

PERTEMUAN 12

INTEGRAL

Definisi

- Integral tak tentu adalah kebalikan dari diferensial, yaitu konsep yang berhubungan dengan proses penemuan suatu fungsi asal apabila turunan atau derivatif dari fungsinya diketahui.
- Integral tertentu merupakan suatu konsep yang berhubungan dengan proses pencarian luas suatu area yang batas-batas limit dari area tersebut sudah tertentu.

Integral tak tentu

- Mengintegalkan suatu fungsi turunan $f(x)$ berarti mencari integral atau turunan antinya, yaitu $F(x)$.
- Bentuk umum integral dari $f(x)$ adalah :

$$\int f(x) dx = F(x) + k$$

- Dimana k adalah sembarang konstanta yang nilainya tidak tertentu. Dalam rumusan diatas tanda \int adalah tanda integral; $f(x) dx$ adalah diferensial dari $F(x)$; $f(x)$ adalah integran; dx diferensial; $F(x)$ adalah integral partikular; k adalah konstanta pengintegralan.
- Proses pengintegralan disebut integrasi

Integral tak tentu

- Jika prosesnya dibalik, yakni fungsi turunannya $f(x)$ diintegrasikan, maka :

$$\int f(x)dx = F(x) + k = x^2 + k$$

Kaidah-kaidah integrasi tak tentu

1. Formula pangkat

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$$

2. Formula logaritmis

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + k$$

Kaidah-kaidah integrasi taktentu

3. Formula eksponensial

$$\int e^x dx = e^x + k$$

$$\int e^u du = e^u + k \quad u = f(x)$$

4. Formula penjumlahan

$$\begin{aligned} \int \{f(x) + g(x)\} dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ &= F(x) + G(x) + k \end{aligned}$$

Kaidah-kaidah integrasi tak tentu

5. Formula perkalian

$$\int n f(x) dx = n \int f(x) dx$$

6. Formula substitusi

$$\int f(u) \frac{du}{dx} dx = \int f(u) du = F(u) + k$$

dimana $u = g(x)$ dan $\int du$ merupakan substitusi bagi $\int dx$

Integral tertentu

- Integral tertentu adalah integral dari suatu fungsi yang nilai-nilai variabel bebasnya tertentu.
- Integral tertentu digunakan untuk menghitung luas area yang terletak diantara $y = f(x)$ dan sumbu horizontal x , dalam suatu rentangan wilayah yang dibatasi oleh $x = a$ dan $x = b$.

Integral tertentu

- Dalam integral tak tentu :

$$\int f(x)dx = F(x) + k$$

- Jika kita ingin mengetahui hasil integrasi tersebut untuk suatu rentangan wilayah tertentu, katakanlah antara $x = a$ dan $x = b$ dimana $a < b$, maka x dapat disubstitusi dengan nilai-nilai a dan b sehingga ruas kanan persamaan di atas menjadi :

- $$\{F(b) + k\} - \{F(a) + k\} = F(b) - F(a)$$

Integral tertentu

- $F(b) - F(a)$ adalah hasil integral tertentu dari $f(x)$ antara a dan b . Secara lengkap persamaan pertama tadi dapat dituliskan menjadi :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

- Notasi $\int_a^b f(x) dx$ dibaca integral $f(x)$ untuk rentang wilayah x dari a ke b .
- $a < b$, a dinamakan batas bawah integrasi, sedangkan b disebut batas atas integrasi.

Kaidah-kaidah integrasi tertentu

Untuk $a < c < b$ berlaku :

$$1. \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$2. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$3. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

Kaidah-kaidah integrasi tertentu

$$4. \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$5. \int_a^b \{f(x) + g(x)\} dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$6. \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$