

MATERI 7 INTEGRAL

Sub Materi :

1. Integral tak tentu
2. Kaidah-kaidah integrasi tak tentu
3. Integral tertentu
4. Kaidah-kaidah integrasi tertentu

Pertemuan ke-12

Tujuan Khusus Pembelajaran :

Setelah menyelesaikan pertemuan ini, mahasiswa mampu :

1. Memberikan contoh integral
2. Menyelesaikan soal integral
3. Mengaplikasikan konsep integral dalam kasus ekonomi

A. Ringkasan Materi

1. Formula pangkat

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$$

2. Formula logaritmis

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + k$$

3. Formula eksponensial

$$\int e^x dx = e^x + k$$

$$\int e^u du = e^u + k \quad u = f(x)$$

4. Formula penjumlahan

$$\begin{aligned} \int \{f(x) + g(x)\} dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ &= F(x) + G(x) + k \end{aligned}$$

5. Formula perkalian

$$\int n f(x) dx = n \int f(x) dx$$

6. Formula substitusi

$$\int f(u) \frac{du}{dx} dx = \int f(u) du = F(u) + k$$

dimana $u = g(x)$ dan $\int du$ merupakan substitusi bagi $\int dx$

Integral tertentu

- Integral tertentu adalah integral dari suatu fungsi yang nilai-nilai variabel bebasnya tertentu.

- Integral tertentu digunakan untuk menghitung luas area yang terletak diantara $y = f(x)$ dan sumbu horizontal x , dalam suatu rentangan wilayah yang dibatasi oleh $x = a$ dan $x = b$.
- Dalam integral tak tentu :

$$\int f(x) dx = F(x) + k$$

- Jika kita ingin mengetahui hasil integrasi tersebut untuk suatu rentangan wilayah tertentu, katakanlah antara $x = a$ dan $x = b$ dimana $a < b$, maka x dapat disubstitusi dengan nilai-nilai a dan b sehingga ruas kanan persamaan di atas menjadi :

$$\{F(b) + k\} - \{F(a) + k\} = F(b) - F(a)$$

- $F(b) - F(a)$ adalah hasil integral tertentu dari $f(x)$ antara a dan b . Secara lengkap persamaan pertama tadi dapat dituliskan menjadi :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

- Notasi $\int_a^b f(x) dx$ dibaca integral $f(x)$ untuk rentang wilayah x dari a ke b .
- $a < b$, a dinamakan batas bawah integrasi, sedangkan b disebut batas atas integrasi.

Kaidah-kaidah integrasi tertentu

Untuk $a < c < b$ berlaku :

$$1. \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$2. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$3. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$4. \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$5. \int_a^b \{f(x) + g(x)\} dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$6. \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

Penerapan ekonomi

Hitunglah surplus konsumen dengan dua macam cara untuk fungsi permintaan $Q = 40 - 2P$ yang tingkat harga pasarnya 10.

$$Q = 40 - 2P \quad P = 20 - 0,50 Q$$

$$\text{Jika } P = 0, \quad Q = 40$$

$$\text{Jika } Q = 0, \quad P = 20 = \hat{P}$$

$$\text{Jika } P_e = 10, \quad Q_a = 20$$

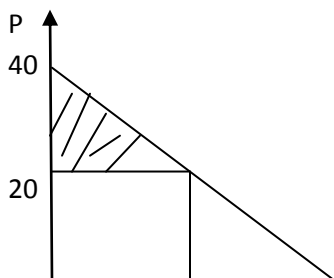
Penyelesaian :

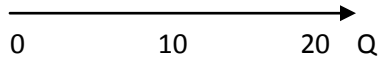
Cara 1 :

$$\begin{aligned} C_s &= \int_0^{Q_e} f(Q)dQ - Q_e P_e = \int_0^{20} (20 - 0,50Q)dQ - (20)(10) \\ &= [20Q - 0,25Q^2]_0^{20} - 200 \\ &= \{20(20) - 0,25(20)^2\} - \{20(0) - 0,25(0)^2\} - 200 \\ &= 400 - 100 - 200 = 100 \end{aligned}$$

Cara 2:

$$\begin{aligned} C_s &= \int_{P_e}^{\hat{P}} f(P)dP = \int_{10}^{20} (40 - 2P)dP \\ &= [40P - P^2]_{10}^{20} \\ &= \{40(20) - (20)^2\} - \{40(10) - (10)^2\} = 400 - 300 = 100 \end{aligned}$$





B. Kegiatan Pembelajaran

1. Mengkaji materi melalui ceramah dan melakukan tanya jawab mengenai konsep integral
2. Memberikan contoh integral
3. Mengaplikasikan integral dalam penerapan ekonomi

C. Evaluasi Pembelajaran

Fungsi permintaan akan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan $Q = 48 - 0,03 P^2$.
Hitunglah surplus konsumen jika tingkat harga pasar adalah 30.

D. Referensi

Chiang, Alpha C., Dasar-Dasar Matematika Ekonomi, Jilid 1, Edisi Ketiga, Penerbit Erlangga, Jakarta

Dumairy, (2003/2004), Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi, Cetakan ke 12, BPFE Yogyakarta, Yogyakarta.

H. Johannes dan Budiono Sri Handoko, (1994), Pengantar Matematika untuk Ekonomi, LP3ES, Jakarta.