PENGUJIAN HIPOTESIS

1. Pendahuluan

- Hipotesis Statistik : **pernyataan** atau **dugaan** mengenai satu atau lebih populasi.

- Pengujian hipotesis berhubungan dengan penerimaan atau penolakan suatu hipotesis.

- Kebenaran (benar atau salahnya) suatu hipotesis tidak akan pernah diketahui dengan pasti, kecuali kita memeriksa **seluruh populasi**. (Memeriksa seluruh populasi? Apa mungkin?)

- Lalu apa yang kita lakukan, jika kita tidak mungkin memeriksa seluruh populasi untuk memastikan kebenaran suatu hipotesis?

- Kita dapat mengambil contoh acak, dan menggunakan informasi (atau bukti) dari contoh itu untuk menerima atau menolak suatu hipotesis.

Penerimaan suatu hipotesis terjadi karena TIDAK CUKUP BUKTI untuk MENOLAK hipotesis tersebut dan BUKAN karena HIPOTESIS ITU BENAR

dan

Penolakan suatu hipotesis terjadi karena TIDAK CUKUP BUKTI untuk MENERIMA hipotesis tersebut dan BUKAN karena HIPOTESIS ITU SALAH.

- Landasan penerimaan dan penolakan hipotesis seperti ini, yang menyebabkan para statistikawan atau peneliti mengawali pekerjaan dengan terlebih dahulu membuat hipotesis yang diharapkan ditolak, tetapi dapat membuktikan bahwa pendapatnya dapat diterima.

Perhatikan contoh-contoh berikut :

Contoh 1.
Sebelum tahun 1993, pendaftaran mahasiswa Universtas GD dilakukan dengan pengisian formulir secara manual. Pada tahun 1993, PSA Universitas GD memperkenalkan sistem pendaftaran "ON-LINE".

Seorang Staf PSA ingin membuktikan pendapatnya “bahwa rata-rata waktu pendaftaran dengan sistem ON-LINE akan lebih cepat dibanding dengan sistem yang lama” Untuk membuktikan pendapatnya, ia akan membuat hipotesis awal, sebagai berikut :

Hipotesis Awal : rata-rata waktu pendaftaran SISTEM "ON-LINE" sama saja dengan SISTEM LAMA.

Staf PSA tersebut akan mengambil contoh dan berharap hipotesis awal ini ditolak, sehingga pendapatnya dapat diterima!

Contoh 2 :
Manajemen PERUMKA mulai tahun 1992, melakukan pemeriksaan karcis KRL lebih intensif dibanding tahun-tahun sebelumnya, pemeriksaan karcis yang intensif berpengaruh positif terhadap penerimaan PERUMKA. Untuk membuktikan pendapat ini, hipotesis awal yang diajukan adalah :

Hipotesis Awal : TIDAK ADA PERBEDAAN penerimaan SESUDAH maupun SEBELUM dilakukan perubahan sistem pemeriksaan karcis.

Manajemen berharap hipotesis ini ditolak, sehingga membuktikan bahwa pendapat mereka benar!

Contoh 3.
(Kerjakan sebagai latihan!!!)
Eko Nomia S.Kom., seorang system analis memperbaiki sistem pembebanan biaya di perusahaan tempatnya bekerja. Ia berpendapat setelah perbaikan sistem pembebanan biaya pada produk maka rata-rata harga produk turun. Bagaimana ia menyusun hipotesis awal penelitiannya?

Hipotesis Awal : ....?

- Hipotesis Awal yang diharap akan ditolak disebut : **Hipotesis Nol** (H_0)
- Penolakan H_0 membawa kita pada penerimaan **Hipotesis Alternatif** (H_1) (beberapa buku menulisnya sebagai H_A)

- Nilai Hipotesis Nol (H_0) harus menyatakan dengan pasti nilai parameter.
  $H_0 \rightarrow$ ditulis dalam bentuk persamaan

- Sedangkan Nilai Hipotesis Alternatif (H_1) dapat memiliki beberapa kemungkinan.
  $H_1 \rightarrow$ ditulis dalam bentuk pertidaksamaan ($<$; $>$; $\neq$)

Contoh 4.(lihat Contoh 1.)
Pada sistem lama, rata-rata waktu pendaftaran adalah 50 menit
Kita akan menguji pendapat Staf PSA tersebut, maka

Hipotesis awal dan Alternatif yang dapat kita buat :
H_0 : $\mu = 50$ menit (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu \neq 50$ menit (sistem baru tidak sama dengan sistem lama)
atau
H_0 : $\mu = 50$ menit (sistem baru sama dengan sistem lama)

H_1 : $\mu < 50$ menit (sistem baru lebih cepat)

Contoh 5 (lihat Contoh 2.)

Penerimaan PERUMKA per tahun sebelum intensifikasi pemeriksaan karcis dilakukan = Rp. 3 juta. Maka Hipotesis Awal dan Hipotesis Alternatif dapat disusun sebagai berikut :

H_0 : $\mu = 3$ juta (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu \neq 3$ juta (sistem baru tidak sama dengan sistem lama)
atau
H_0 : $\mu = 3$ juta (sistem baru dan sistem lama tidak berbeda)
H_1 : $\mu > 3$ juta (sistem baru menyebabkan penerimaan per tahun lebih besar dibanding sistem lama)

- Penolakan atau Penerimaan Hipotesis dapat membawa kita pada 2 jenis kesalahan (kesalahan= error = galat), yaitu :

  1. Galat Jenis 1 $\rightarrow$ Penolakan Hipotesis Nol (H_0) yang benar
     Galat Jenis 1 dinotasikan sebagai α
     α juga disebut $\rightarrow$ ***taraf nyata*** uji

  Catatan : konsep α dalam Pengujian Hipotesis sama dengan konsep konsep α pada Selang Kepercayaan

  2. Galat Jenis 2 $\rightarrow$ Penerimaan Hipotesis Nol (H_0) yang salah
     Galat Jenis 2 dinotasikan sebagai β

- Prinsip pengujian hipotesis yang baik adalah meminimalkan nilai α dan β

- Dalam perhitungan, nilai α dapat dihitung sedangkan nilai β hanya bisa dihitung jika nilai hipotesis alternatif sangat spesifik.

- Pada pengujian hipotesis, kita lebih sering berhubungan dengan nilai α. Dengan asumsi, nilai α yang kecil juga mencerminkan nilai β yang juga kecil.

Catt : keterangan terperinci mengenai nilai α dan β, dapat anda temukan dalam bab 10, Pengantar Statistika, R. E. Walpole)

- Prinsip pengujian hipotesa adalah perbandingan nilai statistik uji (z hitung atau t hitung) dengan nilai titik kritis (Nilai z tabel atau t Tabel)
- Titik Kritis adalah nilai yang menjadi batas daerah penerimaan dan penolakan hipotesis.
- Nilai α pada z atau t tergantung dari arah pengujian yang dilakukan.

2. Arah Pengujian Hipotesis

- Pengujian Hipotesis dapat dilakukan secara : 1. Uji Satu Arah
  2. Uji Dua Arah

2.1 ⇨ Uji Satu Arah ⇦

💣 Pengajuan H_0 dan H_1 dalam uji satu arah adalah sebagai berikut:

H_0 : ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)

H_1 : ditulis dalam bentuk lebih besar (>) atau lebih kecil (<)

Contoh 6.

Contoh Uji Satu Arah

a.	H_0	:	μ = 50 menit	b.	H_0	:	μ = 3 juta
	H_1	:	μ < 50 menit		H_1	:	μ < 3 juta

💣 Nilai α **tidak dibagi** dua, karena seluruh α diletakkan hanya di salah satu sisi selang misalkan :

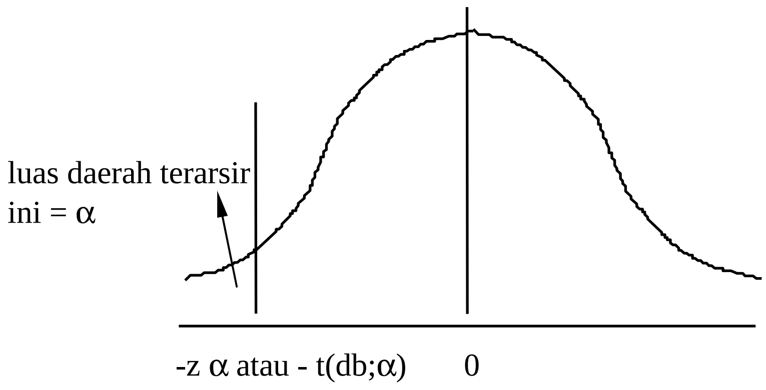
H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_1 : $\mu < \mu_0$

Wilayah Kritis**) : $z < -z_\alpha$ atau $t < -t_{(db;\alpha)}$

*) μ_0 adalah suatu nilai tengah yang diajukan dalam H_0

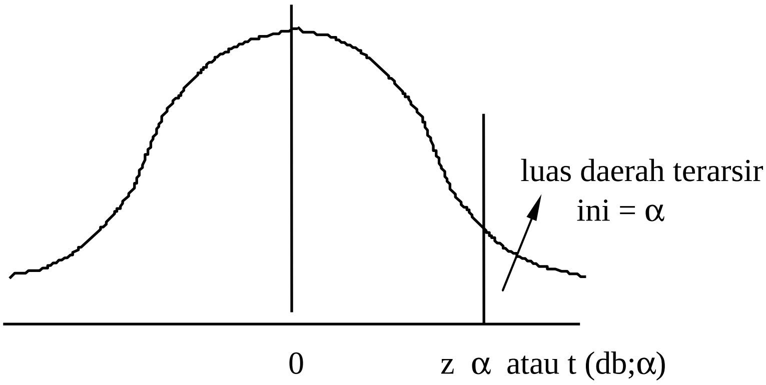
**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran contoh
contoh besar menggunakan z; contoh kecil menggunakan t.



H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_1 : $\mu > \mu_0$

Wilayah Kritis**) : $z > z_\alpha$ atau $t > t_{(db,\alpha)}$



■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis
☐daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

2.2 ⬄ **Uji Dua Arah** ⬄

- Pengajuan H_0 dan H_1 dalam uji dua arah adalah sebagai berikut :

H_0 : ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)
H_1 : ditulis dengan menggunakan tanda ≠

Contoh 7.
Contoh Uji Dua Arah

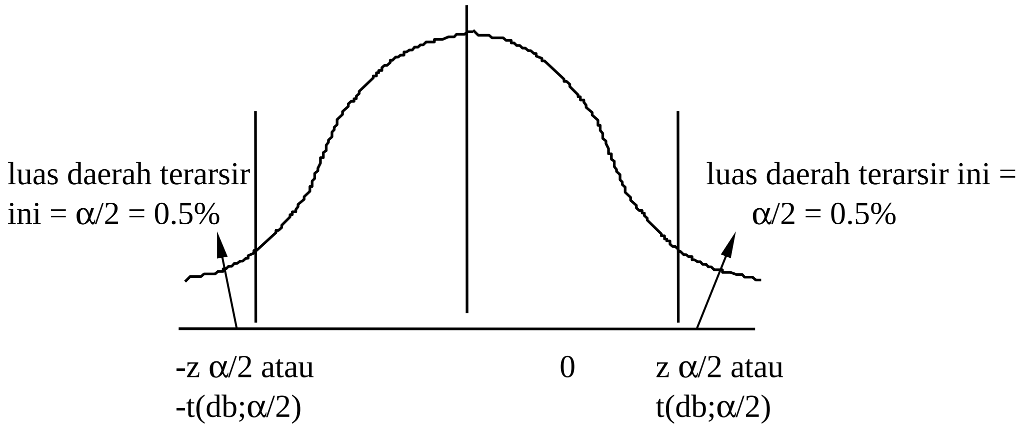
a. H_0 : $\mu = 50$ menit
H_1 : $\mu \neq 50$ menit

a. H_0 : $\mu = 3$ juta
H_1 : $\mu \neq 3$ juta

- Nilai α **dibagi** dua, karena α diletakkan di kedua sisi selang misalkan :

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)
H_1 : $\mu \neq \mu_0$
Wilayah Kritis **) : $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$
atau
$t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

*) μ_0 adalah suatu nilai tengah yang diajukan dalam H_0
**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran contoh
contoh besar menggunakan z; contoh kecil menggunakan t.



■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis
☐ daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

3 Pengerjaan Uji Hipotesis

3.1 7 Langkah Pengerjaan Uji Hipotesis

1.	Tentukan H_0 dan H_1
2*	Tentukan statistik uji [z atau t]
3*	Tentukan arah pengujian [1 atau 2]
4*	Taraf Nyata Pengujian [α atau α/2]
5.	Tentukan nilai titik kritis atau daerah penerimaan-penolakan H_0
6.	Cari nilai Statistik Hitung
7.	Tentukan Kesimpulan [terima atau tolak H_0]

*) Urutan pengerjaan langkah ke2, 3 dan 4 dapat saling dipertukarkan!

💣 Beberapa Nilai z yang penting

$z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645$ $z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$
$z_{1\%} = z_{0.01} = 2.33$ $z_{0.5\%} = z_{0.005} = 2.575$

3.2 Rumus-rumus Penghitungan Statistik Uji

1. Nilai Tengah dari Contoh Besar
2. Nilai Tengah dari Contoh Kecil
3. Beda 2 Nilai Tengah dari Contoh Besar
4. Beda 2 Nilai Tengah dari Contoh Kecil

H_0	Nilai Uji Statistik	H_1	Wilayah Kritis
1. $\mu = \mu_0$ contoh besar n≥30	$z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ σ dapat diganti dengan s	$\mu < \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu > \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu \neq \mu_0 \quad \rightarrow$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$
2. $\mu = \mu_0$ contoh kecil n<30	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$\mu < \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu > \mu_0 \quad \rightarrow$ $\mu \neq \mu_0 \quad \rightarrow$	$t < -t_{(db;\alpha)}$ $t > t_{(db,\alpha)}$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = n-1
3. $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert = d_0$ contoh-contoh besar $n_1 \geq 30$ $n_2 \geq 30$	$z = \dfrac{\lvert \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \rvert - d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2 / n_1) + (\sigma_2^2 / n_2)}}$ Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui $\rightarrow$ gunakan s_1^2 dan s_2^2	$\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert \neq d_0 \rightarrow$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$
4. $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert = d_0$ contoh -contoh kecil $n_1 < 30$ $n_2 < 30$	$t = \dfrac{\lvert \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \rvert - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}}$	$\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert \mu_1 - \mu_2 \rvert \neq d_0 \rightarrow$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = $n_1 + n_2 - 2$

3.2.1 Uji Hipotesis Nilai Tengah Contoh Besar

Contoh 8 :
Dari 100 nasabah bank rata-rata melakukan penarikan \$495 per bulan melalui ATM, dengan simpangan baku = \$45. Dengan taraf nyata 1% , ujilah :

a) apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM <u>kurang dari \$500</u> per bulan ?

b} apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM <u>tidak sama dengan \$500</u> per bulan ?
(Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 0.5%, statistik uji=z)

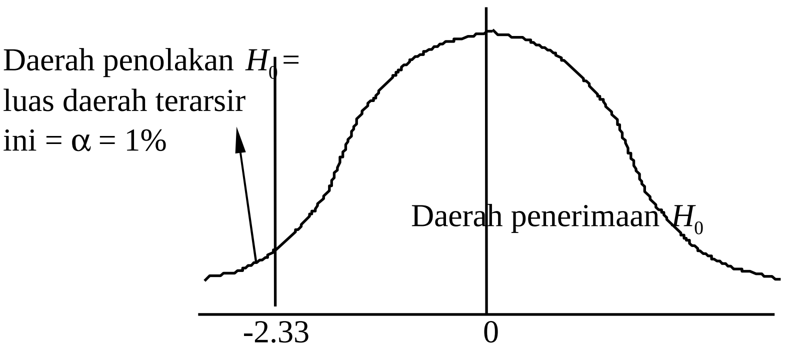
Jawab :
Diketahui: $\bar{x} = 495$ s = 45 n=100 $\mu_0 = 500$ $\alpha = 1\%$

a) 1. $H_0 : \mu = 500$ $H_1 : \mu < 500$
2* statistik uji : z $\rightarrow$ karena contoh besar
3* arah pengujian : 1 arah
4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01
5. Titik kritis $\rightarrow$ $z < -z_{0.01}$ $\rightarrow$ $z < -2.33$
6. Statistik Hitung

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{495 - 500}{45 \ / \sqrt{100}} = \frac{-5}{4.5} = -1.11$$

7. Kesimpulan : z hitung = -1.11 ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima, rata-rata pengambilan uang di ATM masih = \$ 500



b) ditinggalkan sebagai latihan ($H_1 : \mu \neq 500$; Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 0.5%, statistik uji=z)

3.2.2. Uji Hipotesis Nilai Tengah Contoh Kecil

Contoh 9 :

Seorang *job-specialist* menguji 25 karyawan dan mendapatkan bahwa rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan adalah 22 bulan dengan simpangan baku = 4 bulan. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :

a) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan <u>lebih dari 20 bulan</u>?

b) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan <u>tidak sama dengan 20 bulan</u>?

Jawab:

Diketahui : $\bar{x}$ = 22 s = 4 n = 25 μ_0 = 20 α = 5%

a) Ditinggalkan sebagai latihan (H_1 : μ > 20; uji 1 arah, α=5%, statistik uji = t, db = 24)

b) 1. H_0 : μ = 20 H_1 : μ ≠ 20

2* statistik uji : t → karena contoh kecil

3* arah pengujian : 2 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05

α/2 = 2.5% = 0.025

5. Titik kritis

db = n-1 = 25-1 = 24

Titik kritis → $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

t < -t (24; 2.5%) → t < -2.064 dan

t > t (24; 2.5%) → t > 2.064

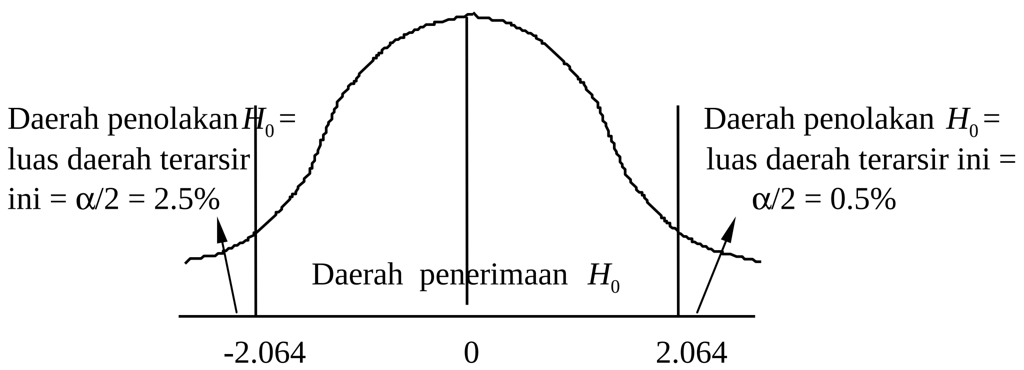
6. Statistik Hitung

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{22 - 20}{4 / \sqrt{25}} = \frac{2}{0.8} = 2.5$$

7. Kesimpulan : t hitung = -2.5 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima ,

rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan ≠ 20 bulan



3.2.3 Uji Hipotesis Beda 2 Nilai Tengah Contoh Besar

Contoh 10 :
Berikut adalah data nilai prestasi kerja karyawan yang mendapat training dengan yang tidak mendapat training.

	DGN TRAINING	TANPA TRAINING
rata-rata nilai prestasi	$\bar{x}_1$ = 300	$\bar{x}_2$ = 302
ragam	$s_1^2 =$ 4	$s_2^2 =$ 4.5
ukuran sampel	$n_1 =$ 40	$n_2 =$ 30

Dengan taraf nyata 5 % ujilah :

a. Apakah perbedaan rata-rata nilai prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| > 0$?

b. Apakah ada perbedaan rata-rata prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| \neq 0$?

Jawab : α = 5 % $d_0 = 0$

a) 1. $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| = 0$ $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| > 0$

2* statistik uji : z $\rightarrow$ karena contoh besar

3* arah pengujian : 1 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5%

5. Titik kritis $\rightarrow$ z > $z_{5\%}$ $\rightarrow$ z > 1.645

6. Statistik Hitung

$$z = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}} = \frac{|300 - 302| - 0}{\sqrt{(4/40) + (4.5/30)}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{0.1 + 0.15}} = \frac{2}{\sqrt{0.25}} = \frac{2}{0.5} = 4$$

7. Kesimpulan : z hitung = 4 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima $\rightarrow$ beda rata-rata prestasi kerja > 0

b) ditinggalkan sebagai latihan ($H_1 : |\mu_1 - \mu_2| \neq 0$; Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 2.5%, statistik uji=z)

3.2.4 Uji Hipotesis Beda 2 Nilai Tengah Contoh Kecil

Contoh 11 :

Berikut adalah data kerusakan produk yang dibuat oleh karyawan shift malam dan siang.

	SHIFT MALAM	SHIFT SIANG
rata-rata kerusakan	$\bar{x}_1 = 20$	$\bar{x}_2 = 12$
ragam	$s_1^2 = 3.9$	$s_2^2 = 0.72$
ukuran sampel	$n_1 = 13$	$n_2 = 12$

Dengan taraf nyata 1 % ujilah :

a) Apakah perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| < 10$?

b) Apakah ada perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| \neq 10$?

Jawab : α = 1 % $d_0 = 10$

a) Ditinggalkan sebagai latihan

($H_1 : |\mu_1 - \mu_2| < 10$; uji 1 arah, α=1%, statistik uji = t, db = 13 + 12 - 2 = 23)

b) 1. $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| = 10$ $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| \neq 10$

2* statistik uji : t $\rightarrow$ karena contoh kecil

3* arah pengujian : 2 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01

$\alpha/2$ = 0.5% = 0.005

5. Titik kritis

db = $n_1 + n_2$ - 2 = 13+ 12 - 2 = 23

Titik kritis $\rightarrow$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

t < -t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t < -2.807 dan

t > t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t > 2.807

6. Statistik Hitung

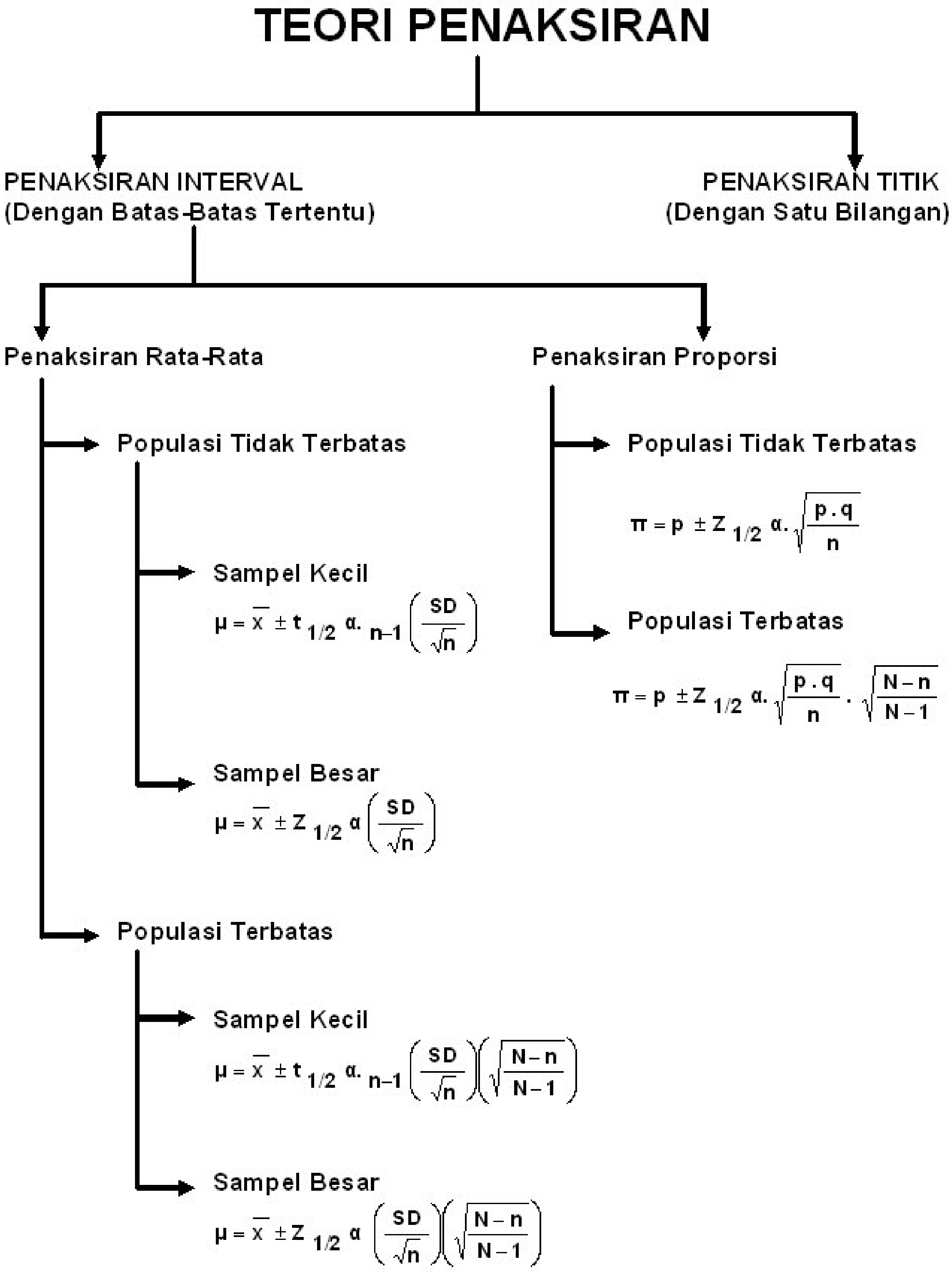
$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - d_0}{\sqrt{(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)}} = \frac{|20 - 12| - 10}{\sqrt{(3.9/13) + (0.72/12)}} = \frac{8 - 10}{\sqrt{0.30 + 0.06}} = \frac{-2}{\sqrt{0.36}} = \frac{-2}{0.60} = -3.33$$

7. Kesimpulan : t hitung = -3.3 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima , rata-rata kerusakan $\neq 10$.

$$Z = \frac{\overline{x} - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}}$$

Sumber : staff.gunadarma.ac.id



Sumber : 3.bp.blogspot.com