan istilah kodi atau lusin dalam kehidupan sehari-hari, yaitu suatu istilah untuk menyebut sejumlah atom, ion, atau molekul pada suatu sistem. Dengan demikian jumlah koordinat mikroskopik yang terlibat dalam suatu sistem, se-orde dengan Bilangan Avogadro.

Untuk lebih mempertegas perbedaan antara termodinamika dan fisika statistik, perhatikan contoh berikut ini : *Misalkan kita memiliki suatu sistem berupa gas yang terdiri dari N buah molekul, yang dibatasi oleh suatu dinding pembatas dalam ruang tertutup*. Besaran makroskopik yang menggambarkan sistem gas ini adalah : Tekanan (P), Volume (V) dan Suhu (T). Dari eksperimen diketahui bahwa antara P, V, dan T terdapat kaitan tertentu. Artinya bahwa sistem gas tersebut dapat kita beri volume tertentu, suhu

tertentu, ternyata tekanannya dengan sendirinya mempunyai nilai tertentu pula. Hubungan fungsional ini secara matematis ditulis $f(P,V,T) = 0$ dimana besaran P, V dan T mudah diukur.

Sistem gas di atas, dapat pula dipandang sebagai suatu kumpulan N molekul/partikel yang masing-masing bermassa m dan berkecepatan v . Untuk menjelaskan konsep tekanan (P), harus dibuat beberapa asumsi. Misalnya gas tersebut dianggap sebagai gas ideal (mengenai gas ideal akan dibicarakan dalam satu bab khusus). Untuk sementara, yang disebut gas ideal atau gas sempurna adalah gas yang dengan tepat memenuhi hukum Boyle dan hukum Gay-Lussac, yaitu : $P V = n R T$. Disini P = Tekanan, V = Volume ruang untuk gas bergerak secara bebas, n = jumlah mol gas, T = temperatur absolut (mutlak), dan R = konstanta universal gas.

Telah kita ketahui pula bahwa sebenarnya tidak ada gas nyata yang tepat memenuhi hukum Boyle dan Gay-Lussac. Tetapi bila tekanannya tidak terlalu besar dan temperaturnya tidak terlalu rendah, gas nyata akan mirip dengan gas ideal, dan sifatnya dapat dilukiskan oleh persamaan : $P V = n R T$.

Dalam sudut pandang *mikroskopik*, yang dinamakan *teori kinetik gas*, *tekanan gas adalah hasil tumbukan antara molekul gas dan dinding-dinding bejana dimana gas berada*. Kita dapat menghitung tekanan ini dengan menghitung laju perubahan momentum molekul gas karena tumbukan dengan dinding bejana. Berdasarkan hukum kedua Newton, laju perubahan momentum sama dengan gaya yang diberikan oleh dinding pada molekul-molekul gas :

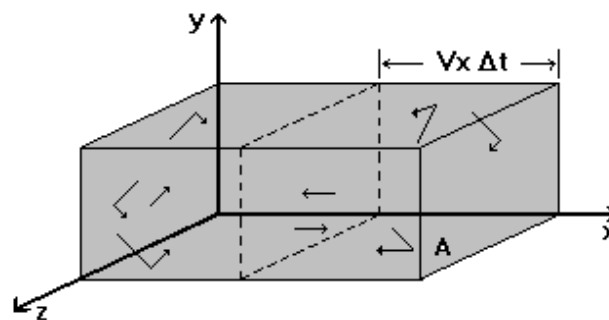
$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (1-3)$$

Berdasarkan hukum ketiga Newton , gaya ini sama dengan gaya yang diberikan oleh molekul-molekul pada dinding. Gaya persatuan luas sama dengan tekanan.

Kita akan mulai dengan membuat asumsi-asumsi *model teori kinetik* berikut ini : (1) *Gas ideal terdiri atas partikel (atom atau molekul) dalam jumlah yang sangat banyak*, (2) *Partikel itu tersebar merata dan bergerak secara acak (sembarang)*, (3) *Jarak antar partikel jauh lebih besar dibandingkan dengan ukuran partikelnya itu sendiri, sehingga ukuran partikel diabaikan (dalam hal ini gerak partikel benar-benar hanya translasi saja, gerak rotasi dan vibrasi diabaikan)*, (4) *Tidak ada gaya interaksi antar partikel satu*

dengan yang lainnya, kecuali bila kedua partikel itu bertumbukan, (5) Semua tumbukan yang terjadi, baik antara partikel-partikel penyusun gas maupun antara partikel dengan dinding bejana, berlangsung elastis sempurna dan terjadi dalam selang waktu yang sangat singkat, (6) Hukum-hukum Newton tentang gerak berlaku, (7) tanpa adanya gaya eksternal (partikel-partikel bergerak cukup cepat sehingga kita dapat mengabaikan gravitasi), tidak ada posisi yang dicenderungi oleh molekul dalam bejana, dan tidak ada kecenderungan arah vektor kecepatan.

Asumsi ketiga menyatakan bahwa molekul-molekul atau partikel-partikel gas secara rata-rata jauh terpisah. Pengertian ini ekuivalen dengan mengasumsikan kerapatan gas yang sangat rendah. Karena momentum konstan, maka tumbukan yang dilakukan oleh molekul-molekul satu sama lain tidak berpengaruh pada momentum total dalam arah manapun, sehingga kita dapat mengabaikan tumbukan-tumbukan ini.



Gambar 3

Marilah kita asumsikan bahwa kita mempunyai bejana kotak dengan volume V . Gas yang terdiri dari N molekul tersebut kita masukkan kedalam bejana (Gambar 3). Gas yang terdiri dari N molekul tersebut masing-masing dengan massam dan bergerak dengan kecepatan v . Kita ingin menghitung gaya yang diberikan oleh molekul-molekul ini pada didnding kanan, yang tegak lurus sumbu $-x$. Komponen x momentum sebelum menumbuk dinding adalah $+mv_x$, dan setelah melakukan tumbukan elastik dengan dinding, komponen x momentum adalah $-mv_x$. Jadi besarnya perubahan momentum selama tumbukan satu molekul dengan dinding adalah $2mv_x$. Perubahan momentum total

semua molekul selama suatu selang waktu tertentu t adalah $2mv_x$ kali jumlah molekul yang menumbuk dinding selama selang waktu tersebut.

Perhatikan kembali gambar 3, Jumlah molekul yang menumbuk dinding kanan dengan luas A adalah jumlah molekul yang ada dalam jarak $v_x t$ dan sedang bergerak ke kanan.

Jumlah ini adalah jumlah molekul per satuan volume N/V kali volume $v_x t$ kali $\frac{1}{2}$,

karena secara rata-rata, separuh dari molekul-molekul akan bergerak ke kanan dan separuh ke kiri. Perubahan total momentum ΔP molekul-molekul gas dalam selang waktu t adalah bilangan ini kali $2mv_x$, perubahan momentum per molekul:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \frac{N}{V} (v_x \Delta t A) 2mv_x = \frac{N}{V} mv_x^2 A \Delta t \quad (1-4)$$

Gaya yang diberikan oleh dinding pada molekul-molekul dan oleh molekul-molekul pada dinding adalah perubahan momentum ini dibagi dengan selang waktu t . Tekanan adalah gaya ini dibagi dengan luas :

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad (1-5)$$

Dengan membagi perubahan momentum dengan waktu Δt dan dengan luas A , kita akan mendapatkan :

$$P = \frac{N}{V} mv_x^2 \quad (1-6)$$

Dengan memperhitungkan kenyataan bahwa semua molekul dalam bejana tidak mempunyai kelajuan yang sama, maka kita cukup mengganti v_x^2 dengan nilai rata-rata

$(v_x^2)_{rata-rata}$. Selanjutnya kita tulis persamaan (1-4) dalam energi kinetik $\frac{1}{2}mv_x^2$ yang

berkaitan dengan gerakan sepanjang sumbu x , maka kita akan mendapatkan :

$$PV = 2N \left(\frac{1}{2} mv_x^2 \right)_{rata-rata} \quad (1-7)$$

Persamaan (1-5) menyatakan hubungan antara besaran makroskopik (P) dengan besaran-besaran mikroskopik (m dan v).

Jumlah koordinat makroskopik berbagai sistem termodinamika bervariasi, bergantung sistemnya, tetapi tidak akan sebanyak koordinat mikroskopiknya. Misalnya, jika sistem

termodinamika kita berupa sistem hidrostatik atau sistem kimiawi, maka sistem ini dalam keadaan setimbang, paling tidak memiliki 8 buah koordinat sistem atau variabel keadaan sistem, yaitu besaran-besaran makroskopik yang dapat melukiskan keadaan keseimbangan sistem. Untuk sistem dielektrik atau sistem paramagnetik, misalnya, terdapat koordinat-koordinat termodinamika yang lain. Untuk sistem berupa gas, variabel keadaan sistem itu adalah sebagai berikut:

Tabel variabel keadaan sistem

No	Nama variabel Keadaan sistem	Lambang	Satuan (SI)
1	Tekanan	P	Pa =N/m ²
2	Suhu	T	K
3	Volume	V	m ³
4	Entropi	S	JK ⁻¹
5	Energi Dalam	U	J
6	Entalpi	H	J
7	Energi bebas Helmholtz	F	J
8	Energi bebas Gibbs	G	J

Dari eksperimen-eksperimen yang telah dilakukan, yang melibatkan 8 buah variabel keadaan sistem diatas, banyak sekali dihasilkan hubungan, kaitan dan rumusan yang menggambarkan hubungan fungsional antar berbagai besaran-besaran tersebut.

Khusus untuk sistem tertutup, yaitu untuk sistem gas yang jumlah partikelnya tidak berubah, diperoleh 3 kesimpulan penting sebagai berikut :

1. Semua eksperimen menunjukkan bahwa apabila sistem berada dalam keadaan setimbang maka setiap koordinat dinyatakan sebaga fungsi dari dua koordinat lain.
2. Hanya dua diantara 8 koordinat itu yang merupakan variabel bebas sistem
3. Dalam keadaan setimbang termodinamika (setimbang mekanik, kimia, termal dan fase) berlaku hubungan : $f(x,y,z) = 0$

Misalkan kita tinjau sistem gas dalam suatu berjana tertutup (sistem tertutup) yang komposisinya tidak berubah, artinya tidak terjadi reaksi-reaksi kimiawi yang dapat mengubah jumlah partikel dalam sistem, dan tidak terjadi difusi, sistem gas tersebut pada volume tertentu (V), dapat diberi suhu (T) berapa saja atau pada suhu tertentu, dapat

diberi volume (V) berapa saja; Hal ini sangat memungkinkan karena ternyata terdapat koordinat termodinamika ke-3 yang menyesuaikan diri, misalnya tekanan (P), sehingga sistem gas ini dapat dilukiskan oleh sepasang koordinat bebas (P), yang secara matematis dapat ditulis :

$$f(P,V,T) = 0$$

Atau secara umum dinyatakan dengan hubungan fungsional :

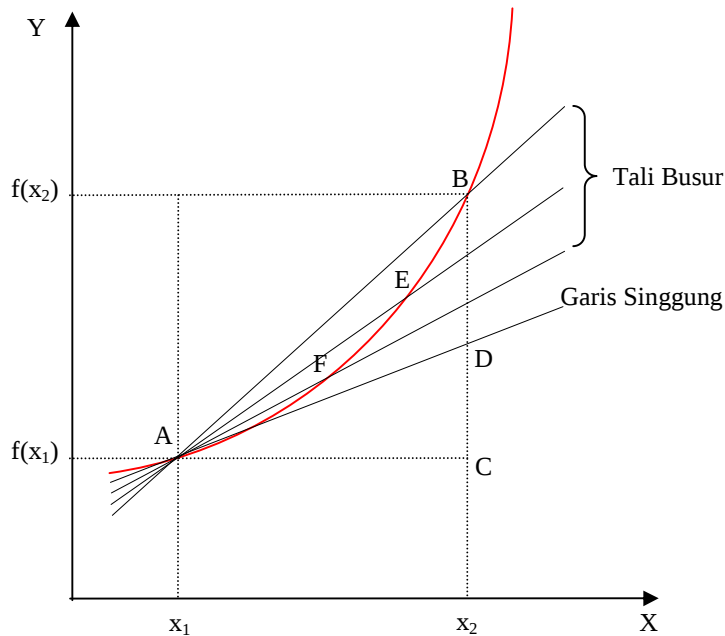
$$f(x,y,z) = 0$$

2. Diferensial Fungsi Variabel Tunggal

Keperluan kita saat ini adalah membicarakan fungsi dengan dua variabel, tetapi sebelum itu marilah kita ulang sedikit fungsi variabel tunggal, agar anda lebih mudah memahami fungsi dengan dua variabel. $f(x,y) = 0$ menyatakan hubungan implisit fungsi variabel x dan y . bentuk $f(x,y) = 0$ disebut bentuk implisit. Bentuk eksplisitnya adalah $x = x(y)$ dan $y = y(x)$. Bentuk $x = x(y)$ artinya y sebagai variabel bebas, dan x sebagai variabel terikat . Sedangkan bentuk $y = y(x)$ artinya x sebagai variabel bebas dan y sebagai variabel tak bebas.

Dalam termodinamika, kita akan banyak berbicara mengenai *proses*. Proses yang dimaksud adalah *perubahan dari koordinat-koordinat termodinamika*. Perubahan suatu koordinat termodinamika tertentu dalam suatu sistem, akan berpengaruh terhadap koordinat termodinamika yang lain. Misalnya untuk hubungan $f(x,y) = 0$, jika koordinat termodinamika x berubah sebesar ' dx ', bagaimana cara menyatakan perubahan koordinat termodinamika y ?

Perhatikan penjelasan berikut : Misalkan kita memilih suatu fungsi $y = y(x)$, yang sketsa grafiknya sebagai berikut :



Gambar 4

Pada saat $x = x_1$ maka nilai fungsi $f_1 = f(x_1)$

Pada saat $x = x_2$ maka nilai fungsi $f_2 = f(x_2)$

$AC = \Delta x = x_2 - x_1$ dan $BC = \Delta f = f_2 - f_1$

$\tan (\angle BAC) = \text{kemiringan tali busur AB}$

Jika x_2 mendekati x_1 , maka titik B akan mendekati titik A .Pada gambar 1.2 ditunjukkan oleh titik E dan F yang makin mendekati titik A. Akibatnya tali busur AB akan menjadi garis singgung di titik A. Konsekuensi lain dari mendekatnya titik B ke titik A adalah Δx dan Δf mendekati nol. Walaupun Δx dan Δf mendekati nol, tetapi $\angle ABC$ tidak mendekati nol, melainkan menjadi $\angle DAC$ (mempunyai nilai tertentu), yaitu sudut miring garis singgung AD di titik A.. Jelaslah bahwa, bila $x_2 \rightarrow x_1$, walaupun $\Delta x \rightarrow 0$ dan $\Delta f \rightarrow 0$, tetapi ;

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \neq 0$ dan $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \neq \infty$ melainkan memiliki harga yang berhingga (tertentu).

(catatan : tanda $\rightarrow$ artinya mendekati)

pada mata kuliah kalkulus, kita telah mengetahui bahwa :

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(X + \Delta X) - f(X)}{\Delta x} &&= \text{turunan pertama } f(x) \text{ terhadap } x \\ &= \frac{d}{dx} f(x) \\ &= f'(x)\end{aligned}$$

Dari gambar 4 kita dapat melihat bahwa $\tan \angle DAC = \frac{CD}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

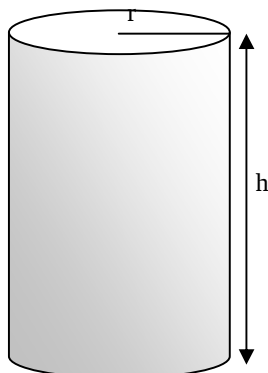
Sehingga $\Delta y = \tan(\angle DAC) \cdot \Delta x$ atau $\Delta y = \frac{df}{dx} \cdot \Delta x$, jika perubahannya sangat kecil (Infinitesimal), maka penulisan persamaan $\Delta y = \frac{df}{dx} \cdot \Delta x$ menjadi : $dy = \frac{df}{dx} \cdot dx$. Jadi

kesimpulannya, jika kita memiliki hubungan fungsional : $y = f(x)$ atau $f(x,y) = 0$, dengan x berubah secara infinit sebesar dx , maka y akan berubah secara infinit sebesar dy . Hubungan dy dan dx dapat dinyatakan dengan :

$$dy = \frac{df}{dx} \cdot dx \quad (1-8)$$

3. Diferensial Fungsi Dua Variabel

Misalkan kita memiliki suatu bejana berbentuk silinder dengan jejari r dan ketinggian h seperti tampak pada gambar berikut :



Gambar 5

Volume silinder tersebut adalah $V = \pi r^2 h$. Jadi dalam hal ini volume silinder (V) bergantung pada dua variabel, yakni r dan h . Sekarang, bejana silinder tersebut kita isi dengan suatu fluida. Pada saat kita isi dengan fluida, maka jejari r kita jaga tetap dan ketinggian ' h ' kita tambah, maka volume V akan bertambah. Dalam hal ini kita dapat mencari koefesien diferensial V terhadap h , hanya jika r dijaga tetap, yaitu

$$\left[\frac{dV}{dh} \right]_{r \text{ konstan}} \text{ dan ditulis sebagai } \frac{\partial V}{\partial h}.$$

(Catatan : Perhatikan simbol "Delta" yang baru.)

Untuk memperoleh $\frac{\partial V}{\partial h}$, kita akan mendefinisikan persamaan yang diberikan terhadap h dengan menganggap semua simbol, selain ' V ' dan ' h ' konstan.

$$\text{Maka, } \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)_r = \pi r^2 \cdot 1 = \pi r^2$$

Tentu saja kita dapat meninjau persoalan dengan h dijaga konstan, perubahan ' r ' akan menyebabkan perubahan V juga. Disini kita mempunyai $\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_h$ yang berarti bahwa sekarang kita mendiferensialkan $V = \pi r^2 h$ terhadap r dengan menganggap semua simbol, selain V dan r , konstan.

$$\text{Maka, } \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_h = \pi 2rh = 2\pi rh$$

Oleh karena itu persamaan $V = \pi r^2 h$ dinyatakan sebagai fungsi dari dua variabel r dan h , sehingga memiliki dua koefisien diferensial parsial, yaitu :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)_r \text{ dan } \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_h$$

Tentu saja kita tidak harus terbatas hanya pada variabel-variabel yang membangun volume silinder. Hal yang sama berlaku juga untuk sembarang fungsi dengan dua variabel bebas.

Pada sub pokok bahasan (1), kita sudah mengenal bentuk $f(x,y,z) = 0$. Ini adalah bentuk implisit dari fungsi dengan variabel x , y dan z . Pada fungsi $f(x,y,z) = 0$ terdapat hubungan tertentu antara variabel x , y , dan z . Fungsi $f(x,y,z) = 0$ memiliki arti bahwa hanya terdapat 2 variabel diantara 3 variabel itu yang bersifat bebas, sedangkan yang ketiganya merupakan variabel tak bebas. Sedangkan bentuk implisit dari fungsi tersebut adalah :

$$x = x(y,z) \quad ; \text{ dimana } y \text{ dan } z \text{ merupakan variabel bebas}$$

$$y = y(x,z) \quad ; \text{ dimana } x \text{ dan } z \text{ merupakan variabel bebas}$$

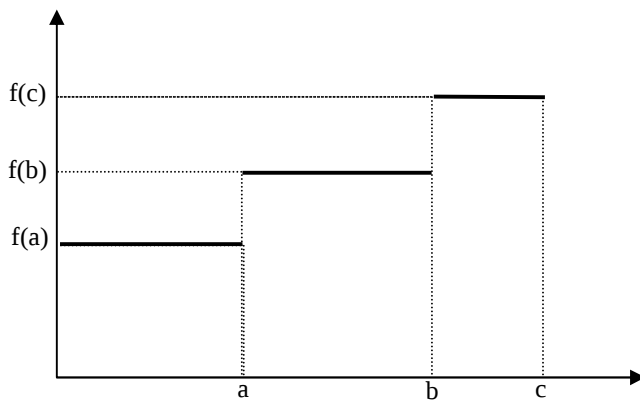
$$z = z(x,y) \quad ; \text{ dimana } x \text{ dan } y \text{ merupakan variabel bebas}$$

Grafik fungsi $f(x,y,z) = 0$ dalam koordinat x - y - z pada umumnya berupa permukaan (bukan kurva). Permukaan yang dimaksud adalah bisa permukaan tertutup seperti bola atau elipsoida, bisa juga berupa permukaan terbuka seperti hiperbola atau paraboloida.

Perhatikan bentuk eksplisit yang ketiga dari bentuk implisit fungsi $f(x,y,z) = 0$, yaitu $z = z(x,y)$. Kita misalkan bahwa fungsi ini adalah fungsi yang memang **ada** dan **berkelakuan baik**. (kontinu dan diferensiabel).

4. Fungsi Kontinu

Misal kita memiliki fungsi $y = f(x)$ yang sketsa grafiknya sebagai berikut :



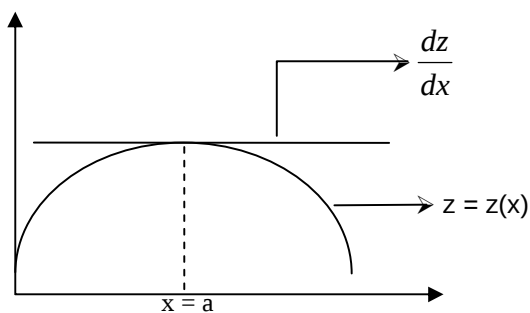
Gambar 6

Fungsi $Y = f(x)$ pada titik $x = a$ tidak kontinu, karena bila didekati dari arah kiri berharga $f(a)$, tetapi bila didekati dari arah kanan berharga $f(b)$. Begitu pula pada $x = b$ dan $x = c$

Jadi suatu fungsi dikatakan kontinu pada suatu titik, jika nilai fungsi di titik tersebut, baik didekati dari sebelah kiri maupun dari sebelah kanan berharga sama. Sebaliknya jika nilai fungsi di titik tersebut, baik didekati dari sebelah kiri maupun dari sebelah kanan harganya berbeda, maka fungsi tersebut dikatakan tidak kontinu.

5. Fungsi Diferensiabel

Misalkan kita memiliki fungsi $y = f(x)$ yang sketsa grafiknya sebagai berikut :

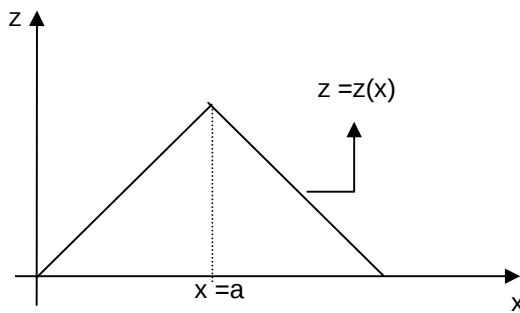


Gambar 7

Fungsi $z = z(x)$ pada $x = a$ adalah diferensiabel ; karena harga $\frac{dz}{dx}$ di titik $x = a$, jika didekati dari sebelah kiri maupun dari sebelah kanan harganya sama

yaitu $\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x=a} = 0$; Pada gambar 7 ditunjukkan oleh gradien garis singgung yang menyinggung kurva di titik $x=a$.

Sekarang coba kita perhatikan gambar 8 berikut ini :



Gambar 8

Pada gambar 8 disamping, nilai dari $\frac{dz}{dx}$ di $x = a$ jika didekati dari kiri berbeda nilainya dengan jika didekati dari arah kanan. Ini artinya bahwa fungsi $z = z(x)$ di $x = a$ *tidak diferensiabel*. Jadi kesimpulannya jika nilai turunan pertama dari suatu fungsi didekati dari sebelah kiri dan didekati dari sebelah

kanan pada suatu nilai tertentu sama harganya, maka fungsi tersebut dikatakan diferensiabel di titik yang bersangkutan. Sebaliknya, jika nilai turunan pertama dari suatu fungsi didekati dari sebelah kiri dan didekati dari sebelah kanan pada suatu nilai tertentu berbeda harganya, maka fungsi tersebut dikatakan tidak diferensiabel di titik yang bersangkutan.

Kembali lagi pada Gambar 7 sebelumnya. Fungsi $z=z(x)$ di $x=a$ mempunyai nilai fungsi dan mempunyai nilai turunan pertama yang sama baik didekati dari sebelah kiri maupun didekati dari sebelah kanan. Maka Fungsi yang seperti ini dikatakan sebagai *fungsi yang kontinu dan diferensiabel*. Fungsi $z=z(x)$ yang memiliki sifat seperti ini dikatakan fungsi yang *ada dan berkelakuan baik*.

Sebagai bahan kajian lebih lanjut, berikut ini saya paparkan sedikit teorema yang berasal dari kalkulus. Dalam kalkulus terdapat suatu teorema yang menyatakan *Jika $f'(a)$ ada, maka f kontinu di $x=a$* ; hal ini dapat dibuktikan sebagai berikut :

$$f(x) = f(a) + \frac{f(x) - f(a)}{x - a}(x - a) \rightarrow \text{dimana } x \neq a$$

karenanya :

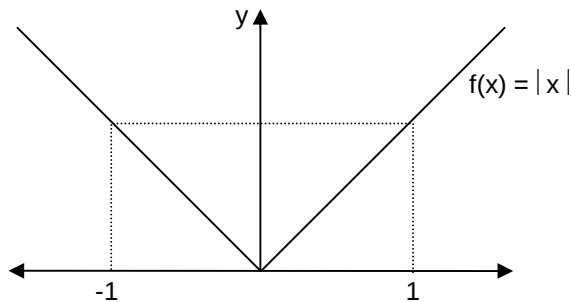
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \left[f(a) + \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right] = \lim_{x \rightarrow a} f(a) + \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \lim_{x \rightarrow a} (x - a)$$

$$= f(a) + f'(a) \cdot 0 = f(a)$$

Kebalikan teorema diatas adalah tidak benar. Jika fungsi f kontinu di $x = a$, maka tidak berarti bahwa f mempunyai turunan di $x = a$. ini dengan mudah dapat dilihat dengan

memandang $f(x) = |x|$ di titik asal.

Fungsi $f(x) = |x|$ pasti kontinu di titik asal $x = 0$, tetapi tidak mempunyai turunan di $x = 0$, hal ini dapat dibuktikan sebagai berikut :



Gambar 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}, \text{ tidak ada harganya, karena}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1 \quad (\text{didekati dari kanan})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x} = -1 \quad (\text{didekati dari kiri})$$

Argumentasi yang baru saja disajikan, memperlihatkan bahwa disembarang titik dimana fungsi mempunyai sebuah sudut tajam, maka fungsi tersebut *kontinu*, tetapi *tidak diferensiabel*.

6. Diferensial Eksak dan Tak Eksak

Jika $z = z(x,y)$ adalah suatu fungsi yang ada dan berkelakuan baik (kontinu dan diferensiabel), maka urutan mendiferensialkan fungsi tersebut terhadap variabel manapun tidak menjadi persoalan, artinya bagaimanapun urutan mendiferensialkannya maka hasilnya akan sama. Ini berarti, jika $z = z(x,y)$ maka :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \quad (1-8)$$

Karena $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \equiv M(x, y)$ dan $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \equiv N(x, y)$, maka persamaan (1-8) dapat ditulis menjadi :

$$\left(\frac{\partial M(x, y)}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N(x, y)}{\partial x}\right)_y \quad (1-9)$$

Persamaan (1-9) ini adalah syarat yang perlu dan cukup agar $z=z(x,y)$ merupakan fungsi yang ada dan berkelakuan baik. Diferensial total dari suatu fungsi yang ada dan berkelakuan baik, serta memenuhi syarat persamaan (1-9) disebut diferensial eksak. Dan syarat persamaan (1-9) disebut syarat Euler.

Selanjutnya kita akan berbicara mengenai *diferensial tak eksak*. Cobalah kita bayangkan suatu besaran tertentu katakanlah A yang bukan merupakan fungsi dari variabel x dan y. jadi fungsi $A = A(x,y)$ memang merupakan fungsi yang tidak ada. Tetapi walaupun demikian, kita dapat membayangkan suatu perubahan variabel A, katakanlah sebesar dA. Mengapa hal ini penting untuk dipelajari ? Hal ini penting, karena banyak sekali dalam fisika besaran-besaran fisika yang cara berhubungan dengan besaran fisika yang lainnya dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan , tetapi dia bukan merupakan sebuah fungsi.

Misalkan, katakanlah besaran A itu mempunyai diferensial total :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x dy \quad (1-10)$$

Jika $\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y = P(x, y)$ dan $\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x = Q(x, y)$, maka untuk semua fungsi yang seperti A

(sebenarnya bukan fungsi) akan selalu berlaku :

$$\frac{\partial A}{\partial y \partial x} \neq \frac{\partial A}{\partial x \partial y} \text{ atau } \frac{\partial P(x, y)}{\partial y} \neq \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} \quad (1-10)$$

Hal ini disebabkan karena $P(x,y)$ dan $Q(x,y)$ bukan merupakan diferensial dari A; karena fungsi $A(x,y)$ memang tidak ada. Dalam hal demikian dA dikatakan diferensial tak eksak, dan diberi lambang **dA**.

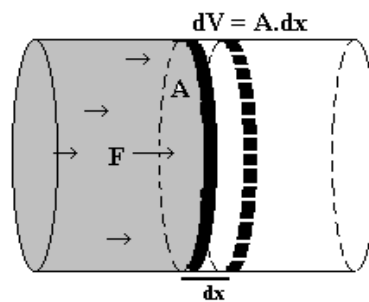
Cobalah anda bedakan pengertian fisis dz (diferensial eksak) dengan dA (diferensial tak eksak). dz menyatakan perubahan variabel z yang amat kecil, sedangkan dA menyatakan besaran A dalam kuantitas yang sangat kecil.

Dalam ilmu fisika anda akan banyak menemukan besaran-besaran fisis yang seperti besaran A diatas, sebagai contoh misalnya adalah usaha yang dilakukan oleh gas yang mengembang sambil mendorong piston yang dinyatakan sebagai $W=W(P,V)$

Apakan $W=W(P,V)$ merupakan fungsi ? untuk menjawab hal ini perhatikan uraian berikut ini :

Tinjau suatu sistem gas dalam bejana tertutup yang diatas oleh piston yang luas penampangnya adalah A

Lihat Gambar berikut ini :



Gambar 9

Usaha mekanik gaya $\vec{F}$ sepanjang $d\vec{x}$ yang dilakukan oleh gas yang mengembang dalam bejana tersebut adalah :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (1-11)$$

Hubungan yang dinyatakan oleh persamaan (1-11) diatas adalah rumus empiris yang kebenarannya sudah tidak dapat disangkal lagi. Menurut definisi, tekanan gas; $P = \frac{F}{A}$;

sedangkan $|\vec{F} \cdot d\vec{x}| = |\vec{F}| |d\vec{x}| \cos 0 = |\vec{F}| |d\vec{x}|$; Karena pada Gambar 1.6 $\vec{F}$ dan $d\vec{x}$ searah.

jika $|\vec{F}| = F$ dan $|d\vec{x}| = dx$, maka $dW = Fdx$; karena $P = \frac{F}{A}$ maka :

$$dW = PA \cdot dx \quad (1-12)$$

Sedangkan Adx adalah perubahan volume yang kecil, dan kita sebut saja $dV = Adx$. Maka akhirnya persamaan (1-12) dapat ditulis menjadi :

$$dW = PdV \quad (113)$$

Persamaan (1-13) dapat kita tulis ;

$$dW = P dV + 0 dP$$

Dari sini kita tahu bahwa :

$$\left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_P = P \quad \text{dan} \quad \left(\frac{\partial W}{\partial P}\right)_V = 0$$

Oleh karena itu :

$$\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_P = \frac{\partial^2 W}{\partial P \partial V} = 1$$

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial W}{\partial P}\right)_V = \frac{\partial^2 W}{\partial V \partial P} = 0$$

Jadi : $\frac{\partial W}{\partial P \partial V} \neq \frac{\partial^2 W}{\partial V \partial P}$ ini artinya bahwa $W = W(P, V)$ bukan merupakan suatu fungsi .

Dari penjelasan diatas, terbukti bahwa fungsi $W=W(P, V)$ sebenarnya tidak ada, hingga $dW = PdV$ adalah diferensial tak eksak dan diberi lambang dW . Jadi secara fisis dW bukanlah perubahan infinitesimal dari suatu fungsi, melainkan perubahan usaha dalam jumlah yang sangat kecil (Infinitesimal).

Sampai disini saya harap anda sudah mampu membedakan *diferensial eksak dan diferensial tak eksak*, baik dari aspek matematis maupun dari aspek fisis. Kini akan saya pertajam lagi pemahaman anda. Oleh karena itu lanjutkanlah pada bahasan berikut ini :

Perbedaan antara diferensial eksak dan takeksak dapat pula dilihat dari hasil integrasinya :

(i) Jika dz adalah diferensial eksak, maka :

- Integrasi tak tentu suatu diferensial eksak akan menghasilkan fungsi aslinya ditambah konstanta :

$$\int dz(x, y) = z(x, y) + C \quad (1-14)$$

- Integrasi dalam suatu batas tertentu (misalnya dari i ke f) suatu diferensial eksak akan menghasilkan suatu bilangan atau nilai tertentu yang mengandung arti sebagai perubahan nilai fungsi asli pada batas integrasi tertentu :

$$\int_i^f dz(x, y) = z(x, y) \Big|_i^f = z(x_f, y_f) - z(x_i, y_i) \quad (1-15)$$

- Secara grafis, interpretasi integrasi dz diantara dua batas (i dan f), tidak bergantung pada jalan yang diambil , tetapi hanya bergantung pada titik awal (i) dan titik akhir (f) dari jalan itu.

(ii) Jika dA adalah diferensial tak eksak, maka :

- Integrasi tak tentu suatu diferensial tak eksak tidak mungkin menghasilkan suatu fungsi, karena besaran A sebagai fungsi dari variabel x dan y memang tidak ada. Oleh karena itu diferensial tak eksak dA tidak dapat diintegrasikan dalam pengertian ini.
- Jika diintegrasikan dalam suatu batas (misalnya dari i ke f), suatu diferensial tak eksak akan menghasilkan suatu bilangan atau nilai tertentu yang mengandung arti sebagai hasil penjumlahan kuantitas-kuantitas dA yang kecil, hingga akhirnya menjadi besar, katakanlah menjadi A_{if} . Berbeda dengan diferensial eksak, hasil integrasi pada batas tertentu diferensial tak eksak tidak dapat diartikan sebagai selisih antara dua nilai fungsi, karena memang fungsinya tidak ada.

$$\int_i^f dA = A_{if} \neq A_f - A_i \neq \Delta A_{if} \quad (1-16)$$

7. Hubungan Penting Antara Diferensial Parsial

Jika $z=z(x,y)$ adalah fungsi yang *ada dan baik*, maka perubahan z akibat adanya perubahan kecil variabel x dan y dapat dinyatakan dengan :

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy \quad (1-17)$$

Sebenarnya fungsi $z=z(x,y)$ dapat ditulis secara eksplisit $x=x(y,z)$. Untuk fungsi yang terakhir ini, perubahan x akibat adanya perubahan kecil variabel y dan z dapat dinyatakan dengan :

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z dy + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y dz \quad (1-18)$$

Jika persamaan (1-18) disubstitusikan ke persamaan (1-17), maka:

$$\begin{aligned} dz &= \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left[\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z dz + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y dy \right] + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy \\ dz &= \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \right] dy + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y dz \end{aligned}$$

Yang berlaku untuk setiap dy dan dz. Persamaan yang terakhir ini akan terpenuhi jika :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y = 1 \text{ atau } \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y} \quad (1-19)$$

dan

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = 0$$

atau

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = -1 \quad (1-20)$$

Rumus yang dinyatakan sebagai persamaan (1-20) ini sering dinamakan sebagai “Rumus -1”. Rumus ini dapat pula diubah menjadi :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = - \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y} \quad (1-21)$$

Dengan menggunakan persamaan (1-19), maka persamaan (1-21) dapat diubah lagi menjadi :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = - \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x}{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y} \quad (1-22)$$

Persamaan (1-19) sampai dengan (1-22) dapat diterapkan pada sistem gas yang persamaan keadaannya dinyatakan dalam hubungan fungsional $f(P,V,T) = 0$, misalnya

persamaan keadaan gas ideal atau persamaan keadaan gas van der Waals, sebagai berikut :

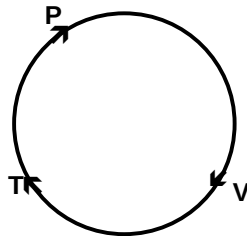
$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = - \frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} \quad (1-23)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -1 \quad (1-24)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = - \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V} \quad (1-25)$$

Persamaan (1-23) mudah diingat bila dianalogikan misalnya dengan bilangan $2/3$ yang sama dengan $\frac{1}{3/2}$. Sementara itu persamaan (1-24) tampaknya lebih sulit untuk diingat.

Namun dengan membayangkan bahwa ketiga variabel P , V dan T sebagai titik yang terletak pada sebuah lingkaran dengan jarak yang sama :



Gambar 10

Maka persamaan (1-24) itu mudah dituliskan, jika faktor pertama dalam kurung diruas kiri adalah $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ (lihat gambar lingkaran diatas, setelah P , kemudian V , kemudian T).

Untuk memperoleh faktor kedua, letakkan T diatas, setelah T kemudian P , kemudian V ; $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$. Untuk memperoleh faktor ketiga, letakkan V diatas, ikuti dengan dengan T

kemudian P ; $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$, maka lengkaplah menjadi ;

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -1.$$

Untuk menuliskan persamaan (1-24), perlu diingat bahwa turunan parsial itu dipecah menjadi dua buah turunan parsial, yang pertama sebagai pembilang (numerator) dan yang kedua sebagai penyebut (denominator). Yang diturunkan baik pada pembilang maupun penyebut adalah variabel diluar kurung atau yang dianggap sebagai tetapan pada ruas kiri. Dalam persamaan (1-24) variabel yang dikurung adalah T. kemudian didiferensialkan T terhadap dua variabel lain diruas kiri secara bersilang. Jadi untuk pembilang T didiferensialkan terhadap V dan untuk penyebut T didiferensialkan terhadap P.

Dengan mengingat cara-cara seperti tersebut diatas itu, maka dari persamaan (1-23), (1-24) dan (1-25) mudah dibuat. Misalnya ;

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V} \quad (1-26)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -1 \quad (1-27)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = - \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} \quad (1-28)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \quad (1-29)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -1 \quad (1-30)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P} \quad (1-31)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P} \quad (1-32)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -1 \quad (1-33)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V} \quad (1-34)$$

Dalam termodinamika, ketergantungan suatu variabel tertentu pada variabel-variabel yang lain seringkali tak dapat dinyatakan secara eksplisit. Contoh yang jelas adalah variabel v pada persamaan keadaan Van Der Waals : $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$; dimana $v = \frac{V}{n}$ (volume per mol = volume jenis). Untuk menghitung turunan parsial dari variabel v ini harus digunakan persamaan (1-23) dan (1-24). Namun timbul pertanyaan bagaimana jika secara umum ketiga variabel itu tak dapat dibuat secara eksplisit. Persamaan (1-23) dan (1-24) jelas tak dapat digunakan . Memang sebenarnya ada cara untuk menyelesaikan persoalan seperti ini, bahkan untuk variabel yang lebih dari tiga. Akan tetapi dalam hal ini pembahasan akan dibatasi sampai dengan tiga variabel saja. Misalkan secara umum $f(x,y,z) = 0$. Bila didiferensialkan :

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} dz = 0$$

Jika z tidak berubah atau $dz = 0$, maka :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx = - \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy$$

Atau

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z}}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z}} \quad (1-35)$$

Dengan cara berfikir yang sama. Diperoleh :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y}}{\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{y,z}}$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{z,x}}{\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y}}$$

Dan jika diterapkan pada sistem $f(P,V,T) = 0$, maka akan diperoleh :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_t = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)_{t,p}}{\left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_{V,T}} \quad (1-36)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_t = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)_{t,p}}{\left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_{V,T}} \quad (1-37)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_t = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_{V,T}}{\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,V}} \quad (1-38)$$

G. METODOLOGI PENELITIAN

Metode Penelitian yang digunakan adalah kajian teoritis

H. JADWAL WAKTU PENELITIAN

No	Jenis Kegiatan	Waktu Pelaksanaan Bulan ke		
		1	2	3
1	Pembuatan Proposal			
2	Persiapan literatur			
3	Pengkajian literatur			
4	Penerapan hasil kajian literatur terhadap sistem			
5	Pembuatan draft laporan hasil penelitian sementara			
6	Lokakarya hasil-hasil penelitian			
7	Pembuatan laporam akhir penelitian			

I. REFERENSI

- (1) Martin Ligare, *Journal Elementary Thermodynamics of Trapped Particles* (Department of Physics, Bucknell University, Lewisburg, PA 2002) .
- (2) Sears and Sallinger, *Thermodynamics, Kinetic theory and Statistical Thermodynamics* (Addison-Wesley Publishing Company

J. CURICULUM VITAE PENELITI

- a. Nama : **Drs.Saeful Karim, M.Si**
 b. NIP/GOL/Pangkat : 131 946 758/III D/ Penata

 c. Jabatan Fungsional : Lektor
 d. Jabatan : Ketua Program Fisika FPMIPA UPI
 c. Tempat/tgl.lhr. : Garut, 7 Maret 1967
 d. Unit Kerja : Jurusan Pendidikan Fisika FPMIPA UPI
 e. Alamat Kantor : Jl.Dr. Setiabudi No.229 Bandung
 f. Alamat Rumah : Jl.Sentral –Sinarasa No.191 Cibabat- Cimahi

a. Riwayat Pendidikan

Nama Sekolah	Tahun lulus	Jurusan	Tempat
SDN Neglasari	1977		Garut
SMPN Cisompet	1983		Garut
SMAN Garut	1986		Garut
S1 Pendidikan (IKIP Bandung)	1990	Fisika	Bandung
Pra-S2 ITB	1993	Fisika	Bandung
S2 ITB	1996	Fisika	Bandung

b. Riwayat Bekerja

No.	Institusi	Jabatan	Periode Bekerja
1.	SMU Taruna Bakti	Guru Fisika	1990-1998
2.	SMU Taruna Bakti	Wakil Kepala Sekolah	1996-1998
3.	IKIP Bandung	Dosen Fisika	1991-Sekarang

c. Daftar Penelitian yang sudah dilakukan dalam 5 tahun terakhir

No.	Judul Penelitian	Tahun
1.	Pemahaman Konsep-konsep Fisika Dikaitkan dengan Penguasaan Persamaan Matematik	1996
2.	Deskripsi Statistik Aliran Reaktif Turbulen	1997
3.	Optimalisasi Suseptibilitas Sentrosimetrik Molekul Non-Linear	1998
4.	Komputasi Dinamika Fluida	1998
5.	Model Learning Cycle Dalam Pembelajaran Kinematika dan Dinamika Pada Perkuliahan Fisika dasar	1998
6.	Model Learning Cycle dalam Pembelajaran Hukum Archemedes di Sekolah Dasar	1998
7.	Model Ubinan Acak Untuk Struktur Kuasikristal	1996
8.	Mikrokuasikristal, Superlattice, dan Aproksiman Kristal	1996
9.	Computational Fluid Dynamics	1998

10.	Konduktivitas Gas Terionisasi Sebagian	1999
11.	Konduktivitas Gas Terionisasi Seluruh	1999
12.	Pengukuran Viscositas dan Polaritas Cairan Dibawah Pengaruh Medan Listrik	2000
13.	Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Rendahnya Tingkat kelulusan Matakuliah Fisika dasar Pada Mahasiswa Program Tahun persian Bersama FPMIPA UPI	2000
14.	Inovasi Pembelajaran Matakuliah Termodinamika Melalui Pendekatan Teknik dan Paket Program Matematika Khusus Di Jurusan Pendidikan Fisika FPMIPA UPI	2000
15.	Pemahaman Konsep Fisika moderen Guru Sekolah Menengah Umum Berdasarkan Kurikulum SMU 1994 Pada Domain Kognitif Bloom	2000
16.	Peningkatan Pemahaman Fisika Dasar Pokok Bahasan Kinematika dan Dinamika Partikel dengan Bantuan Alat Peraga Kinematika dan Dinamika Pada Mahasiswa TPB Fisika Angkatan 2000/2001 (Hibah bersaing Dana Rutin UPI tahun 2000)	2000
17.	Diagnosa Kesulitan Belajar Mahasiswa Pada Mata Kuliah Termodinamika Ditinjau Dari Kemampuan Menafsirkan Grafik, Penguasaan Diferensial Parsial, Pemahaman Konsep dan Penerapannya (RII Batch IV Proyek PGSM tahun 2000)	2000
18.	Inovasi Pembelajaran Fisika Dasar untuk Mahasiswa TPB Jurusan Biologi FPMIPA UPI	2000

