

# PERTEMUAN 13-14

MATRIKS

# Definisi

- Matriks ialah kumpulan bilangan yang disajikan secara teratur dalam baris dan kolom yang membentuk suatu persegi panjang, serta termuat diantara sepasang tanda kurung.
- Secara umum, suatu matriks dituliskan sebagai:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

# Definisi

- Vektor ialah bentuk matriks khusus yang hanya mempunyai satu baris atau satu kolom.
- Vektor baris adalah matriks sebaris atau matriks berbaris tunggal
- Vektor kolom adalah matriks sekolom atau matriks berkolom tunggal

- Contoh vektor baris :

$$a = [2 \quad 4 \quad -5]$$

- Contoh vektor kolom :  $b = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$

# Pengoperasian matriks dan vektor

- Penjumlahan dan pengurangan matriks

$$A \pm B = C \text{ dimana } c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$$

- Dalam penjumlahan antar matriks berlaku kaidah komutatif dan kaidah asosiatif
- Kaidah komutatif :

$$A + B = B + A$$

- Kaidah asosiatif :

$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

# Perkalian matriks dengan skalar

- Hasilkali sebuah matriks  $A = [a_{ij}]$  dengan suatu skalar atau bilangan nyata  $\lambda$  adalah sebuah matriks baru  $B = [b_{ij}]$  yang berorde sama dan unsur-unsurnya  $\lambda$  kali unsur-unsur semula ( $b_{ij} = \lambda a_{ij}$ )

$$\lambda A = B \quad \text{dimana } b_{ij} = \lambda a_{ij}$$

- Untuk perkalian matriks dengan skalar berlaku kaidah komutatif dan kaidah distributif
- Kaidah komutatif :  $\lambda A = A \lambda$
- Kaidah distributif :  $\lambda(A \pm B) = \lambda A \pm \lambda B$

# Perkalian antar matriks

- Dua buah matriks hanya dapat dikalikan apabila jumlah kolom dari matriks yang dikalikan sama dengan jumlah baris dari matriks pengalinya.
- Hasil kali dua buah matriks  $A_{m \times n}$  dengan  $B_{n \times p}$  adalah sebuah matriks baru  $C_{m \times p}$ , yang unsur-unsurnya merupakan perkalian silang unsur-unsur baru matriks A dengan unsur-unsur matriks B.

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

# Perkalian matriks dengan vektor

- Sebuah matriks yang bukan berbentuk vektor hanya dapat dikalikan dengan sebuah vektor kolom, dengan catatan jumlah kolom matriks sama dengan dimensi vektor kolom yang bersangkutan, hasilnya adalah berupa sebuah vektor kolom baru.

$$A_{m \times n} \times B_{n \times 1} = C_{m \times 1}$$

# Bentuk-bentuk khas matriks

- Matriks satuan

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matriks diagonal

Matriks diagonal adalah matriks bujursangkar yang semua unsurnya nol kecuali pada diagonal utama.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$



# Bentuk-bentuk khas matriks

- Matriks nol

Matriks nol adalah matriks yang semua unturnya nol.

$$0_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Matriks ubahan

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

# Bentuk-bentuk khas matriks

- Matriks simetrik

Matriks simetrik adalah matriks bujursangkar yang sama dengan ubahannya. Matriks  $A$  dikatakan simetrik apabila  $A = A'$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

# Bentuk-bentuk khas matriks

- Matriks simetrik miring

Matriks simetrik miring adalah matriks bujursangkar yang sama dengan negatif ubahannya. Matriks  $A$  dikatakan simetrik miring (skew symmetric) apabila  $A = -A'$  atau  $A' = -A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -4 \\ -5 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 4 \\ 5 & 0 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad -A' = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -4 \\ -5 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

# Bentuk-bentuk khas matriks

- Matriks balikan

Matriks balikan (inverse matriks) adalah matriks yang apabila dikalikan dengan suatu matriks bujursangkar menghasilkan sebuah matriks satuan. Jika  $A$  merupakan sebuah matriks bujursangkar, maka balikannya dituliskan dengan notasi  $A^{-1}$ , dan  $AA^{-1} = I$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/9 & 2/9 \\ 4/27 & 1/27 \end{bmatrix} \quad AA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

# Determinan matriks

- Determinan dari sebuah matriks ialah penulisan unsur-unsur sebuah matriks bujursangkar dalam bentuk determinan, yaitu diantara sepasang garis tegak atau  $\left| \begin{array}{c} | \\ | \end{array} \right|$ .
- Pencarian nilai numerik dari suatu determinan dapat dilakukan dengan cara mengalikan unsur-unsurnya secara diagonal.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad |A| = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

# Adjoin matriks

- Adjoin dari sebuah matriks adalah ubahan dari matriks kofaktor-kofaktornya.

$$\mathit{adj.} A = [A_{ij}]'$$